TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015 – LẦN 1
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 *phút, không kể thời gian phát đề*

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m-1)x^2 - mx + \frac{1}{3}$ (1), m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để hàm số (1) có cực đại là y_{CD} thỏa mãn $y_{CD} = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình $\cos 3x + \cos x = 2\sqrt{3}\cos 2x \sin x$.

b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\overline{z} + 2z = 3 - 2i$.

Câu 3 (0,5 *điểm*). Giải phương trình $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) = \log_2 (4x+3)$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $x^2 + 5x < 4\left(1 + \sqrt{x^3 + 2x^2 - 4x}\right)$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2}\mathrm{d}x$.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2a, AB = a$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SB.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{ACD} = \alpha$ với $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, điểm H thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HC}$, K là giao điểm của hai đường thẳng AH và BD. Cho biết $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$, $K(1; 0)$ và điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d; tìm tọa độ điểm A thuộc d sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 9 (0,5 *điểm*). Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C; mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn

$$0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \le 2.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x + 4^y + 4^z + \ln\left(x^4 + y^4 + z^4\right) - \frac{3}{4}(x+y+z)^4$.

---------- Hết ----------

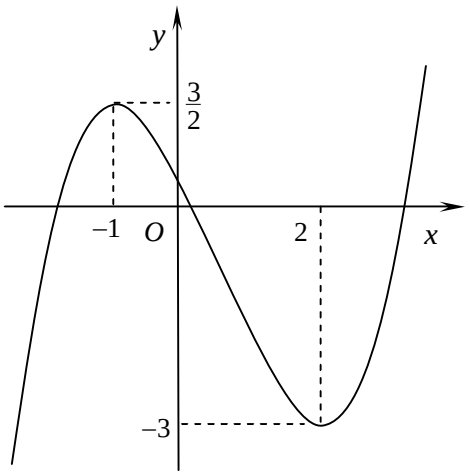
Ghi chú: *1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 28, 29/3/2015. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.*

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 2 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 18 và ngày 19/4/2015. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 28/3/2015.

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015 – LẦN 1
Môn: TOÁN; ***Thời gian làm bài: 180 phút***

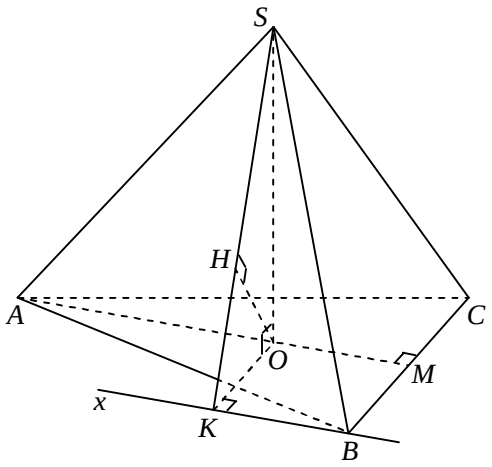
Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1. (2,0 điểm)	**a)** ***(1,0 điểm)***	
	Khi $m=2$ hàm số trở thành $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{1}{3}$. 1^0. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. 2^0. Sự biến thiên: *) Chiều biến thiên: Ta có $y'=x^2-x-2, x\in\mathbb{R}$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.;\ y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>2\end{array}\right.;\ y'<0\Leftrightarrow -1<x<2.$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$. *) Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=-1,\ y_{CĐ}=y(-1)=\frac{3}{2}$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=2, y_{CT}=y(2)=-3$. *) Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{3x^3}\right)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{3x^3}\right)=+\infty.$	**0,5**
	*) Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccc}x & -\infty & & -1 & & 2 & & +\infty\\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & -\infty & \nearrow & \frac{3}{2} & \searrow & -3 & \nearrow & +\infty\end{array}$ 3^0. Đồ thị: 	**0,5**
	b) ***(1,0 điểm)***	
	Ta có $y'=x^2-(m-1)x-m,\ x\in\mathbb{R};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=m\end{array}\right.$ Hàm số có cực đại khi và chỉ khi $m\neq -1$.	**0,5**
	Xét hai trường hợp (TH) sau: TH1. $m<-1$. Hàm số đạt cực đại tại $x=m$, với $y_{CĐ}=y(m)=-\frac{m^3}{6}-\frac{m^2}{2}+\frac{1}{3}$. Ta có $y_{CĐ}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow-\frac{m^3}{6}-\frac{m^2}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\,(tm)\\m=0\,(ktm)\end{array}\right.\Rightarrow m=-3.$ TH2. $m>-1$. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, với $y_{CĐ}=y(-1)=\frac{m}{2}+\frac{1}{2}$. Ta có $y_{CĐ}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{m}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}\,(tm).$ Vậy các giá trị cần tìm của m là $m=-3,\ m=-\frac{1}{3}$.	**0,5**

thuvientoanhoc.com

Câu 2. (1,0 điểm)	**a)** ***(0,5 điểm)***	
	Phương trình đã cho tương đương với $2\cos 2x\cos x = 2\sqrt{3}\cos 2x\sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \cos x = \sqrt{3}\sin x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$	**0,5**
	b) ***(0,5 điểm)***	
	Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết ta có $a - bi + 2(a + bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases}3a = 3\\ b = -2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = 1\\ b = -2\end{cases}$ Vậy số phức z có phần thực bằng 1, phần ảo bằng -2.	**0,5**
Câu 3. (0,5 điểm)	*) Điều kiện: $x > \dfrac{1}{2}$. Khi đó phươngtrình đã cho tương đương với $\log_2 x + \log_2(2x-1) = \log_2(4x+3) \Leftrightarrow \log_2(2x^2 - x) = \log_2(4x+3)$ $\Leftrightarrow 2x^2 - x = 4x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = -\dfrac{1}{2}\\ x = 3\end{array}\right.$ Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.	**0,5**
Câu 4. (1,0 điểm)	*) Điều kiện: $x^3 + 2x^2 - 4x \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x \ge -1 + \sqrt{5}\\ -1 - \sqrt{5} \le x \le 0.\end{array}\right.$ Bất phương trình đã cho tương đương với $(x^2 + 2x - 4) + 3x < 4\sqrt{x(x^2 + 2x - 4)}$. (1) Xét hai trường hợp sau đây: TH1. Với $-1 - \sqrt{5} \le x \le 0$. Khi đó $x^2 + 2x - 4 \le 0$ và $3x \le 0$. Hơn nữa hai biểu thức $x^2 + 2x - 4$ và $3x$ không đồng thời bằng 0. Vì vậy $(x^2 + 2x - 4) + 3x < 0 \le 4\sqrt{x(x^2 + 2x - 4)}$. Suy ra $-1 - \sqrt{5} \le x \le 0$ thỏa mãn bất phương trình đã cho.	**0,5**
	TH2. Với $x \ge -1 + \sqrt{5}$. Khi đó $x^2 + 2x - 4 \ge 0$. Đặt $\sqrt{x^2 + 2x - 4} = a \ge 0, \sqrt{x} = b > 0$. Bất phương trình trở thành $a^2 + 3b^2 < 4ab \Leftrightarrow (a - b)(a - 3b) < 0 \Leftrightarrow b < a < 3b$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} < \sqrt{x^2 + 2x - 4} < 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2 + x - 4 > 0\\ x^2 - 7x - 4 < 0\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} < x < \dfrac{7 + \sqrt{65}}{2}$, thỏa mãn. Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $-1 - \sqrt{5} \le x \le 0$; $\dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} < x < \dfrac{7 + \sqrt{65}}{2}$.	**0,5**
Câu 5. (1,0 điểm)	Đặt $\sqrt{x+3} = t$. Ta có $x = 1 \Rightarrow t = 2; x = 6 \Rightarrow t = 3$; $x = t^2 - 3$ và $\mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$. Khi đó $I = \displaystyle\int_2^3 \frac{t+1}{t^2-1} 2t\mathrm{d}t = 2\int_2^3 \frac{t}{t-1}\mathrm{d}t$	**0,5**
	$= 2\displaystyle\int_2^3 \left(1 + \frac{1}{t-1}\right)dt = 2\left(t + \ln|t-1|\right)\Big|_2^3 = 2(1 + \ln 2).$	**0,5**

thuvientoanhoc.com

Câu 6. (1,0 điểm)



*) Từ giả thiết suy ra ΔABC đều và $SA = SB = SC$.

Hạ $SO \perp (ABC) \Rightarrow O$ là tâm tam giác đều *ABC*.

Ta có $AB = a \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và

$AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}.$

Suy ra $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}.$

0,5

*) Kẻ $Bx // AM \Rightarrow$ mp $(S, Bx) // AM$

$\Rightarrow d(AM, SB) = d\left(AM, (S, Bx)\right) = d\left(O, (S, Bx)\right)$ (1)

Hạ $OK \perp Bx$, $OH \perp SK$. Vì $Bx \perp (SOK)$ nên $Bx \perp OH \Rightarrow OH \perp (S, Bx)$ (2)

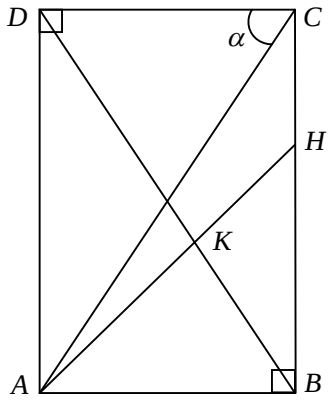
Ta có *OMBK* là hình chữ nhật nên $OK = MB = \dfrac{a}{2}$.

Vì ΔSOK vuông tại *O* nên $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OK^2} + \dfrac{1}{OS^2} = \dfrac{47}{11a^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{517}}{47}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $d(AM, SB) = OH = \dfrac{a\sqrt{517}}{47}$.

0,5

Câu 7. (1,0 điểm)



Từ giả thiết suy ra H thuộc cạnh *BC* và $BH = \dfrac{2}{3}BC$.

Vì $BH // AD$ nên $\dfrac{KH}{KA} = \dfrac{BH}{AD} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow HK = \dfrac{2}{3}KA$. Suy ra

$\overrightarrow{HA} = \dfrac{5}{2}\overrightarrow{HK} \Leftrightarrow \left(x_A - \dfrac{1}{3}; y_A + \dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{5}{2}.\left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{4}{3}\right) = \left(\dfrac{5}{3}; \dfrac{10}{3}\right)$

$\Rightarrow A(2; 2).$

Vì ΔACD vuông tại *D* và $\cos\widehat{ACD} = \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ nên

$AD = 2CD,\ AC = \sqrt{5}CD.$

0,5

Đặt $CD = a\ (a > 0) \Rightarrow AD = 2a \Rightarrow AB = a,\ BH = \dfrac{4}{3}a.$

Trong tam giác vuông *ABH* ta có $AB^2 + BH^2 = AH^2 \Leftrightarrow \dfrac{25}{9}a^2 = \dfrac{125}{9} \Rightarrow a = \sqrt{5}.$

Suy ra $AB = \sqrt{5},\ HB = \dfrac{4\sqrt{5}}{3}.$ (*)

Giả sử $B(x; y)$ với $x > 0$, từ (*) ta có $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 5 \\ \left(x - \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(y + \dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{80}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3,\ y = 0 \\ x = -\dfrac{1}{5},\ y = \dfrac{8}{5}\ (ktm) \end{array}\right.$

Suy ra $B(3; 0)$. Từ $\overrightarrow{BC} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BH} \Rightarrow C(-1; -2)$. Từ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow D(-2; 0)$.

0,5

Câu 8. (1,0 điểm)

*) Giả sử $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(t + 2; -2t - 1; -t)$.

Mặt khác $M \in (P)$ nên suy ra $(t + 2) + (-2t - 1) + (-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $M(1; 1; 1)$.

0,5

thuvientoanhoc.com

	*) Ta có $A \in d$ nên $A(a+2;-2a-1;-a)$. Khi đó $d\left(A,(P)\right)=2\sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{\left\|(a+2)+(-2a-1)+(-a)-3\right\|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left\|a+1\right\|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=-4. \end{array}\right.$ Suy ra $A(4;-5;-2)$ hoặc $A(-2;7;4)$.	**0,5**
Câu 9. (0,5 điểm)	+) Tổng số kết quả 9 đội bóng bốc thăm ngẫu nhiên vào 3 bảng A, B, C là $C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3$. +) Số kết quả bốc thăm ngẫu nhiên có 3 đội bóng Việt Nam nằm ở ba bảng khác nhau là $3! \times C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2$. Suy ra xác suất cần tính là $P=\dfrac{3! \times C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2}{C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3}=\dfrac{9}{28} \approx 0,32.$	**0,5**
Câu 10. (1,0 điểm)	Từ giả thiết suy ra $0 \le x,\ y,\ z \le 1$ và $x^2+y^2+z^2 \le 1$. Xét hàm số $g(t)=4^t-3t-1,\ t \in [0;1]$. Ta có $g'(t)=4^t \ln 4-3$. Suy ra $g'(t)=0 \Leftrightarrow t=\log_4 \dfrac{3}{\ln 4}=t_0;\ g'(t)>0 \Leftrightarrow t>t_0$ và $g'(t)<0 \Leftrightarrow t<t_0$. Vì $1<\dfrac{3}{\ln 4}<4$, nên $0<t_0<1$. Suy ra bảng biến thiên $\begin{array}{|c\|ccccc|} \hline t & 0 & & t_0 & & 1 \\ \hline g'(t) & & - & 0 & + & \\ \hline g(t) & 0 & \searrow & & \nearrow & 0 \\ \hline \end{array}$ Suy ra $g(t) \le 0$ với mọi $t \in [0;1]$, hay $4^t \le 3t+1$ với mọi $t \in [0;1]$. Mặt khác, do $0 \le x,\ y,\ z \le 1$ nên $x^4+y^4+z^4 \le x^2+y^2+z^2 \le 1$. Từ đó ta có $P \le 3+3(x+y+z)+\ln\left(x^4+y^4+z^4\right)-\dfrac{3}{4}(x+y+z)^4$ $\le 3+3(x+y+z)-\dfrac{3}{4}(x+y+z)^4.$ Đặt $x+y+z=u$, khi đó $u \ge 0$ và $P \le 3+3u-\dfrac{3}{4}u^4$.	**0,5**
	Xét hàm số $f(u)=3+3u-\dfrac{3}{4}u^4$ với $u \ge 0$. Ta có $f'(u)=3-3u^3$ và $f'(u)=0 \Leftrightarrow u=1$. Suy ra bảng biến thiên $\begin{array}{|c\|ccccc|} \hline u & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(u) & & + & 0 & - & \\ \hline f(u) & & \nearrow & \frac{21}{4} & \searrow & \\ \hline \end{array}$ Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(u) \le \dfrac{21}{4}$ với mọi $u \ge 0$. Suy ra $P \le \dfrac{21}{4}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $x=1,\ y=z=0$ hoặc các hoán vị. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{21}{4}$.	**0,5**

thuvientoanhoc.com