PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
HUYỆN Ý YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI THCS
NĂM HỌC 2015 - 2016

MÔN : TOÁN – LỚP 8
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1. *(3 điểm)*

1) Chứng minh : $(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)=x^4-y^4$.
2) Phân tích đa thức thành nhân tử : $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$.
3) Tìm a, b, c biết : $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ và $a^8+b^8+c^8=3$.

Bài 2. *(4 điểm)* Cho biểu thức :

$$P=\frac{2}{x}-\left(\frac{x^2}{x^2+xy}+\frac{y^2-x^2}{xy}-\frac{y^2}{xy+y^2}\right).\frac{x+y}{x^2+xy+y^2} \text{ với } x\neq 0, y\neq 0, x\neq -y.$$

1) Rút gọn biểu thức P.
2) Tính giá trị của biểu thức P biết x, y thỏa mãn đẳng thức:
$$x^2+y^2+10=2(x-3y).$$

Bài 3. *(4 điểm)*

1) Giải phương trình: $(6x+8)(6x+6)(6x+7)^2=72$.

2) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2+x+3=y^2$.

Bài 4. *(2 điểm)* Cho các số a, b, c thỏa mãn $1\geq a,b,c\geq 0$. Chứng minh rằng :

$$a+b^2+c^3-ab-bc-ca\leq 1.$$

Bài 5. *(5,5 điểm)*

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a, biết hai đường chéo cắt nhau tại O. Lấy điểm I thuộc cạnh AB, điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\widehat{IOM}=90^0$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi N là giao điểm của AM và CD, K là giao điểm của OM và BN.

1) Chứng minh ΔBIO = ΔCMO và tính diện tích tứ giác BIOM theo a.
2) Chứng minh $\widehat{BKM}=\widehat{BCO}$.
3) Chứng minh $\frac{1}{CD^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}$.

Bài 6. *(1,5 điểm)*

Cho tam giác ABC (AB < AC), trọng tâm G. Qua G vẽ đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC thứ tự ở D và E. Tính giá trị biểu thức $\frac{AB}{AD}+\frac{AC}{AE}$.

.

Họ và tên thí sinh: …… Họ, tên chữ ký GT 1: ……

Số báo danh:…… Họ, tên chữ ký GT 2: ……

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 8

I. Hướng dẫn chung:

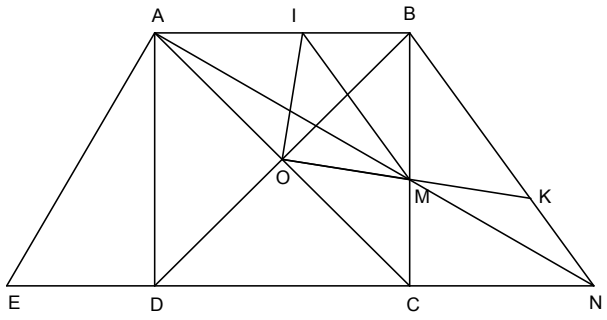
1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì vẫn cho điểm tối đa.

2) Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu và không làm tròn.

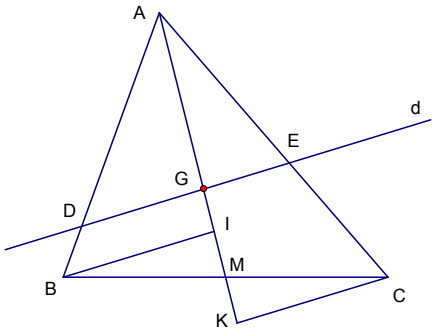
II. Đáp án và thang điểm:

Bài	*Ý*	*Nội dung trình bày*	*Điểm*
1. (3đ)	1) *(0,5đ)*	Chứng minh : $(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)=x^4-y^4$.	
		Ta có: $(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)$ $= x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+x^3y-x^2y^2+xy^3-y^4$	0,25
		$= x^4-y^4$ Vậy đẳng thức được chứng minh.	0,25
	2) *(1đ)*	Phân tích đa thức thành nhân tử : $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$.	
		Ta có: $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=(x^2+2x)(x^2+2x+2)+1$	0,25
		$=(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1$	0,25
		$=(x^2+2x+1)^2$	0,25
		$=(x+1)^4$	0,25
	3) *(1,5đ)*	Tìm *a, b, c* biết : $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ và $a^8+b^8+c^8=3$.	
		Biến đổi $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ về $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$	0,5
		Lập luận suy ra a = b = c	0,25
		Thay vào a = b = c vào $a^8+b^8+c^8=3$ ta có $3a^8=3\Leftrightarrow a^8=1\Leftrightarrow a=\pm 1$.	0,5
		Vậy a = b = c = 1 và a = b = c = -1.	0,25
2. (4đ)	1) *(2đ)*	Với $x\neq 0, y\neq 0, x\neq -y$ ta có: $P=\frac{2}{x}-\left(\frac{x^2y-(x^2-y^2)(x+y)-xy^2}{xy(x+y)}\right).\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$	0,5
		$=\frac{2}{x}-\frac{xy(x-y)-(x-y).(x+y)^2}{xy(x+y)}.\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$	0,5
		$=\frac{2}{x}+\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{xy(x+y)}.\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$	0,5
		$=\frac{2}{x}+\frac{x-y}{xy}$	0,25
		$=\frac{x+y}{xy}$	0,25
	2) *(2đ)*	Ta có: $x^2+y^2+10=2(x-3y)$ $\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+6y+9=0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+3)^2=0$	0,5
		Lập luận suy ra $x=1; y=-3$	0,5
		Ta thấy x = 1; y = -3 thỏa mãn điều kiện: $x\neq 0, y\neq 0, x\neq -y$	1,0

thuvientoanhoc.com

		nên thay x = 1; y =- 3 vào biểu thức P = $\frac{x+y}{xy}$ ta có: P= $\frac{1+(-3)}{1.(-3)}=\frac{2}{3}$	
3. (4đ)	1) *(2đ)*	Giải phương trình: $(6x+8)(6x+6)(6x+7)^2=72$	
		Đặt $6x+7=t$. Ta có $(t+1)(t-1)t^2=72\Leftrightarrow(t^2-1)t^2=72\Leftrightarrow t^4-t^2-72=0$	0,5
		$\Leftrightarrow t^4-9t^2+8t^2-72=0\Leftrightarrow t^2(t^2-9)+8(t^2-9)=0\Leftrightarrow(t^2-9)(t^2+8)=0$	0,5
		Mà $t^2+8>0$ nên $t^2-9=0\Leftrightarrow t^2=9\Leftrightarrow t=\pm3$	0,5
		Từ đó tìm được $x=-\frac{2}{3}$ hoặc $x=-\frac{5}{3}$. Vậy phương trình có tập nghiệm là S = $\left\{\frac{-2}{3};\frac{-5}{3}\right\}$.	0,5
	2) *(2đ)*	$x^2+x+3=y^2\Leftrightarrow 4x^2+4x+12=4y^2\Leftrightarrow(2x+1)^2-4y^2=-11$	0, 25
		$\Leftrightarrow(2x+2y+1)(2x-2y+1)=-11$	0,25
		Do x, y nguyên nên $2x+2y+1$ và $2x-2y+1$ là các số nguyên	0,25
		Do đo xảy ra các trường hợp sau $2x+2y+1$=1 và $2x-2y+1$ = -11. Tìm được x =-3 và y = 3	0,25
		$2x+2y+1$=-1 và $2x-2y+1$ = 11. Tìm được x = 2 và y = -3	0,25
		$2x+2y+1$=11 và $2x-2y+1$ = -1. Tìm được x = 2 và y = 3	0,25
		$2x+2y+1$= -11 và $2x-2y+1$ = 1. Tìm được x = -3 và y = - 3	0,25
		KL:……..	0,25
4. (2đ)		Cho các số $a, b, c \in [0;1]$. Chứng minh rằng : $a+b^2+c^3-ab-bc-ca\le 1$.	
		Vì b, c $\in[0;1]$ nên suy ra $b^2\le b$; $c^3\le c$.	0,25
		Do đó: a + b^2 + c^3 – ab – bc – ca ≤ a + b + c – ab – bc – ca (1).	0,5
		Lại có: a + b + c – ab – bc – ca = (a – 1)(b – 1)(c – 1) – abc + 1 (2)	0,5
		Vì a, b, c $\in[0;1]$ nên (a – 1)(b – 1)(c – 1) ≤ 0 ; – abc≤0	0,25
		Do đó từ (2) suy ra a + b + c – ab – bc – ca ≤ 1 (3).	0,25
		Từ (1) và (3) suy ra a + b^2 + c^3 – ab – bc – ca ≤ 1.	0,25
		Hình vẽ:  	
	1)	Xét ΔBIO và ΔCMO có:	1,0

thuvientoanhoc.com

5. (5,5đ)	*(2đ)*	$\widehat{IBO} = \widehat{MCO}$ $(= 45^0)$ (tính chất đường chéo hình vuông) BO = CO (tính chất đường chéo hình vuông) $\widehat{BOI} = \widehat{COM}$ (cùng phụ với $\widehat{BOM}$) $\Rightarrow \Delta BIO = \Delta CMO$ (g.c.g)	
		$\Rightarrow S_{BIO} = S_{CMO}$ mà $S_{BMOI} = S_{BOI} + S_{BMO}$ Do đó $S_{BMOI} = S_{CMO} + S_{BMO} = S_{BOC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{4}a^2$	1,0
	2) *(1,5đ)*	Ta có $\Delta BIO = \Delta CMO$ (cmt) $\Rightarrow$ CM = BI (cặp cạnh tương ứng) $\Rightarrow$ BM = AI Vì CN // AB nên $\frac{BM}{CM} = \frac{AM}{MN} \Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{AM}{MN}$. Từ đó suy ra IM // BN	1,0
		Ta có OI = OM (vì $\Delta BIO = \Delta CMO$) $\Rightarrow \Delta IOM$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{IMO} = \widehat{MIO} = 45^0$ Vì IM // BN $\Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{IMO} = 45^0 \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BCO}$	0,5
	3) *(2đ)*	Qua A kẻ tia Ax vuông góc AN cắt CD tại E. Chứng minh $\Delta ADE = \Delta ABM\,(g.c.g) \Rightarrow AE = AM$	0,5
		Ta có ΔANE vuông tại A có AD $\perp$ NE nên $S_{AEN} = \frac{AD.NE}{2} = \frac{AN.AE}{2} \Rightarrow AD.NE = AN.AE \Rightarrow (AD.NE)^2 = (AN.AE)^2$	0,5
		Áp dụng định lí Pitago vào ΔANE ta có $AN^2 + AE^2 = NE^2$ $\Rightarrow AD^2.(AN^2 + AE^2) = AN^2.AE^2 \Rightarrow \frac{AN^2 + AE^2}{AN^2.AE^2} = \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AD^2}$	0,5
		Mà $AE = AM$ và CD = AD $\Rightarrow \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$	0,5
5. (1,5 đ)		Hình vẽ:  	
		Gọi M là trung điểm của BC. Qua B vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại I, ta có: $\frac{AB}{AD} = \frac{AI}{AG}(1)$	0,25
		Qua C vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại K, ta có: $\frac{AC}{AE} = \frac{AK}{AG}(2)$	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE} = \frac{AI + AK}{AG}(3)$ Mặt khác: AI + AK = (AM - MI) + (AM + MK) = 2AM (4) (vì MI = MK do Δ BMI = Δ CMK)	0,5
		Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE} = \frac{2AM}{AG} = \frac{2AM}{\frac{2}{3}AM} = 3$	0,5

thuvientoanhoc.com