UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2015 – 2016
MÔN: TOÁN 8
(Thời gian làm bài 120 phút)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 *(4,0 điểm).*

1. Cho biểu thức A = $\left(\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x-3}+\frac{5-x}{x^2-x-6}\right)\left(x-\frac{6}{x-1}\right)$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x, để A < 0

c) Tìm các số tự nhiên x, thỏa mãn: $A^2 - |A| = 6$

Câu 2 *(5,0 điểm)*

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 4x$ b) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

2. Giải các phương trình sau:

a) $|x-2| + 3x - 9 = 0$

b) $(x^2 - 5x + 1)^2 - 2x^2 + 10x = 1$

Câu 3 *(3,0 điểm).*

1. Cho các số tự nhiên a,b,c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ và a + b + c = 3.
Tính $M = a^{2016} + 2015b^{2015} + 2020c$

2. Cho x > y > 0. Chứng minh: $\frac{x-y}{x+y} < \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

Câu 4 *(6,0 điểm).*

Cho tam giác ABC vuông tại A (AC > AB), đường cao AH (H ∈ BC). Trên tia đối của tia HB lấy điểm D sao cho HD = HA. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại E.

1.Chứng minh CD.CB = CA.CE

2. Tính số đo góc BEC.

3. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Tia AM cắt BC tại G.

Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$

Câu 5 *(2,0 điểm).*

1. Cho các số a, b,c thỏa mãn a + b + c = $\frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = a^2 + b^2 + c^2$

2. Chứng minh biểu thức: $A = 4a(a + b)(a + b + c)(a + c) + b^2c^2 \geq 0$ với mọi a, b, c.

----------Hết----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

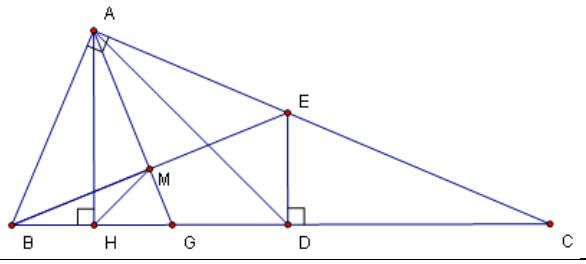
HƯỚNG DẪN CHẤM KSCL HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán 8
Năm học 2015 - 2016

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4 điểm)	**a. (1,25 điểm)**	
	ĐKXĐ: $x \neq 1; x \neq -2; x \neq 3$	**0,25**
	$A = \left(\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-3} + \frac{5-x}{x^2-x-6}\right)\left(x - \frac{6}{x-1}\right)$	
	$= \left[\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-3} + \frac{5-x}{(x+2)(x-3)}\right].\frac{x^2-x-6}{x-1}$	**0,25**
	$= \frac{2(x-3)-(x+2)+(5-x)}{(x+2)(x-3)}.\frac{(x+2)(x-3)}{x-1}$	**0,25**
	$= \frac{2x-6-x-2+5-x}{x-1}$	**0,25**
	$= \frac{-3}{x-1}$	**0,25**
	b. (1,0 điểm)	
	$A < 0$	
	$\Leftrightarrow \frac{-3}{x-1} < 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x - 1 > 0$ (vì $-3 < 0$)	**0,25**
	$\Leftrightarrow x > 1$	**0,25**
	Đối chiếu với điều kiện ta có $x > 1$ và $x \neq 3$ thì thỏa mãn đầu bài	**0,25**
	c. (1,75 điểm)	
	Ta có: $A^2 - \lvert A\rvert = 6 \Leftrightarrow A^2 - \lvert A\rvert - 6 = 0$	**0,25**
	Đặt $\lvert A\rvert = m$ (ĐK: $m \geq 0$). Ta có $m^2 - m - 6 = 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (m + 2)(m - 3) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 (loai) \\ m = 3 \end{array}\right.$	**0,5**
	Với $m = 3$ ta có $\lvert A\rvert = 3$ $\Leftrightarrow \left\lvert\frac{-3}{x-1}\right\rvert = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{\lvert x-1\rvert} = 3$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \lvert x-1\rvert = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$	**0,25**
	Mà x là số tự nhiên và $x \neq 1$; $x \neq -2$; $x \neq 3$ nên $x = 2$; $x = 0$ thỏa mãn. Vậy $x \in \{2; 0\}$ thì thỏa mãn đầu bài.	**0,25**
`	**1. (2 điểm)**	
	a) $x^3 - 4x$	
	$= x(x^2 - 4)$	**0,5**
	$= x(x - 2)(x+2)$	**0,5**
	b) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$	
	$= x^3 - 4x^2 + 4x - x^2 + 4x - 4$	**0,5**
	$= x(x^2 - 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4)$	**0,25**
	$= (x - 1)(x - 2)^2$	**0,25**

thuvientoanhoc.com

Câu 2 (5 điểm)	**2. (3 điểm)**	
	a) $\lvert x-2\rvert+3x-9=0$	
	$\Leftrightarrow \lvert x-2\rvert=9-3x$	**0,25**
	ĐK: $9-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$	**0,25**
	$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=9-3x \\ x-2=3x-9 \end{array}\right.$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x=11 \\ -2x=-7 \end{array}\right.$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{11}{4} \\ x=\dfrac{7}{2}(loai) \end{array}\right.$	**0,25**
	Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \dfrac{11}{4}$	**0,25**
	b) $(x^2-5x+1)^2 - 2x^2+10x=1$	
	$\Leftrightarrow (x^2-5x+1)^2 - 2(x^2-5x+1)+1=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (x^2-5x+1-1)^2=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (x^2-5x)^2=0$	
	$\Leftrightarrow x^2-5x=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x(x-5)=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-5=0 \end{array}\right.$	
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$	**0,25**
	Vậy phương trình có nghiệm $x_1 = 0; x_2 = 5$	**0,25**
Câu 3 (3 điểm)	**1. (1,5 điểm)**	
	Ta có: $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$	
	$\Leftrightarrow 2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ca)=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0 \quad (1)$	**0,25**
	Mà $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi a,b. $(b-c)^2 \geq 0$ với mọi b,c. $(c-a)^2 \geq 0$ với mọi a,c.	**0,25**
	Nên (1) $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} (a-b)^2=0 \\ (b-c)^2=0 \\ (c-a)^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow a=b=c$	**0,25**
	Lại có $a+b+c=3 \Rightarrow a=b=c=1$	**0,25**
	$\Rightarrow M = a^{2016}+2015b^{2015}+2020c$ $= 1+2015.1+2020.1$ $= 4036$	**0,25**
	2. (1,5điểm)	
	Với $x>0; y>0$. Ta có $x+y \neq 0$	**0,25**
	Áp dụng tính chất cơ bản của phân thức ta có: $\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2}$	**0,25**
	$=\dfrac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$ *(1)*	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	Mặt khác : x > 0 ; y > 0 nên $x^2 + 2xy + y^2 > x^2 + y^2$	**0,25**
	$\Rightarrow \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} < \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ *(2)*	**0,25**
	Từ (1) và (2) ta có: $\frac{x-y}{x+y} < \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ (đpcm)	**0,25**
		
	Vẽ chính xác hình ý a	**0,25**
	a) (1,25 điểm)	
	Xét ΔABC và ΔDEC	
	Có $\angle BAC = \angle EDC = 90^0$	**0,25**
	$\angle C$ chung	**0,25**
	$\Rightarrow \Delta ABC$ đồng dạng với ΔDEC (g.g)	**0,25**
	$\Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CE}$	**0,25**
	$\Rightarrow$ CD.CB = CA.CE (Đpcm)	**0,25**
	b) (2,0 điểm)	
	Xét ΔADC và ΔBEC có:	
	$\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ (Chứng minh trên)	**0,25**
	$\angle C$ chung	**0,25**
	$\Rightarrow \Delta ADC$ đồng dạng với ΔBEC (c.g.c)	**0,25**
Câu 4 (6 điểm)	$\Rightarrow \angle BEC = \angle ADC$ (cặp góc tương ứng) (1)	**0,25**
	Lại có: HA = HD (gt)	
	$\Rightarrow \Delta AHD$ vuông cân tại H	**0,25**
	$\Rightarrow \angle ADH = 45^0$	**0,25**
	$\Rightarrow \angle ADC = 135^0$ (2)	**0, 25**
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle BEC = 135^0$	**0,25**
	c) (2,5 điểm)	
	Ta có : $\angle BEC = 135^0$ (cm ý b)	**0 25**
	Mà $\angle BEC + \angle BEA = 180^0$	
	$\Rightarrow \angle BEA = 45^0$	
	$\Rightarrow \Delta ABE$ vuông cân tại A.	**0,5**
	Mà M là trung điểm của BE nên tia AM là tia phân giác của góc BAC	**0,25**
	Suy ra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$ (t/c đường phân giác của tam giác) (3)	**0,25**
	Mà ΔABC đồng dạng với ΔDEC (cm ý a) $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$ (4)	**0,25**
	Lại có ED // AH (Cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow \frac{AH}{HC} = \frac{ED}{DC}$ (hệ quả định lí Talet)	**0,25**
	Mặt khác AH = HD (gt)	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	$\Rightarrow \frac{AH}{HC}=\frac{ED}{DC}=\frac{HD}{HC}$ (5)	
	Từ (3), (4) và (5) $\Rightarrow \frac{GB}{GC}=\frac{HD}{HC}\Rightarrow\frac{GB}{GB+GC}=\frac{HD}{HD+HC}\Rightarrow\frac{GB}{BC}=\frac{HD}{AH+HC}$	**0,5**
Câu 5 (2 điểm)	**1. (1,0 điểm)**	
	Ta có: $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$ với mọi a $\Leftrightarrow a^2-a+\frac{1}{4}\geq 0$ với mọi a $\Leftrightarrow a^2+\frac{1}{4}\geq a$ với mọi a (1)	**0,25**
	Tương tự: $b^2+\frac{1}{4}\geq b$ với mọi b (2)	
	$c^2+\frac{1}{4}\geq c$ với mọi c (3)	
	Cộng vế với vế của (1), (2) và (3) ta được : $a^2+b^2+c^2+\frac{3}{4}\geq a+b+c$.	**0,25**
	Vì $a+b+c=\frac{3}{2}$ nên: P = $a^2+b^2+c^2\geq\frac{3}{4}$ Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = $\frac{1}{2}$.	**0,25**
	Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{3}{4}$ đạt được khi và chỉ khi a = b = c = $\frac{1}{2}$.	**0,25**
	2.(1 điểm)	
	A = 4a(a + b)(a + b + c)(a + c) + b^2c^2	
	= 4 (a + b) (a + c) a (a + b + c) + b^2c^2	**0,25**
	= 4(a^2 + ab + ac + bc)(a^2 + ab + ac) + b^2c^2	**0,25**
	Đặt a^2 + ab + ac = m, ta có:	
	A = 4(m + bc)m + b^2c^2 = 4m^2 + 4mbc + b^2c^2 =(2m + bc)^2	**0,25**
	= (2 a^2 + 2 ab + 2ac + bc)^2 ≥ **0 với mọi a,b,c (đpcm)**	**0,25**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải,bài giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.*
- *Câu 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.*

thuvientoanhoc.com