PHÒNG GD&ĐT TAM ĐẢO **ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI**

NĂM HỌC 2014-2015

MÔN: TOÁN 8

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1*(2,0 điểm):*

Cho biểu thức: M= $\left(1-\frac{6-2x^3}{x^6-9}\right).\frac{4}{x^5+3x^2}:\left[\frac{6x^6-24}{x^9+6x^6+9x^3}:\left(\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{x}\right)\right]$

a) Rút gọn M.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để M đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu 2*(2,0 điểm):*

Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $\frac{x-1}{2015}+\frac{x}{2014}+\frac{2}{1006}=\frac{x-3}{2013}+\frac{x}{2012}+\frac{1}{1007}$

b) $\frac{4}{1+y+y^2}+\frac{1}{1-y}\le\frac{2y^2-5}{y^3-1}$

Câu 3*(2,5 điểm):*

a) Cho ba số x,y,z khác không thỏa mãn: $\begin{cases}x+y+z=2015\\\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2015}\end{cases}$

Chứng minh rằng trong ba số x,y,z tồn tại hai số đối nhau.

b) Cho ba số dương a,b,c. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{a+b+c}{2}$

Câu 4*(2,5 điểm):*

Cho hình vuông ABCD có AC cắt BD tại O. M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B, C). Tia AM cắt đường thẳng CD tại N. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho BE = CM.

a) Chứng minh: ΔOEM vuông cân.

b) Chứng minh: ME // BN.

c) Từ C kẻ CH $\perp$ BN (H $\in$ BN). Chứng minh ba điểm O, M, H thẳng hàng.

Câu 5*(1 điểm):*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $5x^2+2y^2+4xy-2x+4y+2015$.

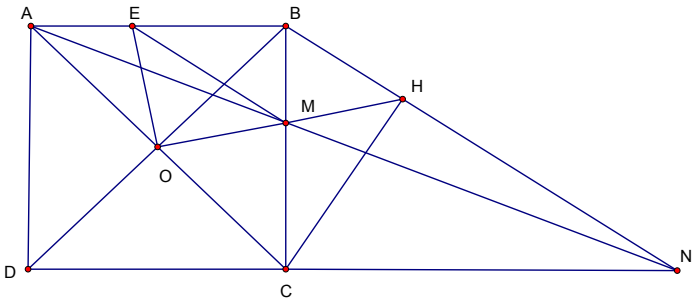
----------Hết----------

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2014 - 2015
Môn: Toán - Lớp 8

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 *(2,0 điểm)*	a	ĐKXĐ: $x \neq 0; x^3 \neq \pm 3; x^3 \neq 2.$	0,25
		$M = \left(1 - \frac{6-2x^3}{x^6-9}\right).\frac{4}{x^5+3x^2} : \left[\frac{6x^6-24}{x^9+6x^6+9x^3} : \left(\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{x}\right)\right]$	
		$= \left(1 + \frac{2(x^3-3)}{(x^3)^2-3^2}\right).\frac{4}{x^2(x^3+3)} : \left[\frac{6\left[(x^3)^2-4\right]}{x^3(x^6+6x^3+9)} : \left(\frac{3(x^3+2)}{2x}\right)\right]$	0,25
		$= \left(1 + \frac{2}{x^3+3}\right).\frac{4}{x^2(x^3+3)} : \left[\frac{6\left[(x^3)^2-4\right]}{x^3(x^3+3)^2}.\frac{2x}{3(x^3+2)}\right]$	0,25
		$= \frac{x^3+5}{x^3+3}.\frac{4}{x^2(x^3+3)}.\frac{x^2.(x^3+3)^2}{4(x^3-2)} = \frac{x^3+5}{x^3-2}$	0,25
	b	Ta có: $M = \frac{x^3+5}{x^3-2} = 1 + \frac{7}{x^3-2}$	0,25
		M có giá trị lớn nhất khi x^3-2 có giá trị nhỏ nhất mà $x \in Z$ nên x^3-2 phải có giá trị nguyên dương nhỏ nhất $\Rightarrow x^3-2 = 6 \Rightarrow x = 2$	0, 5
		Vậy $x = 2$ thì M có giá trị lớn nhất và bằng $\frac{13}{6}$	0,25
2 *(2,0 điểm)*	a	$\frac{x-1}{2015}+\frac{x}{2014}+\frac{2}{1006} = \frac{x-3}{2013}+\frac{x}{2012}+\frac{1}{1007}$	
		$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2015}+\frac{x-2}{2014}+\frac{2}{2014}+\frac{2}{1006} = \frac{x-3}{2013}+\frac{x-4}{2012}+\frac{4}{2012}+\frac{1}{1007}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2015}+\frac{x-2}{2014}+\frac{1}{1007}+\frac{4}{2012} = \frac{x-3}{2013}+\frac{x-4}{2012}+\frac{4}{2012}+\frac{1}{1007}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2015}-1+\frac{x-2}{2014}-1 = \frac{x-3}{2013}-1+\frac{x-4}{2012}-1$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{x-2016}{2015}+\frac{x-2016}{2014} = \frac{x-2016}{2013}+\frac{x-2016}{2012}$	
		$\Leftrightarrow (x-2016)(\frac{1}{2015}+\frac{1}{2014}-\frac{1}{2013}-\frac{1}{2012}) = 0 \Leftrightarrow x = 2016$	0,25
	b	ĐK: $y \neq 1$	
		$\frac{4}{1+y+y^2}+\frac{1}{1-y} \leq \frac{2y^2-5}{y^3-1} \Leftrightarrow \frac{4(1-y)+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1-y)}+\frac{2y^2-5}{1-y^3} \leq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{3y^2-3y}{1-y^3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3y(y-1)}{1-y^3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3y(y-1)}{(1-y)(1+y+y^2)} \leq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{-3y}{1+y+y^2} \leq 0 \Leftrightarrow -3y \leq 0 \Leftrightarrow y \geq 0$	0,25
		Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $\begin{cases} y \geq 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$	0,25

thuvientoanhoc.com

3 *(2,5 điểm)*	a	$(x+y+z)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})=1$ $\Leftrightarrow (x+y+z)(xy+yz+zx)-xyz=0$ $\Leftrightarrow x(xy+xz)+xyz+(y+z)(xy+xz)+yz(y+z)-xyz=0$ $\Leftrightarrow x^2(y+z)+x(y+z)^2+yz(y+z)=0$ $\Leftrightarrow (y+z)(x^2+xy+xz+yz)=0$ $\Leftrightarrow (x+y(y+z)(z+x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ y+z=0 \\ z+x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-y \\ y=-z \\ z=-x \end{array}\right.$ Vậy trong ba số x,y,z tồn tại hai số đối nhau	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	b	Ta có: $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}\ \forall x,y,z>0$ (1) Thật vậy, áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có: $(x+y+z)(\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z})$ $=\left[(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2+(\sqrt{z})^2\right]\left[(\frac{a}{\sqrt{x}})^2+(\frac{b}{\sqrt{y}})^2+(\frac{c}{\sqrt{z}})^2\right]$ $\geq\left[\sqrt{x}.\frac{a}{\sqrt{x}}+\sqrt{y}.\frac{b}{\sqrt{y}}+\sqrt{z}.\frac{c}{\sqrt{z}}\right]^2=(a+b+c)^2$ $\Rightarrow \frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}\ \forall x,y,z>0.$ Áp dụng BĐT (1) ta có: $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\geq\frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)}=\frac{a+b+c}{2}\ \forall a,b,c>0$ $\Rightarrow$ĐPCM. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a=b=c	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
4 *(2,5 điểm)*	a	 Xét ΔOEB và ΔOMC Vì ABCD là hình vuông nên ta có OB = OC	0,25

thuvientoanhoc.com

		Và $\widehat{EBO} = \widehat{MCO} = 45^0$ BE = CM (gt) Suy ra ΔOEB = ΔOMC (c .g.c) $\Rightarrow$ OE = OM và $\widehat{EOB} = \widehat{MOC}$ Lại có $\widehat{O_2} + \widehat{O_3} = \widehat{BOC} = 90^0$ vì tứ giác ABCD là hình vuông $\widehat{EOM} = \widehat{EOB} + \widehat{MOB} = \widehat{MOC} + \widehat{MOB} = \widehat{COB} = 90^0$ kết hợp với OE = OM $\Rightarrow$ ΔOEM vuông cân tại O	0,25 0,25
	b	Từ (gt) tứ giác ABCD là hình vuông $\Rightarrow$ AB = CD và AB // CD + AB // CD $\Rightarrow$ AB // CN $\Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC}$ (Theo ĐL Ta- lét) (*) Mà BE = CM (gt) và AB = CD $\Rightarrow$ AE = BM thay vào (*) Ta có : $\frac{AM}{MN} = \frac{AE}{EB} \Rightarrow$ ME // BN (theo ĐL đảo của ĐL Ta-lét)	0,25 0,25 0,25
	c	Gọi H' là giao điểm của OM và BN Từ ME // BN $\Rightarrow \widehat{OME} = \widehat{MH'B}$ (cặp góc đồng vị) Mà $\widehat{OME} = 45^0$ vì ΔOEM vuông cân tại O $\Rightarrow \widehat{MH'B} = 45^0 = \widehat{MCO}$ $\Rightarrow$ ΔOMC ~ ΔBMH' (g.g) $\Rightarrow \frac{OM}{MB} = \frac{MC}{MH'}$,kết hợp $\widehat{OMB} = \widehat{CMH'}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow$ ΔOMB ~ ΔCMH' (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{MH'C} = 45^0$ Vậy $\widehat{BH'C} = \widehat{BH'M} + \widehat{MH'C} = 90^0 \Rightarrow CH' \perp BN$ Mà CH $\perp$ BN (H $\in$ BN) $\Rightarrow$ H $\equiv$ H' hay 3 điểm O, M, H thẳng hàng	0,5 0,5
5 *(1,0 điểm)*		Ta có: $5x^2 + 2y^2 + 4xy - 2x + 4y + 2015$ $4x^2 + 4xy + y^2 + y^2 + 4y + 4 + x^2 - 2x + 1 + 2010$ $= (2x + y)^2 + (y + 2)^2 + (x - 1)^2 + 2010 \geq 2010 \forall x, y, z$ Vậy Min(A)=2010 $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25 0,5 0,25
		Tổng điểm	10,0

----------Hết----------

thuvientoanhoc.com