PHÒNG DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI THỤY

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: **Toán 8**

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4,0 điểm)*.

Cho biểu thức: $P=\frac{2x^5-x^4-2x+1}{4x^2-1}+\frac{8x^2-4x+2}{8x^3+1}$

a. Rút gọn P

b. Tìm các giá trị của x để P = 6

Bài 2 *(4,0 điểm)*.

a. Cho các số a, b, c, d nguyên dương đôi một khác nhau và thoả mãn:

$\frac{2a+b}{a+b}+\frac{2b+c}{b+c}+\frac{2c+d}{c+d}+\frac{2d+a}{d+a}=6$. Chứng minh A = abcd là số chính phương.

b. Tìm a nguyên để a^3-2a^2+7a-7 chia hết cho a^2+3.

Bài 3 *(3,0 điểm)*.

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=(x-1)(2x-1)(2x^2-3x-1)+2017$

b. Giải phương trình: $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2+\frac{x+1}{x-4}-3\left(\frac{2x-4}{x-4}\right)^2=0$

Bài 4 *(3,0 điểm)*.

a. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác thỏa mãn: $a^3+b^3+c^3=3abc$. Chứng minh tam giác đều.

b. Cho x, y, z dương và x + y + z =1. Chứng minh rằng : $\frac{1}{x^2+2yz}+\frac{1}{y^2+2xz}+\frac{1}{z^2+2xy}\geq 9$

Bài 5 *(5,0 điểm)*.

Cho O là trung điểm của đoạn AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là cạnh AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D.

a. Chứng minh $AB^2 = 4\ AC.BD$

b. Kẻ OM vuông góc CD tại M. Chứng minh AC = CM

c. Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm MH

d. Tìm vị trí của C trên tia Ax để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.

Bài 6 *(1,0 điểm)*. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình

$$\frac{2016}{x+y}+\frac{x}{y+2015}+\frac{y}{4031}+\frac{2015}{x+2016}=2$$

------HẾT------

Họ và tên học sinh:……Số báo danh: ……..……

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8– NĂM HỌC 2015-2016

Bài	Nội dung	Biểu điểm
1	Cho biểu thức: $P=\dfrac{2x^5-x^4-2x+1}{4x^2-1}+\dfrac{8x^2-4x+2}{8x^3+1}$ a. Rút gọn P b. Tìm các giá trị của x để P = 6	
	a) $P=\dfrac{2x^5-x^4-2x+1}{4x^2-1}+\dfrac{8x^2-4x+2}{8x^3+1}$	0.25
	$=\dfrac{x^4(2x-1)-(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)}+\dfrac{2(4x^2-2x+1)}{(2x+1)(4x^2-2x+1)}$	1
	$=\dfrac{(x^4-1)(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)}+\dfrac{2}{2x+1}=\dfrac{x^4-1}{2x+1}+\dfrac{2}{2x+1}=\dfrac{x^4+1}{2x+1}$	1
	Vậy $P=\dfrac{x^4+1}{2x+1}$	0.25
	b) ĐK: $x\neq\pm\dfrac{1}{2}$	0.25
	$P=6\Leftrightarrow\dfrac{x^4+1}{2x+1}=6\Leftrightarrow x^4+1=12x+6$ $\Leftrightarrow x^4+4x^2+4=4x^2+12x+9$ $\Leftrightarrow (x^2+2)^2=(2x+3)^2$	0.25
	$\Leftrightarrow x^2+2=2x+3$ (1) hoặc $x^2+2=-2x-3$ (2)	0.25
	Ta có (1) $\Leftrightarrow x^2-2x+1=2\Leftrightarrow (x-1)^2=2$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=\sqrt{2}\\x-1=-\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}\\x=1-\sqrt{2}\end{array}\right.$ (tmđk)	0,25
	(2) $\Leftrightarrow x^2+2x+1=-4\Leftrightarrow (x+1)^2=-4$ vô nghiệm	0.25
	Vậy $\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}\\x=1-\sqrt{2}\end{array}\right.$	0.25
2	a. Cho các số a, b, c, d nguyên dương đôi một khác nhau và thoả mãn: $\dfrac{2a+b}{a+b}+\dfrac{2b+c}{b+c}+\dfrac{2c+d}{c+d}+\dfrac{2d+a}{d+a}=6$. Chứng minh A = abcd là số chính phương. b. Tìm a nguyên để a^3-2a^2+7a-7 chia hết cho a^2+3.	
	a) $\dfrac{2a+b}{a+b}+\dfrac{2b+c}{b+c}+\dfrac{2c+d}{c+d}+\dfrac{2d+a}{d+a}=6$ $\Leftrightarrow 1+\dfrac{a}{a+b}+1+\dfrac{b}{b+c}+1+\dfrac{c}{c+d}+1+\dfrac{d}{d+a}=6$ $\Leftrightarrow\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{b}{b+c}+\dfrac{c}{c+d}+\dfrac{d}{d+a}=2$	0,25
	$\Leftrightarrow 1-\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{b+c}+1-\dfrac{c}{c+d}-\dfrac{d}{d+a}=0$	0,25

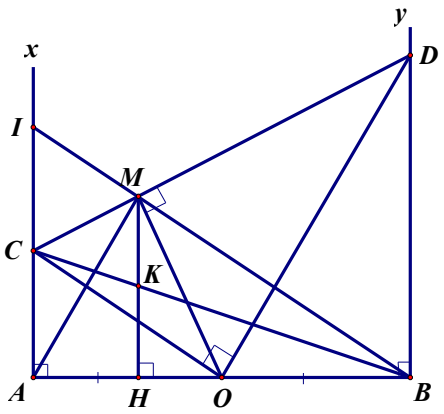
thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow \frac{b}{a+b}-\frac{b}{b+c}+\frac{d}{c+d}-\frac{d}{d+a}=0$	
	$\Leftrightarrow \frac{b(c-a)}{(a+b)(b+c)}+\frac{d(a-c)}{(c+d)(d+a)}=0$	0,25 0,25
	$\Leftrightarrow b(c+d)(d+a)-d(a+b)(b+c)=0 \Leftrightarrow abc-acd+bd^2-b^2d=0$	0,25
	$\Leftrightarrow (b-d)(ac-bd)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow ac-bd=0 \Leftrightarrow ac=bd$ (vì $b \neq d$)	
	Vậy A = abcd = $(ac)^2$ là số chính phương	0,25 0,25
	+) Thực hiện phép chia $a^3 - 2a^2 + 7a - 7$ cho $a^2 + 3$, kết quả : $a^3 - 2a^2 + 7a - 7 = (a^2 + 3)(a - 2) + (4a - 1)$	0,5
	+) Lập luận để phép chia hết thì 4a -1 phải chia hết cho $a^2 + 3$ $(4a-1) \vdots (a^2+3)$ $\Rightarrow (4a-1)(4a+1) \vdots (a^2+3)$ (vì $a \in Z$ nên $4a+1 \in Z$) $\Rightarrow (16a^2-1) \vdots (a^2+3)$ $\Rightarrow \left[16(a^2+3)-49\right] \vdots (a^2+3)$ $\Rightarrow 49 \vdots (a^2+3)$	0,5 0,5
	+) Tìm a, thử lại và kết luận $a \in \{-2;2\}$	0,5
3	a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (x-1)(2x-1)(2x^2-3x-1)+2017$ b. Giải phương trình: $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2+\frac{x+1}{x-4}-3\left(\frac{2x-4}{x-4}\right)^2=0$	
	a) $A = (x-1)(2x-1)(2x^2-3x-1)+2017$ $= (2x^2-3x+1)(2x^2-3x-1)+2017$ $= (2x^2-3x)^2-1+2017 = (2x^2-3x)^2+2016 \geq 2016$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2x^2-3x=0 \Leftrightarrow x(2x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$ Vậy $A_{min} = 2016 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$	0.5 0.5 0.75 0.25
	b) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2+\frac{x+1}{x-4}-3\left(\frac{2x-4}{x-4}\right)^2=0$. Điều kiện $x \notin \{2;4\}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2+\frac{x+1}{x-4}-12\left(\frac{x-2}{x-4}\right)^2=0$ (*) Đặt $\frac{x+1}{x-2}=a$ và $\frac{x-2}{x-4}=b$ suy ra $ab=\frac{x+1}{x-4}$ Phương trình (*) trở thành : $a^2+ab-12b^2=0$	0,25 0, 25

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow$ (a – 3b)(a + 4b) = 0 $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} a = 3b \\ a = -4b \end{array}\right.$	0,25
	+ Nếu a = 3b thì $\frac{x+1}{x-2} = 3.\frac{x-2}{x-4}$ $\Rightarrow$ (x+ 1)(x - 4) = 3(x-2)^2	0,5
	Giải phương trình trên và kết luận phương trình vô nghiệm	
	+ Nếu a = -4b thì $\frac{x+1}{x-2} = -4.\frac{x-2}{x-4}$ $\Rightarrow$ (x+ 1)(x -4) = -4(x-2)^2	
	Giải phương trình trên ta được $\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \frac{4}{5} \end{array}\right.$ (tmđk)	0,5
	+ Kết luận nghiệm của phương trình S = { 3; $\frac{4}{5}$}	0,25
4	a. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác thỏa mãn: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Chứng minh tam giác đều. b. Cho x, y, z > 0 và x + y + z =1. Chứng minh rằng : $\frac{1}{x^2+2yz}+\frac{1}{y^2+2xz}+\frac{1}{z^2+2xy}\geq 9$	
	a) C/m: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 – ab – bc – ca)$	0,5
	+) Từ giả thiết suy ra: $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 – ab – bc – ca) = 0$	
	$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 – ab – bc – ca = 0$ (vì a + b + c > 0)	0,25
	+) Biến đổi được kết quả: $(a – b)^2 + (b – c)^2 + (c – a)^2 = 0$	0,5
	$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a-b=0 \\ b-c=0 \\ c-a=0 \end{array}\right. \Rightarrow$ a = b = c $\Rightarrow$ Tam giác đó là đều (đpcm)	0,25
	b) Đặt $a = x^2 + 2yz$; $b = y^2 + 2xz$; $c = z^2 +2xy$	
	$\Rightarrow$ a, b, c > 0 và $a + b + c = (x + y + z)^2 = 1$	0,5
	+) C/m: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9$	0,5
	$\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq \frac{9}{a+b+c}=9$ hay $\frac{1}{x^2+2yz}+\frac{1}{y^2+2xz}+\frac{1}{z^2+2xy}\geq 9$ (đpcm)	0,5
5	Cho O là trung điểm của đoạn AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là cạnh AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D. a. Chứng minh $AB^2 = 4$ AC.BD b. Kẻ OM vuông góc CD tại M. Chứng minh AC = CM	

thuvientoanhoc.com

	c. Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm MH d. Tìm vị trí của C trên tia Ax để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.	
	Vẽ hình và ghi GT, KL  	0,5
	a) Chứng minh: $\Delta OAC \backsim \Delta DBO (g-g)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{OA}{DB} = \frac{AC}{OB} \Rightarrow OA.OB = AC.BD$	0,25
	$\Rightarrow \frac{AB}{2}.\frac{AB}{2} = AC.BD \Rightarrow AB^2 = 4AC.BD$ (đpcm)	0,25
	b) Theo câu a ta có: $\Delta OAC \backsim \Delta DBO (g-g) \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OB}$	0,25
	Mà $OA = OB \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{OA}$	0,25
	+) Chứng minh: $\Delta OAC \backsim \Delta DOC (c-g-c) \Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{OCM}$	0,25
	+) Chứng minh: $\Delta OAC = \Delta OMC (ch-gn) \Rightarrow AC = MC$ (đpcm)	0,25
	c) Ta có $\Delta OAC = \Delta OMC \Rightarrow OA = OM; CA = CM \Rightarrow$ OC là trung trực của AM	0,25
	$\Rightarrow OC \perp AM$, Mặc khác OA = OM = OB $\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M	
	$\Rightarrow$ OC // BM (vì cùng vuông góc AM) hay OC // BI	0,25
	+) Xét ΔABI có OM đi qua trung điểm AB, song song BI suy ra OM đi qua trung điểm AI $\Rightarrow$ IC = AC	0,25
	+) MH // AI theo hệ quả định lý Ta-lét ta có: $\Rightarrow \frac{MK}{IC} = \frac{BK}{BC} = \frac{KH}{AC}$	0,5
	Mà IC = AC $\Rightarrow$ MK = HK $\Rightarrow$ BC đi qua trung điểm MH (đpcm)	0,25
	d) Tứ giác ABDC là hình thang vuông $\Rightarrow S_{ABDC} = \frac{1}{2}(AC+BD).AB$	0,25
	Ta thấy AC, BD > 0, nên theo BĐT Cô-si ta có	
	$AC+BD \geq 2\sqrt{AC.BD} = 2.\sqrt{\frac{AB^2}{4}} = AB \Rightarrow S_{ABDC} \geq \frac{1}{2}AB^2$	0,25
		0,25

thuvientoanhoc.com

	Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AC=BD=\frac{AB}{2}=OA$ Vậy C thuộc tia Ax và cách điểm A một đoạn bằng OA	0,25
6	Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $\frac{2016}{x+y}+\frac{x}{y+2015}+\frac{y}{4031}+\frac{2015}{x+2016}=2$	
	+) Với a, b, c, d dương, ta có $F=\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+d}+\frac{c}{d+a}+\frac{d}{a+b}$ $=\left(\frac{a}{b+c}+\frac{c}{d+a}\right)+\left(\frac{b}{c+d}+\frac{d}{a+b}\right)=\frac{a(d+a)+c(b+c)}{(b+c)(d+a)}+\frac{b(a+b)+d(c+d)}{(c+d)(a+b)}\geq$ $\geq\frac{a^2+c^2+ad+bc}{\frac{1}{4}(b+c+d+a)^2}+\frac{b^2+d^2+ab+cd}{\frac{1}{4}(c+d+a+b)^2}=\frac{4(a^2+b^2+c^2+d^2+ab+ad+bc+cd)}{(a+b+c+d)^2}$ *(theo bất đẳng thức* $xy\leq\frac{1}{4}(x+y)^2$ *)* +) Mặc khác: $2(a^2+b^2+c^2+d^2+ab+ad+bc+cd)-(a+b+c+d)^2$ $=a^2+b^2+c^2+d^2-2ac-2bd=(a-c)^2+(b-d)^2\geq 0$ Suy ra $F\geq 2$ và đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ a = c; b = d +) Áp dụng với a = 2016, b = x, c = y, d = 2015 ta có: $\frac{2016}{x+y}+\frac{x}{y+2015}+\frac{y}{4031}+\frac{2015}{x+2016}\geq 2$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ y = 2016; x = 2015	0,5 0,25 0,25

Lưu ý *:*

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.

- Phần hình học, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.

- Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.

thuvientoanhoc.com