MHP MATH EDUCATION

BỒI DƯỠNG HỌC SINH

TOÁN 9

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

TẬP MỘT

BẢN HỌC SINH

Chương I. Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Chương II. Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn

Chương III. Căn bậc hai và căn bậc ba • **Chương IV. Hệ thức lượng trong tam giác vuông**

Chương V. Đường tròn

Năm học 2026 – 2027 • Zalo: 0972 234 612

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN .... Trang 3

Bài 1. Khái niệm phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ..... Trang 4
Bài 2. Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ..... Trang 14
Bài 3. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình ..... Trang 25

CHƯƠNG II. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN ..... Trang 35

Bài 4. Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn ..... Trang 36
Bài 5. Bất đẳng thức và tính chất ..... Trang 45
Bài 6. Bất phương trình bậc nhất một ẩn ..... Trang 53

CHƯƠNG III. CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA ..... Trang 62

Bài 7. Căn bậc hai và căn thức bậc hai ..... Trang 63
Bài 8. Khai căn bậc hai với phép nhân và phép chia ..... Trang 72
Bài 9. Biến đổi đơn giản và rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai ..... Trang 81
Bài 10. Căn bậc ba và căn thức bậc ba ..... Trang 91

CHƯƠNG IV. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG ..... Trang 99

Bài 11. Tỉ số lượng giác của góc nhọn ..... Trang 100
Bài 12. Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng ..... Trang 111

CHƯƠNG V. ĐƯỜNG TRÒN ..... Trang 123

Bài 13. Mở đầu về đường tròn ..... Trang 124
Bài 14. Cung và dây của một đường tròn ..... Trang 134
Bài 15. Độ dài của cung tròn. Diện tích hình quạt tròn và hình vành khuyên ..... Trang 143
Bài 16. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn ..... Trang 152
Bài 17. Vị trí tương đối của hai đường tròn ..... Trang 162

Cấu trúc mỗi bài. Phần I – Lý thuyết trọng tâm; Phần II – Bài tập trên lớp (A. Tự luận – kỹ năng giải toán: chia theo dạng, có phương pháp giải và bài nâng cao; B. Đề trắc nghiệm: 12 câu nhiều phương án, 4 câu đúng – sai, 6 câu trả lời ngắn); Phần III – Bài tập về nhà (cấu trúc như Phần II).

CHƯƠNG

I

PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

NỘI DUNG CHƯƠNG

1 Khái niệm phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ..... Trang 4
2 Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ..... Trang 14
3 Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình ..... Trang 25

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG I.
HỆ HAI PT BẬC NHẤT HAI ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 1. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn

- **Phương trình bậc nhất hai ẩn** x và y là hệ thức dạng $ax+by=c$, trong đó a, b, c là các số đã biết ($a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$).
- Nếu $ax_0+by_0=c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $(x_0;y_0)$ được gọi là **một nghiệm** của phương trình $ax+by=c$.
- Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có **vô số nghiệm**.

2. Biểu diễn hình học tập nghiệm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập nghiệm của phương trình $ax+by=c$ được biểu diễn bởi một **đường thẳng**, gọi là đường thẳng $ax+by=c$.

- Nếu $b\neq 0$: đường thẳng $y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b}$; nghiệm tổng quát $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}.\end{cases}$
- Nếu $a\neq 0, b=0$: đường thẳng $x=\dfrac{c}{a}$ song song hoặc trùng với trục Oy; nghiệm tổng quát $\begin{cases}x=\frac{c}{a}\\ y\in\mathbb{R}.\end{cases}$
- Nếu $a=0, b\neq 0$: đường thẳng $y=\dfrac{c}{b}$ song song hoặc trùng với trục Ox; nghiệm tổng quát $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=\frac{c}{b}.\end{cases}$

3. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

- Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ trong đó mỗi phương trình là phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Cặp số $(x_0;y_0)$ là **nghiệm của hệ** nếu nó là nghiệm của **cả hai** phương trình của hệ. Giải hệ là tìm tất cả các nghiệm của hệ.
- Về hình học, mỗi nghiệm của hệ là tọa độ một điểm chung của hai đường thẳng $(d)\colon ax+by=c$ và $(d')\colon a'x+b'y=c'$:
  - (d) cắt (d'): hệ có nghiệm duy nhất;
  - $(d)\ //\ (d')$: hệ vô nghiệm;

– (d) trùng (d'): hệ có vô số nghiệm.

Lưu ý. Muốn kiểm tra một cặp số có là nghiệm của hệ hay không, phải thay vào **cả hai** phương trình; chỉ thoả mãn một phương trình thì chưa phải nghiệm của hệ. Hệ thức $0x+0y=c$ **không** phải phương trình bậc nhất hai ẩn.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Nhận biết phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương pháp. Đưa hệ thức về dạng $ax+by=c$ (các ẩn chỉ có bậc một, không có ẩn ở mẫu hay dưới dấu căn) rồi kiểm tra điều kiện $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$.

Bài 1. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Xác định các hệ số a, b, c của phương trình đó.

a) $2x-3y=5$; **b)** $0x+4y=-8$; **c)** $x^2+y=1$;

d) $0x+0y=2$; **e)** $\sqrt{2}x-y=0$; **f)** $3x+\dfrac{2}{y}=1$.

Bài 2. Tìm m để hệ thức $(m-1)x+(m^2-1)y=3$ là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bài 3. Cho phương trình $(m-3)x+(2m-6)y=m$. Tìm m để đây là phương trình bậc nhất hai ẩn. Với $m=4$, viết nghiệm tổng quát của phương trình.

Dạng 2. Kiểm tra nghiệm. Tìm tham số khi biết nghiệm

Phương pháp. Thay $x=x_0$, $y=y_0$ vào phương trình: nếu hai vế bằng nhau thì $(x_0;y_0)$ là nghiệm. Biết một nghiệm thì thay vào phương trình để được phương trình ẩn là tham số. Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đường thẳng $ax+by=c$ khi và chỉ khi $(x_0;y_0)$ là nghiệm của phương trình.

Bài 4. Cho phương trình $3x+2y=4$ (1).

a) Trong hai cặp số $(1;2)$ và $(2;-1)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình (1)?

b) Tìm y_0 để cặp số $(4;y_0)$ là nghiệm của phương trình (1).

c) Tìm thêm hai nghiệm khác của phương trình (1).

Bài 5. Tìm m trong mỗi trường hợp sau:

a) $(1;2)$ là một nghiệm của phương trình $mx+y-5=0$;

b) điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x+my-6=0$;

c) $(2m;-3)$ là một nghiệm của phương trình $3x+7y-9=0$.

Bài 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\ x+2y=4.\end{cases}$ Trong các cặp số $(2;1)$, $(1;-1)$, $(0;2)$, cặp số nào là nghiệm của hệ?

Bài 7. Tìm a, b để phương trình $ax+by=6$ nhận hai cặp số $(1;2)$ và $(2;1)$ làm nghiệm.

Dạng 3. Nghiệm tổng quát và biểu diễn hình học tập nghiệm

Phương pháp. Biểu diễn một ẩn theo ẩn kia để viết nghiệm tổng quát. Vẽ đường thẳng bằng cách xác định hai điểm thuộc nó (thường là giao điểm với hai trục). Nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng.

Bài 8. Viết nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

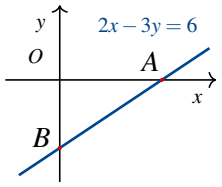
a) $2x-3y=5$; **b)** $0x+y=3$; **c)** $x+0y=-2$.

Bài 9. Vẽ hai đường thẳng $(d_1)\colon x+y=3$ và $(d_2)\colon 2x-y=0$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm M của chúng rồi cho biết nghiệm của hệ $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=0.\end{cases}$

Bài 10. Không giải hệ, dựa vào vị trí của hai đường thẳng, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ sau:

a) $\begin{cases}x-2y=4\\2x-4y=5;\end{cases}$ **b)** $\begin{cases}x+y=2\\2x+2y=4.\end{cases}$

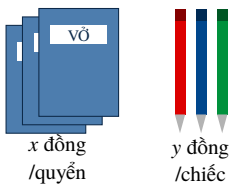
Bài 11. Viết nghiệm tổng quát của phương trình $2x-3y=6$ và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng toạ độ.



Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Gọi ẩn, nêu đơn vị và điều kiện; biểu diễn các đại lượng theo ẩn rồi lập phương trình (hệ phương trình) bậc nhất hai ẩn. Kiểm tra một cặp số bằng cách thay vào.

Bài 12. Hai bạn Dũng và Huy vào siêu thị mua vở và bút bi để ủng hộ học sinh vùng lũ. Dũng mua 5 quyển vở và 3 chiếc bút hết 39 000 đồng; Huy mua 6 quyển vở và 2 chiếc bút hết 42 000 đồng. Gọi giá mỗi quyển vở là x đồng, giá mỗi chiếc bút là y đồng $(x,y>0)$.



a) Viết phương trình biểu thị số tiền mỗi bạn phải trả.

b) Cặp số $(6000;3000)$ có là nghiệm của hệ gồm hai phương trình đó không?

Bài 13. Cô Hạnh có hai khoản đầu tư với lãi suất 8% và 10% mỗi năm, tổng tiền lãi thu được mỗi năm là 160 triệu đồng. Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là số tiền của hai khoản đầu tư $(x,y>0)$. Viết phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị điều kiện trên và chỉ ra ba nghiệm của phương trình.

Bài 14. Giá vé vào một khu vui chơi của người lớn là x nghìn đồng, của trẻ em là y nghìn đồng. Gia đình thứ nhất có 2 người lớn và 3 trẻ em trả 330 nghìn đồng; gia đình thứ hai có 1 người lớn và 2 trẻ em trả 190 nghìn đồng.

a) Lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị các dữ kiện trên.

b) Chứng tỏ giá vé người lớn 90 nghìn đồng, trẻ em 50 nghìn đồng phù hợp với các dữ kiện.

Bài 15. Bạn Lan mua một số quyển vở giá 8 nghìn đồng/quyển và một số cây bút giá 5 nghìn đồng/cây, hết 61 nghìn đồng. Viết phương trình biểu thị số vở x, số bút y đã mua và tìm tất cả các khả năng (mỗi loại mua ít nhất 1).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Tìm nghiệm nguyên: rút một ẩn theo ẩn kia, dùng tính chia hết và giới hạn miền giá trị. Điểm cố định của họ đường thẳng: đưa phương trình về dạng $m\cdot A(x;y)+B(x;y)=0$ đúng với mọi m, khi đó $A=0$ và $B=0$.

Bài 16. Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $2x+5y=24$.

Bài 17. Cho hai phương trình $3x+y=2m+9$ (1) và $x+y=5$ (2), m là tham số.

a) Với $m=-1$, chứng tỏ $(1;4)$ là nghiệm chung của hai phương trình.

b) Tìm nghiệm chung $(x_0;y_0)$ của hai phương trình theo m.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=x_0y_0-2x_0+1$.

Bài 18. Chứng tỏ rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d_m): $(m+1)x-2y=m$ luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm đó.

Bài 19. Tìm điểm M thuộc đường thẳng $3x-2y=4$ sao cho tung độ của M gấp đôi hoành độ.

Bài 20. Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $5x+7y=112$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Phương trình nào sau đây **không** là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $5x-8y=0$ **B.** $0x-0y=3$ **C.** $4x+0y=-2$ **D.** $0x+5y=0$

Câu 2. Hệ thức nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $15x^2+y^2=9$ **B.** $0x+y^2=2$ **C.** $x-0y=9$ **D.** $11x-\sqrt{y}=4$

Câu 3. Nghiệm tổng quát của phương trình $x-2y=4$ là

A. $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=\frac{1}{2}x+2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2y-4\\ y\in\mathbb{R}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2y+4\\ y\in\mathbb{R}\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=x-2\end{cases}$

Câu 4. Phương trình nào dưới đây nhận cặp số $(2;4)$ làm nghiệm?

A. $2x-y=0$ **B.** $x+2y=0$ **C.** $x-y=2$ **D.** $x+2y+1=0$

Câu 5. Trong các cặp số $(-2;1)$, $(0;2)$, $(-1;0)$, $(1{,}5;3)$, $(4;-3)$, có bao nhiêu cặp số **không** là nghiệm của phương trình $3x+5y=-3$?

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 6. Giá trị của a để phương trình $ax-3y=6$ có nghiệm $(1;-2)$ là

A. $a=3$ **B.** $a=2$ **C.** $a=0$ **D.** $a=-3$

Câu 7. Giá trị của x_0 để cặp số $(x_0;-1)$ là nghiệm của phương trình $3x+y=2$ là

A. $x_0=-1$ **B.** $x_0=1$ **C.** $x_0=2$ **D.** $x_0=3$

Câu 8. Nghiệm tổng quát của phương trình $3x-6y=12$ là

A. $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\ x=2y-4\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=\frac{4-x}{2}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ y=\frac{x-4}{6}\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\ x=2y+4\end{cases}$

Câu 9. Cặp số $(-2;-3)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ x-3y=8 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ x-3y=7 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 4x-2y=0 \\ x-3y=5 \end{cases}$

Câu 10. Hệ nào sau đây **không** phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} 3x-y=5 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x-3y=-3 \\ 3x-15=0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} -3y=6 \\ 3x+5y=15 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ 2x+5y=7 \end{cases}$

Câu 11. VDC Số cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $4x+9y=100$ là

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 12. VDC Đường thẳng $(2m-1)x+(m+1)y=3m$ luôn đi qua điểm cố định có toạ độ

A. $(1;1)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(1;-1)$ **D.** $(0;3)$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho phương trình $4x-y=7$.

a) Cặp số $(2;1)$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

b) Phương trình đã cho chỉ có một nghiệm duy nhất.

c) Phương trình đã cho có vô số nghiệm.

d) Nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=ax+b \end{cases}$, khi đó $a-b=3$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho phương trình $2x+y=4$ (I).

a) Phương trình (I) có vô số nghiệm.

b) Các cặp số $(2;0)$ và $(0;-4)$ đều là nghiệm của phương trình (I).

c) Tập nghiệm của (I) được biểu diễn bởi đường thẳng $y=-2x+4$.

d) Đường thẳng $y=-2x+4$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=0. \end{cases}$

a) Cặp số $(1;2)$ là nghiệm của hệ.

b) Cặp số $(3;0)$ là nghiệm của hệ.

c) Hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm hai phương trình cắt nhau tại $M(1;2)$.

d) Đường thẳng $x+y=3$ song song với trục Ox.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Bạn An mua x chiếc bút (giá 5 nghìn đồng/chiếc) và y quyển vở (giá 8 nghìn đồng/quyển), $x, y \in \mathbb{N}^*$, hết đúng 100 nghìn đồng.

a) Ta có phương trình $5x+8y=100$.

b) Cặp số $(4;10)$ thoả mãn bài toán.

c) Nếu An mua 12 chiếc bút thì mua được 6 quyển vở.

d) An có đúng 3 cách mua.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tìm y_0 để cặp số $(-1;y_0)$ là nghiệm của phương trình $2x+3y=7$.

Trả lời: ☐

Câu 18. Nghiệm tổng quát của phương trình $2x-y=4$ là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y=ax+b. \end{cases}$ Tính tích $a \cdot b$.

Trả lời: ☐

Câu 19. Hai phương trình $mx-y=2$ và $3x+ny=10$ có nghiệm chung $(2;-4)$. Tính $T=m^{2025}+n$.

Trả lời: ☐

Câu 20. Phương trình $x+2y=10$ có bao nhiêu nghiệm là cặp số tự nhiên?

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Phương trình $ax+by=7$ nhận $(1;3)$ và $(2;-1)$ làm nghiệm. Tính $a+b$.

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Có bao nhiêu cách trả đúng 120 nghìn đồng bằng các tờ 20 nghìn và 50 nghìn đồng (có thể không dùng một loại)?

Trả lời: ☐

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Nhận biết phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Xác định các hệ số a, b, c của phương trình đó.

a) $3x+5y=-3$; **b)** $0x-2y=5$; **c)** $-4x+0y=5$; **d)** $0x+0y=7$.

Bài 2. Tìm m để hệ thức $(m^2-4)x+(m-2)y=5$ là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bài 3. Trong các hệ sau, hệ nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

a) $\begin{cases}2x-y=1\\0x+3y=2\end{cases}$; **b)** $\begin{cases}x^2+y=1\\x-y=3\end{cases}$; **c)** $\begin{cases}0x+0y=1\\x+y=2\end{cases}$; **d)** $\begin{cases}\sqrt{2}x-y=0\\x+\dfrac{y}{3}=1\end{cases}$.

Dạng 2. Kiểm tra nghiệm. Tìm tham số khi biết nghiệm

Bài 4. Trong các cặp số $(1;-1)$, $(4;0)$, $(-2;1)$, $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{6}\right)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình $x-3y=4$?

Bài 5. Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases}ax+y=5\\x-by=-1\end{cases}$ có nghiệm $(2;1)$.

Bài 6. Biết cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}ax+y=3\\x-by=4\end{cases}$. Tìm a, b.

Dạng 3. Nghiệm tổng quát và biểu diễn hình học tập nghiệm

Bài 7. Viết nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

a) $x+2y=4$; **b)** $2x+0y=6$; **c)** $0x-3y=6$.

Bài 8. Vẽ hai đường thẳng $x-y=1$ và $x+y=3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, từ đó tìm nghiệm của hệ $\begin{cases}x-y=1\\x+y=3.\end{cases}$

Bài 9. Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng $3x+y=7$ với hai trục toạ độ.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 10. Trong một trận bóng rổ, một đội ghi được x quả 2 điểm và y quả 3 điểm, tổng cộng 64 điểm $(x,y\in\mathbb{N})$.

a) Viết phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị dữ kiện trên.

b) Trong các cặp số $(20;8)$, $(17;10)$, $(25;5)$, cặp nào phù hợp với kết quả trận đấu?

Bài 11. Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hoá học đã được cân bằng: $4\mathrm{P}+x\mathrm{O}_2\longrightarrow y\mathrm{P}_2\mathrm{O}_5$.

Bài 12. Có bao nhiêu cách đổi tờ 100 nghìn đồng thành các tờ 10 nghìn đồng và 20 nghìn đồng (mỗi loại ít nhất một tờ)?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 13. Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $3x+7y=40$.

Bài 14. Chứng tỏ rằng đường thẳng $(m-2)x+(m+1)y=3m$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.

Bài 15. Tìm điểm thuộc đường thẳng $2x+3y=12$ có hoành độ bằng tung độ.

Bài 16. Chứng minh rằng đường thẳng $(m+1)x-my=2m+1$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi m. Tìm điểm đó.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Hệ thức nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2-y=0$ **B.** $0x+y=3$ **C.** $x^2-3x=1$ **D.** $0x+0y=2$

Câu 2. Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $7x-3y-11=0$ **B.** $x-\sqrt{5}y=8$ **C.** $2x-5y=0$ **D.** $x^2-y=3$

Câu 3. Cặp số $(-1;2)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $x+y=-1$ **B.** $2x+y=0$ **C.** $-4x+y=-6$ **D.** $2x-3y=8$

Câu 4. Cặp số $(-2;4)$ là nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x-2y=0$ **B.** $x-y=2$ **C.** $2x+y=0$ **D.** $x+2y+1=0$

Câu 5. Nghiệm tổng quát của phương trình $0x+4y=-16$ là

A. $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=4\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\x=-4\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\x=4\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=-4\end{cases}$

Câu 6. Nghiệm tổng quát của phương trình $2x-3y=-12$ là

A. $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\x=\frac{3}{2}y-6\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=\frac{2}{3}x-4\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=-\frac{2}{3}x+4\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\x=-\frac{3}{2}y-6\end{cases}$

Câu 7. Một nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x-2y=-1$ là

A. $\left(\frac{1}{2};-2\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$ **C.** $(-2;0)$ **D.** $(0;0)$

Câu 8. Hệ phương trình nào dưới đây là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases}3x-y=4\\x+0y=-1\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}2x+y=0\\x-y^2=5\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x-2y=1\\0x+0y=4\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x+3y=11\\x+2z=-7\end{cases}$

Câu 9. Giá trị của m để phương trình $(m-3)x+2y=5$ nhận $(2;1)$ làm nghiệm là

A. 2 **B.** 3 **C.** $\frac{9}{2}$ **D.** $-\frac{9}{2}$

Câu 10. Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình $0x+2y=6$

A. song song với trục Oy **B.** song song với trục Ox

C. đi qua gốc tọa độ **D.** trùng với trục Ox

Câu 11. VDC Cho x, y nguyên dương thoả mãn $3x+5y=47$. Giá trị lớn nhất của $x+y$ là

A. 14 **B.** 13 **C.** 11 **D.** 15

Câu 12. VDC Hai đường thẳng $2x-y=1$ và $x+my=3$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1 khi

A. $m=1$ **B.** $m=2$ **C.** $m=3$ **D.** $m=-2$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Phương trình $2x+5y=7$ có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=ax+b. \end{cases}$

a) Cặp số $(1;-1)$ là nghiệm của phương trình.

b) Chuyển vế ta được $5y=-2x+7$.

c) Hệ số $a=-0{,}4$.

d) Hệ số $b=7$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Phương trình $x-3y=4$ có nghiệm tổng quát $\begin{cases} y\in\mathbb{R} \\ x=4+ay. \end{cases}$

a) Cặp số $(1;-1)$ là nghiệm của phương trình.

b) Cặp số $\left(\frac{1}{2};-\frac{7}{6}\right)$ là nghiệm của phương trình.

c) Chuyển vế ta được $x=-3y+4$.

d) Hệ số $a=3$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3. \end{cases}$

a) Cặp số $(2;1)$ là nghiệm của hệ.

b) Cặp số $(1;0)$ là nghiệm của hệ.

c) Hai đường thẳng $x-y=1$ và $x+y=3$ cắt nhau tại điểm $(2;1)$.

d) Đường thẳng $x+y=3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Giá vé vào cổng một khu du lịch: người lớn x nghìn đồng, trẻ em y nghìn đồng. Đoàn thứ nhất có 3 người lớn và 2 trẻ em trả 160 nghìn đồng; đoàn thứ hai có 2 người lớn và 4 trẻ em trả 160 nghìn đồng.

a) Dữ kiện của đoàn thứ nhất cho phương trình $3x+2y=160$.

b) Dữ kiện của đoàn thứ hai cho phương trình $x+2y=80$.

c) Cặp số $(40;20)$ thoả mãn cả hai phương trình.

d) Với giá vé trên, giá vé trẻ em bằng $\dfrac{2}{3}$ giá vé người lớn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tìm m để cặp số $(1;-2)$ là nghiệm của phương trình $x-y-m=0$.

Trả lời:

Câu 18. Điểm $(3;y_0)$ thuộc đường thẳng $2x-5y=1$. Tìm y_0.

Trả lời:

Câu 19. Nghiệm tổng quát của phương trình $3x+2y=6$ là $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=ax+b. \end{cases}$ Tính $a+b$ (viết dưới dạng số thập phân).

Trả lời:

Câu 20. Tìm m để đường thẳng $4x+my=6$ đi qua điểm $A(0;3)$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Đường thẳng $mx+(2m-1)y=3$ luôn đi qua điểm cố định $(x_0;y_0)$ với mọi m. Tính x_0-y_0.

Trả lời:

Câu 22. VDC Phương trình $7x+4y=100$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG I.
HỆ HAI PT BẬC NHẤT HAI ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 2. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Giải hệ bằng phương pháp thế

- **Bước 1.** Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia (nên chọn ẩn có hệ số bằng 1 hoặc -1).
- **Bước 2.** Thế biểu thức vừa tìm được vào phương trình còn lại để được phương trình một ẩn. Giải phương trình đó.
- **Bước 3.** Thay giá trị vừa tìm được vào biểu thức ở Bước 1 để tìm ẩn còn lại, rồi kết luận nghiệm.

2. Giải hệ bằng phương pháp cộng đại số

- **Bước 1.** Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho hệ số của cùng một ẩn trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau.
- **Bước 2.** Cộng (hay trừ) từng vế hai phương trình để được phương trình một ẩn. Giải phương trình đó.
- **Bước 3.** Thay giá trị tìm được vào một phương trình của hệ để tìm ẩn còn lại, rồi kết luận nghiệm.

3. Số nghiệm của hệ. Giải hệ bằng máy tính cầm tay

- Nếu trong quá trình giải xuất hiện phương trình dạng $0x = c$ (hoặc $0y = c$):
  - $c \neq 0$: hệ **vô nghiệm**;
  - $c = 0$: hệ có **vô số nghiệm**, tập nghiệm là tập nghiệm của một phương trình trong hệ.
- **Mở rộng.** Với hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có các hệ số a', b', c' khác 0:
  - $\dfrac{a}{a'} \neq \dfrac{b}{b'}$: hệ có nghiệm duy nhất;
  - $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} \neq \dfrac{c}{c'}$: hệ vô nghiệm;
  - $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$: hệ có vô số nghiệm.
- Có thể dùng máy tính cầm tay (chức năng giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn) để tìm hoặc kiểm tra nghiệm.

Lưu ý. Phương pháp thế thuận lợi khi có một ẩn mang hệ số 1 hoặc -1; phương pháp cộng đại số thuận lợi khi hệ số của một ẩn ở hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau. Với hệ chứa ẩn ở mẫu, phải nêu điều kiện xác định và đối chiếu điều kiện trước khi kết luận.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Giải hệ bằng phương pháp thế

Phương pháp. Rút một ẩn (có hệ số ± 1) từ một phương trình, thế vào phương trình còn lại. Nếu được $0x = c$ $(c \neq 0)$ thì hệ vô nghiệm; nếu được $0x = 0$ thì hệ có vô số nghiệm.

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2; \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4; \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ -18x + 9y = 0. \end{cases}$

Bài 2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế: $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$.

Dạng 2. Giải hệ bằng phương pháp cộng đại số

Phương pháp. Nhân để hệ số của một ẩn ở hai phương trình bằng nhau (rồi trừ vế) hoặc đối nhau (rồi cộng vế). Với hệ số thập phân, nên nhân để đưa về hệ số nguyên trước.

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1; \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4; \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 0{,}3x + 0{,}5y = 3 \\ 1{,}5x - 2y = 1{,}5. \end{cases}$

Bài 4. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số: $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$.

Dạng 3. Hệ đưa được về hệ bậc nhất hai ẩn. Đặt ẩn phụ

Phương pháp. Thu gọn từng phương trình (bỏ ngoặc, chuyển vế) để đưa về dạng $ax + by = c$. Với hệ có biểu thức lặp lại như $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$, đặt ẩn phụ $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$ (kèm điều kiện) rồi giải hệ theo u, v.

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5; \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} (x+5)(y-3)=xy+1 \\ (x-2)(y+4)=xy-6. \end{cases}$

Bài 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{y}=3 \\ \dfrac{9}{x}-\dfrac{10}{y}=1. \end{cases}$

Bài 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$.

Dạng 4. Hệ chứa tham số. Tìm hệ số

Phương pháp. Thay giá trị tham số rồi giải hệ. Biết nghiệm thì thay vào cả hai phương trình để được hệ ẩn là tham số. Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm cho trước: thay tọa độ hai điểm, được hệ ẩn a, b.

Bài 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ -2m^2x+9y=3(m+3) \end{cases}$ (m là tham số). Giải hệ trong mỗi trường hợp: a) $m=-2$; b) $m=-3$.

Bài 9. Xác định a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} 4x+ay=6 \\ bx-2ay=8 \end{cases}$ có nghiệm $(1;-1)$.

Bài 10. Tìm a, b để đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm $A(1;3)$ và $B(2;5)$.

Bài 11. Cho hai đường thẳng (d_1): $mx-2(3n+2)y=6$ và (d_2): $(3m-1)x+2ny=56$. Tìm m, n để (d_1), (d_2) cắt nhau tại $I(2;-5)$.

Bài 12. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 4x+my=2 \end{cases}$ vô nghiệm.

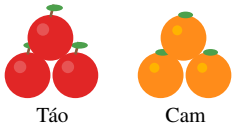
Bài 13. Tìm a, b để hệ $\begin{cases} 2ax+y=b \\ ax-by=4 \end{cases}$ có nghiệm $(1;2)$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp. Lập hệ từ các dữ kiện (giá tiền, số nguyên tử, …) rồi giải bằng phương pháp thích hợp; đối chiếu điều kiện của ẩn.

Bài 14. Tìm các hệ số x, y để cân bằng phản ứng hoá học: $x\mathrm{Fe_3O_4}+\mathrm{O_2} \longrightarrow y\mathrm{Fe_2O_3}$.

Bài 15. Mẹ Lan mua 3 kg táo và 2 kg cam hết 210 nghìn đồng. Lần sau, mẹ mua 2 kg táo và 5 kg cam hết 250 nghìn đồng. Tính giá mỗi ki-lô-gam táo và mỗi ki-lô-gam cam (giá không đổi giữa hai lần mua).


Táo Cam

Bài 16. Cân bằng phương trình hoá học $x\mathrm{Fe}+y\mathrm{O_2} \longrightarrow 2\mathrm{Fe_2O_3}$.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Giải hệ theo tham số để biểu diễn x, y theo m; sau đó dùng điều kiện đề bài (bất đẳng thức, số nguyên, giá trị nhỏ nhất …). Với hệ chứa giá trị tuyệt đối, coi $|x|$ là một ẩn phụ không âm.

Bài 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-y=m+1 \\ 2x+y=5m+2 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Giải hệ theo m.

b) Tìm các số nguyên m để hệ có nghiệm $(x;y)$ thoả mãn $x \geq -1$ và $y<3$.

c) Tìm m để x^2+y^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 18. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=1 \\ mx-y=-m \end{cases}$ (m là tham số). Chứng minh hệ luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ và giá trị của x^2+y^2 không phụ thuộc vào m.

Bài 19. Tìm m để hai đường thẳng $2x+y=4$ và $mx-y=1$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

Bài 20. Giải hệ phương trình $\begin{cases} |x|+y=3 \\ 2|x|-y=0. \end{cases}$

Bài 21. Cho hệ $\begin{cases} x+y=2m \\ x-y=2 \end{cases}$. Tìm m để nghiệm $(x;y)$ của hệ thoả mãn x^2+y^2 nhỏ nhất.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Hệ nào sau đây **không** phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} 2x=-3 \\ 5x+4y=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x+2y=1 \\ -3y=3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2x+y=-3 \\ 0x+0y=3 \end{cases}$

Câu 2. Cặp số $(a;b)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-y=1 \\ -2x+5y=3. \end{cases}$ Giá trị của $-a+3b$ là

A. 0 **B.** 2 **C.** -1 **D.** -3

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$ là

A. $(1;3)$ **B.** $(2;2)$ **C.** $(3;1)$ **D.** $(3;-1)$

Câu 4. Giá trị của k để hệ phương trình $\begin{cases} 2x-7y=-3 \\ -2x+ky=-2 \end{cases}$ vô nghiệm là

A. $k=-7$ **B.** $k=7$ **C.** $-7<k<7$ **D.** $k>7$

Câu 5. Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2x+by=a \\ bx+ay=5 \end{cases}$ có nghiệm $x=1$, $y=3$. Giá trị của $10(a+b)$ là

A. 16 **B.** 15 **C.** 14 **D.** 17

Câu 6. Cặp số $(1;-2)$ **không** là nghiệm của hệ phương trình nào dưới đây?

A. $\begin{cases}3x+y=1\\3x-y=5\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x+2y=-3\\2x-y=4\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}2x+y=0\\x-y=3\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}2x-y=4\\x+y=-3\end{cases}$

Câu 7. Hệ phương trình $\begin{cases}x-5y=6\\2x+7y=-5\end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Giá trị của $2x_0-11y_0$ là

A. 12 **B.** 13 **C.** 14 **D.** 15

Câu 8. Biết $(x_0;y_0)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}5x+y=23\\x-6y=17.\end{cases}$ Giá trị của x_0+y_0 là

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5

Câu 9. Hệ phương trình $\begin{cases}ax-by=-2\\ax+by=10\end{cases}$ có nghiệm $(-1;2)$. Giá trị của $2a+b$ là

A. 5 **B.** -2 **C.** -5 **D.** -10

Câu 10. Phương trình nào dưới đây kết hợp với phương trình $x+y=1$ để được một hệ phương trình có vô số nghiệm?

A. $2x+2y=1$ **B.** $3x+3y=4$ **C.** $x-y=1$ **D.** $3x+3y=3$

Câu 11. VDC Các số nguyên m để hệ $\begin{cases}x+my=1\\mx+y=1\end{cases}$ có nghiệm duy nhất là các số nguyên là

A. $\{0;2\}$ **B.** $\{0;-2\}$ **C.** $\{-2;2\}$ **D.** $\{0\}$

Câu 12. VDC Cho hệ $\begin{cases}x+y=m+1\\x-y=3m-1\end{cases}$. Tích xy đạt giá trị lớn nhất khi

A. $m=1$ **B.** $m=\dfrac{1}{2}$ **C.** $m=0$ **D.** $m=2$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=4\\x-2y=6\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$.

a) Từ phương trình thứ nhất ta có $y=4-3x$.

b) Thế vào phương trình thứ hai ta được $7x=14$.

c) Nghiệm của hệ là $(2;2)$.

d) $x_0+2y_0=-2$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+y=3\\x+y=1\end{cases}$ (m là tham số).

a) Với $m=2$, hệ có nghiệm $(2;-1)$.

b) Với $m=1$, hệ vô nghiệm.

c) Với $m \neq 1$, hệ có nghiệm duy nhất với $x = \dfrac{2}{m+1}$.

d) Có đúng 3 giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với x là số nguyên.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Mua 2 chiếc bút và 3 quyển vở hết 34 nghìn đồng; mua 3 chiếc bút và 2 quyển vở hết 31 nghìn đồng. Gọi giá mỗi chiếc bút là x, mỗi quyển vở là y (nghìn đồng).

a) Ta có phương trình $2x+3y=34$.

b) Cộng từng vế hai phương trình rồi chia cho 5 ta được $x+y=12$.

c) Giá mỗi quyển vở là 8 nghìn đồng.

d) Mua 4 chiếc bút và 5 quyển vở hết 62 nghìn đồng.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\ mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số).

a) Hệ luôn có nghiệm duy nhất với mọi m.

b) Nghiệm của hệ có $x=m-1$.

c) Giá trị lớn nhất của y bằng 2.

d) Khi $m=3$ thì $x+y=2$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Hệ $\begin{cases}x+y=7\\ x-y=1\end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Tính $x_0 \cdot y_0$.

Trả lời: ☐

Câu 18. Hệ $\begin{cases}3x+2y=12\\ x-y=-1\end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Tính $2x_0+y_0$.

Trả lời: ☐

Câu 19. Tìm a để ba đường thẳng $x-y=1$, $x+y=3$, $2x+ay=1$ cùng đi qua một điểm.

Trả lời: ☐

Câu 20. Hệ $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6}\\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tính $x\cdot y$.

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Giải hệ $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{2}{x-1}-\dfrac{3}{y}=-1\end{cases}$ rồi tính $x+y$.

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Cân bằng $x\mathrm{P}+y\mathrm{O_2}\longrightarrow 2\mathrm{P_2O_5}$. Tính $x+y$.

Trả lời: ☐

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Giải hệ bằng phương pháp thế

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases}x=3y\\ 2x-y=10;\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x+y=4\\ 3x-y=1;\end{cases}$ c) $\begin{cases}x-2y=4\\ 2x-4y=5.\end{cases}$

Bài 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=1\\ x+y=7\end{cases}$.

Dạng 2. Giải hệ bằng phương pháp cộng đại số

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases}2x+5y=8\\ 2x-3y=0;\end{cases}$ b) $\begin{cases}3x+4y=-5\\ 5x-2y=9;\end{cases}$ c) $\begin{cases}0{,}2x+0{,}1y=0{,}3\\ 3x+y=5.\end{cases}$

Bài 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}0{,}3x+0{,}5y=3\\ 1{,}5x-2y=1{,}5\end{cases}$.

Dạng 3. Hệ đưa được về hệ bậc nhất hai ẩn. Đặt ẩn phụ

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases}2(x+y)+(x-y)=5\\ 3(x+1)-2(y-1)=4;\end{cases}$ b) $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=2\\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1.\end{cases}$

Bài 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \end{cases}$.

Dạng 4. Hệ chứa tham số. Tìm hệ số

Bài 7. Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=3 \\ 2ax-3by=36 \end{cases}$ có nghiệm $(3;-2)$.

Bài 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+4y=10 \\ x+my=5. \end{cases}$ Tìm m để hệ: a) có vô số nghiệm; b) vô nghiệm; c) có nghiệm duy nhất.

Bài 9. Cho hệ $\begin{cases} mx+y=2 \\ x+my=2 \end{cases}$. Giải hệ khi $m \neq \pm 1$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 10. Xác định a, b để đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(3;-3)$.

Bài 11. Một cửa hàng bán hai loại bánh. Mua 3 chiếc bánh loại A và 2 chiếc bánh loại B hết 79 nghìn đồng; mua 2 chiếc loại A và 5 chiếc loại B hết 104 nghìn đồng. Tính giá mỗi loại bánh.

Bài 12. Mua 3 kg táo và 2 kg cam hết 170 nghìn đồng; mua 2 kg táo và 3 kg cam hết 155 nghìn đồng. Tính giá mỗi ki-lô-gam táo, cam.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x-y=3m-1 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Tìm m để hệ có nghiệm thoả mãn $x=2y$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của tích xy.

Bài 14. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2|x|+3y=7 \\ |x|-2y=0. \end{cases}$

Bài 15. Tìm các số nguyên m để hệ $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là các số nguyên.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Hệ nào dưới đây là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x^2-2y=0 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+3y^2=1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} xy-2y=0 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

Câu 2. Phương trình $2x+y=1$ kết hợp với phương trình nào dưới đây để được một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $3x-y=5$ **B.** $2x+3y^2=0$ **C.** $xy-x=1$ **D.** $3x+2y^3=1$

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=2 \end{cases}$ là

A. $(1;3)$ **B.** $(3;1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-3;1)$

Câu 4. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ là

A. $(-2;1)$ **B.** $(2;-1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(1;-2)$

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x-4y=2 \end{cases}$

A. vô nghiệm **B.** có nghiệm duy nhất

C. có vô số nghiệm **D.** có đúng hai nghiệm

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=5 \end{cases}$

A. vô nghiệm **B.** có nghiệm duy nhất

C. có vô số nghiệm **D.** có đúng hai nghiệm

Câu 7. Với giá trị nào của a, b thì hệ $\begin{cases} ax-2y=1 \\ x+by=-2 \end{cases}$ nhận cặp số $(-2;-1)$ làm nghiệm?

A. $a=2, b=0$ **B.** $a=\dfrac{1}{2}, b=0$ **C.** $a=\dfrac{1}{2}, b=1$ **D.** $a=\dfrac{1}{2}, b=-1$

Câu 8. Biết hệ $\begin{cases} mx-2y=11 \\ nx+my=3 \end{cases}$ có nghiệm $(3;-1)$. Giá trị của $T=m^2+3n$ là

A. 9 **B.** 12 **C.** 15 **D.** 5

Câu 9. Hệ $\begin{cases} -3x+y=7 \\ 3x-4y=-10 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Giá trị của $T=x_0^2+3y_0$ là

A. 7 **B.** -7 **C.** 1 **D.** -1

Câu 10. Hệ $\begin{cases} ax+5y=11 \\ 2x+by=3 \end{cases}$ có nghiệm $(2;1)$. Giá trị của $A=a^3+b^3-2ab$ là

A. 14 **B.** 32 **C.** 20 **D.** 34

Câu 11. VDC Hệ $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=7 \\ (x+y)+(x-y)=4 \end{cases}$ có nghiệm thoả mãn $x+y$ bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 12. VDC Hệ $\begin{cases} ax-by=5 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ có nghiệm $(1;-1)$. Giá trị $a\cdot b$ là

A. 5 **B.** 6 **C.** 2 **D.** -6

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4. \end{cases}$

a) Cộng từng vế hai phương trình ta được $3x=9$.

b) Hệ có nghiệm $(3;2)$.

c) Nếu $(x_0;y_0)$ là nghiệm của hệ thì $x_0-y_0=-1$.

d) Điểm có tọa độ là nghiệm của hệ thuộc đường thẳng $y=x-1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+my=2 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Với $m=-4$, hệ có vô số nghiệm.

b) Với $m=1$, hệ có nghiệm $(1;0)$.

c) Với $m\neq -4$, hệ có nghiệm duy nhất.

d) Hệ vô nghiệm khi $m=-4$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Theo giá niêm yết, một chiếc áo và một đôi giày có tổng giá 800 nghìn đồng. Trong đợt khuyến mãi, áo giảm 15%, giày giảm 20% nên người mua chỉ phải trả 655 nghìn đồng. Gọi giá niêm yết của áo và giày lần lượt là x, y (nghìn đồng).

a) Ta có $x+y=800$.

b) Số tiền phải trả khi mua một chiếc áo trong đợt khuyến mãi là $0{,}85x$ nghìn đồng.

c) Giá niêm yết của áo là 300 nghìn đồng, của giày là 500 nghìn đồng.

d) Mua 2 chiếc áo và 2 đôi giày trong đợt khuyến mãi hết 1 300 nghìn đồng.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m \\ x-y=2 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Nghiệm của hệ có $x=m+1$.

b) Với $m=3$, hệ có nghiệm $(4;2)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của x^2+y^2 bằng 1.

d) Có hai giá trị của m để $xy = 3$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Hệ $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Tính x_0+y_0.

Trả lời:

Câu 18. Hệ $\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Tính $x_0 \cdot y_0$.

Trả lời:

Câu 19. Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua $A(1;4)$ và $B(-1;0)$. Tính $2a-b$.

Trả lời:

Câu 20. Cân bằng phản ứng $4\,\mathrm{Al}+y\,\mathrm{O_2} \longrightarrow z\,\mathrm{Al_2O_3}$. Tìm y.

Trả lời:

Câu 21. VDC Cho hệ $\begin{cases} x+y=m \\ x-y=4 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của x^2+y^2.

Trả lời:

Câu 22. VDC Mua 2 bút và 3 vở hết 48 nghìn; 3 bút và 2 vở hết 42 nghìn. Giá một quyển vở (nghìn đồng)?

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG I.
HỆ HAI PT BẬC NHẤT HAI ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 3. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

- **Bước 1. Lập hệ phương trình:** chọn hai ẩn, nêu đơn vị và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn; biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết; lập hệ hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- **Bước 2. Giải hệ phương trình** vừa lập.
- **Bước 3. Kết luận:** kiểm tra nghiệm của hệ có thoả mãn điều kiện của ẩn hay không rồi trả lời bài toán.

2. Một số kiến thức thường dùng

- **Số có hai chữ số** $\overline{ab} = 10a+b$ $(a,b \in \mathbb{N},\ 1 \le a \le 9,\ 0 \le b \le 9)$.
- **Chuyển động:** quãng đường $=$ vận tốc $\times$ thời gian. Ca nô trên dòng nước: $v_{\text{xuôi}} = v_{\text{thực}} + v_{\text{nước}}$; $v_{\text{ngược}} = v_{\text{thực}} - v_{\text{nước}}$.
- **Công việc, vòi nước:** nếu làm một mình xong công việc trong x (đơn vị thời gian) thì mỗi đơn vị thời gian làm được $\dfrac{1}{x}$ công việc.
- **Phần trăm:** tăng (vượt mức) $a\%$ thì được $(100+a)\%$; giảm $a\%$ thì còn $(100-a)\%$.
- **Hình học:** hình chữ nhật có chiều dài x, chiều rộng y thì chu vi $2(x+y)$, diện tích xy.

Lưu ý. Luôn đặt điều kiện cho ẩn (số tự nhiên, số dương, nhỏ hơn tổng, …) và đổi đơn vị thời gian thống nhất (chẳng hạn 40 phút $= \dfrac{2}{3}$ giờ) trước khi lập hệ.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Toán tìm số

Phương pháp. Gọi hai số cần tìm là x, y (hoặc chữ số hàng chục a, hàng đơn vị b). Phép chia có dư: số bị chia = số chia × thương + số dư (số dư nhỏ hơn số chia).

Bài 1. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 1006, biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

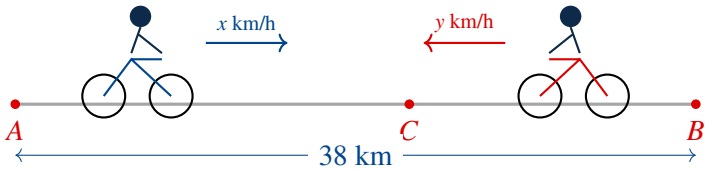
Bài 2. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết tổng các chữ số bằng 10 và nếu đổi chỗ hai chữ số thì được số mới nhỏ hơn số đã cho 36 đơn vị.

Bài 3. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết số đó gấp 4 lần tổng các chữ số của nó và nếu viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số thì được số mới lớn hơn số ban đầu 180 đơn vị.

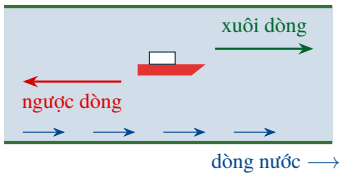
Dạng 2. Toán chuyển động

Phương pháp. Gọi vận tốc (hoặc thời gian) là ẩn. Hai vật đi ngược chiều gặp nhau: tổng quãng đường bằng khoảng cách ban đầu. Ca nô: dùng vận tốc xuôi, ngược dòng; có thể đặt ẩn phụ là nghịch đảo vận tốc.

Bài 4. Hai người đi xe đạp xuất phát cùng lúc từ hai thành phố A và B cách nhau 38 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc của mỗi người, biết vận tốc người đi từ A lớn hơn vận tốc người đi từ B là 3 km/h.



Bài 5. Một ca nô xuôi dòng 108 km rồi ngược dòng 63 km hết 7 giờ. Một lần khác, ca nô đó xuôi dòng 81 km rồi ngược dòng 84 km cũng hết 7 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc dòng nước.

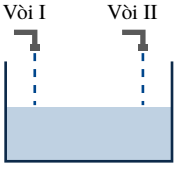


Bài 6. Một chiếc thuyền xuôi dòng 3 giờ được 60 km, ngược dòng 4 giờ được 56 km. Tính vận tốc riêng của thuyền và vận tốc dòng nước.

Dạng 3. Toán làm chung – làm riêng

Phương pháp. Gọi thời gian mỗi đối tượng làm một mình xong việc là x, y. Trong một đơn vị thời gian: làm được $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ công việc; làm chung xong trong t thì $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{t}$.

Bài 7. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 90 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút và vòi thứ hai trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?



Bài 8. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường trong bao lâu?

Bài 9. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 6 ngày thì xong. Nếu người thứ nhất làm 2 ngày rồi người thứ hai làm tiếp 5 ngày thì được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong?

Dạng 4. Toán phần trăm, năng suất

Phương pháp. Biểu diễn số lượng sau khi tăng (giảm) theo phần trăm: x tăng $a\%$ thành $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$. Lập một phương trình về tổng ban đầu và một phương trình về tổng sau khi thay đổi.

Bài 10. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3 600 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái nên cả hai thu hoạch được 4 095 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

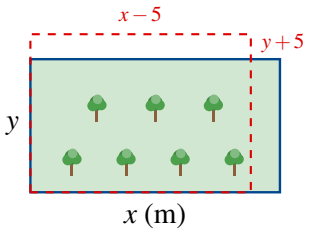
Bài 11. Hai lớp 9A và 9B có tổng cộng 76 học sinh tham gia Tết trồng cây. Mỗi bạn lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi bạn lớp 9B trồng được 4 cây, cả hai lớp trồng được 262 cây. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 12. Năm ngoái hai đơn vị thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay đơn vị A vượt mức 15%, đơn vị B vượt mức 12% nên thu được 819 tấn. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu được bao nhiêu tấn?

Dạng 5. Toán có nội dung hình học và thực tế khác

Phương pháp. Dùng các công thức chu vi, diện tích, nồng độ dung dịch (khối lượng chất tan = nồng độ × khối lượng dung dịch), …để biểu diễn các đại lượng theo ẩn.

Bài 13. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 200 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 5 m và giảm chiều dài đi 5 m thì diện tích khu vườn tăng thêm 175 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.



Bài 14. Cần trộn bao nhiêu gam dung dịch muối nồng độ 10% với bao nhiêu gam dung dịch muối nồng độ 30% để được 500 g dung dịch muối nồng độ 18%?

Bài 15. Bác An gửi tiết kiệm 400 triệu đồng ở hai ngân hàng với lãi suất 6%/năm và 7%/năm. Sau một năm bác nhận được tổng tiền lãi 26 triệu đồng. Tính số tiền gửi ở mỗi ngân hàng.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Với các bài có tích (vận tốc × thời gian, số dãy × số ghế), khai triển rồi rút gọn hạng tử xy ở hai vế để được hệ bậc nhất.

Bài 16. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ và vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 17. Một xe máy dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu vận tốc tăng thêm 20 km/h thì đến B sớm hơn dự định 1 giờ; nếu vận tốc giảm đi 10 km/h thì đến B muộn hơn dự định 1 giờ. Tính quãng đường AB.

Bài 18. Một phòng họp có một số dãy ghế, mỗi dãy có số ghế như nhau. Nếu thêm 2 dãy và mỗi dãy bớt đi 3 ghế thì số ghế trong phòng không đổi. Nếu bớt 1 dãy và mỗi dãy thêm 1 ghế thì số ghế trong phòng giảm đi 13 ghế. Hỏi phòng họp có bao nhiêu ghế?

Bài 19. (Bài toán cổ) *Quýt, cam mười bảy quả tươi, đem chia cho một trăm người cùng vui. Chia ba mỗi quả quýt rồi, còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.* Hỏi có bao nhiêu quả quýt, bao nhiêu quả cam?

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Bước đầu tiên khi giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình là

A. chọn hai ẩn, đặt điều kiện cho ẩn **B.** giải hệ phương trình

C. kết luận bài toán **D.** đối chiếu nghiệm với điều kiện

Câu 2. Số tự nhiên có hai chữ số với chữ số hàng chục là a, chữ số hàng đơn vị là b được viết là

A. $a+b$ **B.** $10a+b$ **C.** $10b+a$ **D.** ab

Câu 3. Ca nô có vận tốc thực x km/h, vận tốc dòng nước y km/h. Vận tốc ca nô khi ngược dòng là

A. $x+y$ **B.** xy **C.** $x-y$ **D.** $y-x$

Câu 4. Hai vòi chảy một mình đầy bể lần lượt trong x giờ và y giờ. Trong 1 giờ, cả hai vòi cùng chảy được

A. $x+y$ bể **B.** $\dfrac{1}{x+y}$ bể **C.** $\dfrac{xy}{x+y}$ bể **D.** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ bể

Câu 5. Hai số có tổng bằng 50 và hiệu bằng 12 là

A. 31 và 19 **B.** 32 và 18 **C.** 30 và 20 **D.** 29 và 21

Câu 6. Hai xe máy cùng đi quãng đường 100 km; xe thứ nhất đi hết 3 giờ 20 phút, xe thứ hai đi hết 2 giờ 30 phút, vận tốc xe thứ hai lớn hơn xe thứ nhất 10 km/h. Vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai lần lượt là

A. 40; 30 km/h **B.** 25; 35 km/h **C.** 30; 40 km/h **D.** 30; 45 km/h

Câu 7. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 ngày và người thứ hai làm 6 ngày thì được $\dfrac{5}{12}$ công việc. Người thứ nhất làm một mình xong công việc trong

A. 18 ngày **B.** 36 ngày **C.** 24 ngày **D.** 12 ngày

Câu 8. Lớp 9A và 9B có tổng cộng 86 học sinh. Mỗi bạn lớp 9A góp 2 kg giấy vụn, mỗi bạn lớp 9B góp 3 kg, cả hai lớp góp được 214 kg. Số học sinh lớp 9A là

A. 42 **B.** 44 **C.** 40 **D.** 46

Câu 9. Theo kế hoạch, hai xí nghiệp phải làm 800 dụng cụ. Thực tế xí nghiệp A vượt mức 10%, xí nghiệp B vượt mức 15% nên cả hai làm được 905 dụng cụ. Số dụng cụ xí nghiệp A phải làm theo kế hoạch là

A. 500 **B.** 400 **C.** 300 **D.** 350

Câu 10. Một trường mua 500 quyển vở gồm hai loại, giá 8 000 đồng và 9 000 đồng một quyển, hết 4 200 000 đồng. Số vở loại 8 000 đồng là

A. 200 **B.** 300 **C.** 250 **D.** 350

Câu 11. VDC Hai vòi cùng chảy thì sau 12 giờ đầy bể; mở vòi I trong 4 giờ và vòi II trong 6 giờ thì được $\dfrac{2}{5}$ bể. Vòi I chảy riêng đầy bể sau

A. 20 giờ **B.** 30 giờ **C.** 24 giờ **D.** 15 giờ

Câu 12. VDC Tháng đầu hai tổ làm được 800 sản phẩm; tháng sau tổ I vượt 15%, tổ II vượt 20% nên làm được 945 sản phẩm. Tháng đầu tổ I làm được

A. 500 **B.** 400 **C.** 300 **D.** 345

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Hai lớp 9A và 9B cùng trồng cây. Mỗi bạn lớp 9A trồng 4 cây phượng và 2 cây bàng; mỗi bạn lớp 9B trồng 3 cây phượng và 4 cây bàng. Cả hai lớp trồng được 204 cây phượng và 172 cây bàng. Gọi x, y là số học sinh lớp 9A, 9B.

a) Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$.

b) Số cây bàng cả hai lớp trồng được là $2x+4y$ (cây).

c) Phương trình biểu thị số cây phượng là $4x+3y=204$.

d) Lớp 9B có 35 học sinh.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Bác Toàn dự định xây nhà với tổng chi phí 800 triệu đồng, gồm tiền vật liệu x triệu đồng và tiền nhân công y triệu đồng. Thực tế tiền vật liệu tăng 10%, tiền nhân công giảm 5% nên tổng chi phí là 850 triệu đồng.

a) $x+y=800$.

b) $1{,}1x+0{,}95y=850$.

c) $x=600$; $y=200$.

d) Tiền vật liệu thực tế nhiều hơn dự định 50 triệu đồng.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Một cửa hàng có 50 chiếc điện thoại gồm x chiếc loại A (giá 25 triệu đồng/chiếc) và y chiếc loại B (giá 20 triệu đồng/chiếc). Bán hết số điện thoại thu được 1 150 triệu đồng.

a) $x+y=50$.

b) $5x+4y=230$.

c) Số điện thoại loại A nhiều hơn loại B là 10 chiếc.

d) Nếu bán tất cả với giá giảm 10% thì cửa hàng thu được 1 000 triệu đồng.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu vòi I chảy 3 giờ và vòi II chảy 4 giờ thì được $\frac{17}{30}$ bể. Gọi x, y (giờ) là thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể.

a) Mỗi giờ cả hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{6}$ bể.

b) Ta có phương trình $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{17}{30}$.

c) Vòi I chảy một mình thì sau 15 giờ đầy bể.

d) Vòi II chảy một mình trong 5 giờ thì được $\frac{1}{3}$ bể.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Hai số có tổng bằng 59; ba lần số thứ nhất lớn hơn hai lần số thứ hai là 7. Tìm số thứ nhất.

Trả lời:

Câu 18. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và tổng của số đó với số viết theo thứ tự ngược lại bằng 132.

Trả lời:

Câu 19. Hai xe khởi hành cùng lúc từ A và B cách nhau 150 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Vận tốc xe đi từ A lớn hơn xe đi từ B là 5 km/h. Tính vận tốc (km/h) của xe đi từ A.

Trả lời:

Câu 20. Một ca nô xuôi dòng 120 km hết 4 giờ và ngược dòng 120 km hết 5 giờ. Tính vận tốc dòng nước (km/h).

Trả lời:

Câu 21. VDC Hai số tự nhiên có tổng 2216; lấy số lớn chia số nhỏ được thương 3 dư 120. Tìm số nhỏ.

Trả lời:

Câu 22. VDC Tìm số có hai chữ số, biết tổng các chữ số bằng 11 và đổi chỗ hai chữ số thì được số lớn hơn số ban đầu 27.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Toán tìm số

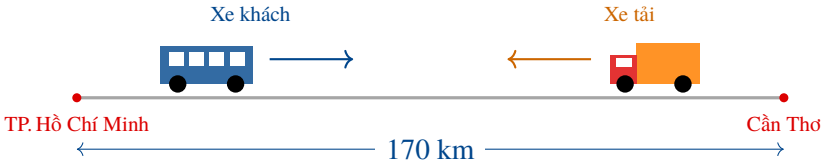
Bài 1. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 156, biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 6 và số dư là 9.

Bài 2. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết tổng các chữ số bằng 9 và nếu đổi chỗ hai chữ số thì được số mới lớn hơn số đã cho 27 đơn vị.

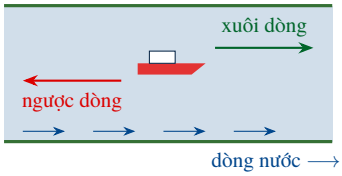
Bài 3. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 2216, biết lấy số lớn chia cho số nhỏ được thương là 3 và số dư là 120.

Dạng 2. Toán chuyển động

Bài 4. Quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ dài 170 km. Một xe khách đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ. Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một xe tải đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 40 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 15 km.



Bài 5. Một ca nô xuôi dòng 36 km và ngược dòng 24 km hết 4 giờ; nếu ca nô xuôi dòng 27 km và ngược dòng 36 km thì hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc dòng nước.



Bài 6. Hai xe khởi hành cùng lúc từ hai địa điểm cách nhau 180 km. Nếu đi ngược chiều thì sau 2 giờ gặp nhau; nếu đi cùng chiều thì sau 9 giờ xe nhanh đuổi kịp xe chậm. Tính vận tốc mỗi xe.

Dạng 3. Toán làm chung – làm riêng

Bài 7. Hai người cùng làm một công việc trong 12 ngày thì xong. Họ làm chung được 8 ngày thì người thứ nhất nghỉ, người thứ hai làm nốt phần việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi mỗi người làm một mình thì sau bao lâu xong công việc?

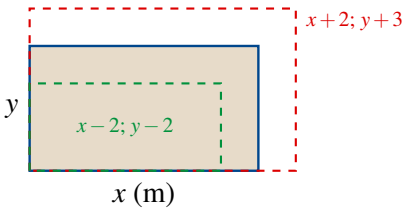
Dạng 4. Toán phần trăm, năng suất

Bài 8. Tháng giêng, hai tổ sản xuất làm được 900 chi tiết máy. Tháng hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng nên cả hai tổ làm được 1 010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ làm được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 9. Hai trường có tổng cộng 500 học sinh dự thi, số đỗ là 420. Tỉ lệ đỗ của trường A là 80%, trường B là 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

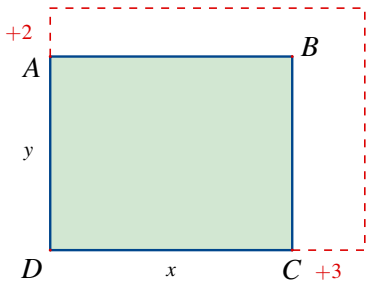
Dạng 5. Toán có nội dung hình học và thực tế khác

Bài 10. Một mảnh đất hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng thêm 100 m^2. Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 2 m thì diện tích giảm đi 68 m^2. Tính các kích thước của mảnh đất.



Bài 11. Một hợp kim đồng và kẽm nặng 124 g có thể tích 15 cm^3. Biết 89 g đồng có thể tích 10 cm^3 và 7 g kẽm có thể tích 1 cm^3. Tính khối lượng đồng và kẽm trong hợp kim.

Bài 12. Một hình chữ nhật có chu vi 36 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và chiều rộng thêm 2 m thì diện tích tăng thêm 50 m^2. Tính các kích thước của hình chữ nhật.



Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 13. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 80 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 14. Hai trường A và B có 250 học sinh lớp 9 dự thi vào lớp 10, kết quả có 210 học sinh trúng tuyển. Tính riêng thì tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 80%, của trường B là 90%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi?

Bài 15. (Bài toán cổ) *Vừa gà vừa chó, bó lại cho tròn, ba mươi sáu con, một trăm chân chẵn.* Hỏi có bao nhiêu con gà, bao nhiêu con chó?

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Hai số có tổng bằng 100 và hiệu bằng 20 là

A. 70 và 30 **B.** 60 và 40 **C.** 55 và 45 **D.** 80 và 20

Câu 2. Gọi x, y là chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật có chu vi 40 cm. Phương trình biểu thị dữ kiện trên là

A. $x+y=40$ **B.** $2x+y=40$ **C.** $x+y=20$ **D.** $xy=40$

Câu 3. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc x km/h hết y giờ. Nếu vận tốc tăng thêm 10 km/h thì thời gian giảm 1 giờ. Phương trình biểu thị dữ kiện trên là

A. $(x-10)(y+1)=xy$ **B.** $(x+10)(y+1)=xy$

C. $xy=10$ **D.** $(x+10)(y-1)=xy$

Câu 4. Hai đội cùng làm một công việc trong 12 ngày thì xong. Mỗi ngày cả hai đội làm được

A. $\frac{1}{12}$ công việc **B.** 12 công việc **C.** $\frac{1}{24}$ công việc **D.** $\frac{1}{6}$ công việc

Câu 5. Số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 7 và chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 3, là

A. 25 **B.** 52 **C.** 43 **D.** 61

Câu 6. Hai số có tổng bằng 90, số này gấp đôi số kia. Hai số đó là

A. 50 và 40 **B.** 70 và 20 **C.** 45 và 45 **D.** 60 và 30

Câu 7. Mua 2 kg gạo nếp và 3 kg gạo tẻ hết 130 nghìn đồng; mua 3 kg gạo nếp và 2 kg gạo tẻ hết 145 nghìn đồng. Giá 1 kg gạo nếp là

A. 30 nghìn **B.** 35 nghìn **C.** 25 nghìn **D.** 40 nghìn

Câu 8. Một lớp có 40 học sinh, số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ là 4. Số học sinh nam là
A. 18 **B.** 20 **C.** 22 **D.** 24

Câu 9. Một đoàn 15 xe gồm loại 4 chỗ và loại 7 chỗ chở vừa đủ 81 người. Số xe loại 7 chỗ là
A. 8 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 9

Câu 10. Hai vòi cùng chảy vào bể cạn thì sau 6 giờ đầy bể; vòi I chảy một mình thì sau 10 giờ đầy bể. Vòi II chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?
A. 15 giờ **B.** 12 giờ **C.** 16 giờ **D.** 4 giờ

Câu 11. VDC Ca nô xuôi dòng 2 giờ được 50 km, ngược dòng 3 giờ được 54 km. Vận tốc dòng nước là
A. 3 km/h **B.** 7 km/h **C.** 4 km/h **D.** 3,5 km/h

Câu 12. VDC Hình chữ nhật có chu vi 50 m; tăng chiều dài 3 m và giảm chiều rộng 2 m thì diện tích giảm 6 m^2. Chiều dài là
A. 12 m **B.** 10 m **C.** 15 m **D.** 18 m

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Nhà bác Tám thu hoạch được 2 170 quả bưởi gồm x quả loại I (bán 25 nghìn đồng/quả) và y quả loại II (bán 15 nghìn đồng/quả). Bán hết số bưởi, bác thu được 45 350 nghìn đồng.

a) $x+y=2170$.

b) $5x+3y=9070$.

c) $x=1280$, $y=890$.

d) Số bưởi loại I nhiều hơn loại II là 400 quả.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Một ca nô xuôi dòng trong 4 giờ được quãng đường bằng quãng đường ngược dòng trong 5 giờ. Vận tốc dòng nước là 3 km/h. Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/h ($x>3$).

a) Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x+3$ (km/h).

b) Ta có phương trình $4(x+3)=5(x-3)$.

c) $x=27$.

d) Quãng đường ca nô xuôi dòng trong 4 giờ là 140 km.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Hai tổ cùng làm một công việc trong 15 giờ thì xong. Nếu tổ I làm 6 giờ và tổ II làm 10 giờ thì được $\frac{1}{2}$ công việc. Gọi x, y (giờ) là thời gian tổ I, tổ II làm một mình xong việc.

a) Mỗi giờ cả hai tổ làm được $\frac{1}{15}$ công việc.

b) Ta có phương trình $\frac{6}{x}+\frac{10}{y}=\frac{1}{2}$.

c) Tổ I làm một mình xong công việc trong 40 giờ.

d) Tổ II làm một mình xong công việc trong 40 giờ.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một phòng họp có x dãy ghế, mỗi dãy y ghế. Nếu thêm 2 dãy và mỗi dãy bớt 2 ghế thì số ghế giảm 8; nếu bớt 2 dãy và mỗi dãy thêm 3 ghế thì số ghế tăng 6.

a) Ta có $x - y = 2$.

b) Ta có $3x - 2y = 12$.

c) Phòng họp có 8 dãy ghế.

d) Phòng họp có 54 ghế.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Hai số có tổng bằng 75, hiệu bằng 15. Tìm số lớn.

Trả lời:

Câu 18. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết chữ số hàng chục gấp đôi chữ số hàng đơn vị và nếu đổi chỗ hai chữ số thì được số mới nhỏ hơn số đã cho 36 đơn vị.

Trả lời:

Câu 19. Hai người ở A và B cách nhau 60 km. Nếu đi ngược chiều thì gặp nhau sau 2 giờ; nếu đi cùng chiều (người ở A đuổi theo) thì sau 6 giờ đuổi kịp. Tính vận tốc (km/h) của người ở A.

Trả lời:

Câu 20. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 56 m, chiều dài hơn chiều rộng 4 m. Tính diện tích (m^2) của mảnh vườn.

Trả lời:

Câu 21. VDC Có 23 tờ tiền loại 10 nghìn và 20 nghìn đồng, tổng giá trị 300 nghìn đồng. Có bao nhiêu tờ 20 nghìn đồng?

Trả lời:

Câu 22. VDC Hai lớp 9A, 9B có 80 học sinh góp được 198 quyển sách; mỗi bạn 9A góp 2 quyển, mỗi bạn 9B góp 3 quyển. Lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Trả lời:

HẾT

CHƯƠNG
II

PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

NỘI DUNG CHƯƠNG

4 Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn .. Trang 36
5 Bất đẳng thức và tính chất ..... Trang 45
6 Bất phương trình bậc nhất một ẩn ..... Trang 53

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG II.

PT VÀ BPT BẬC NHẤT MỘT ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Phương trình bậc nhất một ẩn (nhắc lại)

- Phương trình dạng $ax+b=0$ $(a\neq 0)$ là phương trình bậc nhất một ẩn x; phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{b}{a}$.
- Hai quy tắc biến đổi: chuyển một hạng tử sang vế kia thì đổi dấu hạng tử đó; nhân (chia) hai vế với cùng một số khác 0.

2. Phương trình tích

- Phương trình $(ax+b)(cx+d)=0$ $(a\neq 0, c\neq 0)$ được giải như sau:
  Bước 1. Giải hai phương trình $ax+b=0$ và $cx+d=0$.
  Bước 2. Kết luận: nghiệm của phương trình đã cho gồm tất cả các nghiệm tìm được ở Bước 1.
- Để đưa một phương trình về phương trình tích: chuyển mọi hạng tử sang vế trái (vế phải bằng 0), rồi phân tích vế trái thành nhân tử (đặt nhân tử chung, dùng hằng đẳng thức, nhóm hạng tử).

3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Điều kiện của ẩn để tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0 gọi là **điều kiện xác định** (ĐKXĐ) của phương trình.
- Cách giải:
  Bước 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình.
  Bước 2. Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.
  Bước 3. Giải phương trình vừa nhận được.
  Bước 4. Kết luận: trong các giá trị tìm được ở Bước 3, giá trị nào thoả mãn ĐKXĐ là nghiệm của phương trình đã cho.

Lưu ý. Không được chia hai vế của phương trình cho một biểu thức chứa ẩn (có thể làm mất nghiệm); khi đó nên chuyển vế rồi đặt nhân tử chung. Với phương trình chứa ẩn ở mẫu, bắt buộc phải đối chiếu ĐKXĐ trước khi kết luận.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Phương trình tích dạng $(ax+b)(cx+d)=0$

Phương pháp. Cho từng nhân tử bằng 0, giải các phương trình bậc nhất rồi gộp các nghiệm.

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $(x+5)(2x-3)=0$;

b) $(x-1)(3-x)=0$;

c) $(x+2)(4x-1)=0$;

d) $(2{,}5x+5)(0{,}2x-1)=0$.

Bài 2. Giải phương trình $(3x+2)(4-x)=0$.

Dạng 2. Đưa phương trình về phương trình tích

Phương pháp. Chuyển hết sang vế trái; phân tích thành nhân tử bằng đặt nhân tử chung (chú ý đổi dấu $A-B=-(B-A)$) hoặc hằng đẳng thức $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $2x(x-7)+5x-35=0$;

b) $x(x-3)-7x+21=0$;

c) $2(x+3)-x^2-3x=0$;

d) $2x(3x-5)=10-6x$.

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $(2x+1)(x-3)=x^2-9$; **b)** $(3x-1)^2-(x+3)^2=0$; **c)** $x^2-6x+9=4(x-3)$.

Bài 5. Giải phương trình $2x(x-3)=5(x-3)$.

Dạng 3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

Phương pháp. Phân tích các mẫu thành nhân tử để tìm ĐKXĐ và mẫu thức chung; quy đồng, khử mẫu, giải rồi **đối chiếu ĐKXĐ**.

Bài 6. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{4x-3}{x-5}=\dfrac{29}{3}$;

b) $\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x^2-2x}$;

c) $\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{4}{x(x-2)}=0$;

d) $\dfrac{x-3}{x-5}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x+5}{x(x-5)}$.

Bài 7. Cho phương trình $\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{2x-22}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện xác định của phương trình.

b) Giải phương trình.

Bài 8. Giải phương trình $\dfrac{x+1}{x-2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x(x-2)}$.

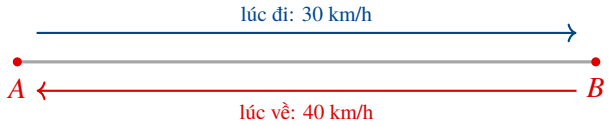
Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Chọn một ẩn và đặt điều kiện; biểu diễn các đại lượng theo ẩn; lập phương trình (có thể chứa ẩn ở mẫu khi có thời gian $=\dfrac{\text{quãng đường}}{\text{vận tốc}}$, nồng độ, tỉ số, …); giải và đối chiếu điều kiện.

Bài 9. Có hai loại dung dịch muối I và II. Hoà 200 g dung dịch I với 300 g dung dịch II thì được dung dịch có nồng độ 33%. Tính nồng độ muối của mỗi dung dịch, biết nồng độ dung dịch I lớn hơn nồng độ dung dịch II là 20%.

Bài 10. Một trường THCS tổ chức cho 150 giáo viên và học sinh đi tham quan. Giá vé của mỗi giáo viên là 70 000 đồng, mỗi học sinh là 50 000 đồng. Khu du lịch giảm 10% cho mỗi vé nên tổng số tiền mua vé là 7 290 000 đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và bao nhiêu học sinh đi tham quan?

Bài 11. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Lúc về, người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính quãng đường AB.



Bài 12. Tìm số tự nhiên x sao cho khi cộng x vào cả tử và mẫu của phân số $\dfrac{3}{7}$ thì được phân số bằng $\dfrac{2}{3}$.

Bài 13. Vòi I chảy một mình đầy bể trong 6 giờ. Nếu mở cả hai vòi thì sau 4 giờ đầy bể. Hỏi vòi II chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Đặt ẩn phụ cho biểu thức lặp lại; cộng (trừ) 1 vào mỗi phân thức để xuất hiện nhân tử chung; với mẫu là $9-x^2$, $1-x^3$, …phân tích thành nhân tử và chú ý dấu.

Bài 14. Giải phương trình $\left(2x^2+x-6\right)^2+3\left(2x^2+x-3\right)=9$.

Bài 15. Giải phương trình $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{4x}{x^3-1}=\dfrac{x}{x^2+x+1}$.

Bài 16. Giải phương trình $\dfrac{x-3}{-3-x}+\dfrac{x+3}{-3+x}=\dfrac{24}{9-x^2}$.

Bài 17. Giải phương trình $\dfrac{x+1}{2024}+\dfrac{x+2}{2023}=\dfrac{x+3}{2022}+\dfrac{x+4}{2021}$.

Bài 18. Giải phương trình $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}=\dfrac{3}{10}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng

A. $ax+b=0$ **B.** $ax^2+b=0$ **C.** $ax+by=0$ **D.** $ax+b=0,\ a\neq 0$

Câu 2. Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $\frac{x}{7}+3=0$ **B.** $(x-1)(x+2)=0$ **C.** $15-6x=3x+5$ **D.** $x=3x+2$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2x-1=7$ là

A. $x=0$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=-4$

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1-2x}{x^2}=\frac{1}{2}$ là

A. $x\neq\frac{1}{2}$ **B.** $x\neq 0$ **C.** $x\neq 2$ **D.** $x\neq\frac{1}{2}; x\neq 0$

Câu 5. Phương trình $2x-3=12-3x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 6. Phương trình $(x+5)(x+1)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $2x(x+5)(2x-1)=0$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 8. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{16}{x^2-1}$ là

A. $x\neq 1$ **B.** $x\neq -1$ **C.** $x\neq 1$ và $x\neq -1$ **D.** $x\neq 0$

Câu 9. Cho $A=1+\frac{1}{2+x}$ và $B=\frac{12}{x^3+8}$. Các giá trị của x để $A=B$ là

A. 0; 1; -2 **B.** 1 **C.** 0 và 1 **D.** 0

Câu 10. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h; lúc về đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Quãng đường AB dài

A. 50 km **B.** 60 km **C.** 70 km **D.** 80 km

Câu 11. VDC Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)^2=(3x+5)^2$ là

A. -2 **B.** 4 **C.** -4 **D.** 3

Câu 12. VDC Số nghiệm của phương trình $\frac{2}{x-2}-\frac{1}{x}=\frac{4}{x(x-2)}$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** vô số

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình $5-(x+3)=x-2$ có nghiệm $x=2$.

b) Phương trình $2(x-3)-x+1=0$ có nghiệm $x=5$.

c) Phương trình $3x-1=3(x-2)$ vô nghiệm.

d) Nghiệm của phương trình $3x-2=2x-3$ là $x=1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho phương trình $(2x+1)(3x-1)=0$.

a) Phương trình có 2 nghiệm.

b) $x=-\dfrac{1}{2}$ là một nghiệm của phương trình.

c) Phương trình có các nghiệm $x=3$ và $x=-2$.

d) Tích các nghiệm của phương trình bằng $-\dfrac{1}{6}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Hiện nay bố hơn con 30 tuổi. Sáu năm sau, tuổi bố gấp 2,5 lần tuổi con. Gọi x là tuổi con hiện nay ($x\in\mathbb{N}^*$).

a) Tuổi bố hiện nay là $x+30$.

b) Phương trình biểu thị dữ kiện sáu năm sau là $2{,}5(x+6)=x+30$.

c) Hiện nay con 14 tuổi.

d) Sau 16 năm nữa, tuổi con bằng nửa tuổi bố.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho phương trình $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{x+3}{x^2-1}$.

a) Điều kiện xác định là $x\neq 1$ và $x\neq -1$.

b) Mẫu thức chung là x^2-1.

c) Sau khi khử mẫu ta được phương trình $3x+1=x+3$.

d) Phương trình có hai nghiệm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình $\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{3}{x+4}$.

Trả lời: ☐

Câu 18. Cho phương trình $3(a-2)+2a(x-1)=4a+3$. Tìm a để phương trình có nghiệm $x=1$.

Trả lời: ☐

Câu 19. Tính tổng các nghiệm của phương trình $x^2-9x-10=0$.

Trả lời: ☐

Câu 20. Một nhóm đi từ Hà Nội lên Sa Pa với vận tốc 36 km/h. Sau 1 giờ, nhóm thứ hai đi cùng đường với vận tốc 54 km/h. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi nhóm thứ hai xuất phát thì hai nhóm gặp nhau?

Trả lời:

Câu 21. VDC Giải phương trình $(x+2)^3-(x-2)^3=12x^2+4x$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Vòi I chảy một mình đầy bể trong 8 giờ; cả hai vòi cùng chảy thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Vòi II chảy một mình đầy bể sau bao nhiêu giờ?

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Phương trình tích dạng $(ax+b)(cx+d)=0$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $(3x-2)(4x+5)=0$; **b)** $(2{,}3x-6{,}9)(0{,}1x+2)=0$; **c)** $(5x+1)(x-4)=0$.

Bài 2. Giải phương trình $(x^2+1)(2x-7)=0$.

Dạng 2. Đưa phương trình về phương trình tích

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $x^2-4x=0$; **b)** $(x-2)(x+3)=(x-2)(2x-1)$;

c) $9x^2-1=(3x+1)(4x+1)$; **d)** $x^2-25=2(x+5)$.

Bài 4. Giải phương trình $(x+2)^2=(2x-1)^2$.

Dạng 3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{2x-5}{x+5}=3$; **b)** $\dfrac{1}{x-2}+3=\dfrac{x-3}{2-x}$;

c) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{16}{x^2-1}$; **d)** $\dfrac{x}{2x-6}+\dfrac{x}{2x+2}=\dfrac{2x}{(x+1)(x-3)}$.

Bài 6. Giải phương trình $\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{4}{x^2-1}$.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 7. Hai anh An và Bình góp vốn kinh doanh: An góp 13 triệu đồng, Bình góp 15 triệu đồng. Sau một thời gian, tiền lãi là 7 triệu đồng và được chia theo tỉ lệ góp vốn. Tính tiền lãi mỗi người nhận được.

Bài 8. Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 km/h, lúc về đi với vận tốc 12 km/h. Tổng thời gian đi và về là 4 giờ 30 phút. Tính quãng đường AB.

Bài 9. Tìm số tự nhiên x sao cho khi cộng x vào cả tử và mẫu của phân số $\frac{5}{9}$ thì được phân số bằng $\frac{3}{4}$.

Bài 10. Có 200 g dung dịch chứa 20% muối. Cần thêm bao nhiêu gam nước để được dung dịch chứa 16% muối?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 11. Giải phương trình $\left(x^2+x\right)^2+4\left(x^2+x\right)-12=0$.

Bài 12. Giải phương trình $\frac{x+2}{98}+\frac{x+4}{96}=\frac{x+6}{94}+\frac{x+8}{92}$.

Bài 13. Giải phương trình $\frac{1}{x-2}-\frac{6}{x+3}=\frac{5}{6-x^2-x}$.

Bài 14. Giải phương trình $(x+1)^3-(x-1)^3=6(x^2+x+1)$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $x^2+1=0$ **B.** $0x+3=0$ **C.** $2x-1=0$ **D.** $\frac{1}{x}+2=0$

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $(x-3)(2x+4)=0$ là

A. $\{3;2\}$ **B.** $\{3;-2\}$ **C.** $\{-3;2\}$ **D.** $\{-3;-2\}$

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x}{x-3}+\frac{2}{x+1}=1$ là

A. $x\neq 3$ **B.** $x\neq -1$ **C.** $x\neq -3; x\neq 1$ **D.** $x\neq 3; x\neq -1$

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $x^2-5x=0$ là

A. $\{0;5\}$ **B.** $\{5\}$ **C.** $\{0;-5\}$ **D.** $\{-5\}$

Câu 5. Phương trình $\frac{x-1}{x+2}=\frac{1}{x+2}$ có nghiệm là

A. $x=1$ **B.** $x=-2$ **C.** vô nghiệm **D.** $x=2$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\frac{3}{x-1}=\frac{2}{x+1}$ là

A. $x=5$ **B.** $x=-5$ **C.** $x=1$ **D.** $x=-1$

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2+1\right)(x-2)=0$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ là

A. $\{2;-2\}$ **B.** $\{2\}$ **C.** $\varnothing$ **D.** $\{-2\}$

Câu 9. Tổng các nghiệm của phương trình $(2x-1)(x+3)=0$ là

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $-\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{7}{2}$ **D.** $-\frac{7}{2}$

Câu 10. Hiện nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con; 12 năm nữa tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con. Tuổi con hiện nay là

A. 12 **B.** 10 **C.** 14 **D.** 15

Câu 11. VDC Nghiệm dương của phương trình $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{2}{3}$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$ **B.** $x=3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=1$

Câu 12. VDC Cần thêm bao nhiêu gam nước vào 300 g dung dịch muối 15% để được dung dịch muối 10%?

A. 50 g **B.** 150 g **C.** 200 g **D.** 100 g

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho phương trình $(x-3)(2x+5)=0$.

a) $x=3$ là một nghiệm của phương trình.

b) Tổng các nghiệm của phương trình bằng $\dfrac{1}{2}$.

c) Phương trình đã cho chỉ có nghiệm $x=3$.

d) Phương trình có một nghiệm âm là $-\dfrac{5}{2}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho phương trình $\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{x-3}{x^2-1}$.

a) Điều kiện xác định là $x\neq\pm1$.

b) Khử mẫu ta được $2(x-1)-(x+1)=x-3$.

c) Phương trình nghiệm đúng với mọi số thực x.

d) $x=5$ là một nghiệm của phương trình.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Có 200 g dung dịch muối nồng độ 10%. Cần đổ thêm x gam nước ($x>0$) để được dung dịch nồng độ 8%.

a) Khối lượng muối trong dung dịch là 20 g.

b) Khối lượng dung dịch mới là $200+x$ (g).

c) Ta có phương trình $\dfrac{20}{200+x}=8$.

d) $x=50$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho phương trình $x^2-4x+3=0$.

a) $x=1$ là một nghiệm của phương trình.

b) Tập nghiệm của phương trình là $\{1;3\}$.

c) Phương trình viết được dưới dạng $(x-1)(x+3)=0$.

d) Tổng bình phương các nghiệm bằng 10.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình $5x-3=2x+9$.

Trả lời:

Câu 18. Tính tích các nghiệm của phương trình $(x+4)(2x-6)=0$.

Trả lời:

Câu 19. Tìm nghiệm của phương trình $\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{x+3}{x-1}$.

Trả lời:

Câu 20. Phương trình $x^3-4x=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Trả lời:

Câu 21. VDC Tìm nghiệm của phương trình $(2x-1)(x+3)=(x+3)(x-4)$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Phương trình $(x^2-4)(x+1)(2x-3)=0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG II.

PT VÀ BPT BẬC NHẤT MỘT ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 5. BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÍNH CHẤT

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Thứ tự trên tập số thực

- Với hai số thực a, b bất kì, xảy ra đúng một trong ba trường hợp: $a=b$, $a>b$, $a<b$.
- $a\geq b$ (đọc là a lớn hơn hoặc bằng b) nghĩa là $a>b$ hoặc $a=b$; tương tự với $a\leq b$. Các cách nói thường gặp: "không nhỏ hơn", "ít nhất", "tối thiểu" ứng với dấu $\geq$; "không lớn hơn", "không vượt quá", "tối đa" ứng với dấu $\leq$.
- So sánh bằng hiệu: $a>b$ khi và chỉ khi $a-b>0$; $a<b$ khi và chỉ khi $a-b<0$.

2. Bất đẳng thức

Hệ thức dạng $a>b$ (hay $a<b$, $a\geq b$, $a\leq b$) gọi là **bất đẳng thức**; a là **vế trái**, b là **vế phải**.

3. Tính chất của bất đẳng thức

- **Bắc cầu:** nếu $a<b$ và $b<c$ thì $a<c$.
- **Liên hệ với phép cộng:** nếu $a<b$ thì $a+c<b+c$ với mọi số c (cộng cùng một số vào hai vế, được bất đẳng thức **cùng chiều**).
- **Liên hệ với phép nhân:** nếu $a<b$ và $c>0$ thì $ac<bc$ (**cùng chiều**); nếu $a<b$ và $c<0$ thì $ac>bc$ (**đổi chiều**).
- Các tính chất trên vẫn đúng với các dấu $>$, $\leq$, $\geq$.

Lưu ý. Nhân (chia) hai vế với số âm thì phải **đổi chiều** bất đẳng thức. Cộng từng vế hai bất đẳng thức cùng chiều được bất đẳng thức cùng chiều: $a>b$, $c>d$ thì $a+c>b+d$. Bất đẳng thức hay dùng: $A^2\geq 0$ với mọi A, dấu "=" khi $A=0$.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Viết bất đẳng thức mô tả tình huống

Phương pháp. Gọi tên đại lượng; dịch các cụm từ: "ít nhất, tối thiểu, không nhỏ hơn" thành $\geq$; "tối đa, không vượt quá, không lớn hơn" thành $\leq$; "lớn hơn, trên" thành $>$; "nhỏ hơn, dưới" thành $<$.

Bài 1. Viết bất đẳng thức phù hợp với mỗi trường hợp sau:

a) Người lái ô tô phải ít nhất 18 tuổi.

b) Một xe buýt chở được tối đa 45 người.

c) Mức lương tối thiểu cho một giờ làm việc là 20000 đồng.

d) Nhiệt độ trong tủ lạnh luôn dưới 5°C.

Bài 2. Biển báo giao thông **R.306** (hình tròn nền xanh) báo tốc độ tối thiểu; biển **P.127** (viền đỏ) báo tốc độ tối đa cho phép. Trên một đoạn đường có hai biển như hình bên. Gọi v (km/h) là tốc độ của một ô tô trên đoạn đường đó. Viết các bất đẳng thức mô tả điều kiện của v.



R.306 P.127

Bài 3. Viết bất đẳng thức mô tả mỗi tình huống: a) Biển báo cầu cho xe có khối lượng m (tấn) không quá 10 tấn đi qua; b) Vắc xin được bảo quản ở nhiệt độ t (°C) từ 2°C đến 8°C.

Dạng 2. So sánh hai số, hai biểu thức

Phương pháp. Xuất phát từ bất đẳng thức đã biết, lần lượt nhân (chú ý dấu của số nhân) rồi cộng cùng một số vào hai vế để được biểu thức cần so sánh.

Bài 4. Không thực hiện phép tính, hãy so sánh:

a) $2\cdot(-5)+2026$ và $2\cdot(-1)+2026$;

b) $(-3)\cdot(-9)+1969$ và $(-3)\cdot(-7)+1969$;

c) $(-2)\cdot 2026+5$ và $(-2)\cdot 2025+5$.

Bài 5. Cho $a<b$. Hãy so sánh:

a) $4a+9$ và $4b+9$;

b) $-6a-5$ và $-6b-5$;

c) $2a-3$ và $2b+1$;

d) $5-\dfrac{a}{2}$ và $5-\dfrac{b}{2}$.

Bài 6. So sánh m và n, biết:

a) $m+5<n+5$; **b)** $-3m>-3n$; **c)** $2m-1\geq 2n-1$.

Bài 7. Cho $a<b$. So sánh $-5a+1$ và $-5b+1$.

Dạng 3. Chứng minh bất đẳng thức đơn giản

Phương pháp. Dùng các tính chất (bắc cầu, cộng, nhân) để đi từ giả thiết đến kết luận; hoặc xét hiệu hai vế và chứng tỏ hiệu đó mang dấu cần thiết.

Bài 8. Cho $a>b$ và $m>n$. Chứng minh rằng $a+m>b+n$.

Bài 9. Cho $a > b > 0$. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{a} < \dfrac{1}{b}$.

Bài 10. Cho $a < b$. Chứng minh rằng $3a + 5 < 3b + 7$.

Bài 11. Chứng minh rằng với mọi số thực a, b: $(a+b)^2 \geq 4ab$.

Dạng 4. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Xét hiệu và đưa về tổng các bình phương; dùng $A^2 \geq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất (lớn nhất) của tam thức bậc hai bằng cách tách bình phương: $x^2 + px + q = \left(x + \dfrac{p}{2}\right)^2 + q - \dfrac{p^2}{4}$.

Bài 12. Cho $a > 0$, $b > 0$. Chứng minh rằng $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geq 2$. Khi nào xảy ra dấu bằng?

Bài 13. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng $\dfrac{a+b}{c} + \dfrac{b+c}{a} + \dfrac{c+a}{b} \geq 6$.

Bài 14. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ với mọi số thực a, b, c.

Bài 15. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 - 6x + 10$ và giá trị lớn nhất của $C = -x^2 + 5x - 4$.

Bài 16. Cho $x > 0$, $y > 0$. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{x+y} \leq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)$.

Bài 17. Chứng minh rằng với mọi số thực a, b: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Trong các cách viết sau, cách viết nào **không** phải là bất đẳng thức?

A. $1 < 2$ **B.** $-3 > -1$ **C.** $3 < b$ **D.** $a = 2$

Câu 2. Vế trái của bất đẳng thức $a + 1 < 3$ là

A. $a + 1$ **B.** a **C.** 1 **D.** 3

Câu 3. Với ba số a, b, c và $a > b$, bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a + c > b + c$ **B.** $a + c < b + c$ **C.** $a - c > b + c$ **D.** $a - c < b - c$

Câu 4. Sắp xếp các số $\sqrt{6} + \sqrt{13}$; $\sqrt{19}$; $\sqrt{3} + \sqrt{16}$ theo thứ tự từ bé đến lớn, ta được

A. $\sqrt{6} + \sqrt{13}; \sqrt{3} + \sqrt{16}; \sqrt{19}$ **B.** $\sqrt{19}; \sqrt{6} + \sqrt{13}; \sqrt{3} + \sqrt{16}$

C. $\sqrt{3} + \sqrt{16}; \sqrt{19}; \sqrt{6} + \sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{19}; \sqrt{3} + \sqrt{16}; \sqrt{6} + \sqrt{13}$

Câu 5. Nếu $a > b$ và $c > d$ thì bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

A. $\dfrac{a}{c} > \dfrac{b}{d}$ **B.** $ac > bd$ **C.** $a - c > b - d$ **D.** $a + c > b + d$

Câu 6. Biển báo R.306 báo tốc độ tối thiểu 60 km/h. Một ô tô đi trên đoạn đường đó với vận tốc a (km/h) thì a phải thoả mãn

A. $a < 60$ **B.** $a > 60$ **C.** $a \geq 60$ **D.** $a \leq 60$

Câu 7. Nếu $a - 3 < b - 3$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a + 2 < b + 2$ **B.** $a > b$ **C.** $-a < -b$ **D.** $3 - a < 3 - b$

Câu 8. Cho $a < b$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $5a + 1 > 5b + 2$ **B.** $-a \geq -b$ **C.** $2a + 1 < 2b + 2$ **D.** $2a - 3 > 2b - 5$

Câu 9. Cho $a \geq b$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a+2023 < b+2024$ **B.** $-5a+2 \leq -5b+3$

C. $-2a \geq -2b$ **D.** $-2a-5 \geq -2b-5$

Câu 10. Cho $a > b > 1$. Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. $-3(a-1) < -3(b-1)$ **B.** $3(b-1) < 3(a-1)$

C. $-3(1-a) > -3(1-b)$ **D.** $-3(a-1) > -3(b-1)$

Câu 11. VDC Cho $a+b=6$. Giá trị lớn nhất của ab là

A. 6 **B.** 9 **C.** 12 **D.** 36

Câu 12. VDC Cho $a > b$. Khẳng định nào sau đây **có thể sai**?

A. $a-5 > b-5$ **B.** $-3a < -3b$ **C.** $a^2 > b^2$ **D.** $2a+1 > 2b+1$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho $a > b$.

a) $a+2 > b+2$.

b) $-3a-4 > -3b-4$.

c) $3a+1 < 3b+1$.

d) $5a+3 > 5b+3$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho $a < b$.

a) $2a+1 < 2b+5$.

b) $7-3a > 4-3b$.

c) $a-b < 0$.

d) $2-3a < 2-3b$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho hai số thực a, b thoả mãn $a < b$.

a) $a-5 < b-5$.

b) $a^2 < b^2$.

c) $-3a+1 > -3b+1$.

d) $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Với mọi số thực $a, b \geq 0$:

a) $a^2 + b^2 \geq 0$.

b) $a^2 + b^2 = 0$ khi và chỉ khi $a = b = 0$.

c) Nếu $a = 2$, $b = 8$ thì $a^2 + b^2 < 2ab$.

d) $(a+b)^2 \geq 4ab$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Hai số thực a, b có tổng bằng 6. Tìm giá trị lớn nhất của tích ab.

Trả lời:

Câu 18. Một tam giác có độ dài ba cạnh là 1; 6; x (x là số nguyên). Tìm x.

Trả lời:

Câu 19. Nếu $2a - 1 \geq a + 2b - 1$ thì $a \geq kb$. Tìm k.

Trả lời:

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 - 4x + 7$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 - 6x + 10$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Tìm số nguyên x lớn nhất thoả mãn $x < \dfrac{2025 \cdot 2027}{2026}$.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Viết bất đẳng thức mô tả tình huống

Bài 1. Viết bất đẳng thức phù hợp với mỗi trường hợp sau:

a) Số học sinh n của một lớp không quá 45.

b) Nhiệt độ t (°C) của một phòng thí nghiệm tối thiểu là 15°C.

c) Trẻ em cao trên 1,2 m (chiều cao h) phải mua vé.

d) Giá một món quà p (nghìn đồng) không vượt quá 200 nghìn đồng.

Bài 2. Bạn Minh mua 3 quyển vở giá x nghìn đồng/quyển và một cây bút giá 12 nghìn đồng, số tiền không quá 60 nghìn đồng. Viết bất đẳng thức biểu thị và cho biết giá mỗi quyển vở tối đa bao nhiêu.

Dạng 2. So sánh hai số, hai biểu thức

Bài 3. Không thực hiện phép tính, hãy so sánh:

a) $(-7)\cdot 13+5$ và $(-7)\cdot 12+5$; **b)** $3\cdot(-4)+1$ và $3\cdot(-5)+1$.

Bài 4. Cho $a>b$. Hãy so sánh:

a) $a-7$ và $b-7$; **b)** $-2a+1$ và $-2b+1$; **c)** $3a+5$ và $3b+2$.

Bài 5. So sánh a và b, biết: a) $a-5\geq b-5$; b) $-\dfrac{a}{2}<-\dfrac{b}{2}$.

Bài 6. So sánh $2025\cdot 2027$ và 2026^2 mà không tính trực tiếp.

Dạng 3. Chứng minh bất đẳng thức đơn giản

Bài 7. Cho $a<b$. Chứng minh rằng $2a-5<2b-3$.

Bài 8. Cho $a>b>0$. Chứng minh rằng $a^2>b^2$.

Bài 9. Cho $a>b>0$. Chứng minh $a^3>b^3$.

Dạng 4. Bài tập nâng cao

Bài 10. Chứng minh rằng với mọi số thực x, y: a) $x^2+y^2\geq 2xy$; b) $(x+y)^2\leq 2\left(x^2+y^2\right)$.

Bài 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của $B=x^2+2x+5$ và giá trị lớn nhất của $D=-x^2+4x$.

Bài 12. Cho $a>0$, $b>0$. Chứng minh rằng $(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geq 4$.

Bài 13. Cho $a+b=2$. Chứng minh $ab\leq 1$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. "Số a không nhỏ hơn số b" được viết là

A. $a>b$ **B.** $a\leq b$ **C.** $a\geq b$ **D.** $a<b$

Câu 2. Cho $a<b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a-5<b-5$ **B.** $a-5>b-5$ **C.** $-a<-b$ **D.** $2a>2b$

Câu 3. Nếu $-2a>-2b$ thì

A. $a<b$ **B.** $a>b$ **C.** $a=b$ **D.** $a\geq b$

Câu 4. Cho $x\geq 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3x-1\leq 5$ **B.** $3x-1>5$ **C.** $3x-1<5$ **D.** $3x-1\geq 5$

Câu 5. Cho $a>b$ và c là số thực bất kì. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $ac>bc$ **B.** $a-c>b-c$ **C.** $a^2>b^2$ **D.** $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

Câu 6. Cho $a+3>b+3$. So sánh $-4a+1$ và $-4b+1$, ta được

A. $-4a+1>-4b+1$ **B.** $-4a+1=-4b+1$

C. $-4a+1<-4b+1$ **D.** $-4a+1\geq -4b+1$

Câu 7. Biển báo tốc độ tối đa cho phép là 40 km/h. Tốc độ v (km/h) của xe phải thoả mãn

A. $v<40$ **B.** $v\leq 40$ **C.** $v>40$ **D.** $v\geq 40$

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức x^2-2x+3 là

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Câu 9. Cho $a>b>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ **B.** $a^2<b^2$ **C.** $-a>-b$ **D.** $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

Câu 10. Cho hai số thực a, b có $a+b=4$. Giá trị lớn nhất của ab là

A. 4 **B.** 2 **C.** 8 **D.** 16

Câu 11. VDC Cho $x+y=10$. Giá trị lớn nhất của xy là

A. 20 **B.** 25 **C.** 50 **D.** 100

Câu 12. VDC Cho $0<a<b$. So sánh $A=\dfrac{a}{b}$ và $B=\dfrac{a+1}{b+1}$.

A. $A>B$ **B.** $A<B$ **C.** $A=B$ **D.** Không so sánh được

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho $a\leq b$.

a) $a+3\leq b+3$.

b) $-2a\leq -2b$.

c) $4a-1\leq 4b-1$.

d) $5-a\geq 5-b$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Với x, y là các số thực bất kì:

a) $(x-y)^2\geq 0$.

b) $x^2+y^2\geq 2xy$.

c) Dấu "=" trong bất đẳng thức $x^2+y^2\geq 2xy$ xảy ra khi $x=-y$.

d) $(x+y)^2\geq 4xy$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho biểu thức $A=x^2-6x+12$.

a) $A=(x-3)^2+3$.

b) $A\geq 3$ với mọi x.

c) Giá trị nhỏ nhất của A bằng 3, đạt được khi $x = -3$.

d) A luôn nhận giá trị dương.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một thang máy có tải trọng tối đa 600 kg chở 3 người có tổng khối lượng 180 kg và x thùng hàng, mỗi thùng nặng 30 kg.

a) Điều kiện để thang máy không quá tải là $180 + 30x \leq 600$.

b) Nếu chở 10 thùng thì tổng khối lượng là 480 kg.

c) Chở 15 thùng thì thang máy không quá tải.

d) Chở 14 thùng thì tổng khối lượng vừa đúng bằng tải trọng tối đa.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 + 6x + 11$.

Trả lời:

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $-x^2 + 6x - 4$.

Trả lời:

Câu 19. Hai số thực x, y có $x + y = 10$. Tìm giá trị lớn nhất của xy.

Trả lời:

Câu 20. Một tam giác có độ dài ba cạnh là 3; 8; x (x nguyên). Có bao nhiêu giá trị của x?

Trả lời:

Câu 21. VDC Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 + 4x + 7$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $-3 \leq 2x + 1 < 7$?

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG II.
PT VÀ BPT BẬC NHẤT MỘT ẨN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Khái niệm

- Bất phương trình dạng $ax+b<0$ (hoặc $ax+b>0$, $ax+b\le 0$, $ax+b\ge 0$), trong đó a, b là hai số đã cho, $a\neq 0$, gọi là **bất phương trình bậc nhất một ẩn** x.
- Số x_0 là **một nghiệm** của bất phương trình $A(x)<B(x)$ nếu $A(x_0)<B(x_0)$ là khẳng định đúng. Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

2. Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

- **Chuyển vế:** chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.
- **Nhân (chia) hai vế** với cùng một số khác 0: giữ nguyên chiều nếu số đó dương; **đổi chiều** nếu số đó âm.
- Với $ax+b<0$: ta có $ax<-b$; nếu $a>0$ thì $x<-\dfrac{b}{a}$; nếu $a<0$ thì $x>-\dfrac{b}{a}$.

Lưu ý. Lỗi thường gặp: quên đổi chiều khi chia cho số âm. Các bất phương trình có ngoặc, có mẫu số (là hằng số) hay có hạng tử x^2 triệt tiêu được đều đưa được về dạng bậc nhất. Bài toán thực tế thường hỏi nghiệm nguyên lớn nhất/nhỏ nhất: giải xong phải chọn giá trị phù hợp điều kiện.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Nhận biết bất phương trình bậc nhất một ẩn. Kiểm tra nghiệm

Phương pháp. Kiểm tra dạng $ax+b<0$ (hoặc $>$, $\le$, $\ge$) với $a\neq 0$. Thay $x=x_0$ vào hai vế: nếu được khẳng định đúng thì x_0 là nghiệm.

Bài 1. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $0x<0$; **b)** $3x<0$; **c)** $x^3+1\ge 0$; **d)** $-x+1\le 0$;
e) $a+2023>0$; **f)** $0x-5<0$; **g)** $5x-7\le 0$; **h)** $x^2+1\le 0$.

Bài 2. Kiểm tra xem $x=-1$ có là nghiệm của mỗi bất phương trình sau hay không:

a) $3x-7>2x+1$; **b)** $-3x-1>x+1$;

c) $7-3x<2-5x$; **d)** $5(x-2)>3x-1$.

Bài 3. Tìm m để $(m-2)x+5>0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Dạng 2. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Phương pháp. Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, hằng số sang vế kia; thu gọn về $ax<c$ (hoặc $>, \leq, \geq$); chia hai vế cho a, đổi chiều nếu $a<0$.

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $x-5>7$; **b)** $x-2x<8-4x$; **c)** $-4x<-3x+1$;

d) $14-5x>-3x+9$; **e)** $3(2{,}2-0{,}3x)<2{,}6+(0{,}1x-4)$.

Bài 5. Giải các bất phương trình sau:

a) $(x-1)^2<x(x+3)$; **b)** $(x-2)(x+2)>x(x-4)$;

c) $(2x+1)(x-3)-(x+2)(2x-5)\leq 7$; **d)** $2x(3x+5)-(x+2)(6x-1)\leq 33$.

Bài 6. Giải các bất phương trình sau:

a) $\dfrac{2x}{3}+\dfrac{2x-1}{6}\geq 4-\dfrac{x}{3}$; **b)** $\dfrac{x-3}{5}<6-\dfrac{1-2x}{3}$;

c) $\dfrac{x+1}{3}+\dfrac{3(2x+1)}{4}<\dfrac{2x+3(x+1)}{6}+\dfrac{7+12x}{12}$.

Bài 7. Giải bất phương trình $3(x-2)-4\leq 5x+2$.

Dạng 3. Tìm x thoả mãn điều kiện. Nghiệm nguyên

Phương pháp. Diễn đạt yêu cầu thành bất phương trình ("dương" là >0, "không nhỏ hơn" là $\geq$, …), giải rồi chọn các giá trị nguyên thoả mãn.

Bài 8. Tìm x sao cho:

a) giá trị của biểu thức $-2x+7$ là số dương;

b) giá trị của biểu thức $x+3$ nhỏ hơn giá trị của biểu thức $5-4x$;

c) giá trị của biểu thức $3x+1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $x-3$;

d) giá trị của biểu thức x^2-1 không lớn hơn giá trị của biểu thức x^2+2x-4.

Bài 9. Tìm nghiệm nguyên âm nhỏ nhất của bất phương trình $\dfrac{2x+4}{3}-\dfrac{4x-7}{18}>\dfrac{2x-5}{9}-\dfrac{2x-1}{15}$.

Bài 10. Tìm các số nguyên x thoả mãn đồng thời hai bất phương trình $15x-4>8$ và $7-6x>-20$.

Bài 11. Tìm các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $5(x-1)<2x+7$.

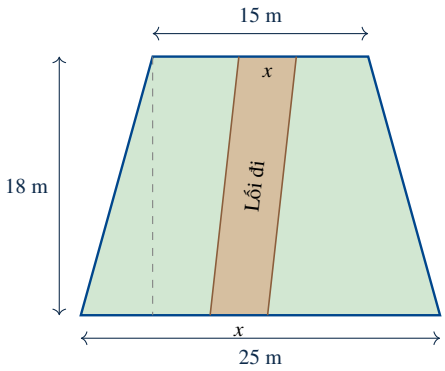
Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Gọi ẩn, đặt điều kiện (thường là số tự nhiên); lập bất phương trình từ các cụm "không vượt quá", "ít nhất", …; giải và chọn giá trị lớn nhất/nhỏ nhất phù hợp.

Bài 12. Bạn An có 90 nghìn đồng. An muốn mua một bộ thước giá 15 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển giá 8 nghìn đồng. Hỏi An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Bài 13. Trong cuộc thi "Học vui – Vui học", mỗi thí sinh trả lời 10 câu hỏi; mỗi câu đúng được 10 điểm, mỗi câu sai bị trừ 5 điểm. Ban tổ chức tặng mỗi thí sinh 10 điểm ban đầu; thí sinh cần đạt ít nhất 60 điểm để vào vòng sau. Hỏi phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu?

Bài 14. Một mảnh vườn hình thang có đáy nhỏ 15 m, đáy lớn 25 m, chiều cao 18 m. Bác Lâm làm một lối đi hình bình hành có cạnh đáy x (m) và chiều cao 18 m như hình bên ($0 < x < 15$). Biết diện tích phần đất còn lại không dưới 270 m^2. Tìm giá trị lớn nhất của x.



Bài 15. Bác Ngọc gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng với lãi suất 7,2%/năm. Bác muốn sau 12 tháng nhận được ít nhất 21 440 000 đồng (cả gốc lẫn lãi). Hỏi bác phải gửi ít nhất bao nhiêu tiền?

Bài 16. Giá cước taxi là 15 nghìn đồng cho km đầu tiên và 12 nghìn đồng cho mỗi km tiếp theo. Với 150 nghìn đồng, hành khách đi được tối đa bao nhiêu ki-lô-mét?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Cộng (trừ) cùng một số vào mỗi phân thức để xuất hiện nhân tử chung, chú ý dấu của thừa số còn lại. Với bất phương trình chứa tham số dạng $Ax > B$: xét $A > 0, A < 0, A = 0$.

Bài 17. Giải bất phương trình $\dfrac{x-1}{2023}+\dfrac{x-2}{2022} \geq \dfrac{x-3}{2021}+\dfrac{x-4}{2020}$.

Bài 18. Cho bất phương trình $(m+2)x+m^2-4<0$ (m là tham số).

a) Tìm m để đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

b) Giải bất phương trình khi $m=1$.

Bài 19. Giải và biện luận bất phương trình $mx+1>x+m$ theo tham số m.

Bài 20. Tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất áo sơ mi là 410 triệu đồng/tháng; giá bán mỗi áo là 350 nghìn đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán ít nhất bao nhiêu áo để lợi nhuận sau một năm ít nhất là 1,38 tỉ đồng?

Bài 21. Tìm m để bất phương trình $2x-m>3$ có tập nghiệm là $x>4$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Giá trị $x=3$ là một nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $2x^2 \leq 5+x$ **B.** $-4x+7>-1-x$

C. $3x-8 \geq -7x$ **D.** $5-3x<-4x+2$

Câu 2. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $6x \geq 12-x$ **B.** $y \leq 3x-4$ **C.** $x^2-4x+5>0$ **D.** $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{x}<6$

Câu 3. Hệ số a, b của bất phương trình bậc nhất một ẩn $6x-23\geq 0$ là

A. $a=6;\ b=-23$ **B.** $a=6;\ b=23$

C. $a=-23;\ b=6$ **D.** $a=23;\ b=-6$

Câu 4. Với giá trị nào của x thì biểu thức $4x+1$ nhận giá trị âm?

A. $x=-\dfrac{1}{4}$ **B.** $x>-\dfrac{1}{4}$ **C.** $x<\dfrac{1}{4}$ **D.** $x<-\dfrac{1}{4}$

Câu 5. Giá trị $x=2$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $7-x<2x$ **B.** $2x+3>9$

C. $-4x\geq x+5$ **D.** $5-x>6x-12$

Câu 6. Giá trị của m để bất phương trình $(m+2)x+m^2-4<0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn là

A. $m\neq 2$ **B.** $m\neq -2$ **C.** $m=\pm 2$ **D.** $m\neq \pm 2$

Câu 7. $x<-\dfrac{7}{5}$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $-5x+2\geq -5$ **B.** $-5x+2>5$ **C.** $-5x-2>5$ **D.** $-5x-2<5$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2x-6>0$ là

A. $x<3$ **B.** $x>-3$ **C.** $x>3$ **D.** $x<-3$

Câu 9. Bạn An có 200 000 đồng, mua một cây thước giá 6 000 đồng và x quyển vở giá 9 000 đồng/quyển ($x\in\mathbb{N}^*$). Bất phương trình mà x phải thoả mãn là

A. $6000x+9000\geq 200\,000$ **B.** $9000x+6000\geq 200\,000$

C. $6000x+9000\leq 200\,000$ **D.** $9000x+6000\leq 200\,000$

Câu 10. Bài thi gồm 20 câu; mỗi câu đúng được 5 điểm, mỗi câu sai bị trừ 2 điểm, câu không làm được 0 điểm. Bạn Thuý làm 19 câu và đạt hơn 62 điểm. Số câu đúng tối thiểu của Thuý là

A. 15 **B.** 16 **C.** 14 **D.** 13

Câu 11. VDC Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $4(x-2)<x+7$ là

A. 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 6

Câu 12. VDC Bất phương trình $3x-m\geq 6$ có tập nghiệm $x\geq 4$ khi

A. $m=4$ **B.** $m=6$ **C.** $m=-6$ **D.** $m=2$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

a) Bất phương trình $-3x<5-2x$ có nghiệm là $x<-5$.

b) Nghiệm của bất phương trình $2+5x\geq -1-x$ là $x\geq -\dfrac{1}{2}$.

c) Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4}\geq -x-1$ là $x\leq -\dfrac{7}{6}$.

d) Bất phương trình $-2x+\dfrac{2}{3}<-x-4$ có nghiệm là $x>\dfrac{14}{3}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Bạn Huyền có 30000 đồng, muốn mua 1 chiếc bút giá 8000 đồng và x quyển vở giá 3000 đồng/quyển.

a) Bất phương trình biểu thị số vở Huyền có thể mua là $8000+3000x \leq 30000$.

b) Giải bất phương trình trên ta được $x < 6$.

c) Huyền có thể mua được tối đa 8 quyển vở.

d) Huyền mua được 1 chiếc bút và tối đa 7 quyển vở.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Một thang máy chở được tối đa 710 kg cần chở một cây đàn piano nặng 260 kg và thêm x người, mỗi người nặng khoảng 60 kg.

a) Ngoài đàn piano, thang máy chở thêm được tối đa 450 kg.

b) Bất phương trình $60x+260 > 710$ biểu thị số người thang máy có thể chở thêm.

c) Giá trị của x lớn hơn 10.

d) Thang máy chở thêm được tối đa 7 người.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Hộp giấy loại I có chiều rộng x cm, chiều dài $x+9$ cm, chiều cao 18 cm; hộp loại II có chiều rộng 10 cm, chiều dài 15 cm, chiều cao $x+1$ cm ($x > 0$). Tổng diện tích xung quanh của 25 hộp loại I hơn tổng diện tích xung quanh của 20 hộp loại II không dưới 175 dm^2.

a) Chiều dài của hộp loại II là 15 cm.

b) Diện tích xung quanh của một hộp loại II là $1000(x+1)$ cm^2.

c) Ta có bất phương trình $25(72x+324)-20\cdot 50(x+1) \geq 17500$.

d) Giá trị lớn nhất của x là 13.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Trong các số -2; 0; 5; $\frac{9}{2}$; $\frac{11}{2}$, có bao nhiêu số là nghiệm của bất phương trình $2x-10 < 0$?

Trả lời: ☐

Câu 18. Tìm số nguyên lớn nhất thoả mãn bất phương trình $9-5x > 1{,}5$.

Trả lời: ☐

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn cả hai bất phương trình $2x-1<14-x$ và $(2x-3)^2 \le x(4x-1)+3$?

Trả lời:

Câu 20. Nghiệm của bất phương trình $x(x-2)+x<(x-1)^2$ là $x<a$. Tìm a.

Trả lời:

Câu 21. VDC Taxi tính 15 nghìn đồng cho km đầu và 13 nghìn đồng cho mỗi km tiếp theo. Với 200 nghìn đồng, đi được tối đa bao nhiêu km nguyên?

Trả lời:

Câu 22. VDC Tìm nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $(x-3)(x+1) \ge x^2-7$.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Nhận biết bất phương trình bậc nhất một ẩn. Kiểm tra nghiệm

Bài 1. Trong các bất phương trình $2x-3<0$; $0x+5>0$; $x^2-1 \ge 0$; $-0{,}5x \le 4$, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất một ẩn? Với mỗi bất phương trình đó, $x=2$ có là nghiệm không?

Bài 2. Kiểm tra xem $x=3$ có là nghiệm của mỗi bất phương trình sau hay không:

a) $2x+1>5$; **b)** $4-x \ge 2$; **c)** $5x-7 \le 3x+1$.

Bài 3. Kiểm tra $x=-2$ có là nghiệm của bất phương trình $3x+7<2x+4$ hay không.

Dạng 2. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $3x+2>8$; **b)** $-2x+5 \le 11$; **c)** $4x-7<2x+3$; **d)** $0{,}5x-1 \ge 1{,}5x+2$.

Bài 5. Giải các bất phương trình sau:

a) $2(x-3)+5 \ge 3(x+1)$; **b)** $(x+2)^2-x(x-1)<9$;

c) $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{x+1}{3} \le 1$; **d)** $\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{x-4}{4}>2$.

Bài 6. Giải bất phương trình $\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{2x+1}{2}>1$.

Dạng 3. Tìm x thoả mãn điều kiện. Nghiệm nguyên

Bài 7. Tìm x sao cho: a) giá trị của $5-2x$ không âm; b) giá trị của $\dfrac{x-1}{3}$ không lớn hơn giá trị của $\dfrac{2x+1}{5}$.

Bài 8. Tìm các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $3(x-2) < x+4$.

Bài 9. Tìm x để giá trị của $A = \dfrac{2x-3}{4}$ không nhỏ hơn giá trị của $B = \dfrac{x+1}{3}$.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 10. Bạn Thanh có 100 nghìn đồng, muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở giá 7 nghìn đồng/quyển. Hỏi Thanh mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Bài 11. Giá cước taxi gồm 15 nghìn đồng tiền mở cửa và 12 nghìn đồng cho mỗi ki-lô-mét. Một hành khách có 200 nghìn đồng thì đi được tối đa bao nhiêu ki-lô-mét (số nguyên)?

Bài 12. Bạn An có điểm hai bài kiểm tra là 7 và 8. Bài thứ ba cần đạt ít nhất bao nhiêu điểm để điểm trung bình ba bài không dưới 8?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 13. Giải bất phương trình $\dfrac{x+1}{99} + \dfrac{x+2}{98} \le \dfrac{x+3}{97} + \dfrac{x+4}{96}$.

Bài 14. Giải và biện luận bất phương trình $(m-2)x \ge m-2$ theo tham số m.

Bài 15. Giải bất phương trình $(x-3)(x+2) > x^2+1$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $x^2 > 1$ **B.** $2x+3 \le 0$ **C.** $0x+2 < 0$ **D.** $\dfrac{1}{x} > 2$

Câu 2. Giá trị $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $-x+3 > 4$ **B.** $3x+1 > 0$ **C.** $2x \ge 0$ **D.** $x+5 < 0$

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2x-4 > 0$ là

A. $x < 2$ **B.** $x > 2$ **C.** $x > -2$ **D.** $x < -2$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $-3x+6 \ge 0$ là

A. $x \ge 2$ **B.** $x \le -2$ **C.** $x \le 2$ **D.** $x \ge -2$

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $5-2x < x+11$ là

A. $x < -2$ **B.** $x > 2$ **C.** $x < 2$ **D.** $x > -2$

Câu 6. Số nguyên nhỏ nhất thoả mãn bất phương trình $3x-7 > 5$ là

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 3

Câu 7. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2x-1 \le 7$ là

A. 3 **B.** 5 **C.** 4 **D.** Vô số

Câu 8. Biểu thức $3x-6$ nhận giá trị không âm khi

A. $x \ge 2$ **B.** $x > 2$ **C.** $x \le 2$ **D.** $x < 2$

Câu 9. Bạn Mai có 50 nghìn đồng, mua một chiếc thước giá 5 nghìn đồng và một số chiếc bút giá 7 nghìn đồng/chiếc. Mai mua được nhiều nhất bao nhiêu chiếc bút?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

Câu 10. Một thang máy chở tối đa 500 kg đang chở 120 kg hàng. Mỗi người nặng khoảng 70 kg. Thang máy chở thêm được nhiều nhất bao nhiêu người?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Câu 11. VDC Số nguyên nhỏ nhất thoả mãn $3(x-1) \geq x+4$ là

A. 7 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Câu 12. VDC Bất phương trình $5x-2m<1$ có tập nghiệm $x<3$ khi

A. $m=8$ **B.** $m=3$ **C.** $m=7$ **D.** $m=-7$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho bất phương trình $3x-6<0$.

a) Đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn với $a=3, b=-6$.

b) $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là $x>2$.

d) Bất phương trình có 2 nghiệm nguyên dương.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho bất phương trình $-2x+5 \geq 1$.

a) Chuyển vế ta được $-2x \geq -4$.

b) Chia hai vế cho -2 ta được $x \geq 2$.

c) $x=2$ là một nghiệm của bất phương trình.

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình là 2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Bạn Mai có 100 nghìn đồng, đã mua một hộp bút giá 16 nghìn đồng; số tiền còn lại dùng mua vở giá 12 nghìn đồng/quyển. Gọi x là số vở Mai mua.

a) Ta có bất phương trình $16+12x \leq 100$.

b) $x \leq 7$.

c) Mai mua được 8 quyển vở.

d) Nếu giá vở giảm còn 10 nghìn đồng/quyển thì Mai mua được tối đa 8 quyển.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một bài thi có 20 câu; mỗi câu đúng được 5 điểm, mỗi câu sai bị trừ 1 điểm. Bạn Bình làm hết các câu và muốn đạt ít nhất 70 điểm. Gọi x là số câu đúng.

a) Số câu sai là $20-x$.

b) Ta có bất phương trình $5x-(20-x)\geq 70$.

c) Bình cần trả lời đúng ít nhất 16 câu.

d) Nếu trả lời đúng 15 câu thì Bình đạt đúng 70 điểm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tìm số nguyên lớn nhất thoả mãn bất phương trình $2x+3<11$.

Trả lời:

Câu 18. Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\dfrac{x+1}{2}<\dfrac{2x-1}{3}$.

Trả lời:

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn đồng thời $x-3<2x+1$ và $3x-5\leq 7$?

Trả lời:

Câu 20. Một bạn có 120 nghìn đồng, mua một hộp màu giá 30 nghìn đồng và một số quyển vở giá 9 nghìn đồng/quyển. Bạn đó mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Trả lời:

Câu 21. VDC Điểm hai bài kiểm tra là 6,5 và 8. Bài thứ ba cần ít nhất bao nhiêu điểm để trung bình ba bài không dưới 7,5?

Trả lời:

Câu 22. VDC Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $-1<\dfrac{2x-1}{3}\leq 3$?

Trả lời:

HẾT

CHƯƠNG
III

CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

NỘI DUNG CHƯƠNG

7 Căn bậc hai và căn thức bậc hai ..... Trang 63
8 Khai căn bậc hai với phép nhân và phép chia ..... Trang 72
9 Biến đổi đơn giản và rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai Trang 81
10 Căn bậc ba và căn thức bậc ba ..... Trang 91

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG III.
CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 7. CĂN BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC HAI

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Căn bậc hai

- Căn bậc hai của số thực không âm a là số thực x sao cho $x^2 = a$.
- Số âm không có căn bậc hai; số 0 có đúng một căn bậc hai là 0; số dương a có đúng hai căn bậc hai đối nhau là $\sqrt{a}$ (**căn bậc hai số học** của a) và $-\sqrt{a}$.
- Với $a \geq 0$: $\sqrt{a} \geq 0$ và $(\sqrt{a})^2 = a$. Với $0 \leq a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

2. Căn thức bậc hai

- Căn thức bậc hai là biểu thức dạng $\sqrt{A}$, trong đó A là một biểu thức đại số (biểu thức lấy căn).
- $\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$; điều kiện $A \geq 0$ gọi là điều kiện xác định của $\sqrt{A}$.
- Với mọi biểu thức A: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$

Lưu ý. Phân biệt "căn bậc hai của a" (gồm $\pm\sqrt{a}$) với "căn bậc hai số học của a" (chỉ là $\sqrt{a} \geq 0$). Khi bỏ dấu căn $\sqrt{A^2}$ phải viết $|A|$ rồi xét dấu của A. Một số điều kiện hay gặp: $\dfrac{1}{\sqrt{A}}$ xác định khi $A > 0$; $\sqrt{\dfrac{A}{B}}$ với A là hằng số dương xác định khi $B > 0$.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tìm căn bậc hai. So sánh

Phương pháp. Tìm $\sqrt{a}$ rồi suy ra hai căn bậc hai $\pm\sqrt{a}$. So sánh: viết số nguyên dưới dạng căn ($3 = \sqrt{9}$) rồi dùng: $0 \leq a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Bài 1. Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau:

a) 121; **b)** 0,25; **c)** $\dfrac{9}{16}$;

d) $\left(-\dfrac{2}{5}\right)^2$; **e)** 7.

Bài 2. So sánh:

a) 3 và $\sqrt{10}$; **b)** 7 và $\sqrt{50}$; **c)** $1+\sqrt{2}$ và 2; **d)** $\sqrt{15}-1$ và 3.

Bài 3. Tìm các căn bậc hai của 0,49 và của $\dfrac{121}{16}$.

Dạng 2. Điều kiện xác định của căn thức bậc hai

Phương pháp. $\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$; $\dfrac{1}{\sqrt{A}}$ xác định khi $A > 0$; $\dfrac{\cdots}{\sqrt{A} \pm B}$ cần thêm mẫu khác 0; $\sqrt{\dfrac{m}{B}}$ $(m > 0)$ xác định khi $B > 0$, $(m < 0)$ khi $B < 0$.

Bài 4. Tìm điều kiện xác định của mỗi biểu thức sau:

a) $\sqrt{5-2x}$; **b)** $\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$; **c)** $\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-3}$; **d)** $\dfrac{2x^2}{2+\sqrt{x}}$;

e) $\sqrt{25-x^2}$; **f)** $\sqrt{\dfrac{4}{2x+3}}$; **g)** $\sqrt{\dfrac{-2}{x+1}}$; **h)** $\sqrt{\dfrac{1}{x^2-4x+4}}$.

Bài 5. Tìm điều kiện xác định của $\sqrt{5-2x}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức dạng $\sqrt{A^2}$

Phương pháp. Dùng $\sqrt{A^2} = |A|$; xét dấu A (dựa vào điều kiện cho trước hoặc so sánh) để bỏ dấu giá trị tuyệt đối. Với biểu thức dạng $m \pm 2\sqrt{n}$, tìm cách viết thành bình phương $\left(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}\right)^2$.

Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$; **b)** $\sqrt{\left(4-\sqrt{15}\right)^2}+\sqrt{15}$;

c) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$; **d)** $\sqrt{49-12\sqrt{5}}-\sqrt{49+12\sqrt{5}}$.

Bài 7. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\left(a-\sqrt{5}\right)^2}$ với $a > 3$;

b) $\sqrt{a^6}$ với $a < 0$;

c) $B = \dfrac{\sqrt{9x^2+12x+4}}{3x+2}$ với $x \neq -\dfrac{2}{3}$;

d) $\sqrt{x^2-10x+25}-(x-2)$ với $x < 5$.

Bài 8. Tính $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$.

Dạng 4. Tìm x

Phương pháp. $x^2 = a$ $(a \geq 0)$ cho $x = \pm\sqrt{a}$; $\sqrt{A} = m$ $(m \geq 0)$ cho $A = m^2$; $\sqrt{A^2} = m$ $(m \geq 0)$ cho $|A| = m$, tức $A = \pm m$.

Bài 9. Tìm x, biết:

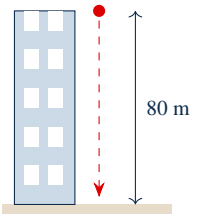
a) $x^2 = 5$; **b)** $\sqrt{x} = 3$; **c)** $\sqrt{x-1} = 2$; **d)** $\sqrt{(x-2)^2} = 3$.

Bài 10. Tìm x, biết $\sqrt{2x-1}=3$.

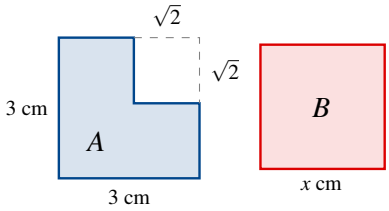
Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp. Thay các giá trị đã biết vào công thức, đưa về dạng $x^2=a$ hoặc tính trực tiếp giá trị căn; chú ý đại lượng phải dương và làm tròn theo yêu cầu.

Bài 11. Một vật rơi tự do từ độ cao 80 m so với mặt đất. Quãng đường vật rơi được (mét) cho bởi công thức $h=5t^2$, với t là thời gian rơi (giây). Hỏi sau bao lâu vật chạm đất?



Bài 12. Hình A là hình vuông cạnh 3 cm bị cắt đi một hình vuông nhỏ cạnh $\sqrt{2}$ cm ở góc; hình vuông B có diện tích bằng diện tích hình A. Tính độ dài cạnh x của hình vuông B.



Bài 13. Tốc độ tối đa cho phép v (m/s) khi ô tô đi qua đoạn đường cong được tính bởi công thức $v=\sqrt{rgu}$, trong đó r (m) là bán kính cung đường, $g=9{,}8$ m/s^2, $u=0{,}12$ là hệ số ma sát. Tính v khi $r=400$ m (làm tròn đến hàng phần mười).

Bài 14. Chu kì dao động (giây) của một con lắc đơn có chiều dài l (m) được tính xấp xỉ bởi $T=2\sqrt{l}$. Tính chu kì khi $l=1{,}44$ m và tìm chiều dài dây để chu kì bằng 3 giây.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Biến đổi biểu thức dưới dấu căn về dạng $(\ldots)^2+k$ để tìm giá trị nhỏ nhất; với phương trình $\sqrt{A^2}=B$ thì cần $B\geq 0$ và $A=\pm B$.

Bài 15. Tính $A=\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$.

Bài 16. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{x^2-2x+5}$.

Bài 17. Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+9}=2x-3$.

Bài 18. Tính $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Căn bậc hai số học của 5 là

A. $\pm\sqrt{5}$ **B.** $-\sqrt{5}$ **C.** 25 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 2. Căn bậc hai số học của 196 là

A. 14 **B.** -14 **C.** ± 14 **D.** $\sqrt{14}$

Câu 3. Số nào sau đây là căn bậc hai số học của 0,36?

A. $-0{,}6$ **B.** 0,6 **C.** 0,9 **D.** $-0{,}18$

Câu 4. Căn bậc hai của 9 là

A. 3 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 3 và -3 **D.** -3

Câu 5. Số 9 là căn bậc hai số học của số nào?
A. 81 **B.** 3 **C.** 3 và -3 **D.** 81 và -81

Câu 6. Giá trị của biểu thức $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ là
A. $-1-\sqrt{3}$ **B.** $1-\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}-1$ **D.** $\sqrt{3}+1$

Câu 7. Biểu thức $\sqrt{x-3}$ xác định khi
A. $x<3$ **B.** $x\le 3$ **C.** $x<0$ **D.** $x\ge 3$

Câu 8. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-2x}$ là
A. $x<\dfrac{1}{2}$ **B.** $x\le\dfrac{1}{2}$ **C.** $x>\dfrac{1}{2}$ **D.** $x\ge\dfrac{1}{2}$

Câu 9. Biểu thức $\sqrt{\dfrac{1}{5-x}}$ xác định khi
A. $x\le 5$ **B.** $x>5$ **C.** $x\ge 5$ **D.** $x<5$

Câu 10. Rút gọn biểu thức $\sqrt{49x^2}+3x$ với $x<0$, ta được
A. $4x$ **B.** $-4x$ **C.** $-10x$ **D.** $10x$

Câu 11. VDC Giá trị của biểu thức $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}$ là
A. 2 **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 4 **D.** $2-2\sqrt{3}$

Câu 12. VDC Số giá trị nguyên của x để biểu thức $\sqrt{5-x}+\sqrt{x+2}$ xác định là
A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho biểu thức $A=\sqrt{x-2}+\sqrt{6-x}$.

a) Điều kiện xác định của A là $2\le x\le 6$.

b) Tại $x=2$ thì $A=2$.

c) Tại $x=3$ thì $A=1+\sqrt{3}$.

d) Biểu thức A xác định tại $x=7$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho biểu thức $A=\sqrt{16-8x+x^2}-x-4$.

a) Điều kiện xác định của A là $x\ge 0$.

b) Với $x\le 4$, rút gọn ta được $A=-2x-8$.

c) Với $x\ge 4$, rút gọn ta được $A=-8$.

d) Giá trị của A tại $x=2$ là -4.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Xét biểu thức $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$.

a) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=2-\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{5}-2$.

c) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}=2\sqrt{5}$.

d) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$ là một số hữu tỉ.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Quãng đường S (m) một vật rơi tự do được trong t (giây) là $S=4{,}9t^2$.

a) Thời gian rơi được quãng đường S là $t=\sqrt{\dfrac{S}{4{,}9}}$.

b) Vật được thả từ độ cao 122,5 m thì sau 5 giây chạm đất.

c) Vật được thả từ độ cao 19,6 m thì sau 2 giây chạm đất.

d) Nếu độ cao tăng 4 lần thì thời gian rơi tăng 4 lần.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên x để biểu thức $\sqrt{5-x}+\sqrt{x+1}$ xác định?

Trả lời: ☐

Câu 18. Tính $\sqrt{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}+\sqrt{7}$.

Trả lời: ☐

Câu 19. Tìm x, biết $\sqrt{2x-1}=3$.

Trả lời: ☐

Câu 20. Rút gọn biểu thức $\sqrt{x^2-10x+25}+x$ với $x<5$.

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Tìm giá trị nhỏ nhất của $\sqrt{x^2-6x+25}$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Tính tổng các giá trị của x thoả mãn $\sqrt{(2x-1)^2}=5$.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tìm căn bậc hai. So sánh

Bài 1. Tìm các căn bậc hai của: 64; 0,09; $\frac{25}{49}$; 11.

Bài 2. So sánh: a) 6 và $\sqrt{35}$; b) 2 và $\sqrt{3}+1$; c) $\sqrt{11}-3$ và 1.

Bài 3. So sánh: a) 7 và $\sqrt{50}$; b) $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$.

Dạng 2. Điều kiện xác định của căn thức bậc hai

Bài 4. Tìm điều kiện xác định của mỗi biểu thức sau:

a) $\sqrt{3x-6}$; b) $\sqrt{-5x}$; c) $\frac{1}{\sqrt{4-x}}$;

d) $\sqrt{x^2+1}$; e) $\sqrt{\frac{3}{x-2}}$; f) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

Bài 5. Tìm điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{3}{x-2}}$ và của $\sqrt{x^2+1}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức dạng $\sqrt{A^2}$

Bài 6. Rút gọn:

a) $\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}$; b) $\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{2}$;

c) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$; d) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

Bài 7. Rút gọn: a) $2\sqrt{a^2}-5a$ với $a<0$; b) $\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$ với $x>3$; c) $\sqrt{16a^4}$.

Bài 8. Rút gọn $\sqrt{x^2-6x+9}$ với $x<3$.

Dạng 4. Tìm x

Bài 9. Tìm x, biết: a) $x^2=7$; b) $\sqrt{x+2}=5$; c) $\sqrt{(2x-1)^2}=3$.

Bài 10. Tìm x, biết $\sqrt{(x-1)^2}=4$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 11. Vận tốc v (m/s) của một vật rơi tự do khi chạm đất từ độ cao h (m) là $v=\sqrt{2gh}$ với $g=9{,}8$ m/s^2. Tính v khi $h=20$ m (làm tròn đến hàng phần mười).

Bài 12. Một mảnh đất hình vuông có diện tích 50 m^2. Tính độ dài cạnh của mảnh đất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 13. Một tấm kính hình vuông có diện tích 1,21 m^2. Tính chu vi tấm kính.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 14. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q=\sqrt{x^2+4x+13}$.

Bài 15. Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+4}=4-x$.

Bài 16. Tìm giá trị lớn nhất của $\sqrt{8+2x-x^2}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Căn bậc hai số học của 10 là

A. $\sqrt{10}$ **B.** $-\sqrt{10}$ **C.** $\pm\sqrt{10}$ **D.** 100

Câu 2. Số 81 có các căn bậc hai là

A. -9 **B.** ± 81 **C.** 9 **D.** 9 và -9

Câu 3. Số 6 là căn bậc hai số học của

A. 3 **B.** 36 **C.** ± 36 **D.** 12

Câu 4. Biểu thức $\sqrt{2x-1}$ xác định khi

A. $x<\dfrac{1}{2}$ **B.** $x\le\dfrac{1}{2}$ **C.** $x\ge\dfrac{1}{2}$ **D.** $x>\dfrac{1}{3}$

Câu 5. Điều kiện xác định của $\sqrt{125-5x}$ là

A. $x\le 25$ **B.** $x\ge 25$ **C.** $x\le 15$ **D.** $x\ge 0$

Câu 6. Biểu thức $\sqrt{\dfrac{2026}{x-5}}$ xác định khi

A. $x\ge 5$ **B.** $x\le 5$ **C.** $x<5$ **D.** $x>5$

Câu 7. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{25-x}{2026}}$ là

A. $x\ge 25$ **B.** $x\le 25$ **C.** $x<25$ **D.** $x>25$

Câu 8. Rút gọn $\sqrt{\dfrac{a^3}{a}}$ với $a<0$, ta được

A. a **B.** a^2 **C.** $-a$ **D.** $\pm a$

Câu 9. Giá trị của $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ là

A. $3-2\sqrt{3}$ **B.** 1 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2

Câu 10. Giá trị của $\sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$ là

A. 4 **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $4+2\sqrt{5}$ **D.** $4-2\sqrt{5}$

Câu 11. VDC Giá trị của $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ là

A. $1-\sqrt{5}$ **B.** 2 **C.** $\sqrt{5}+1$ **D.** $\sqrt{5}-1$

Câu 12. VDC Biểu thức $\sqrt{-(x-3)^2}$ xác định khi

A. $x \geq 3$ **B.** $x \leq 3$ **C.** $x = 3$ **D.** mọi x

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Xét tính đúng, sai:

a) Số 16 có hai căn bậc hai là 4 và -4.

b) $\sqrt{16} = \pm 4$.

c) Số -9 không có căn bậc hai.

d) Số 0 có hai căn bậc hai.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho biểu thức $B = \sqrt{9x^2-6x+1}+3x$.

a) B xác định với mọi x.

b) Với $x < \dfrac{1}{3}$ thì $B = 1$.

c) Với $x \geq \dfrac{1}{3}$ thì $B = 6x-1$.

d) $B = 1$ khi và chỉ khi $x = 0$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Xét điều kiện xác định:

a) $\sqrt{x-3}$ xác định khi $x \geq 3$.

b) $\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$ xác định khi $x \geq 3$.

c) $\sqrt{\dfrac{-2}{x+1}}$ xác định khi $x < -1$.

d) $\sqrt{\dfrac{1}{x^2-4x+4}}$ xác định khi $x \neq 2$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Tốc độ tối đa khi qua đoạn đường cong bán kính r (m) là $v = \sqrt{rgu}$ (m/s), với $g = 9{,}8$; $u = 0{,}12$.

a) Với $r = 400$ m thì $v \approx 21{,}7$ m/s.

b) Nếu bán kính tăng 4 lần thì v tăng 2 lần.

c) Để $v = 14$ m/s thì $r \approx 166{,}7$ m.

d) Với $r = 100$ m thì $v > 12$ m/s.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tìm $x \geq 0$, biết $\sqrt{x} = 7$.

Trả lời:

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên dương x để $\sqrt{4-x}$ xác định?

Trả lời:

Câu 19. Tính $\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2} + \sqrt{2}$.

Trả lời:

Câu 20. Biết $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = a\sqrt{5} + b$ (a, b nguyên). Tính $a - b$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tìm $x > 5$ thoả mãn $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 3$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Tìm giá trị nhỏ nhất của $\sqrt{4x^2 + 4x + 10}$.

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG III.
CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 8. KHAI CĂN BẬC HAI VỚI PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Khai căn bậc hai và phép nhân

- Với $A \geq 0, B \geq 0$: $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$.
- **Khai căn một tích:** khai căn từng thừa số rồi nhân các kết quả. **Nhân các căn:** nhân các biểu thức dưới dấu căn rồi khai căn kết quả.
- Mở rộng cho nhiều thừa số không âm: $\sqrt{ABC} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C}$.

2. Khai căn bậc hai và phép chia

- Với $A \geq 0, B > 0$: $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.
- **Khai căn một thương:** khai căn tử và mẫu rồi chia. **Chia hai căn:** chia hai biểu thức dưới dấu căn rồi khai căn kết quả.

Lưu ý. Các công thức chỉ đúng khi biểu thức dưới căn **không âm** (mẫu dương). Chẳng hạn $\sqrt{(-4)(-9)} = 6$ nhưng không viết được $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9}$. Không có công thức $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Với biểu thức chứa chữ: $\sqrt{A^2 B} = |A|\sqrt{B}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Khai căn một tích. Nhân các căn bậc hai

Phương pháp. Tách số dưới dấu căn thành tích các số chính phương (hoặc dễ khai căn); nhân các căn để được số chính phương rồi khai căn.

Bài 1. Tính:

a) $\sqrt{2{,}5 \cdot 14{,}4}$; **b)** $\sqrt{10{,}24 \cdot 6{,}25}$; **c)** $\sqrt{11^2 \cdot (-12)^2}$; **d)** $\sqrt{1{,}6 \cdot 250}$.

Bài 2. Tính:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; **b)** $\sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$; **c)** $\sqrt{3}\left(\sqrt{27} + \sqrt{3}\right)$; **d)** $\sqrt{32}\left(1 - \sqrt{2}\right)$.

Bài 3. Tính $\sqrt{2,5}\cdot\sqrt{14,4}$.

Dạng 2. Khai căn một thương. Chia hai căn bậc hai

Phương pháp. Đổi hỗn số, số thập phân ra phân số; khai căn tử và mẫu; khi chia hai căn, chia các biểu thức dưới căn để được số chính phương.

Bài 4. Tính:

a) $\sqrt{\dfrac{9}{169}}$; **b)** $\sqrt{1\dfrac{9}{16}}$; **c)** $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$; **d)** $\sqrt{0,0196}$;

e) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}:\sqrt{\dfrac{8}{27}}$.

Bài 5. Tính $\sqrt{1\dfrac{9}{16}}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa chữ

Phương pháp. Dùng $\sqrt{A^2}=|A|$ và điều kiện về dấu của chữ để bỏ giá trị tuyệt đối.

Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{25x^2}$ với $x\geq 0$; **b)** $\sqrt{36a^2}$ với $a<0$;

c) $\sqrt{5a}\cdot\sqrt{45a}-3a$ với $a\geq 0$; **d)** $\sqrt{0,36(a-1)^2}$ với $a<1$;

e) $\dfrac{x}{2y}\sqrt{\dfrac{y^2}{x^4}}$ với $x<0, y>0$; **f)** $\dfrac{3m}{8n}\sqrt{\dfrac{64n^2}{9m^2}}$ với $m>0, n<0$.

Bài 7. Rút gọn $\sqrt{16a^4b^6}$ với $b<0$.

Dạng 4. Tính giá trị biểu thức. Phân tích thành nhân tử

Phương pháp. Dùng hằng đẳng thức $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$; viết $m+2\sqrt{n}$ thành bình phương. Phân tích: với $x\geq 0$ thì $x=(\sqrt{x})^2$.

Bài 8. Tính:

a) $\sqrt{10,6^2-5,6^2}$;

b) $\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$;

c) $\sqrt{29+12\sqrt{5}}+\sqrt{29-12\sqrt{5}}$.

Bài 9. Phân tích thành nhân tử (các biểu thức đều có nghĩa):

a) $3+\sqrt{3}$; **b)** $\sqrt{ab}+\sqrt{a}$; **c)** $x-9$ $(x\geq 0)$; **d)** $x-2\sqrt{x}+1$.

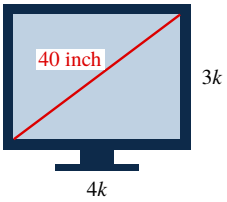
Bài 10. Phân tích $x-2\sqrt{x}$ thành nhân tử (với $x\geq 0$).

Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp. Rút đại lượng cần tìm từ công thức, khai căn một tích hoặc một thương.

Bài 11. Theo định luật Joule – Lenz, nhiệt lượng toả ra ở dây dẫn là $Q = I^2Rt$, trong đó Q (J), I (A), R (Ω), t (s). Tính cường độ dòng điện I khi $Q = 800$ J, $R = 10\ \Omega$, $t = 5$ s.

Bài 12. Kích thước màn hình ti vi được xác định bởi độ dài đường chéo. Một ti vi có màn hình hình chữ nhật với tỉ lệ chiều rộng : chiều cao là 4 : 3 và đường chéo 40 inch. Tính chiều rộng, chiều cao của màn hình.



Bài 13. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $\sqrt{18}$ m và chiều rộng $\sqrt{8}$ m. Tính diện tích mảnh đất.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Biến đổi biểu thức dưới căn thành bình phương đúng: $x \pm 2\sqrt{x-1} = \left(\sqrt{x-1} \pm 1\right)^2$; so sánh bằng cách bình phương hai vế không âm.

Bài 14. Cho $a \geq 0$, $b \geq 0$. Chứng minh rằng $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \leq \dfrac{a+b}{2}$.

Bài 15. Rút gọn $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $1 \leq x \leq 2$.

Bài 16. Tính $B = \sqrt{7-2\sqrt{10}} + \sqrt{20} + \sqrt{8}$.

Bài 17. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n: $\sqrt{n} \cdot \sqrt{n+2} < n+1$.

Bài 18. Rút gọn $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Cho a, b là hai số không âm. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ **B.** $\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

C. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ **D.** $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

Câu 2. Kết quả của phép tính $\sqrt{2{,}5} \cdot \sqrt{14{,}4}$ là

A. 36 **B.** 0,6 **C.** 6 **D.** 60

Câu 3. Kết quả của phép tính $\sqrt{10{,}24 \cdot 6{,}25}$ là

A. 6,4 **B.** 8 **C.** 80 **D.** 0,8

Câu 4. Kết quả của phép tính $\sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$ là

A. 25 **B.** 5 **C.** 150 **D.** 15

Câu 5. Kết quả của phép tính $\sqrt{11^2 \cdot (-12)^2}$ là

A. -132 **B.** 132 **C.** 23 **D.** -23

Câu 6. Kết quả của phép tính $\sqrt{3}\left(\sqrt{27} + \sqrt{3}\right)$ là

A. 10 **B.** 6 **C.** 12 **D.** $9\sqrt{3}$

Câu 7. Kết quả của phép tính $\sqrt{80} : \sqrt{5}$ là

A. 4 **B.** 16 **C.** 2 **D.** 8

Câu 8. Kết quả của phép tính $\sqrt{\dfrac{9}{169}}$ là

A. $\dfrac{9}{13}$ **B.** $\dfrac{3}{169}$ **C.** $\dfrac{81}{169}$ **D.** $\dfrac{3}{13}$

Câu 9. Rút gọn $\sqrt{25x^2}$ với $x \geq 0$, ta được

A. $-5x$ **B.** $25x$ **C.** $5x$ **D.** $\pm 5x$

Câu 10. Rút gọn $\sqrt{36a^2}$ với $a < 0$, ta được

A. $6a$ **B.** $-6a$ **C.** $36a$ **D.** $-36a$

Câu 11. VDC Với $x \geq 4$, biểu thức $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$ bằng

A. $2\sqrt{x-4}$ với mọi $x \geq 4$ **B.** $2\sqrt{x-4}$ khi $x \geq 8$ **C.** 4 với mọi $x \geq 4$ **D.** 4 khi $x \geq 8$

Câu 12. VDC So sánh $A = \sqrt{2025} + \sqrt{2027}$ và $B = 2\sqrt{2026}$.

A. $A > B$ **B.** $A = B$ **C.** $A < B$ **D.** Không so sánh được

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho biểu thức $A = \sqrt{2a \cdot 8ab^2}$ với $a \geq 0$.

a) $A = 4a|b|$.

b) Với $b \geq 0$ thì $A = 4ab$.

c) Với $a = 2$, $b = -3$ thì $A = 24$.

d) Với $a = 1$, $b = -1$ thì $A = -4$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho biểu thức $B = \sqrt{3a} \cdot \sqrt{27a}$ với $a \geq 0$.

a) $B = 9a$.

b) Với $a = 4$ thì $B = 36$.

c) $B = \sqrt{30a}$.

d) $B - 9a = 0$ với mọi $a \geq 0$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Xét hai biểu thức $P = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ và $Q = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$.

a) P xác định khi $x \geq 1$ hoặc $x < -1$.

b) Q xác định khi $x \geq 1$.

c) Với $x \geq 1$ thì $P = Q$.

d) Tại $x=-3$, cả hai biểu thức đều xác định.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho phương trình $3\sqrt{x^2-1}+2\sqrt{x+1}=0$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 1$.

b) $x=-1$ là một nghiệm của phương trình.

c) Với $x \geq 1$ thì vế trái dương.

d) Phương trình có hai nghiệm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tính $\sqrt{10{,}6^2-5{,}6^2}$.

Trả lời:

Câu 18. Biết $\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=a\sqrt{6}+b$ (a, b nguyên). Tính $a+b$.

Trả lời:

Câu 19. Biết $\sqrt{29+12\sqrt{5}}+\sqrt{29-12\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$. Tìm a.

Trả lời:

Câu 20. Tính $\sqrt{1{,}6}\cdot\sqrt{250}$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính $\sqrt{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Tính giá trị của $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Khai căn một tích. Nhân các căn bậc hai

Bài 1. Tính:

a) $\sqrt{0{,}09\cdot 64}$; **b)** $\sqrt{12{,}1\cdot 360}$; **c)** $\sqrt{5}\cdot\sqrt{45}$;

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{4{,}5}$; **e)** $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\sqrt{3}$.

Bài 2. Tính $\sqrt{45\cdot 80}$.

Dạng 2. Khai căn một thương. Chia hai căn bậc hai

Bài 3. Tính: a) $\sqrt{\dfrac{49}{121}}$; b) $\sqrt{2\dfrac{7}{9}}$; c) $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$; d) $\dfrac{\sqrt{6{,}4}}{\sqrt{0{,}4}}$.

Bài 4. Tính $\dfrac{\sqrt{12{,}5}}{\sqrt{0{,}5}}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa chữ

Bài 5. Rút gọn: a) $\sqrt{16x^2}$ với $x<0$; b) $\sqrt{a^4(a-2)^2}$ với $a<2$; c) $\sqrt{3a}\cdot\sqrt{12a}$ với $a\geq 0$; d) $\dfrac{\sqrt{48x^4}}{\sqrt{3x^2}}$ với $x\neq 0$.

Bài 6. Rút gọn $\sqrt{27x}\cdot\sqrt{3x}$ với $x\geq 0$.

Dạng 4. Tính giá trị biểu thức. Phân tích thành nhân tử

Bài 7. Tính: a) $\sqrt{17^2-8^2}$; b) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$; c) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}$.

Bài 8. Phân tích thành nhân tử: a) $5-\sqrt{5}$; b) $x-4$ $(x\geq 0)$; c) $x+4\sqrt{x}+4$.

Bài 9. Tính $(\sqrt{12}+\sqrt{27})\cdot\sqrt{3}$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 10. Một ti vi có màn hình hình chữ nhật tỉ lệ 4 : 3 và đường chéo 50 inch. Tính chiều rộng và chiều cao của màn hình.

Bài 11. Một hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật kích thước 8 m $\times$ 18 m. Tính cạnh hình vuông.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 12. Chứng minh rằng với $a\geq 0$, $b\geq 0$: $\sqrt{a+b}\leq\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Bài 13. Rút gọn $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x\geq 2$.

Bài 14. So sánh $\sqrt{2025}+\sqrt{2027}$ và $2\sqrt{2026}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Đẳng thức $\sqrt{\dfrac{A}{B}}=\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ đúng khi

A. $A\geq 0, B\geq 0$ **B.** $A>0, B\geq 0$

C. $A\geq 0, B>0$ **D.** A, B bất kì

Câu 2. Kết quả của phép tính $\sqrt{0{,}4}\cdot\sqrt{6{,}4}$ là

A. 16 **B.** 1,6 **C.** 0,16 **D.** 2,56

Câu 3. Kết quả của phép tính $\sqrt{49\cdot 0{,}25}$ là

A. 3,5 **B.** 35 **C.** 12,25 **D.** 0,35

Câu 4. Kết quả của phép tính $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ là

A. 9 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 3

Câu 5. Kết quả của phép tính $\sqrt{\dfrac{16}{225}}$ là

A. $\dfrac{16}{15}$ **B.** $\dfrac{4}{225}$ **C.** $\dfrac{4}{15}$ **D.** $\dfrac{2}{15}$

Câu 6. Kết quả của phép tính $\sqrt{12\cdot 75}$ là

A. 900 **B.** 30 **C.** 60 **D.** 15

Câu 7. Rút gọn $\sqrt{4a^2}$ với $a<0$, ta được

A. $2a$ **B.** $4a$ **C.** $-4a$ **D.** $-2a$

Câu 8. Kết quả của phép tính $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)\cdot\sqrt{2}$ là

A. 4 **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** 10

Câu 9. Rút gọn $x\sqrt{\dfrac{9}{x^2}}$ với $x>0$, ta được

A. 3 **B.** -3 **C.** $3x$ **D.** $\dfrac{3}{x}$

Câu 10. Với mọi a, b, biểu thức $\sqrt{a^2b^4}$ bằng

A. ab^2 **B.** $|a|b^2$ **C.** $-ab^2$ **D.** $a|b|$

Câu 11. VDC Giá trị của $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ là

A. $2-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{5}-2$ **C.** $\sqrt{5}+2$ **D.** 1

Câu 12. VDC Với $a>0$, $c<0$, biểu thức $\sqrt{\dfrac{a^2b^4}{9c^2}}$ bằng

A. $\dfrac{ab^2}{3c}$ **B.** $\dfrac{ab^2}{9c}$ **C.** $-\dfrac{ab^2}{9c}$ **D.** $-\dfrac{ab^2}{3c}$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Xét tính đúng, sai:

a) $\sqrt{4\cdot 25}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}=10$.

b) $\sqrt{(-4)\cdot(-25)}=\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-25}$.

c) $\sqrt{\dfrac{9}{16}}=\dfrac{3}{4}$.

d) $\sqrt{9+16}=\sqrt{9}+\sqrt{16}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho $E=\left(\sqrt{45}\cdot\sqrt{20}\right):\sqrt{9}$.

a) $\sqrt{45}\cdot\sqrt{20}=30$.

b) $E=10$.

c) E là số vô tỉ.

d) $E^2=100$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho $P=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+3}$ với $x\geq 0$.

a) $P=\sqrt{x^2+3x}$.

b) Tại $x=1$ thì $P=2$.

c) $P<x+2$ với mọi $x\geq 0$.

d) Phương trình $P=2$ có hai nghiệm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một ti vi có màn hình tỉ lệ 4 : 3, đường chéo 60 inch.

a) Chiều rộng màn hình là 48 inch.

b) Chiều cao màn hình là 36 inch.

c) Diện tích màn hình là 1728 inch^2.

d) Nếu đường chéo tăng gấp đôi (cùng tỉ lệ) thì diện tích tăng gấp đôi.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tính $\sqrt{12{,}1 \cdot 250}$.

Trả lời: $\square$

Câu 18. Tính $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} + \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$.

Trả lời: $\square$

Câu 19. Tính $\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$.

Trả lời: $\square$

Câu 20. Tính $\sqrt{1{,}44 \cdot 0{,}81}$.

Trả lời: $\square$

Câu 21. VDC Tính $\sqrt{14+6\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.

Trả lời: $\square$

Câu 22. VDC Tính $\sqrt{32} \cdot \sqrt{0{,}5} + \dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$.

Trả lời: $\square$

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG III.
CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 9. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN VÀ RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn

- **Ra ngoài:** với $B \geq 0$: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$.
- **Vào trong:** với $B \geq 0$: nếu $A \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$; nếu $A < 0$ thì $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$.

2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn. Trục căn thức ở mẫu

- Với $A \cdot B \geq 0, B \neq 0$: $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{AB}}{|B|}$.
- Với $B > 0$: $\dfrac{A}{\sqrt{B}} = \dfrac{A\sqrt{B}}{B}$.
- Với $A \geq 0, A \neq B^2$: $\dfrac{C}{\sqrt{A}+B} = \dfrac{C\left(\sqrt{A}-B\right)}{A-B^2}$; $\dfrac{C}{\sqrt{A}-B} = \dfrac{C\left(\sqrt{A}+B\right)}{A-B^2}$.
- Với $A \geq 0, B \geq 0, A \neq B$: $\dfrac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{C\left(\sqrt{A} \mp \sqrt{B}\right)}{A-B}$.

3. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai

- Tìm điều kiện xác định (nếu đề chưa cho).
- Phân tích các mẫu thành nhân tử ($x - a^2 = (\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a)$, $x \pm 2a\sqrt{x} + a^2 = (\sqrt{x} \pm a)^2$, …), quy đồng, thu gọn tử, rút gọn phân thức.
- Với các câu hỏi phụ (tính giá trị, tìm x, so sánh, …) luôn đối chiếu điều kiện xác định.

Lưu ý. Biểu thức $\sqrt{A}+B$ và $\sqrt{A}-B$ gọi là hai biểu thức **liên hợp**; tích của chúng là $A - B^2$ không còn căn. Khi đưa thừa số âm vào trong căn phải giữ lại dấu "$-$" ở ngoài.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn

Phương pháp. Tách số dưới căn thành tích của một số chính phương lớn nhất với số còn lại. Để so sánh $a\sqrt{b}$ và $c\sqrt{d}$, đưa thừa số vào trong căn rồi so sánh hai biểu thức dưới căn.

Bài 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{50}$; **b)** $\sqrt{108}$; **c)** $\sqrt{18x^2}$ $(x<0)$; **d)** $\sqrt{75a^2b}$ $(a,b\geq 0)$.

Bài 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $3\sqrt{5}$; **b)** $-2\sqrt{3}$; **c)** $2x\sqrt{3y}$ $(x<0,\ y\geq 0)$; **d)** $a\sqrt{\dfrac{1}{a}}$ $(a>0)$.

Bài 3. So sánh: a) $3\sqrt{7}$ và $2\sqrt{15}$; b) $5\sqrt{2}$ và $4\sqrt{3}$.

Bài 4. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{72a^2}$ với $a<0$.

Dạng 2. Khử mẫu. Trục căn thức ở mẫu

Phương pháp. Mẫu là $\sqrt{B}$: nhân cả tử và mẫu với $\sqrt{B}$. Mẫu là tổng (hiệu) có căn: nhân cả tử và mẫu với biểu thức liên hợp.

Bài 5. Khử mẫu của biểu thức lấy căn: a) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$; b) $\sqrt{\dfrac{5}{2x}}$ $(x>0)$.

Bài 6. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$; **b)** $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; **c)** $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$;

d) $\dfrac{4}{3-\sqrt{5}}$; **e)** $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$.

Bài 7. Trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{6}{\sqrt{7}-1}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức số

Phương pháp. Đưa các căn về cùng một căn "gốc" rồi cộng, trừ như đơn thức đồng dạng; trục căn ở mẫu trước khi cộng trừ phân thức.

Bài 8. Rút gọn:

a) $\sqrt{28}-\sqrt{63}+\sqrt{112}$; **b)** $\left(\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$;

c) $2\sqrt{27}-3\sqrt{12}+\sqrt{98}$; **d)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$;

e) $\sqrt{20}-2\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$.

Bài 9. Rút gọn $\sqrt{50}-3\sqrt{8}+\sqrt{18}$.

Dạng 4. Rút gọn biểu thức chứa biến và bài toán liên quan

Phương pháp. Phân tích mẫu, quy đồng, rút gọn. Tìm x để biểu thức nhận giá trị cho trước: giải phương trình ẩn $\sqrt{x}$; xét dấu: dựa vào $\sqrt{x}\geq 0$; giá trị nguyên: tách phần nguyên.

Bài 10. Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ với $x\geq 0, x\neq 4$.

a) Rút gọn A.

b) Tính giá trị của A khi $x=9$.

c) Tìm x để $A=2$.

d) Chứng minh $A<3$.

Bài 11. Cho $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{2}{\sqrt{a}+3}\right):\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-3}$ với $a\geq 0, a\neq 1, a\neq 9$.

a) Rút gọn B.

b) Tính B tại $a=4+2\sqrt{3}$.

c) Có giá trị nào của a để $B=\dfrac{1}{2}$ không?

Bài 12. Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x}{x-9}$ với $x>0, x\neq 9$.

a) Rút gọn B.

b) Tìm các số nguyên x để $P=A\cdot B<0$.

Bài 13. Cho $P=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}+\sqrt{x}$ với $x\geq 0$. Rút gọn P và tính P khi $x=4$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp. Biến đổi công thức có căn (khử mẫu, đưa thừa số ra ngoài) rồi thay số.

Bài 14. Diện tích tam giác đều cạnh a là $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Một tấm biển hình tam giác đều có diện tích $9\sqrt{3}$ dm^2. Tính độ dài cạnh tấm biển và chiều cao $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ của nó.

Bài 15. Một tam giác có độ dài ba cạnh là $\sqrt{8}$ cm, $\sqrt{18}$ cm, $\sqrt{32}$ cm. Tính chu vi tam giác (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Trục căn từng hạng tử để được tổng "triệt tiêu": $\dfrac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}=\sqrt{k+1}-\sqrt{k}$. Tìm x để biểu thức nguyên: tách $P=m+\dfrac{n}{\sqrt{x}+c}$.

Bài 16. Tính $S=\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$.

Bài 17. Cho $a=\sqrt{\frac{3}{5}}+\sqrt{\frac{5}{3}}$. Tính $A=15a^2-8a\sqrt{15}+16$.

Bài 18. Tìm các số nguyên x để $P=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ nhận giá trị nguyên ($x\geq 0, x\neq 9$).

Bài 19. Tính $S=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{49}+\sqrt{47}}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Với $x<0, y\geq 0$, đưa thừa số vào trong dấu căn biểu thức $2x\sqrt{3y}$ ta được

A. $\sqrt{12x^2y}$ **B.** $-\sqrt{12x^2y}$ **C.** $\sqrt{6xy}$ **D.** $-\sqrt{6x^2y}$

Câu 2. Trục căn thức ở mẫu của $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ta được

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{18}$ bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $9\sqrt{2}$ **C.** $3\sqrt{2}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Câu 4. Biểu thức $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ sau khi trục căn thức ở mẫu có dạng $m\sqrt{5}+n$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 0 **D.** 1

Câu 5. Biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ sau khi rút gọn có dạng $a+b\sqrt{2}$ ($a,b\in\mathbb{Z}$). Giá trị $a+b$ là

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** -2

Câu 6. Kết quả rút gọn $\sqrt{28}-\sqrt{63}+\sqrt{112}$ là

A. $\sqrt{7}$ **B.** $3\sqrt{7}$ **C.** $5\sqrt{7}$ **D.** $9\sqrt{7}$

Câu 7. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ là

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 1 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{3}$

Câu 8. Kết quả rút gọn $xy\sqrt{\frac{1}{x^2y^2}}$ với $x<0, y<0$ là

A. -1 **B.** 1 **C.** xy **D.** $-xy$

Câu 9. Kết quả của $\left(\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Câu 10. Với $x\geq 0, x\neq 1$, biểu thức $\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ bằng

A. $\sqrt{x}-1$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{x}+1}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ **D.** $\sqrt{x}+1$

Câu 11. VDC Giá trị của $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$ là

A. 5 **B.** 4 **C.** 24 **D.** $\sqrt{24}$

Câu 12. VDC Cho $P = 2\sqrt{x} - 1$ $(x \geq 0)$. Số giá trị nguyên của x để $P < 5$ là

A. 9 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 3

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho $A = \sqrt{9x} - \sqrt{4x} + \sqrt{16x}$ với $x \geq 0$.

a) $A = 5\sqrt{x}$.

b) Tại $x = 4$ thì $A = 10$.

c) $A = 15$ khi $x = 3$.

d) $A \geq 0$ với mọi $x \geq 0$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho $P = \dfrac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

a) Điều kiện xác định của P là $x > 0, x \neq 1$.

b) Rút gọn được $P = 2\sqrt{x}$.

c) Tại $x = 4$ thì $P = 4$.

d) $P = 6$ khi $x = 3$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho $A = \dfrac{1}{2 + \sqrt{x}} + \dfrac{1}{2 - \sqrt{x}} - \dfrac{2\sqrt{x}}{4 - x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn được $A = \dfrac{2}{2 + \sqrt{x}}$.

b) A nhận giá trị âm với mọi $x \geq 0, x \neq 4$.

c) Tại $x = 5$ thì A là số hữu tỉ.

d) $A = 1$ khi $x = 0$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

b) $\dfrac{2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} + 1$.

c) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=2+\sqrt{3}$.

d) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}>4$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Biết $\sqrt{50}-\sqrt{18}+\sqrt{8}=a\sqrt{2}$. Tìm a.

Trả lời:

Câu 18. Biết $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ (a, b là số tự nhiên). Tính $a\cdot b$.

Trả lời:

Câu 19. Cho $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$. Tính A tại $x=16$.

Trả lời:

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên x để $Q=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ ($x\geq 0$, $x\neq 1$) nhận giá trị nguyên?

Trả lời:

Câu 21. VDC Cho $x=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$. Tính x^2+y^2.

Trả lời:

Câu 22. VDC Biết $\dfrac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ với a, b nguyên dương. Tính $a\cdot b$.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn

Bài 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: a) $\sqrt{72}$; b) $\sqrt{125}$; c) $\sqrt{27a^2}$ ($a<0$); d) $\sqrt{32x^3}$ ($x\geq 0$).

Bài 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn: a) $5\sqrt{2}$; b) $-3\sqrt{2}$; c) $a\sqrt{\dfrac{2}{a}}$ $(a>0)$. So sánh $5\sqrt{3}$ và $4\sqrt{5}$.

Bài 3. Đưa thừa số vào trong dấu căn rồi so sánh $3\sqrt{5}$ và $5\sqrt{3}$.

Dạng 2. Khử mẫu. Trục căn thức ở mẫu

Bài 4. Trục căn thức ở mẫu: a) $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$; b) $\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$; c) $\dfrac{6}{3+\sqrt{3}}$; d) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$.

Bài 5. Khử mẫu của biểu thức lấy căn: $\sqrt{\dfrac{3}{50}}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức số

Bài 6. Rút gọn: a) $3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{18}$; b) $\left(\sqrt{20}-\sqrt{45}+\sqrt{80}\right)\cdot\sqrt{5}$;

c) $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$; d) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$.

Bài 7. Tính $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$.

Dạng 4. Rút gọn biểu thức chứa biến và bài toán liên quan

Bài 8. Cho $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.

a) Rút gọn Q.

b) Tính Q khi $x=4$.

c) Chứng minh $Q>1$.

Bài 9. Cho $A=\dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để $A=8$.

c) Tìm các số nguyên x để $A\leq 6$.

Bài 10. Cho $Q=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\geq 0, x\neq 4$. Rút gọn Q và tính Q khi $x=9$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 11. Một tấm thép hình tam giác đều có diện tích $16\sqrt{3}$ cm^2. Tính độ dài cạnh của tấm thép (biết $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$).

Bài 12. Thời gian t (giây) để một vật rơi tự do từ độ cao h (m) chạm đất là $t=\sqrt{\dfrac{h}{4{,}9}}$. Tính t khi $h=19{,}6$ m.

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 13. Tính $T=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{15}}$.

Bài 14. Tìm các số nguyên x để $\dfrac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 15. Cho $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$. Tính xy và x^2+y^2.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{20}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $10\sqrt{2}$

Câu 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn: $-3\sqrt{2}$ bằng

A. $\sqrt{18}$ **B.** $-\sqrt{18}$ **C.** $-\sqrt{6}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 3. Trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{5}{\sqrt{5}}$ bằng

A. $5\sqrt{5}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 5

Câu 4. Trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ bằng

A. $\sqrt{3}-1$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

Câu 5. Kết quả rút gọn $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}$ là

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 0 **D.** $3\sqrt{3}$

Câu 6. So sánh $A=2\sqrt{3}$ và $B=3\sqrt{2}$, ta được

A. $A>B$ **B.** $A=B$ **C.** $A<B$ **D.** Không so sánh được

Câu 7. Khử mẫu của biểu thức lấy căn $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ ta được

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 8. Với $x>0$, biểu thức $x\sqrt{\dfrac{5}{x}}$ bằng

A. $\sqrt{5}$ **B.** $5\sqrt{x}$ **C.** $x\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{5x}$

Câu 9. Với $x\geq 0$, biểu thức $\dfrac{x-9}{\sqrt{x}+3}$ bằng

A. $\sqrt{x}+3$ **B.** $\sqrt{x}-3$ **C.** $x-3$ **D.** $3-\sqrt{x}$

Câu 10. Với $x\geq 0$, $x\neq 1$, biểu thức $\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ bằng

A. $\sqrt{x}-1$ **B.** $\sqrt{x}+1$ **C.** 1 **D.** $x-1$

Câu 11. VDC Giá trị của $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ là

A. 2 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 1 **D.** 3

Câu 12. VDC Với $x\geq 0$, $x\neq 4$, biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ rút gọn được

A. $\dfrac{2}{x-4}$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{x}}{x+4}$ **C.** $\dfrac{4}{x-4}$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{x}}{x-4}$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Xét tính đúng, sai:

a) $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

b) $-2\sqrt{5}=\sqrt{20}$.

c) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

d) $3\sqrt{2}<2\sqrt{3}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho $B=\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}$.

a) Điều kiện xác định của B là $x>0$.

b) Rút gọn được $B=2\sqrt{x}$.

c) $B=4$ khi $x=4$.

d) $B>x$ với mọi $x>0$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

b) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$.

c) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$.

d) $\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\sqrt{7}+\sqrt{3}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Diện tích tam giác đều cạnh a là $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

a) Với $a=2$ thì $S=\sqrt{3}$.

b) Nếu cạnh tăng gấp đôi thì diện tích tăng gấp 4 lần.

c) Nếu $S=25\sqrt{3}$ thì $a=10$.

d) Với $a=4$ thì $S=8\sqrt{3}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Biết $\sqrt{72}-\sqrt{32}=a\sqrt{2}$. Tìm a.

Trả lời:

Câu 18. Biết $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ (a, b là số tự nhiên). Tính $a+b$.

Trả lời:

Câu 19. Tính $\left(\sqrt{20}-\sqrt{45}+\sqrt{80}\right)\cdot\sqrt{5}$.

Trả lời:

Câu 20. Cho $A=2\sqrt{x}+2$. Tìm x để $A=8$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Có bao nhiêu số nguyên $x\geq 0$ để $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ là số nguyên?

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG III.
CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 10. CĂN BẬC BA VÀ CĂN THỨC BẬC BA

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Căn bậc ba

- Căn bậc ba của số thực a là số thực x thoả mãn $x^3 = a$.
- Mỗi số thực a có **duy nhất** một căn bậc ba, kí hiệu $\sqrt[3]{a}$ (3 là chỉ số căn). Phép tìm căn bậc ba gọi là phép khai căn bậc ba.
- $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$ với mọi số thực a.
- Căn bậc ba của số dương là số dương, của số 0 là 0, của số âm là số âm.

2. Căn thức bậc ba

- Căn thức bậc ba là biểu thức dạng $\sqrt[3]{A}$, trong đó A là biểu thức đại số; $\sqrt[3]{A}$ xác định với mọi giá trị của biến làm A xác định.
- $\left(\sqrt[3]{A}\right)^3 = \sqrt[3]{A^3} = A$.
- **Mở rộng:** $a < b$ khi và chỉ khi $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$; $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$; $\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ $(b \neq 0)$.

Lưu ý. Khác với căn bậc hai, căn bậc ba của số âm vẫn tồn tại ($\sqrt[3]{-8} = -2$) và **không cần** đặt điều kiện cho biểu thức dưới dấu căn bậc ba. Hằng đẳng thức hay dùng: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$; $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính căn bậc ba. Thực hiện phép tính

Phương pháp. Viết số dưới dấu căn dưới dạng lập phương: $\sqrt[3]{a^3} = a$; dùng $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$ để tách thừa số lập phương ra ngoài.

Bài 1. Tính:

a) $\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[3]{-0{,}064}$;

b) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{27}}$; $\sqrt[3]{-\dfrac{125}{512}}$;

c) $\sqrt[3]{64a^3}$; $\sqrt[3]{-8a^3b^6}$.

Bài 2. Tính:

a) $\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{-27}+\sqrt[3]{-64}$;

b) $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{-16}+\sqrt[3]{128}$;

c) $\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt[3]{13{,}5}-\sqrt[3]{120}:\sqrt[3]{15}$;

d) $\left(\sqrt[3]{2}+1\right)\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1\right)$.

Bài 3. Tính $\sqrt[3]{-125}+\sqrt[3]{64}-\sqrt[3]{0{,}008}$.

Dạng 2. Rút gọn. So sánh

Phương pháp. Nhận dạng hằng đẳng thức lập phương dưới dấu căn; so sánh bằng cách đưa thừa số vào trong căn bậc ba: $a\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a^3b}$.

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt[3]{x^3+1+3x(x+1)}$;

b) $\dfrac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$;

c) $-x+5+\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1}$.

Bài 5. So sánh: a) $2\sqrt[3]{3}$ và $\sqrt[3]{23}$; b) 3 và $\sqrt[3]{26}$; c) $3\sqrt[3]{2}$ và $2\sqrt[3]{7}$.

Bài 6. So sánh $3\sqrt[3]{2}$ và $2\sqrt[3]{3}$.

Dạng 3. Giải phương trình chứa căn bậc ba

Phương pháp. $\sqrt[3]{A}=B$ khi và chỉ khi $A=B^3$; $\sqrt[3]{A}=\sqrt[3]{B}$ khi và chỉ khi $A=B$. Không cần đặt điều kiện xác định.

Bài 7. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{2-3x}=-2$;

b) $\sqrt[3]{1000x}-\sqrt[3]{64x}-\sqrt[3]{27x}=15$;

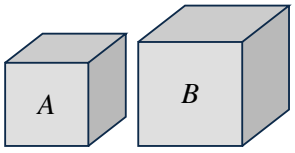
c) $\sqrt[3]{x-1}=x-1$.

Bài 8. Giải phương trình $\sqrt[3]{2x-1}=3$.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Thể tích hình lập phương $V=a^3$ cho cạnh $a=\sqrt[3]{V}$; thay số vào công thức có căn bậc ba, làm tròn theo yêu cầu và chú ý đổi đơn vị.

Bài 9. Có hai khối bê tông hình lập phương A và B với thể tích lần lượt là 8 dm^3 và 15 dm^3. Tính độ dài cạnh của mỗi khối (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 10. Chiều cao ngang vai của một con voi đực châu Phi là $h=62{,}5\sqrt[3]{t}+75{,}8$ (cm), với t là tuổi (năm).

a) Con voi 8 tuổi cao ngang vai bao nhiêu xentimét?

b) Một con voi cao ngang vai 205 cm thì khoảng bao nhiêu tuổi (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Bài 11. Theo định luật Kepler, khoảng cách trung bình d (triệu dặm) từ một hành tinh đến Mặt Trời là $d=\sqrt[3]{6t^2}$, với t (ngày Trái Đất) là thời gian hành tinh quay hết một vòng quanh Mặt Trời. Biết 1 dặm $\approx 1{,}609$ km.

a) Trái Đất quay một vòng hết 365 ngày. Tính khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời theo triệu ki-lô-mét (làm tròn đến hàng phần mười).

b) Sao Hoả quay một vòng hết 687 ngày. Tính khoảng cách từ Sao Hoả đến Mặt Trời theo triệu ki-lô-mét (làm tròn đến hàng phần mười).

Bài 12. Một khối lập phương có thể tích 343 cm^3. Tính độ dài cạnh và diện tích toàn phần của khối.

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Đặt $x=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ rồi lập phương hai vế: $x^3=a+b+3\sqrt[3]{ab}\cdot x$; được phương trình bậc ba có nghiệm dễ đoán. Với phương trình $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=C$, đặt $u=\sqrt[3]{A}$, $v=\sqrt[3]{B}$.

Bài 13. Tính $A=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$.

Bài 14. Cho $x=\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}+\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$ và $y=\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}+\sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$. Tính $M=(x+y)^3-3(x+y)(xy+1)+2019$.

Bài 15. Giải phương trình $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{7-x}=2$.

Bài 16. Tính $A=\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Căn bậc ba của 27 bằng

A. 9 **B.** 3 **C.** -3 **D.** ± 3

Câu 2. Số -3 là căn bậc ba của số nào?

A. -9 **B.** 27 **C.** 9 **D.** -27

Câu 3. Căn bậc ba của biểu thức $3x-2$ được viết là

A. $\sqrt{3x-2}$ **B.** $(3x-2)^3$ **C.** $\sqrt[3]{3x}-2$ **D.** $\sqrt[3]{3x-2}$

Câu 4. Căn bậc ba của $(x+2)^3$ là

A. $x-2$ **B.** $x+2$ **C.** $\dfrac{x+2}{3}$ **D.** $x-1$

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Căn bậc ba của -8 là -2 **B.** Số âm không có căn bậc ba

C. Căn bậc ba của 27 là 3 và -3 **D.** Mỗi số thực có hai căn bậc ba đối nhau

Câu 6. Với $a\neq 0$, ta có $\sqrt[3]{-\dfrac{1}{8a^3}}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2a}$ **B.** $\dfrac{1}{4a}$ **C.** $-\dfrac{1}{2a}$ **D.** $-\dfrac{1}{2a^2}$

Câu 7. Điều kiện xác định của $\sqrt[3]{x^3-1}$ là

A. $x>1$ **B.** $x\in\mathbb{R}$ **C.** $x\geq 1$ **D.** $x\leq 1$

Câu 8. Điều kiện xác định của biểu thức $Z=\sqrt[3]{3-x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $1<x\leq 3$ **B.** $1\leq x\leq 3$ **C.** $x\geq 1$ **D.** $x>1$

Câu 9. Rút gọn $\sqrt[3]{-27x^3}$ ta được

A. $-9x$ **B.** $-3x$ **C.** $9x$ **D.** $3x$

Câu 10. Rút gọn $\sqrt[3]{(3-\sqrt{7})^3}$ ta được

A. $3-\sqrt{7}$ **B.** $-3-\sqrt{7}$ **C.** $3+\sqrt{7}$ **D.** $\sqrt{7}-3$

Câu 11. VDC Giá trị của $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là

A. 2 **B.** 18 **C.** 3 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 12. VDC Số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x+1}=x+1$ là

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho biểu thức $A=x+7+\sqrt[3]{x^3-3x^2+3x-1}$.

a) Điều kiện xác định của A là $x\geq 1$.

b) Rút gọn được $A=2x+6$.

c) Giá trị của A tại $x=1$ là 8.

d) Có đúng một giá trị nguyên của x để $A=1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Chiều cao ngang vai của voi đực châu Phi: $h=62{,}5\sqrt[3]{t}+75{,}8$ (cm), t là tuổi ($t\in\mathbb{N}^*$).

a) Con voi 8 tuổi cao ngang vai 200 cm (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Con voi cao 276 cm thì trên 30 tuổi.

c) Con voi cần ít nhất 46 tuổi để cao từ 300 cm trở lên.

d) Con voi không quá 34 tuổi thì cao không quá 280 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Theo định luật Kepler, $d=\sqrt[3]{6t^2}$ (d: triệu dặm; t: ngày Trái Đất).

a) Với $t=365$ thì $d\approx 93$ triệu dặm (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Sao Hoả ($t=687$) xa Mặt Trời hơn Trái Đất.

c) Hành tinh ở xa Mặt Trời hơn thì chu kì quay quanh Mặt Trời dài hơn.

d) Hành tinh cách Mặt Trời 120 triệu dặm có chu kì quay 536 ngày (làm tròn đến hàng đơn vị).

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho hai số thực a, b bất kì.

a) Nếu $a=b$ thì $\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{b}$.

b) Nếu $a<b<0$ thì $\sqrt[3]{a}>\sqrt[3]{b}$.

c) Mỗi số thực a khác 0 có hai căn bậc ba là $\sqrt[3]{a}$ và $-\sqrt[3]{a}$.

d) $\sqrt[3]{a^3} = a$ với mọi a.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tìm x thoả mãn $2\sqrt[3]{27x} + \frac{1}{7}\sqrt[3]{-343x} + \sqrt[3]{-729x} = 8$.

Trả lời:

Câu 18. Cho $A = \sqrt[3]{2019 - x}$. Tại $x = 2027$, tính giá trị của $1 + 25A^3$.

Trả lời:

Câu 19. Một thùng tôn hình lập phương có thể tích 730 dm^3. Độ dài cạnh thùng khoảng bao nhiêu đề-xi-mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 20. Một hình lập phương có cùng thể tích với hình hộp chữ nhật kích thước 4,8 dm; 3 dm; 15 dm. Tính cạnh hình lập phương (dm).

Trả lời:

Câu 21. VDC Giải phương trình $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} + x = 9$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Một bể hình lập phương chứa đầy 512 lít nước. Cạnh bể dài bao nhiêu đề-xi-mét?

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính căn bậc ba. Thực hiện phép tính

Bài 1. Tính: a) $\sqrt[3]{-216}$; b) $\sqrt[3]{0{,}001}$; c) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$; d) $\sqrt[3]{125x^6}$.

Bài 2. Tính: a) $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{-1}$; b) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{3}$; c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$.

Bài 3. Tính $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$.

Dạng 2. Rút gọn. So sánh

Bài 4. Rút gọn: a) $\sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8}$; b) $\sqrt[3]{8a^3}-a$.

Bài 5. So sánh: a) $\sqrt[3]{9}$ và 2; b) $3\sqrt[3]{2}$ và $\sqrt[3]{55}$.

Bài 6. Rút gọn $\sqrt[3]{8a^3}-\sqrt[3]{-27a^3}$.

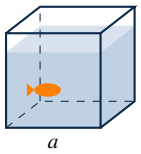
Dạng 3. Giải phương trình chứa căn bậc ba

Bài 7. Giải các phương trình: a) $\sqrt[3]{x+5}=-3$; b) $\sqrt[3]{3x-1}+2=0$; c) $\sqrt[3]{8x}-\sqrt[3]{27x}+\sqrt[3]{64x}=6$.

Bài 8. Giải phương trình $\sqrt[3]{x^3+6x^2+12x+8}=5$.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 9. Một bể cá hình lập phương chứa được đúng 125 lít nước. Tính độ dài cạnh của bể (đề-xi-mét).



Bài 10. Thể tích khối cầu bán kính r là $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$. Một quả bóng có thể tích 36π cm^3. Tính bán kính quả bóng.

Bài 11. Một bể nước dạng hình lập phương chứa đầy 1000 lít nước. Tính độ dài cạnh bể (theo dm).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 12. Tính $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$.

Bài 13. Chứng minh rằng $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ là nghiệm của phương trình $x^3+3x-4=0$. Từ đó tính x.

Bài 14. Giải phương trình $\sqrt[3]{x+1}=x+1$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Giá trị của $\sqrt[3]{-64}$ là

A. 4 **B.** -8 **C.** -4 **D.** 8

Câu 2. Giá trị của $\sqrt[3]{0{,}008}$ là

A. 0,2 **B.** 0,02 **C.** 2 **D.** 0,04

Câu 3. Một hình lập phương có thể tích 64 cm^3. Cạnh hình lập phương là

A. 8 cm **B.** 16 cm **C.** 32 cm **D.** 4 cm

Câu 4. Cho $\sqrt[3]{x^3}=5$. Giá trị của x là

A. 125 **B.** 5 **C.** 25 **D.** 15

Câu 5. Kết quả của $\sqrt[3]{-125a^3}+3a$ khi $a=3$ là

A. 12 **B.** 8 **C.** -6 **D.** 6

Câu 6. Giá trị của $A=\sqrt[3]{27}+3\sqrt[3]{-8}-2\sqrt[3]{125}$ là

A. -13 **B.** 13 **C.** -19 **D.** 19

Câu 7. Một bể cá hình lập phương chứa được đúng 125 lít nước. Cạnh của bể là

A. 50 dm **B.** 4 m **C.** 5 m **D.** 0,5 m

Câu 8. Trục căn thức ở mẫu của $M = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ta được

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{9}}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt[3]{6}}{3}$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{2x+1} = 3$ là

A. $x = 4$ **B.** $x = 13$ **C.** $x = 14$ **D.** $x = 1$

Câu 10. Cho $A = 2\sqrt[3]{3}$ và $B = \sqrt[3]{25}$. Khẳng định đúng là

A. $A > B$ **B.** $A = B$ **C.** $A \geq B$ **D.** $A < B$

Câu 11. VDC Giá trị của $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}$ là

A. $1+\sqrt{3}$ **B.** $3+\sqrt{3}$ **C.** $2+\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 12. VDC So sánh $A = 3\sqrt[3]{2}$ và $B = 2\sqrt[3]{3}$.

A. Không so sánh được **B.** $A < B$ **C.** $A = B$ **D.** $A > B$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hai biểu thức $P = \sqrt[3]{2a}$ và $Q = \sqrt[3]{3a}$.

a) Với $a = 32$ thì P là số tự nhiên.

b) Khi $Q = -3$ thì $a = 9$.

c) Với mọi số thực a thì $P < Q$.

d) P là số nguyên khi $a = \dfrac{k^3}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x} - 2$.

a) Khi $x = -8$ thì $P = 0$.

b) Khi $x = 8$ thì $P = 0$.

c) $P < 0$ khi và chỉ khi $x < 8$.

d) $P = 1$ khi $x = 27$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Một hình lập phương có thể tích V.

a) Nếu $V = 27$ cm^3 thì cạnh là 3 cm.

b) Nếu thể tích tăng 8 lần thì cạnh tăng 2 lần.

c) Nếu cạnh là 2,5 cm thì $V = 15{,}625$ cm^3.

d) Nếu $V = 100$ cm^3 thì cạnh lớn hơn 5 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm: $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$, dấu "=" khi $a=b=c$. Với $a,b,c>0$:

a) $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{a} \geq 3$.

b) Nếu $abc=1$ thì $a^2+b^2+c^2 \geq 3$.

c) $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right) \geq 9$.

d) Trong các hình hộp chữ nhật có tổng ba kích thước bằng 12, thể tích lớn nhất bằng 48.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tính $\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{-27}+\sqrt[3]{-64}$.

Trả lời: ☐

Câu 18. Biết $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{-16}+\sqrt[3]{128}=a\sqrt[3]{2}$. Tìm a.

Trả lời: ☐

Câu 19. Tính giá trị của $\sqrt[3]{x^3+1+3x(x+1)}$ tại $x=4$.

Trả lời: ☐

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x-1}=-5$.

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Tính $\sqrt[3]{-0{,}064}\cdot\sqrt[3]{125}$.

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Giải phương trình $\sqrt[3]{5x+2}=-3$.

Trả lời: ☐

HẾT

CHƯƠNG
IV

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

NỘI DUNG CHƯƠNG

11 Tỉ số lượng giác của góc nhọn ..... Trang 100

12 Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng ..... Trang 111

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG IV.

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 11. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

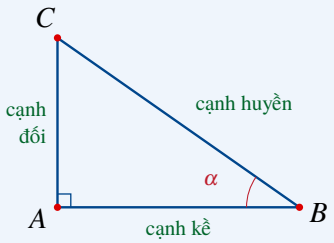
Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa

Cho tam giác ABC vuông tại A, góc nhọn $\widehat{B}=\alpha$. Với góc α: AC là cạnh đối, AB là cạnh kề, BC là cạnh huyền.



$$\sin\alpha=\frac{\text{đối}}{\text{huyền}}=\frac{AC}{BC};\quad \cos\alpha=\frac{\text{kề}}{\text{huyền}}=\frac{AB}{BC};$$

$$\tan\alpha=\frac{\text{đối}}{\text{kề}}=\frac{AC}{AB};\quad \cot\alpha=\frac{\text{kề}}{\text{đối}}=\frac{AB}{AC}.$$

- Với mọi góc nhọn α: $0<\sin\alpha<1$; $0<\cos\alpha<1$; $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$; $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Nếu $\alpha+\beta=90^\circ$ thì: $\sin\alpha=\cos\beta$; $\cos\alpha=\sin\beta$; $\tan\alpha=\cot\beta$; $\cot\alpha=\tan\beta$.

3. Tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Có thể dùng máy tính cầm tay (chế độ đơn vị Độ) để tính tỉ số lượng giác của một góc hoặc tìm góc khi biết tỉ số lượng giác.

Lưu ý. Tỉ số lượng giác chỉ phụ thuộc vào độ lớn của góc, không phụ thuộc vào kích thước tam giác vuông. Khi góc nhọn α tăng thì $\sin\alpha$, $\tan\alpha$ tăng còn $\cos\alpha$, $\cot\alpha$ giảm. Mở rộng: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

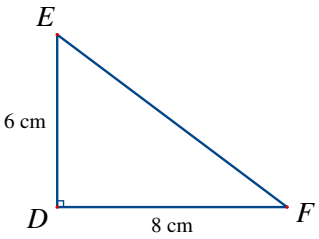
PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

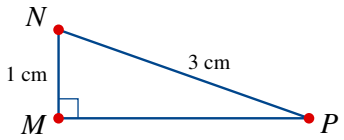
Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn

Phương pháp. Xác định cạnh đối, cạnh kề, cạnh huyền ứng với góc đang xét; tính cạnh còn thiếu bằng định lí Pythagore rồi lập các tỉ số.

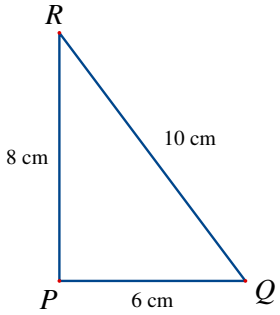
Bài 1. Cho tam giác DEF vuông tại D có $DE = 6$ cm, $DF = 8$ cm (hình bên). Tính các tỉ số lượng giác của góc E và góc F.



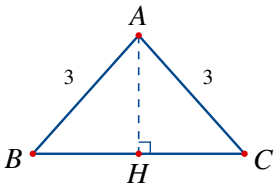
Bài 2. Cho tam giác MNP vuông tại M có $NP = 3$ cm, $MN = 1$ cm. Tính các tỉ số lượng giác của góc N, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc P.



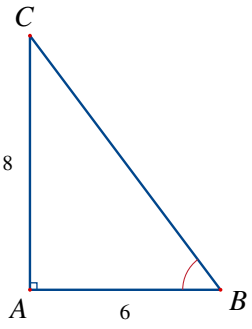
Bài 3. Cho tam giác PQR có $PQ = 6$ cm, $QR = 10$ cm, $RP = 8$ cm. Chứng minh tam giác PQR vuông và tính các tỉ số lượng giác của góc Q.



Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm. Kẻ đường cao AH. Tính AH và các tỉ số lượng giác của góc B.



Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Tính các tỉ số lượng giác của góc B.



Dạng 2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau. So sánh, sắp xếp

Phương pháp. Đổi các tỉ số về cùng một loại (cùng sin hoặc cùng tan) nhờ tính chất hai góc phụ nhau; rồi dùng: góc tăng thì sin, tan tăng; cos, cot giảm.

Bài 6. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45°:

a) $\sin 60^\circ$; **b)** $\cos 75^\circ$; **c)** $\tan 52^\circ 30'$; **d)** $\cot 82^\circ$.

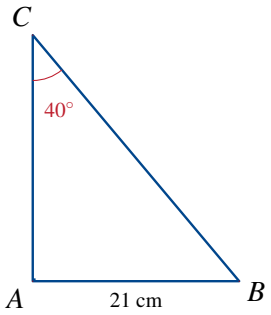
Bài 7. Không dùng máy tính, sắp xếp theo thứ tự tăng dần: $\sin 78^\circ$; $\cos 14^\circ$; $\sin 47^\circ$; $\cos 87^\circ$.

Bài 8. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45°: $\sin 70^\circ$; $\cos 62^\circ$; $\tan 58^\circ$.

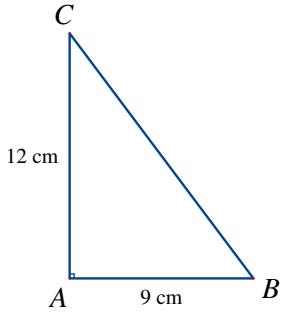
Dạng 3. Tính cạnh, góc của tam giác vuông

Phương pháp. Chọn tỉ số lượng giác chứa cạnh đã biết và cạnh cần tìm; tìm góc khi biết hai cạnh bằng máy tính ($\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$), làm tròn đến phút.

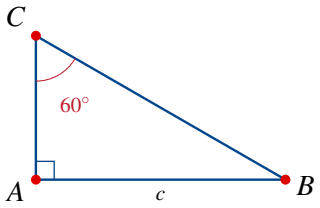
Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 21$ cm, $\widehat{C} = 40^\circ$. Tính AC, BC (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm. Tính số đo các góc B và C (làm tròn đến phút).



Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$ và $\widehat{C} = 60^\circ$. Tính AC, BC theo c.



Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$ cm, $\widehat{B} = 35^\circ$. Tính AB, AC (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 4. Tính giá trị biểu thức

Phương pháp. Dùng bảng giá trị đặc biệt và tính chất hai góc phụ nhau; nhóm các cặp góc phụ nhau để được $\sin\alpha - \cos(90^\circ - \alpha) = 0$, $\tan\alpha \cdot \tan(90^\circ - \alpha) = 1$.

Bài 13. Tính giá trị các biểu thức:

a) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$;

b) $\tan 45^\circ \cdot \cot 45^\circ + \sin^2 45^\circ$;

c) $2\sin 30^\circ - \sqrt{3}\tan 60^\circ$;

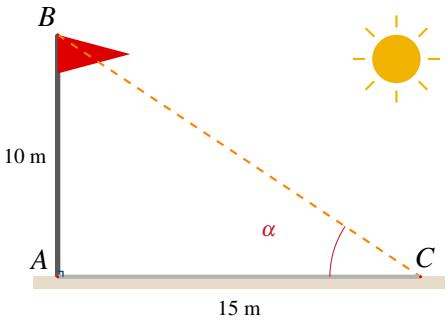
d) $\sin 35^\circ - \cos 55^\circ + \dfrac{\tan 40^\circ}{\cot 50^\circ}$.

Bài 14. Tính $A = \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ + \tan 45^\circ$.

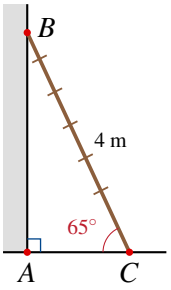
Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp. Vẽ hình mô tả, xác định tam giác vuông, góc đã biết (góc nâng, góc nghiêng) và chọn tỉ số lượng giác thích hợp.

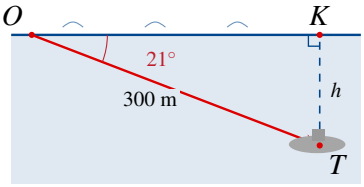
Bài 15. Một cột cờ cao 10 m có bóng trên mặt đất dài 15 m. Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (làm tròn đến phút).



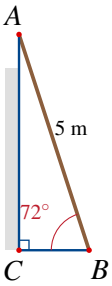
Bài 16. Một chiếc thang dài 4 m dựa vào tường, tạo với mặt đất một góc 65°. Hỏi đầu thang chạm tường ở độ cao bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần trăm)?



Bài 17. Một tàu ngầm đang ở trên mặt biển bắt đầu lặn theo đường thẳng tạo với mặt nước một góc 21°. Khi tàu đi được 300 m theo đường lặn thì tàu ở độ sâu bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần mười)?



Bài 18. Một chiếc thang dài 5 m dựa vào tường. Để an toàn, thang phải tạo với mặt đất góc từ 65° đến 75°. Người ta đặt chân thang cách tường 1,55 m. Hỏi thang có được đặt an toàn không? Khi đó đầu thang chạm tường ở độ cao bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?



Dạng 6. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Dùng $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ (suy từ định lí Pythagore), $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; chia cả tử và mẫu cho $\cos\alpha$ để đưa biểu thức về theo $\tan\alpha$.

Bài 19. Cho góc nhọn α.

a) Chứng minh $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

b) Biết $\sin\alpha=0{,}6$. Tính $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

Bài 20. Cho góc nhọn α có $\tan\alpha=2$. Tính $P=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$.

Bài 21. Tính $A=\sin^2 10^\circ+\sin^2 20^\circ+\sin^2 30^\circ+\cdots+\sin^2 80^\circ$.

Bài 22. Cho góc nhọn α có $\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$. Tính $\dfrac{3\sin\alpha-2\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin B = \dfrac{AC}{BC}$ **B.** $\sin B = \dfrac{AB}{BC}$ **C.** $\sin B = \dfrac{AC}{AB}$ **D.** $\sin B = \dfrac{AB}{AC}$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos B = \dfrac{AC}{BC}$ **B.** $\cos B = \dfrac{AB}{BC}$ **C.** $\cos B = \dfrac{AB}{AC}$ **D.** $\cos B = \dfrac{AC}{AB}$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan C = \dfrac{AC}{AB}$ **B.** $\tan C = \dfrac{AB}{BC}$ **C.** $\tan C = \dfrac{AB}{AC}$ **D.** $\tan C = \dfrac{AC}{BC}$

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Giá trị của $\sin B$ là

A. $\dfrac{3}{5}$ **B.** $\dfrac{3}{4}$ **C.** $\dfrac{4}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{5}$

Câu 5. Cho $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha = \sin\beta$ **B.** $\sin\alpha = \cos\beta$ **C.** $\tan\alpha = \tan\beta$ **D.** $\cos\alpha = \cos\beta$

Câu 6. Hệ thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$ **B.** $\tan 40^\circ = \cot 50^\circ$

C. $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ **D.** $\sin 40^\circ = \sin 50^\circ$

Câu 7. Giá trị của biểu thức $\sin 48^\circ - \cos 42^\circ$ bằng

A. 1 **B.** $2\sin 48^\circ$ **C.** 0 **D.** -1

Câu 8. Giá trị của $\tan 30^\circ$ là

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 9. Giá trị của $\cos 60^\circ$ là

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\sqrt{3}$

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$ cm, $\widehat{B} = 30^\circ$. Độ dài cạnh AC là

A. $5\sqrt{3}$ cm **B.** $10\sqrt{3}$ cm **C.** 5 cm **D.** 20 cm

Câu 11. VDC Cho góc nhọn α có $\tan\alpha = 3$. Giá trị của $\dfrac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ là

A. $\dfrac{7}{3}$ **B.** $\dfrac{5}{2}$ **C.** 7 **D.** $\dfrac{7}{2}$

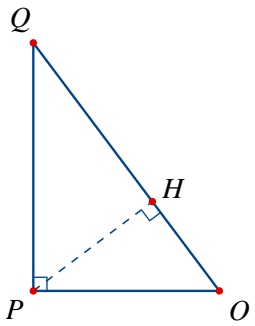
Câu 12. VDC Cho góc nhọn α có $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{7}{5}$. Giá trị của $\sin\alpha\cos\alpha$ là

A. $\dfrac{12}{25}$ **B.** $\dfrac{24}{25}$ **C.** $\dfrac{49}{50}$ **D.** $\dfrac{7}{10}$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho tam giác POQ vuông tại P, đường cao PH.



a) $\sin O = \dfrac{PQ}{OQ}$.

b) $\sin O = \dfrac{PH}{OP}$.

c) $\cos Q = \dfrac{PH}{PQ}$.

d) $\tan O = \dfrac{OH}{PH}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 2$ cm.

a) $BC = 2\sqrt{2}$ cm.

b) $\sin B = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\tan B = 1$.

d) $\cos C = \sqrt{2}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm.

a) $AC = 8$ cm.

b) $\sin C = 0{,}6$.

c) $\tan B = 0{,}75$.

d) $\widehat{B} \approx 53^\circ$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Xét tính đúng, sai:

a) $\sin 25^\circ = \cos 65^\circ$.

b) $\tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ = 1$.

c) $\cos 20^\circ < \cos 40^\circ$.

d) $\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ = 1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm. Tính $\sin C$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm. Tính $\tan B$.

Trả lời:

Câu 19. Cho tam giác MNP vuông tại M, $MN = 6$ cm, $MP = 8$ cm. Tính $\sin P$.

Trả lời:

Câu 20. Cho tam giác OPQ vuông tại P, đường cao PH, $OH = 2$ dm, $QH = 8$ dm. Tính $\tan O$.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Một chiếc thang dài 5 m đặt tạo với mặt đất góc 70°. Chân thang cách tường bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần trăm)?

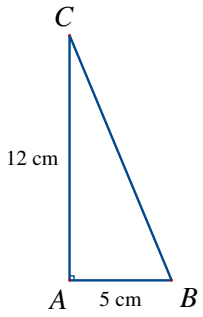
Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

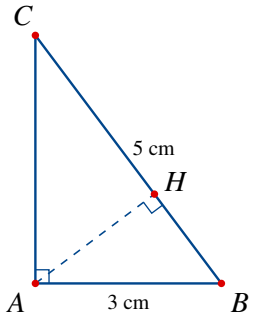
A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tính các tỉ số lượng giác của góc B.



Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, đường cao AH. Tính $\sin B$ bằng hai cách.



Bài 3. Cho góc nhọn α có $\sin\alpha = 0{,}6$. Tính $\cos\alpha$ và $\tan\alpha$.

Dạng 2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau. So sánh, sắp xếp

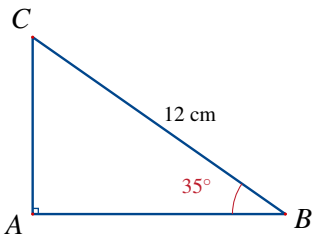
Bài 4. Viết thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn $45°$: $\sin 72°$; $\cos 68°$; $\tan 80°$; $\cot 55°$.

Bài 5. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần: $\tan 42°$; $\cot 71°$; $\tan 38°$; $\cot 69°$.

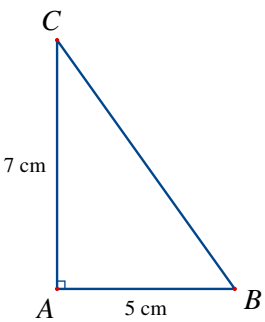
Bài 6. Tính $\sin^2 25° + \sin^2 65°$.

Dạng 3. Tính cạnh, góc của tam giác vuông

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12$ cm, $\widehat{B} = 35°$. Tính AC, AB (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm. Tính $\widehat{B}$ (làm tròn đến phút).



Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tính số đo góc B (làm tròn đến độ).

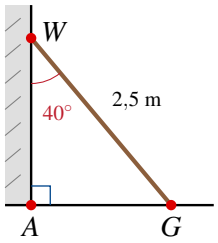
Dạng 4. Tính giá trị biểu thức

Bài 10. Tính: a) $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$; b) $\dfrac{\tan 18^\circ}{\cot 72^\circ} + \sin 25^\circ - \cos 65^\circ$.

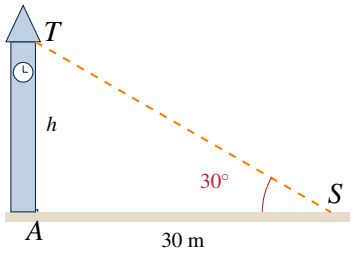
Bài 11. Tính $B = \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 12. Một thanh chống dài 2,5 m hợp với tường thẳng đứng một góc 40°. Tính khoảng cách từ chân thanh chống đến tường và độ cao điểm tựa trên tường (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 13. Vào buổi chiều, tia nắng tạo với mặt đất góc 30° thì bóng của một tháp đồng hồ trên mặt đất dài 30 m. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 14. Bóng của một cây trên mặt đất dài 12 m, tia nắng tạo với mặt đất góc 40°. Tính chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 6. Bài tập nâng cao

Bài 15. Cho góc nhọn α có $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$. Tính $\sin\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

Bài 16. Cho $\tan\alpha = 3$. Tính $Q = \dfrac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$.

Bài 17. Cho góc nhọn α có $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{7}{5}$. Tính $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó $\cos C$ bằng

A. $\dfrac{AB}{BC}$ **B.** $\dfrac{AC}{BC}$ **C.** $\dfrac{AB}{AC}$ **D.** $\dfrac{AC}{AB}$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó $\tan B$ bằng

A. $\dfrac{AB}{AC}$ **B.** $\dfrac{AC}{BC}$ **C.** $\dfrac{AB}{BC}$ **D.** $\dfrac{AC}{AB}$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $BC = 13$ cm. Giá trị $\cos B$ là

A. $\dfrac{5}{13}$ **B.** $\dfrac{12}{13}$ **C.** $\dfrac{5}{12}$ **D.** $\dfrac{12}{5}$

Câu 4. Giá trị của $\sin 30^\circ$ là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** 1

Câu 5. Giá trị của $\tan 45^\circ$ là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 6. $\cos 50^\circ$ bằng

A. $\sin 40^\circ$ **B.** $\cos 40^\circ$ **C.** $\tan 40^\circ$ **D.** $\sin 50^\circ$

Câu 7. Cho $\alpha + \beta = 90^\circ$. Hệ thức nào sau đây **không** đúng?

A. $\sin\alpha = \cos\beta$ **B.** $\tan\alpha = \cot\beta$ **C.** $\cos\alpha = \sin\beta$ **D.** $\tan\alpha = \tan\beta$

Câu 8. $\sin 60^\circ$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $\cos 60^\circ$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\sqrt{3}$

Câu 9. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 20^\circ > \sin 40^\circ$ **B.** $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ$

C. $\cos 20^\circ < \cos 40^\circ$ **D.** $\tan 20^\circ > \tan 40^\circ$

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8$ cm, $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC là

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ cm **B.** $8\sqrt{3}$ cm **C.** $4\sqrt{3}$ cm **D.** 16 cm

Câu 11. VDC Giá trị của $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ$ là

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 4

Câu 12. VDC Cho góc nhọn α có $\tan\alpha = 2$. Giá trị của $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ là

A. 2 **B.** $\dfrac{2}{5}$ **C.** $\dfrac{4}{5}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm.

a) $BC = 5$ cm.

b) $\sin B = 0{,}8$.

c) $\cos C = 0{,}6$.

d) $\tan B \cdot \tan C = 1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Xét tính đúng, sai:

a) $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$.

b) $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

c) $\cos 30^\circ = \dfrac{1}{2}$.

d) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho góc nhọn α có $\sin\alpha = 0{,}6$.

a) $\cos\alpha = 0{,}8$.

b) $\tan\alpha = 0{,}75$.

c) $\cot\alpha = 0{,}75$.

d) $\sin(90^\circ - \alpha) = 0{,}8$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Bóng của một tháp trên mặt đất dài 30 m khi tia nắng tạo với mặt đất góc 30°.

a) Chiều cao tháp là $30\tan 30^\circ$ (m).

b) Chiều cao tháp khoảng 17,3 m.

c) Khi tia nắng tạo với mặt đất góc 45° thì bóng tháp dài bằng chiều cao tháp.

d) Góc tạo bởi tia nắng với mặt đất càng lớn thì bóng tháp càng dài.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 5$, $AC = 12$. Tính $\sin B$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 18. Tính $\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ$.

Trả lời:

Câu 19. Tính $2\sin 30^\circ + \tan 45^\circ$.

Trả lời:

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC = 20$ cm, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính AB (cm).

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \cdots + \sin^2 89^\circ$.

Trả lời:

Câu 22. VDC Bóng của một cây dài 15 m, tia nắng tạo với mặt đất góc 35°. Tính chiều cao cây (m, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG IV.

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 12. MỘT SỐ HỆ THỨC GIỮA CẠNH, GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG VÀ ỨNG DỤNG

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

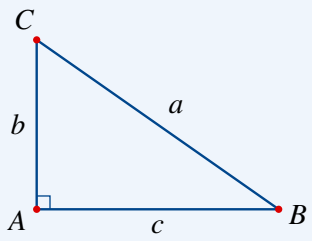
PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Khi đó:

- $b=a\sin B=a\cos C$; $\quad c=a\sin C=a\cos B$;
- $b=c\tan B=c\cot C$; $\quad c=b\tan C=b\cot B$.

Mỗi cạnh góc vuông bằng: cạnh huyền nhân sin góc đối hoặc nhân cos góc kề; cạnh góc vuông kia nhân tan góc đối hoặc nhân cot góc kề.



2. Giải tam giác vuông

Giải tam giác vuông là tìm tất cả các cạnh và góc chưa biết khi biết hai cạnh, hoặc một cạnh và một góc nhọn. Dùng định lí Pythagore, tổng hai góc nhọn bằng 90° và các hệ thức ở mục 1.

3. Mở rộng

- Với tam giác bất kì, kẻ thêm đường cao để tạo ra các tam giác vuông rồi áp dụng các hệ thức trên.
- Diện tích tam giác ABC: $S=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B$ (với $\widehat{B}$ nhọn).
- Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH: $AB^2=BH\cdot BC$; $AH^2=BH\cdot HC$; $AH\cdot BC=AB\cdot AC$.

Lưu ý. Trong bài toán thực tế: **góc nâng** là góc giữa tia nhìn lên và phương nằm ngang; **góc hạ** là góc giữa tia nhìn xuống và phương nằm ngang. Chú ý đổi đơn vị và làm tròn theo yêu cầu.

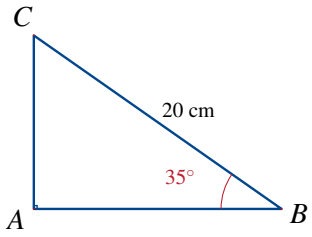
PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

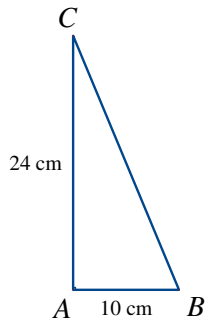
Dạng 1. Giải tam giác vuông

Phương pháp. Biết một góc nhọn thì góc nhọn còn lại bằng 90° trừ góc đó; dùng hệ thức cạnh – góc để tính các cạnh. Biết hai cạnh: tính cạnh thứ ba bằng Pythagore, tìm góc bằng tỉ số lượng giác.

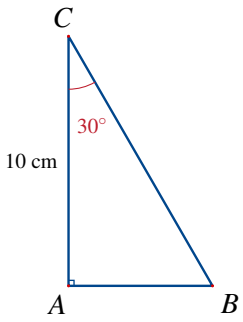
Bài 1. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $BC = 20$ cm, $\widehat{B} = 35^\circ$ (cạnh làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 2. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 10$ cm, $AC = 24$ cm (góc làm tròn đến phút).



Bài 3. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $AC = 10$ cm, $\widehat{C} = 30^\circ$.

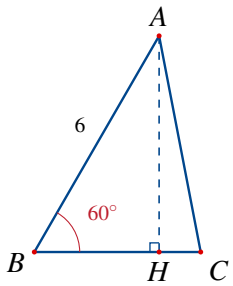


Bài 4. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 7$ cm, $\widehat{C} = 40^\circ$ (độ dài làm tròn đến hàng phần trăm).

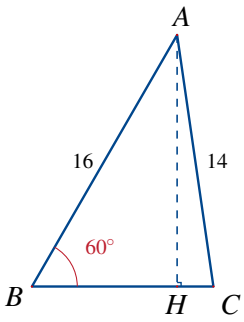
Dạng 2. Tính cạnh, góc của tam giác thường

Phương pháp. Kẻ đường cao để chia tam giác thành các tam giác vuông; tính đường cao và các đoạn trên đáy, rồi dùng Pythagore.

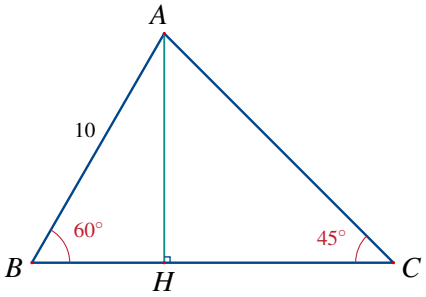
Bài 5. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm. Tính độ dài AC.



Bài 6. Cho tam giác nhọn ABC có $AB = 16$, $AC = 14$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính BC.



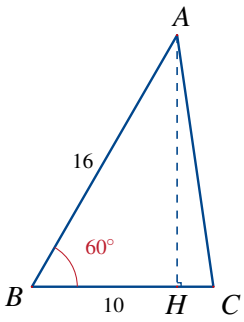
Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 10$ cm, $\widehat{B} = 60^\circ$, $\widehat{C} = 45^\circ$. Kẻ đường cao AH. Tính AH, BC, AC (làm tròn đến hàng phần trăm).



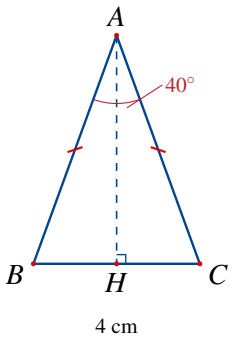
Dạng 3. Tính diện tích tam giác

Phương pháp. $S = \dfrac{1}{2} \cdot$ cạnh đáy $\cdot$ chiều cao, trong đó chiều cao được tính bằng tỉ số lượng giác; hoặc dùng $S = \dfrac{1}{2}ab\sin C$.

Bài 8. Tính diện tích tam giác ABC có $AB = 16$, $BC = 10$, $\widehat{B} = 60^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 9. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 4$ cm, $\widehat{BAC} = 40^\circ$. Tính diện tích tam giác (làm tròn đến hàng phần trăm).

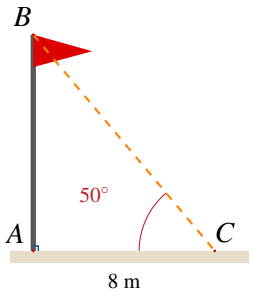


Bài 10. Hình bình hành có hai cạnh 6 cm, 9 cm và một góc 60°. Tính diện tích (làm tròn đến hàng phần trăm).

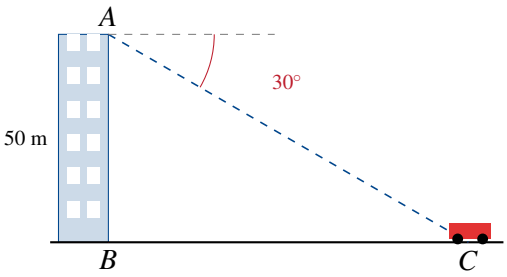
Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Vẽ hình, xác định tam giác vuông chứa đại lượng cần tìm; chú ý góc nâng, góc hạ; cộng thêm chiều cao mắt người (nếu có).

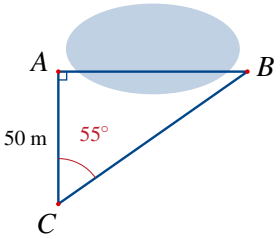
Bài 11. Một cột cờ AB vuông góc với mặt đất có bóng $AC = 8$ m, tia nắng tạo với mặt đất góc $\widehat{ACB} = 50^\circ$. Tính chiều cao cột cờ (làm tròn đến hàng phần trăm).



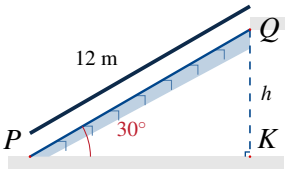
Bài 12. Từ đỉnh A của một toà nhà cao 50 m, một người nhìn xuống một chiếc ô tô đỗ tại C với góc hạ 30°. Tính khoảng cách BC từ chân toà nhà đến ô tô (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 13. Để đo khoảng cách giữa hai điểm A, B ở hai bên bờ hồ, một bạn chọn điểm C sao cho $CA \perp AB$, đo được $CA = 50$ m và $\widehat{ACB} = 55^\circ$. Tính AB (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 14. Một cầu thang cuốn dài 12 m, nghiêng một góc 30° so với mặt sàn. Cầu thang đưa người lên cao bao nhiêu mét?

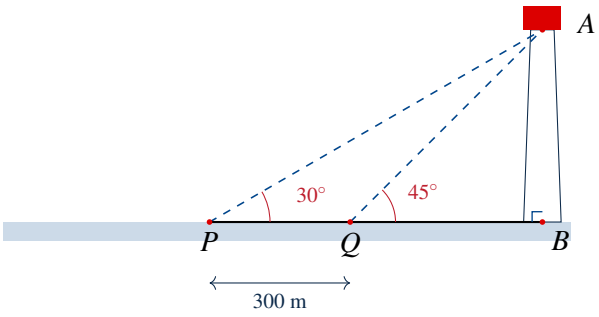


Bài 15. Một con dốc dài 120 m, nghiêng 8° so với phương nằm ngang. Đi hết dốc thì lên cao thêm bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần mười)?

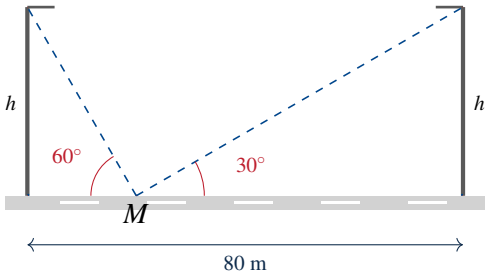
Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Đặt ẩn là đại lượng chung (chiều cao) rồi biểu diễn các đoạn khác qua ẩn bằng tan, cot; lập phương trình từ quan hệ độ dài.

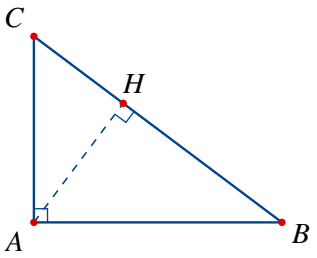
Bài 16. Hai con thuyền P, Q cách nhau 300 m và thẳng hàng với chân B của một ngọn hải đăng AB. Từ P và Q nhìn đỉnh A với các góc nâng lần lượt 30° và 45° (P xa hải đăng hơn Q). Tính chiều cao ngọn hải đăng (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 17. Hai trụ điện cùng chiều cao h dựng thẳng đứng ở hai bên lề đối diện của một đại lộ rộng 80 m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ, người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ với các góc nâng 60° và 30°. Tính chiều cao h và vị trí của M.



Bài 18. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh $AH = BC \cdot \sin B \cdot \cos B$.



Bài 19. Cho tam giác nhọn ABC. Chứng minh diện tích $S = \dfrac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $AC = BC\cos B$ **B.** $AC = AB\sin B$ **C.** $AC = BC\sin B$ **D.** $AC = BC\tan B$

Câu 2. Cho tam giác MNP vuông tại N. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $MN = MP\sin M$ **B.** $MN = MP\cos M$ **C.** $MN = NP\sin P$ **D.** $MN = MP\tan P$

Câu 3. Tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8$ cm, $\widehat{B} = 60°$. Độ dài BC là

A. 16 cm **B.** $8\sqrt{3}$ cm **C.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ cm **D.** $4\sqrt{3}$ cm

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10$ cm, $\widehat{C} = 30°$. Độ dài AB là

A. 5 cm **B.** $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ cm **C.** $10\sqrt{3}$ cm **D.** 20 cm

Câu 5. Tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20$ cm, $\widehat{C} = 60°$. Khi đó

A. $AB = 20\sqrt{3}$ cm; $BC = 40$ cm **B.** $AB = 10\sqrt{3}$ cm; $BC = 40$ cm

C. $AB = 20$ cm; $BC = 20\sqrt{3}$ cm **D.** $AB = 10$ cm; $BC = 10\sqrt{3}$ cm

Câu 6. Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $BH = 1{,}8$ cm, $BC = 5$ cm. Độ dài AB là

A. 9 cm **B.** 3 cm **C.** 4 cm **D.** 2,4 cm

Câu 7. Tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm. Độ dài AC là

A. $2\sqrt{7}$ cm **B.** $2\sqrt{13}$ cm **C.** $\sqrt{28}+1$ cm **D.** 5 cm

Câu 8. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, đường cao AH. Độ dài AH là

A. 5 cm **B.** 3,5 cm **C.** 1,8 cm **D.** 2,4 cm

Câu 9. Tam giác ABC vuông tại C có $AB = 4$ cm, $\widehat{B} = 60^\circ$. Diện tích tam giác là

A. $2\sqrt{3}$ cm^2 **B.** $4\sqrt{3}$ cm^2 **C.** 8 cm^2 **D.** $\sqrt{3}$ cm^2

Câu 10. Tam giác nhọn ABC có $AB = 16$, $AC = 14$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC là

A. 6 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 10

Câu 11. VDC Tam giác ABC có $AB = 10$, $\widehat{B} = 60^\circ$, $\widehat{C} = 45^\circ$. Độ dài BC xấp xỉ

A. 12,25 **B.** 15 **C.** 13,66 **D.** 8,66

Câu 12. VDC Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $BC = 10$, $\widehat{B} = 30^\circ$. Độ dài AH là

A. 5 **B.** $5\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 40^\circ$, $BC = 10$ cm.

a) $AC = 10\sin 40^\circ$.

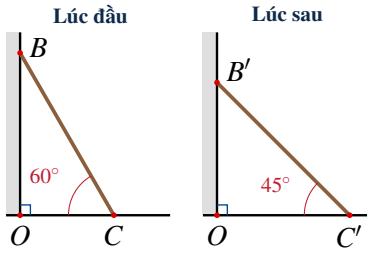
b) $AB = 10\cos 50^\circ$.

c) $\widehat{C} = 50^\circ$.

d) $AC \approx 6{,}43$ cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Một chiếc thang dài 4 m dựa vào tường thẳng đứng, ban đầu tạo với mặt đất góc 60°. Sau đó chân thang trượt ra xa, thang tạo với mặt đất góc 45°.



a) Ban đầu chân thang cách tường 2 m.

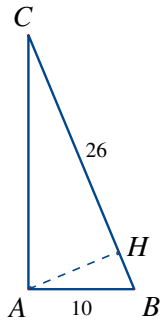
b) Ban đầu đầu thang ở độ cao khoảng 3,46 m.

c) Sau khi trượt, đầu thang ở độ cao khoảng 2,83 m.

d) Đầu thang đã tụt xuống hơn 1 m.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 26$ cm, $AB = 10$ cm, đường cao AH.



a) $AC = 24$ cm.

b) $AH \approx 9{,}23$ cm.

c) $\sin B = \dfrac{5}{13}$.

d) $BH \approx 3{,}85$ cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Hai thuyền P, Q cách nhau 300 m, thẳng hàng với chân B của hải đăng AB cao h; góc nâng nhìn đỉnh A từ P là 30°, từ Q là 45° (Q gần hải đăng hơn).

a) $QB = h$.

b) $PB = h\sqrt{3}$.

c) $h \approx 409{,}8$ m.

d) Thuyền Q cách chân hải đăng hơn 500 m.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tam giác ABC có $\widehat{B} = 78^\circ$, đường cao $AH = 10$ cm. Tính AB (cm, làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

Câu 18. Một cánh diều có dây dài 150 m, dây tạo với mặt đất góc 50°. Tính độ cao của diều (mét, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời: ☐

Câu 19. Tính diện tích tam giác ABC có $AB = 16$, $BC = 10$, $\widehat{B} = 60^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

Câu 20. Một cầu thang cuốn dài 15 m nghiêng góc 30° so với mặt sàn. Cầu thang đưa người lên cao bao nhiêu mét?

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Hình bình hành có hai cạnh 6 và 9, một góc 60°. Tính diện tích (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Từ đỉnh tháp cao 60 m nhìn thuyền dưới góc hạ 20°. Khoảng cách từ thuyền đến chân tháp (m, làm tròn đến hàng phần mười)?

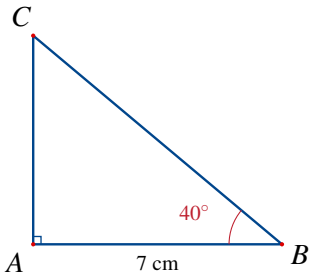
Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

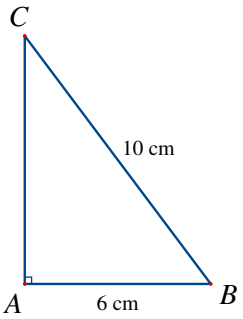
A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Giải tam giác vuông

Bài 1. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 7$ cm, $\widehat{B} = 40°$ (cạnh làm tròn đến hàng phần trăm).



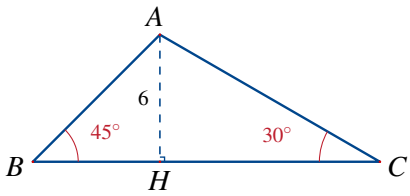
Bài 2. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm.



Bài 3. Giải tam giác DEF vuông tại D, biết $DE = 9$ cm, $DF = 12$ cm (góc làm tròn đến độ).

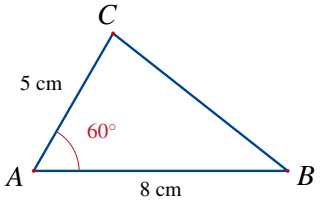
Dạng 2. Tính cạnh, góc của tam giác thường

Bài 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45°$, $\widehat{C} = 30°$, đường cao $AH = 6$ cm. Tính AB, AC, BC.



Dạng 3. Tính diện tích tam giác

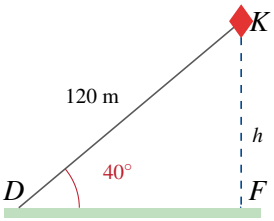
Bài 5. Tính diện tích tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 5$ cm, $\widehat{A} = 60°$.



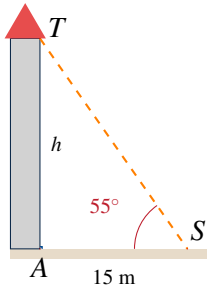
Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 10$ cm, $\widehat{A} = 30°$. Tính diện tích tam giác.

Dạng 4. Bài toán thực tế

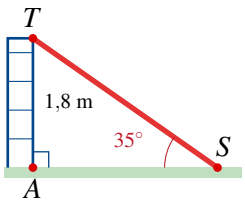
Bài 7. Một cánh diều có dây dài 120 m, dây tạo với mặt đất góc 40°. Tính độ cao của diều so với mặt đất (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 8. Một toà tháp có bóng trên mặt đất dài 15 m, tia nắng tạo với mặt đất góc 55°. Tính chiều cao toà tháp (làm tròn đến hàng phần mười).



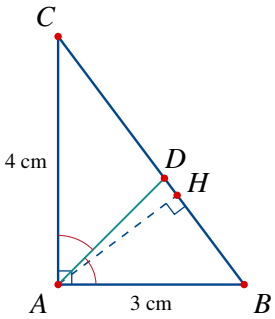
Bài 9. Một nhà trẻ thiết kế cầu trượt có độ cao 1,8 m, máng trượt nghiêng với mặt đất góc 35°. Tính độ dài máng trượt (làm tròn đến hàng phần trăm).



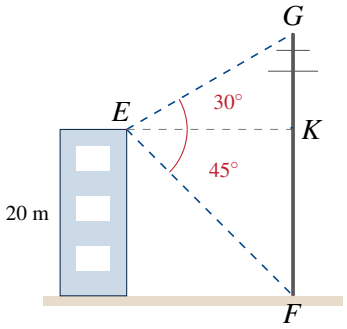
Bài 10. Từ đỉnh một ngọn tháp cao 50 m, người ta nhìn một chiếc thuyền dưới góc hạ 25°. Tính khoảng cách từ thuyền đến chân tháp (làm tròn đến hàng phần mười).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, đường cao AH, phân giác AD ($D \in BC$). Tính AH, BH, BD, HD.



Bài 12. Từ sân thượng một toà nhà cao 20 m, một người nhìn đỉnh một cột ăng-ten với góc nâng 30° và nhìn chân cột với góc hạ 45°. Tính chiều cao cột ăng-ten (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh $AH = BC \cdot \sin B \cdot \sin C$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng

A. cạnh huyền nhân sin góc đối **B.** cạnh huyền nhân cos góc đối

C. cạnh huyền nhân tan góc đối **D.** cạnh góc vuông kia nhân cot góc đối

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $AB = AC\tan B$ **B.** $AB = BC\sin B$ **C.** $AB = AC\tan C$ **D.** $AB = BC\cos C$

Câu 3. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12$ cm, $\widehat{B} = 30^\circ$. Độ dài AC là

A. $6\sqrt{3}$ cm **B.** 6 cm **C.** $4\sqrt{3}$ cm **D.** 12 cm

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $\widehat{C} = 45^\circ$. Độ dài AC là

A. 5 cm **B.** $5\sqrt{2}$ cm **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm **D.** 10 cm

Câu 5. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Số đo góc C khoảng

A. 53° **B.** 47° **C.** 43° **D.** 37°

Câu 6. Diện tích tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm, $\widehat{A} = 30^\circ$ là

A. 30 cm^2 **B.** $15\sqrt{3}$ cm^2 **C.** 15 cm^2 **D.** $30\sqrt{3}$ cm^2

Câu 7. Một toà nhà có bóng trên mặt đất dài 40 m, tia nắng tạo với mặt đất góc 35°. Chiều cao toà nhà khoảng

A. 22,9 m **B.** 28 m **C.** 32,8 m **D.** 57,1 m

Câu 8. Một chiếc thang dài 3 m dựa vào tường, tạo với mặt đất góc 70°. Đầu thang ở độ cao khoảng

A. 2,82 m **B.** 1,03 m **C.** 8,24 m **D.** 2,5 m

Câu 9. Một máy bay cất cánh theo đường thẳng tạo với mặt đất góc 20°. Khi bay được 10 km thì máy bay ở độ cao khoảng

A. 9,4 km **B.** 3,64 km **C.** 2 km **D.** 3,42 km

Câu 10. Tam giác nhọn ABC có $AB = 10$ cm, $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài đường cao AH là

A. 5 cm **B.** $5\sqrt{3}$ cm **C.** $10\sqrt{3}$ cm **D.** $5\sqrt{2}$ cm

Câu 11. VDC Tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$, $\widehat{A} = 45^\circ$. Diện tích tam giác là

A. 24 **B.** $24\sqrt{2}$ **C.** $12\sqrt{2}$ **D.** 12

Câu 12. VDC Con dốc dài 150 m, nghiêng 6° so với phương ngang. Độ cao của dốc xấp xỉ

A. 15,7 m **B.** 149,2 m **C.** 1,6 m **D.** 14,9 m

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8$ cm, $\widehat{C} = 30^\circ$.

a) $AB = 4$ cm.

b) $AC = 4\sqrt{3}$ cm.

c) $\widehat{B} = 60^\circ$.

d) Diện tích tam giác ABC là $16\sqrt{3}$ cm^2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Một cánh diều có dây dài 150 m, dây tạo với mặt đất góc 50°.

a) Độ cao của diều là $150\sin 50^\circ$ (m).

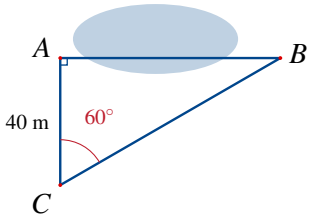
b) Độ cao của diều khoảng 114,9 m.

c) Nếu góc là 60° (dây không đổi) thì diều bay cao hơn.

d) Khoảng cách theo phương ngang từ người thả đến diều là $150\tan 50^\circ$ (m).

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Để đo khoảng cách AB qua hồ, chọn C sao cho $CA \perp AB$, $CA = 40$ m, $\widehat{ACB} = 60^\circ$.



a) $AB = 40\tan 60^\circ$.

b) $AB \approx 69{,}3$ m.

c) $BC = 80$ m.

d) Nếu $\widehat{ACB} = 45^\circ$ thì $AB = 40\sqrt{2}$ m.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một xe cẩu có cần trục dài 20 m, gốc cần đặt ở độ cao 2 m so với mặt đất.

a) Khi cần nghiêng 60° so với phương ngang, đỉnh cần cao khoảng 19,3 m.

b) Khi cần nghiêng 45°, đỉnh cần cao khoảng 16,1 m.

c) Khi cần nghiêng 60°, khoảng cách ngang từ gốc cần đến đỉnh cần là 10 m.

d) Góc nghiêng càng lớn thì khoảng cách ngang từ gốc cần đến đỉnh cần càng lớn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tam giác ABC vuông tại A, $BC = 15$ cm, $\widehat{B} = 40^\circ$. Tính AC (cm, làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

Câu 18. Tam giác ABC vuông tại A, $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm. Tính $\widehat{B}$ (độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời: ☐

Câu 19. Tính diện tích tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 5$ cm, $\widehat{A} = 60^\circ$ (cm^2, làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 20. Một toà tháp có bóng dài 15 m, tia nắng tạo với mặt đất góc 55°. Tính chiều cao tháp (mét, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 21. VDC Tam giác DEF vuông tại D, $DE = 9$, $DF = 12$. Tính $\widehat{E}$ (độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 22. VDC Tam giác ABC vuông tại A, $AB = 7$, $\widehat{C} = 40^\circ$. Tính BC (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

HẾT

CHƯƠNG
V

ĐƯỜNG TRÒN

NỘI DUNG CHƯƠNG

13 Mở đầu về đường tròn ..... Trang 124
14 Cung và dây của một đường tròn ..... Trang 134
15 Độ dài của cung tròn. Diện tích hình quạt tròn và hình vành khuyên ..... Trang 143
16 Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn ..... Trang 152
17 Vị trí tương đối của hai đường tròn ..... Trang 162

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG V.

ĐƯỜNG TRÒN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 13. MỞ ĐẦU VỀ ĐƯỜNG TRÒN

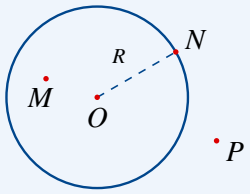
Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Đường tròn. Vị trí của một điểm đối với đường tròn

- Đường tròn tâm O bán kính R ($R > 0$), kí hiệu $(O;R)$, là hình gồm tất cả các điểm cách O một khoảng bằng R.
- Với điểm M và đường tròn $(O;R)$:
  $OM < R$: M nằm **trong** đường tròn;
  $OM = R$: M **thuộc** (nằm trên) đường tròn;
  $OM > R$: M nằm **ngoài** đường tròn.



2. Tính chất đối xứng của đường tròn

- Đường tròn là hình có **tâm đối xứng**; tâm của đường tròn là tâm đối xứng của nó.
- Đường tròn là hình có **trục đối xứng**; mỗi đường thẳng đi qua tâm (chứa một đường kính) là một trục đối xứng của nó.
- Đoạn thẳng nối hai điểm của đường tròn gọi là **dây**; dây đi qua tâm là **đường kính**. Đường kính dài gấp đôi bán kính và là dây lớn nhất.

3. Mở rộng

- Ba đỉnh của tam giác vuông cùng thuộc đường tròn có tâm là trung điểm cạnh huyền, bán kính bằng nửa cạnh huyền.
- Bốn đỉnh của hình chữ nhật cùng thuộc đường tròn có tâm là giao điểm hai đường chéo.
- Nếu $OM \perp AB$ với AB là dây của (O) thì M là trung điểm của AB và ngược lại (với AB không đi qua tâm).

Lưu ý. Để chứng minh nhiều điểm cùng thuộc một đường tròn, ta chỉ ra một điểm cách đều các điểm đó (thường là trung điểm cạnh huyền của các tam giác vuông có chung cạnh huyền). Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(x;y)$ cách gốc O một khoảng $OM = \sqrt{x^2+y^2}$.

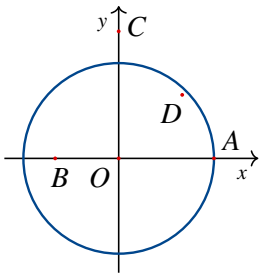
PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Vị trí của một điểm đối với đường tròn

Phương pháp. Tính khoảng cách từ điểm đến tâm rồi so sánh với bán kính.

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(O;3)$ và các điểm $A(3;0)$, $B(-2;0)$, $C(0;4)$, $D(2;2)$. Xác định vị trí của mỗi điểm đối với đường tròn.



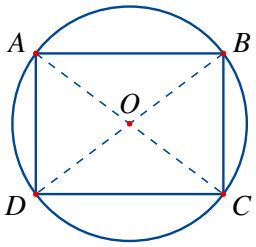
Bài 2. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và ba điểm M, N, P với $OM = 3$ cm, $ON = 5$ cm, $OP = 7$ cm. Mỗi điểm nằm trong, nằm trên hay nằm ngoài đường tròn?

Bài 3. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và ba điểm A, B, C với $OA = 3$ cm, $OB = 5$ cm, $OC = 7$ cm. Xác định vị trí của mỗi điểm đối với đường tròn.

Dạng 2. Chứng minh các điểm cùng thuộc một đường tròn

Phương pháp. Chỉ ra một điểm cách đều các điểm đã cho. Hay dùng: trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền; hai đường chéo hình chữ nhật bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

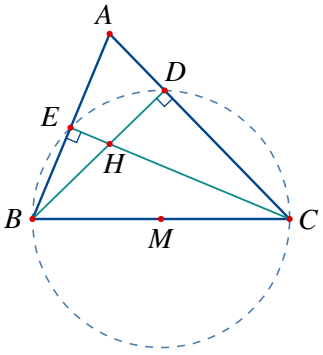
Bài 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = b$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.



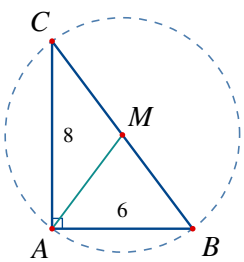
Bài 5. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc đường tròn tâm M.

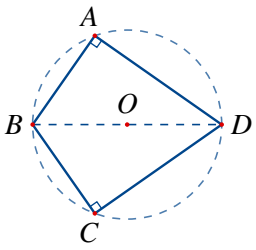
b) Chứng minh bốn điểm A, E, H, D cùng thuộc một đường tròn.



Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Chứng minh ba điểm A, B, C cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.



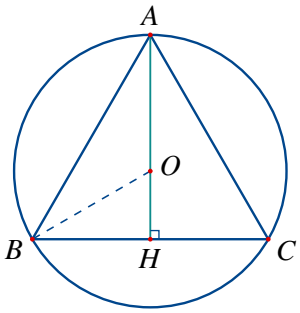
Bài 7. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.



Dạng 3. Tính bán kính, độ dài liên quan đến đường tròn

Phương pháp. Xác định tâm (trung điểm cạnh huyền, giao điểm đường chéo, giao điểm các đường trung trực) rồi tính bán kính bằng định lí Pythagore hoặc tỉ số lượng giác.

Bài 8. Cho tam giác đều ABC cạnh 6 cm. Tính bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác.



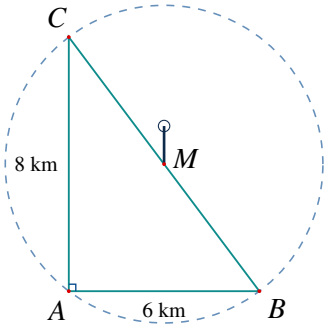
Bài 9. Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình vuông cạnh 4 cm.

Bài 10. Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật có kích thước 6 cm $\times$ 8 cm.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Mô hình hoá các vị trí bằng các điểm; điểm cách đều ba vị trí là tâm đường tròn đi qua ba điểm đó.

Bài 11. Ba ngôi nhà A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành tam giác vuông tại A với $AB = 6$ km, $AC = 8$ km. Người ta muốn đặt một trạm phát sóng cách đều ba ngôi nhà. Xác định vị trí đặt trạm và khoảng cách từ trạm đến mỗi ngôi nhà.



Bài 12. Ba ngôi nhà A, B, C tạo thành tam giác vuông tại A với $AB = 300$ m, $AC = 400$ m. Cần đặt trạm phát sóng cách đều ba ngôi nhà. Xác định vị trí trạm và khoảng cách từ trạm đến mỗi nhà.

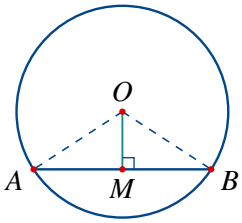
Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Dùng tính chất tam giác cân ($OA = OB = R$), định lí Pythagore và bất đẳng thức tam giác.

Bài 13. Cho đường tròn $(O;R)$ và dây AB không đi qua tâm. Gọi M là trung điểm của AB.

a) Chứng minh $OM \perp AB$.

b) Cho $R = 5$ cm, $AB = 8$ cm. Tính OM.



Bài 14. Cho đường tròn đường kính BC. Chứng minh rằng với mọi điểm A (khác B, C) nằm trên đường tròn thì $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Bài 15. Chứng minh rằng trong các dây của một đường tròn, đường kính là dây lớn nhất.

Bài 16. Cho đường tròn $(O; 10 \text{ cm})$ và điểm M với $OM = 6$ cm. Tìm độ dài dây ngắn nhất đi qua M.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Tâm đối xứng của đường tròn là

A. tâm của đường tròn **B.** một điểm bất kì trên đường tròn

C. trung điểm một dây bất kì **D.** không có tâm đối xứng

Câu 2. Đường tròn có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 1 **B.** 2 **C.** Vô số **D.** Không có

Câu 3. Cho đường tròn $(O; 5 \text{ cm})$ và điểm M với $OM = 4$ cm. Khi đó

A. M nằm ngoài đường tròn **B.** M nằm trong đường tròn

C. M thuộc đường tròn **D.** không xác định được

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M với $OM = R$. Khi đó

A. M nằm ngoài đường tròn **B.** M nằm trong đường tròn

C. M thuộc đường tròn **D.** M trùng O

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $A(-1; -1)$ và đường tròn $(O; 2)$ có vị trí

A. A nằm trong đường tròn **B.** A nằm ngoài đường tròn

C. A thuộc đường tròn **D.** A trùng tâm

Câu 6. Tam giác vuông có hai cạnh góc vuông 6 cm và 8 cm. Bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh là

A. 10 cm **B.** 7 cm **C.** 14 cm **D.** 5 cm

Câu 7. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật kích thước 3 cm $\times$ 4 cm là

A. 5 cm **B.** 2,5 cm **C.** 3,5 cm **D.** 7 cm

Câu 8. Dây lớn nhất của đường tròn bán kính 3 cm có độ dài

A. 6 cm **B.** 3 cm **C.** 9 cm **D.** 1,5 cm

Câu 9. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình vuông cạnh 2 cm là

A. 2 cm **B.** 1 cm **C.** $\sqrt{2}$ cm **D.** $2\sqrt{2}$ cm

Câu 10. Bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác đều cạnh 3 cm là

A. 3 cm **B.** $3\sqrt{3}$ cm **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ cm **D.** $\sqrt{3}$ cm

Câu 11. VDC Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9$, $AC = 12$. Bán kính đường tròn đi qua A, B, C là

A. 15 **B.** 7,5 **C.** 6 **D.** 10,5

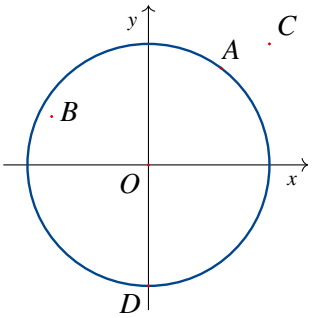
Câu 12. VDC Trong các điểm $M(3;4)$, $N(4;4)$, $P(-3;-4)$, $Q(1;4)$, số điểm nằm trên đường tròn tâm O bán kính 5 là

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(O;5)$.



a) Điểm $A(3;4)$ thuộc đường tròn.

b) Điểm $B(-4;2)$ nằm ngoài đường tròn.

c) Điểm $C(5;5)$ nằm ngoài đường tròn.

d) Điểm $D(0;-5)$ thuộc đường tròn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm.

a) Bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Tâm đường tròn đó là giao điểm hai đường chéo.

c) Bán kính đường tròn đó là 10 cm.

d) Diện tích hình tròn đó là 25π cm^2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H.

a) Bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Tâm đường tròn đi qua B, C, D, E là trung điểm của BC.

c) Bốn điểm A, D, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH.

d) Bán kính đường tròn đi qua B, C, D, E bằng BC.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho đường tròn $(O;R)$, dây AB không đi qua tâm, M là trung điểm AB.

a) $OM \perp AB$.

b) Nếu $R = 5$ cm, $AB = 8$ cm thì $OM = 3$ cm.

c) Nếu $R = 13$ cm, $AB = 24$ cm thì $OM = 12$ cm.

d) $AB < 2R$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Cho đường tròn $(O;13\text{ cm})$, dây $AB=24$ cm. Tính khoảng cách (cm) từ O đến AB.

Trả lời: ☐

Câu 18. Tam giác vuông có hai cạnh góc vuông 5 cm và 12 cm. Tính bán kính (cm) đường tròn đi qua ba đỉnh.

Trả lời: ☐

Câu 19. Tính đường kính (cm) của đường tròn đi qua bốn đỉnh hình chữ nhật 6 cm $\times$ 8 cm.

Trả lời: ☐

Câu 20. Có bao nhiêu điểm trong các điểm $A(1;1)$, $B(2;2)$, $C(3;0)$, $D(0;-4)$ nằm trong đường tròn $(O;3)$?

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật 12 cm $\times$ 16 cm.

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình vuông cạnh 6 cm (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Vị trí của một điểm đối với đường tròn

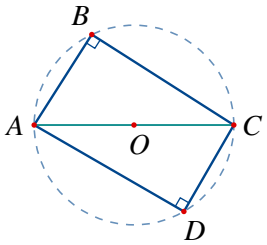
Bài 1. Cho đường tròn $(O;4\text{ cm})$ và ba điểm A, B, C với $OA=3$ cm, $OB=4$ cm, $OC=5$ cm. Xác định vị trí mỗi điểm đối với đường tròn.

Bài 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(O;5)$ và các điểm $M(3;-4)$, $N(-2;3)$, $P(6;1)$. Xác định vị trí mỗi điểm.

Bài 3. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường tròn tâm O bán kính 5. Xác định vị trí của các điểm $M(3;4)$, $N(4;4)$, $P(1;2)$ đối với đường tròn.

Dạng 2. Chứng minh các điểm cùng thuộc một đường tròn

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90°$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.



Bài 5. Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE. Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

Dạng 3. Tính bán kính, độ dài liên quan đến đường tròn

Bài 6. Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật có kích thước 5 cm và 12 cm.

Bài 7. Tính bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác đều cạnh 9 cm.

Bài 8. Một hình vuông nằm trong đường tròn $(O; 5 \text{ cm})$ với bốn đỉnh thuộc đường tròn. Tính cạnh và diện tích hình vuông.

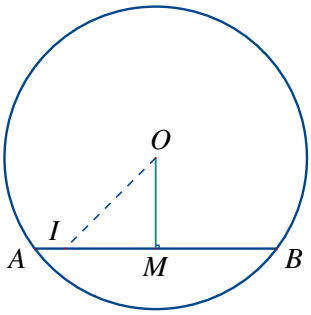
Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 9. Ba thôn A, B, C tạo thành tam giác vuông tại B với $AB = 3$ km, $BC = 4$ km. Cần xây một giếng nước cách đều ba thôn. Xác định vị trí giếng và khoảng cách từ giếng đến mỗi thôn.

Bài 10. Một bánh xe có đường kính 70 cm. Một điểm M trên vành bánh xe cách tâm bao nhiêu? Một điểm N trên nan hoa cách tâm 20 cm nằm ở vị trí nào đối với đường tròn vành bánh?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 11. Cho đường tròn $(O; 10 \text{ cm})$, dây $AB = 16$ cm. Lấy điểm I trên dây AB sao cho $AI = 2$ cm. Tính OI.



Bài 12. Cho đường tròn (O) và hai dây AB, CD bằng nhau. Chứng minh khoảng cách từ O đến hai dây bằng nhau.

Bài 13. Cho đường tròn $(O; 13 \text{ cm})$ và dây $AB = 24$ cm. Tính khoảng cách từ O đến AB.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Đường tròn $(O; R)$ là hình gồm các điểm cách O một khoảng

A. bằng R **B.** nhỏ hơn R

C. lớn hơn R **D.** bằng $2R$

Câu 2. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M với $OM > R$. Khi đó

A. M thuộc đường tròn **B.** M nằm trong đường tròn

C. M nằm ngoài đường tròn **D.** M trùng O

Câu 3. Số trục đối xứng của đường tròn là

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** vô số

Câu 4. Cho đường tròn $(O;6\text{ cm})$ và $OM = 6$ cm. Khi đó

A. M nằm trong **B.** M thuộc đường tròn

C. M nằm ngoài **D.** M trùng O

Câu 5. Trên mặt phẳng Oxy, điểm nào thuộc đường tròn $(O;5)$?

A. $(1;4)$ **B.** $(3;-4)$ **C.** $(4;4)$ **D.** $(5;5)$

Câu 6. Bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh tam giác vuông có cạnh huyền 10 cm là

A. 10 cm **B.** 20 cm **C.** 5 cm **D.** 2,5 cm

Câu 7. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh hình chữ nhật 6 cm $\times$ 8 cm là

A. 5 cm **B.** 10 cm **C.** 7 cm **D.** 14 cm

Câu 8. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh hình vuông cạnh 4 cm là

A. 4 cm **B.** 2 cm **C.** $4\sqrt{2}$ cm **D.** $2\sqrt{2}$ cm

Câu 9. Bán kính đường tròn đi qua ba đỉnh tam giác đều cạnh 6 cm là

A. $3\sqrt{3}$ cm **B.** $2\sqrt{3}$ cm **C.** $\sqrt{3}$ cm **D.** 6 cm

Câu 10. Cho đường tròn $(O;10\text{ cm})$, dây $AB = 12$ cm. Khoảng cách từ O đến AB là

A. 6 cm **B.** 4 cm **C.** 8 cm **D.** $2\sqrt{34}$ cm

Câu 11. VDC Hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, bốn đỉnh nằm trên đường tròn bán kính 5. Chiều rộng hình chữ nhật là

A. 5 **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 4 **D.** $2\sqrt{5}$

Câu 12. VDC Tam giác ABC có đường cao BD, CE và $BC = 10$. Bán kính đường tròn đi qua B, C, D, E là

A. 5 **B.** 2,5 **C.** 4 **D.** 10

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;3\text{ cm})$.

a) Điểm M với $OM = 2$ cm nằm trong đường tròn.

b) Điểm N với $ON = 3$ cm thuộc đường tròn.

c) Điểm P với $OP = 4$ cm nằm trong đường tròn.

d) Đường kính của đường tròn là 6 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$.

a) Bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Tâm đường tròn là trung điểm của AC.

c) Tâm đường tròn là trung điểm của BD.

d) AC là một đường kính của đường tròn đó.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm.

a) $BC = 13$ cm.

b) Bán kính đường tròn đi qua A, B, C là 6,5 cm.

c) Tâm đường tròn đi qua A, B, C là trung điểm của AB.

d) Diện tích hình tròn đó khoảng 132,7 cm^2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho đường tròn $(O; 10 \text{ cm})$.

a) Dây $AB = 16$ cm cách tâm 6 cm.

b) Dây $CD = 12$ cm cách tâm 8 cm.

c) Dây AB gần tâm hơn dây CD.

d) Dây càng dài thì càng xa tâm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Cho đường tròn $(O; 10 \text{ cm})$, dây $AB = 16$ cm. Tính khoảng cách (cm) từ O đến AB.

Trả lời:

Câu 18. Tính bán kính (cm) đường tròn đi qua bốn đỉnh hình chữ nhật 5 cm $\times$ 12 cm.

Trả lời:

Câu 19. Tính bán kính (cm) đường tròn đi qua ba đỉnh tam giác đều cạnh 9 cm (làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 20. Có bao nhiêu điểm có hoành độ và tung độ là số nguyên dương thuộc đường tròn $(O; 5)$?

Trả lời:

Câu 21. VDC Cho đường tròn $(O;10)$ và điểm M với $OM=6$. Tính độ dài dây ngắn nhất qua M.

Trả lời:

Câu 22. VDC Cho đường tròn $(O;13)$, dây $AB=24$. Tính khoảng cách từ O đến AB.

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG V.

ĐƯỜNG TRÒN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 14. CUNG VÀ DÂY CỦA MỘT ĐƯỜNG TRÒN

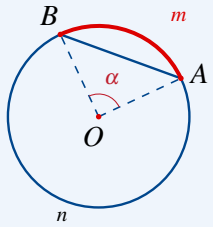
Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Dây. Góc ở tâm. Số đo cung

- Đoạn thẳng nối hai điểm của đường tròn là một **dây**. Đường kính là dây lớn nhất.
- Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn gọi là **góc ở tâm**. Hai điểm A, B chia đường tròn thành hai **cung**; cung nằm bên trong góc ở tâm $\widehat{AOB}$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) là **cung nhỏ** $\overset{\frown}{AmB}$, cung còn lại là **cung lớn** $\overset{\frown}{AnB}$.
- Số đo cung nhỏ bằng số đo góc ở tâm chắn cung đó; số đo cung lớn bằng 360° trừ số đo cung nhỏ; số đo nửa đường tròn bằng 180°.



2. So sánh, cộng hai cung

- Trong một đường tròn (hay hai đường tròn bằng nhau), hai cung bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau; cung nào có số đo lớn hơn thì lớn hơn.
- Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì $\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = \text{sđ}\overset{\frown}{AC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CB}$.

3. Liên hệ giữa cung và dây (mở rộng)

- Trong một đường tròn, hai cung (nhỏ) bằng nhau căng hai dây bằng nhau và ngược lại.
- Dây $AB = R$ thì $\widehat{AOB} = 60^\circ$; dây $AB = R\sqrt{2}$ thì $\widehat{AOB} = 90^\circ$; dây $AB = R\sqrt{3}$ thì $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

Lưu ý. Kí hiệu $\text{sđ}\overset{\frown}{AB}$ chỉ số đo cung AB (thường hiểu là cung nhỏ). Khi tính số đo cung, nên vẽ hình, xác định rõ cung nhỏ hay cung lớn. Trên mặt đồng hồ, mỗi "giờ" ứng với cung 30°.

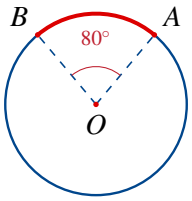
PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Góc ở tâm. Số đo cung

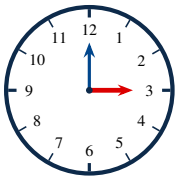
Phương pháp. Số đo cung nhỏ bằng góc ở tâm chắn cung; cung lớn $= 360^\circ -$ cung nhỏ. Với dây đã biết độ dài, xét tam giác cân OAB để tính góc ở tâm.

Bài 1. Cho đường tròn (O) và góc ở tâm $\widehat{AOB} = 80^\circ$. Tính số đo cung nhỏ AB và cung lớn AB.

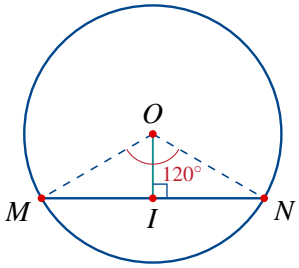


Bài 2. Tính số đo góc ở tâm tạo bởi kim giờ và kim phút của đồng hồ (lấy góc không lớn hơn 180°) lúc:

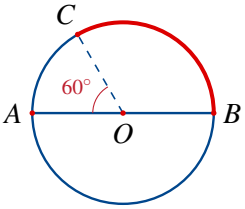
a) 3 giờ; **b)** 5 giờ; **c)** 6 giờ; **d)** 10 giờ.



Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ và dây $MN = R\sqrt{3}$. Kẻ $OI \perp MN$ tại I. Tính OI và số đo cung nhỏ MN.



Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ góc ở tâm $\widehat{AOC} = 60^\circ$. Tính số đo cung nhỏ AC và cung nhỏ BC.



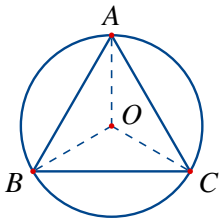
Bài 5. Cho đường tròn (O) và góc ở tâm $\widehat{AOB} = 70^\circ$. Tính số đo cung nhỏ và cung lớn AB.

Dạng 2. So sánh, cộng hai cung

Phương pháp. Dùng $\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = \text{sđ}\overset{\frown}{AC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CB}$ khi C nằm trên cung AB; tổng các cung tạo thành cả đường tròn bằng 360°.

Bài 6. Trên đường tròn (O) lấy ba điểm A, B, C sao cho $\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = 70^\circ$, $\text{sđ}\overset{\frown}{BC} = 90^\circ$ (cung BC không chứa A, cung AB không chứa C). Tính số đo cung AC chứa B và cung AC không chứa B.

Bài 7. Cho tam giác đều ABC có ba đỉnh nằm trên đường tròn (O). Tính số đo các cung nhỏ AB, BC, CA và số đo cung lớn BC.



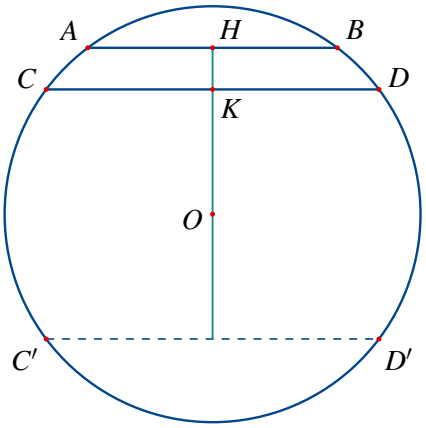
Bài 8. Điểm C nằm trên cung nhỏ AB của (O) với sđ$\overset{\frown}{AC} = 40^\circ$, sđ$\overset{\frown}{CB} = 60^\circ$. Tính số đo cung nhỏ AB và góc $\widehat{AOB}$.

Dạng 3. Liên hệ giữa dây và cung. Tính độ dài dây

Phương pháp. Kẻ $OH \perp AB$ thì H là trung điểm của AB; dùng định lí Pythagore và tỉ số lượng giác trong tam giác vuông OHA.

Bài 9. Cho đường tròn $(O;R)$. Tính số đo cung nhỏ AB biết: a) $AB = R$; b) $AB = R\sqrt{2}$.

Bài 10. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và hai dây song song $AB = 6$ cm, $CD = 8$ cm. Tính khoảng cách giữa hai dây trong hai trường hợp: hai dây nằm cùng phía và nằm khác phía đối với tâm O.

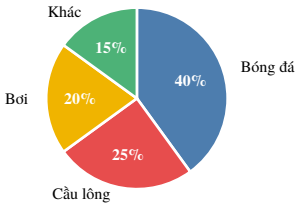


Bài 11. Cho đường tròn $(O;R)$. Tính độ dài dây AB biết số đo cung nhỏ AB bằng: a) 60°; b) 90°; c) 120°.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Số đo cung (góc ở tâm) tỉ lệ với phần trăm: $p\%$ ứng với $p\% \cdot 360^\circ$; các nan hoa chia đều đường tròn.

Bài 12. Kết quả khảo sát môn thể thao yêu thích của học sinh một lớp được biểu diễn bằng biểu đồ hình quạt tròn: bóng đá 40%, cầu lông 25%, bơi 20%, môn khác 15%. Tính số đo cung (góc ở tâm) ứng với mỗi hình quạt.



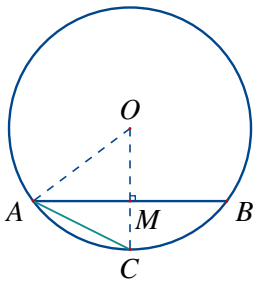
Bài 13. Một bánh xe có 12 nan hoa chia đều. Tính số đo góc ở tâm tạo bởi hai nan hoa liên tiếp.

Bài 14. Lúc 2 giờ đúng, góc giữa kim giờ và kim phút là bao nhiêu độ?

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Điểm chính giữa của cung nhỏ AB nằm trên đường trung trực của AB, tức trên đường thẳng qua O vuông góc với AB.

Bài 15. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$, dây $AB = 8$ cm. Gọi C là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Tính độ dài AC.



Bài 16. Cho đường tròn (O) và hai dây $AB = CD$. Chứng minh sđ$\overset{\frown}{AB}$ = sđ$\overset{\frown}{CD}$ (các cung nhỏ).

Bài 17. Lúc 3 giờ 30 phút, tính góc giữa kim giờ và kim phút.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Góc ở tâm là góc

A. có đỉnh trùng với tâm đường tròn **B.** có đỉnh nằm trên đường tròn

C. có hai cạnh là hai dây **D.** có đỉnh nằm ngoài đường tròn

Câu 2. Cho $\widehat{AOB} = 50^\circ$ là góc ở tâm. Số đo cung nhỏ AB là

A. 25° **B.** 50° **C.** 100° **D.** 130°

Câu 3. Cho $\widehat{AOB} = 50^\circ$ là góc ở tâm. Số đo cung lớn AB là

A. 130° **B.** 180° **C.** 310° **D.** 260°

Câu 4. Số đo của nửa đường tròn là

A. 90° **B.** 360° **C.** 270° **D.** 180°

Câu 5. Lúc 4 giờ, góc ở tâm tạo bởi kim giờ và kim phút là

A. 100° **B.** 90° **C.** 120° **D.** 60°

Câu 6. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $AB = R$. Số đo cung nhỏ AB là

A. 30° **B.** 60° **C.** 90° **D.** 120°

Câu 7. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $AB = R\sqrt{2}$. Số đo cung nhỏ AB là

A. 45° **B.** 60° **C.** 120° **D.** 90°

Câu 8. Tam giác đều ABC có ba đỉnh thuộc đường tròn (O). Số đo cung nhỏ AB là

A. 120° **B.** 60° **C.** 90° **D.** 240°

Câu 9. Cho AB là đường kính của (O), $\widehat{AOC} = 50^\circ$. Số đo cung nhỏ BC là

A. 50° **B.** 100° **C.** 130° **D.** 150°

Câu 10. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$, dây $AB = 8$ cm. Khoảng cách từ O đến AB là

A. 4 cm **B.** 3 cm **C.** 5 cm **D.** 2 cm

Câu 11. VDC Lúc 3 giờ 30 phút, góc giữa kim giờ và kim phút là

A. 105° **B.** 90° **C.** 60° **D.** 75°

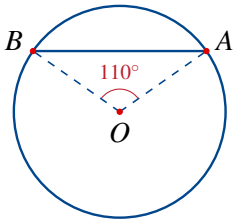
Câu 12. VDC Cho $(O;R)$ và dây AB cách tâm O một khoảng $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$. Số đo cung nhỏ AB là

A. 90° **B.** 120° **C.** 60° **D.** 45°

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;R)$ và góc ở tâm $\widehat{AOB} = 110^\circ$.



a) Số đo cung nhỏ AB là 110°.

b) Số đo cung lớn AB là 250°.

c) Dây AB dài hơn bán kính R.

d) Cung nhỏ AB lớn hơn nửa đường tròn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Xét góc ở tâm tạo bởi kim giờ và kim phút của đồng hồ (lấy góc không lớn hơn 180°).

a) Lúc 3 giờ, góc đó bằng 90°.

b) Lúc 6 giờ, góc đó bằng 180°.

c) Trong 1 giờ, kim giờ quay được một góc 30°.

d) Lúc 2 giờ, góc đó bằng 70°.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $MN = R\sqrt{3}$, $OI \perp MN$ tại I.

a) $OI = \dfrac{R}{2}$.

b) $\widehat{MON} = 120^\circ$.

c) Số đo cung lớn MN là 240°.

d) MN là dây lớn nhất của đường tròn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và hai dây song song $AB = 6$ cm, $CD = 8$ cm.

a) Khoảng cách từ O đến AB là 4 cm.

b) Khoảng cách từ O đến CD là 3 cm.

c) Nếu hai dây nằm cùng phía đối với tâm thì khoảng cách giữa chúng là 1 cm.

d) Nếu hai dây nằm khác phía đối với tâm thì khoảng cách giữa chúng là 5 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Góc ở tâm $\overset{\frown}{AOB} = 72^\circ$. Tính số đo (độ) cung lớn AB.

Trả lời: ☐

Câu 18. Tính số đo (độ) góc ở tâm tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 5 giờ.

Trả lời: ☐

Câu 19. Trong biểu đồ hình quạt tròn, phần chiếm 15% ứng với góc ở tâm bao nhiêu độ?

Trả lời: ☐

Câu 20. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $AB = R$. Tính số đo (độ) cung nhỏ AB.

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Cho $(O;8)$, cung nhỏ AB bằng 90°. Tính AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Tính số đo (độ) góc nhỏ hơn 180° giữa kim giờ và kim phút lúc 9 giờ 20 phút.

Trả lời: ☐

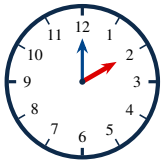
PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Góc ở tâm. Số đo cung

Bài 1. Cho góc ở tâm $\overset{\frown}{AOB} = 65^\circ$. Tính số đo cung nhỏ, cung lớn AB.

Bài 2. Tính góc ở tâm (không lớn hơn 180°) tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 2 giờ và lúc 8 giờ.



Bài 3. Cho AB là đường kính của (O), điểm C thuộc đường tròn sao cho sđ$\overset{\frown}{AC} = 40^\circ$. Tính $\overset{\frown}{BOC}$.

Bài 4. Lúc 4 giờ đúng, kim giờ và kim phút của đồng hồ tạo thành góc ở tâm có số đo bao nhiêu?

Dạng 2. So sánh, cộng hai cung

Bài 5. Trên (O) lấy A, B, C sao cho sđ$\overset{\frown}{AB} = 100^\circ$, sđ$\overset{\frown}{BC} = 120^\circ$ (các cung không chứa điểm thứ ba). Tính số đo cung CA không chứa B.

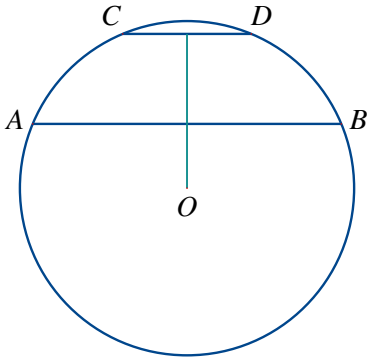
Bài 6. Hình vuông $ABCD$ có bốn đỉnh nằm trên đường tròn (O). Tính số đo cung nhỏ AB.

Bài 7. Trong một đường tròn, dây $AB = 8$ cm, dây $CD = 6$ cm. So sánh hai cung nhỏ AB và CD.

Dạng 3. Liên hệ giữa dây và cung. Tính độ dài dây

Bài 8. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $AB = R\sqrt{3}$. Tính số đo cung nhỏ AB.

Bài 9. Cho đường tròn $(O;13\text{ cm})$ và hai dây song song $AB = 24$ cm, $CD = 10$ cm. Tính khoảng cách giữa hai dây.



Bài 10. Cho đường tròn $(O;6\text{ cm})$ và dây $AB = 6\sqrt{2}$ cm. Tính số đo cung nhỏ AB.

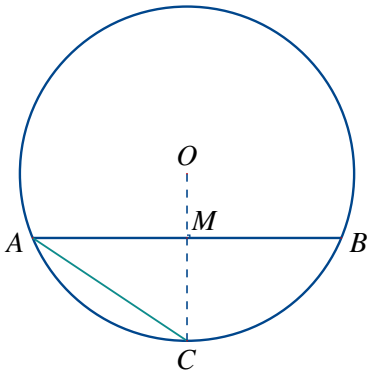
Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 11. Biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn tỉ lệ phương tiện đến trường: xe đạp 35%, đi bộ 30%, xe buýt 20%, bố mẹ đưa 15%. Tính góc ở tâm ứng với mỗi hình quạt.

Bài 12. Một bánh xe có 12 nan hoa chia đều. Tính góc giữa hai nan hoa liền kề và số đo cung giữa nan thứ nhất và nan thứ tư.

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 13. Cho đường tròn $(O;13\text{ cm})$, dây $AB = 24$ cm. Gọi C là điểm chính giữa cung nhỏ AB. Tính AC.



Bài 14. Chứng minh rằng trong một đường tròn, hai cung nhỏ bằng nhau thì căng hai dây bằng nhau.

Bài 15. Lúc 10 giờ 10 phút, tính góc (nhỏ hơn 180°) giữa kim giờ và kim phút.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Số đo cung nhỏ bằng

A. nửa số đo góc ở tâm chắn cung đó **B.** số đo góc ở tâm chắn cung đó

C. hai lần số đo góc ở tâm **D.** 360° trừ số đo góc ở tâm

Câu 2. Góc ở tâm $\widehat{AOB} = 90°$. Số đo cung lớn AB là

A. 90° **B.** 180° **C.** 270° **D.** 360°

Câu 3. Số đo của cả đường tròn là

A. 90° **B.** 180° **C.** 270° **D.** 360°

Câu 4. Lúc 9 giờ, góc ở tâm tạo bởi kim giờ và kim phút là
A. 90° **B.** 270° **C.** 60° **D.** 120°

Câu 5. Dây $AB = R\sqrt{3}$ của đường tròn $(O;R)$ căng cung nhỏ có số đo
A. 60° **B.** 120° **C.** 90° **D.** 150°

Câu 6. Hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O). Số đo cung nhỏ AB là
A. 45° **B.** 60° **C.** 90° **D.** 180°

Câu 7. Lục giác đều nội tiếp đường tròn. Số đo cung nhỏ giữa hai đỉnh kề nhau là
A. 30° **B.** 45° **C.** 120° **D.** 60°

Câu 8. AB là đường kính của (O), sđ$\overset{\frown}{AC} = 70^\circ$. Số đo cung nhỏ BC là
A. 110° **B.** 70° **C.** 140° **D.** 290°

Câu 9. Đường tròn $(O;13\text{ cm})$, dây $AB = 24$ cm. Khoảng cách từ O đến AB là
A. 12 cm **B.** 5 cm **C.** 10 cm **D.** 6 cm

Câu 10. Trong biểu đồ hình quạt tròn, phần chiếm 25% ứng với góc ở tâm
A. 25° **B.** 50° **C.** 90° **D.** 100°

Câu 11. VDC Bánh xe có 12 nan hoa chia đều. Góc giữa nan thứ nhất và nan thứ năm là
A. 150° **B.** 60° **C.** 90° **D.** 120°

Câu 12. VDC Cho $(O;6)$ và dây $AB = 6$. Số đo cung lớn AB là
A. 300° **B.** 120° **C.** 240° **D.** 60°

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;R)$, dây $AB = R$.

a) Tam giác OAB là tam giác đều.

b) $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

c) Số đo cung lớn AB là 300°.

d) Số đo cung nhỏ AB là 30°.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Biểu đồ hình quạt tròn gồm bốn phần chiếm 40%, 25%, 20%, 15%.

a) Phần 40% ứng với góc ở tâm 144°.

b) Phần 25% ứng với góc ở tâm 90°.

c) Tổng các góc ở tâm bằng 360°.

d) Phần 20% ứng với góc ở tâm 70°.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho đường tròn $(O;13\text{ cm})$, dây $AB=24$ cm, M là trung điểm AB, C là điểm chính giữa cung nhỏ AB.

a) $OM=5$ cm.

b) $MC=8$ cm.

c) $AC=4\sqrt{13}$ cm.

d) $\widehat{AOB}<90^\circ$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Tam giác đều ABC có ba đỉnh thuộc đường tròn $(O;R)$.

a) Số đo cung nhỏ AB là 120°.

b) $AB=R\sqrt{3}$.

c) Số đo cung lớn BC là 240°.

d) Khoảng cách từ O đến AB bằng R.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Góc ở tâm $\widehat{AOB}=135^\circ$. Tính số đo (độ) cung lớn AB.

Trả lời:

Câu 18. Tính góc ở tâm (độ) tạo bởi kim giờ và kim phút lúc 10 giờ.

Trả lời:

Câu 19. Phần chiếm 35% trong biểu đồ hình quạt tròn ứng với góc ở tâm bao nhiêu độ?

Trả lời:

Câu 20. Dây $AB=R\sqrt{2}$ của đường tròn $(O;R)$. Tính số đo (độ) cung nhỏ AB.

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính số đo (độ) góc giữa kim giờ và kim phút lúc 4 giờ 20 phút.

Trả lời:

Câu 22. VDC Cho $(O;R)$, dây $AB=R\sqrt{2}$. Tính số đo (độ) cung nhỏ AB.

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION

TOÁN 9

CHƯƠNG V.

ĐƯỜNG TRÒN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

BÀI 15. ĐỘ DÀI CỦA CUNG TRÒN. DIỆN TÍCH HÌNH QUẠT TRÒN VÀ HÌNH VÀNH KHUYÊN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao

Năm học 2026 – 2027

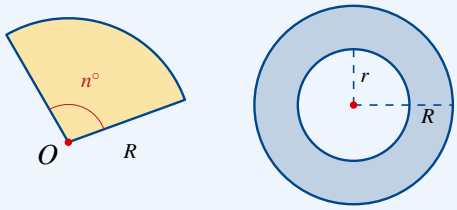
PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Độ dài đường tròn, độ dài cung tròn

- Độ dài (chu vi) đường tròn bán kính R: $C = 2\pi R = \pi d$ (d là đường kính).
- Độ dài cung tròn n° của đường tròn bán kính R: $\ell = \dfrac{\pi R n}{180}$.

2. Diện tích hình tròn, hình quạt tròn, hình vành khuyên

- Diện tích hình tròn bán kính R: $S = \pi R^2$.
- Diện tích hình quạt tròn bán kính R, cung n°: $S_q = \dfrac{\pi R^2 n}{360} = \dfrac{\ell R}{2}$.
- Hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm $(O;R)$, $(O;r)$ $(R > r)$: $S = \pi\left(R^2 - r^2\right)$.



Lưu ý. Chú ý đơn vị: độ dài cung có cùng đơn vị với bán kính, diện tích có đơn vị bình phương. Khi đề yêu cầu, lấy $\pi \approx 3{,}14$ hoặc dùng phím π của máy tính rồi làm tròn. Diện tích **hình viên phân** (giới hạn bởi cung và dây) bằng diện tích hình quạt trừ diện tích tam giác.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Độ dài đường tròn, độ dài cung tròn

Phương pháp. Áp dụng $C = 2\pi R$, $\ell = \dfrac{\pi R n}{180}$; biết độ dài thì suy ngược ra bán kính hoặc số đo cung.

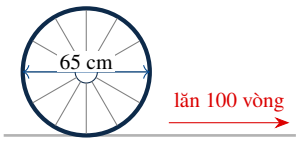
Bài 1. Tính (làm tròn đến hàng phần trăm):

a) độ dài đường tròn có đường kính 5 cm;

b) độ dài cung 60° của đường tròn bán kính 6 cm;

c) độ dài cung 150° của đường tròn bán kính 2 dm.

Bài 2. Một bánh xe có đường kính 65 cm lăn 100 vòng trên mặt đường. Tính quãng đường bánh xe đã đi được (theo mét, làm tròn đến hàng phần mười).



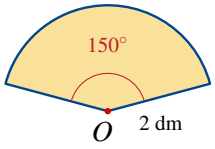
Bài 3. Tính độ dài cung 72° của đường tròn bán kính 5 cm (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 2. Diện tích hình tròn, hình quạt tròn

Phương pháp. $S = \pi R^2$; $S_q = \dfrac{\pi R^2 n}{360}$. Biết diện tích hình quạt và bán kính thì tìm được số đo cung.

Bài 4. Tính diện tích hình quạt tròn bán kính $R = 10$ cm, ứng với cung 60° (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 5. Hình quạt ở hình bên có bán kính 2 dm và góc ở tâm 150°. Tính độ dài cung và diện tích hình quạt (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 6. Tính diện tích hình quạt tròn bán kính 6 cm, cung 120°.

Dạng 3. Diện tích hình vành khuyên

Phương pháp. $S = \pi\left(R^2 - r^2\right)$; xác định đúng bán kính đường tròn lớn và đường tròn nhỏ.

Bài 7. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm có bán kính 5 cm và 3 cm (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 8. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn $(O; 10\text{ cm})$ và $(O; 6\text{ cm})$.

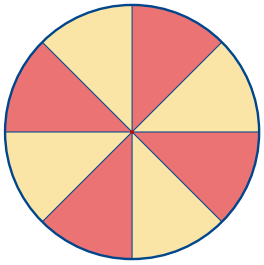
Bài 9. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính 10 cm và 6 cm.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Nhận dạng hình (hình tròn, quạt, vành khuyên) trong vật thể thực tế rồi áp dụng công thức; chú ý phân biệt đường kính và bán kính.

Bài 10. Chị Mai mua một chiếc bánh pizza có đường kính 24 cm, cắt thành 8 miếng bằng nhau. Tính diện tích mỗi miếng (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 11. Một hoạ tiết trang trí có dạng hình tròn bán kính 4 dm được chia thành 8 hình quạt bằng nhau, tô màu xen kẽ (hình bên). Tính diện tích phần tô màu đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).



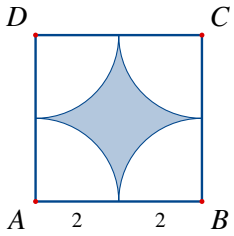
Bài 12. Một đĩa CD có đường kính 12 cm, lỗ ở giữa có đường kính 1,5 cm. Tính diện tích mặt đĩa (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 13. Bánh xe đạp có đường kính 0,7 m. Khi đi quãng đường 1 km, bánh xe lăn được khoảng bao nhiêu vòng?

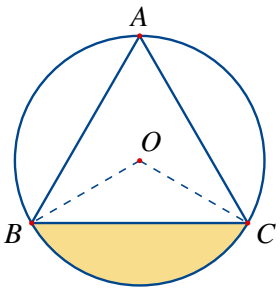
Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Diện tích phần cần tìm = diện tích hình lớn − tổng diện tích các phần bị bỏ; hình viên phân = hình quạt − tam giác.

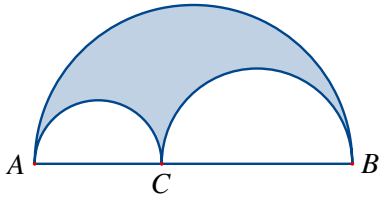
Bài 14. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 4 cm. Vẽ bốn cung tròn tâm A, B, C, D cùng bán kính 2 cm (mỗi cung là một phần tư đường tròn nằm trong hình vuông). Tính diện tích phần tô màu (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 15. Tam giác đều ABC có ba đỉnh nằm trên đường tròn $(O;6\text{ cm})$. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC (phần tô màu; làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 16. Trên đoạn AB lấy điểm C với $AC = 4$ cm, $CB = 6$ cm. Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn đường kính AB, AC, CB. Tính diện tích phần tô màu giới hạn bởi ba nửa đường tròn (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 17. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB của $(O;6\text{ cm})$, biết $\widehat{AOB} = 90^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Độ dài đường tròn bán kính R là

A. $2\pi R$ **B.** πR^2 **C.** πR **D.** $4\pi R$

Câu 2. Độ dài cung tròn n° bán kính R là

A. $\dfrac{\pi R^2 n}{360}$ **B.** $\dfrac{\pi R n}{180}$ **C.** $\dfrac{\pi R n}{360}$ **D.** $\dfrac{\pi R^2 n}{180}$

Câu 3. Diện tích hình quạt tròn bán kính R, cung n° là

A. $\dfrac{\pi R n}{180}$ **B.** $\dfrac{\pi R^2 n}{180}$ **C.** $\dfrac{\pi R^2 n}{360}$ **D.** $\dfrac{\pi R n}{360}$

Câu 4. Diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi $(O;R)$ và $(O;r)$, $R > r$, là

A. $\pi(R-r)^2$ **B.** $\pi(R-r)$ **C.** $2\pi(R-r)$ **D.** $\pi\left(R^2-r^2\right)$

Câu 5. Chu vi của đường tròn $(O;3\text{ cm})$ là

A. 6π cm **B.** 9π cm **C.** 3π cm **D.** 12π cm

Câu 6. Hình quạt bán kính 6 cm, cung 36° có diện tích

A. 36π cm^2 **B.** $3{,}6\pi$ cm^2 **C.** $1{,}2\pi$ cm^2 **D.** 6π cm^2

Câu 7. Diện tích hình quạt tròn bán kính r, cung 45° là

A. $\dfrac{\pi r^2}{4}$ **B.** $\dfrac{\pi r}{4}$ **C.** $\dfrac{\pi r^2}{8}$ **D.** $\dfrac{\pi r}{8}$

Câu 8. Một bánh xe có chu vi 188,4 cm (lấy $\pi \approx 3{,}14$). Bán kính bánh xe là

A. 60 cm **B.** 15 cm **C.** 94,2 cm **D.** 30 cm

Câu 9. Diện tích hình quạt bán kính 5 cm, cung 60° khoảng

A. 13,09 cm^2 **B.** 26,18 cm^2 **C.** 5,24 cm^2 **D.** 78,54 cm^2

Câu 10. Độ dài cung 90° của đường tròn bán kính 4 cm là

A. 4π cm **B.** π cm **C.** 2π cm **D.** 8π cm

Câu 11. VDC Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB của $(O;4)$ với $\widehat{AOB} = 60^\circ$ là

A. $\dfrac{8\pi}{3} - 8\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{4\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

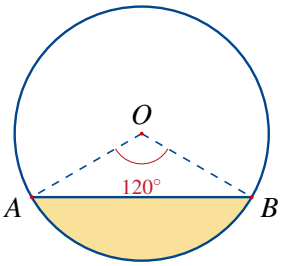
Câu 12. VDC Cung tròn có độ dài bằng bán kính có số đo xấp xỉ

A. 60° **B.** 1° **C.** 45° **D.** $57{,}3^\circ$

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;8\text{ cm})$ và dây AB căng cung nhỏ 120° (lấy $\pi \approx 3{,}14$).



a) Độ dài cung nhỏ AB khoảng 16,75 cm.

b) Diện tích hình quạt OAB khoảng 66,99 cm^2.

c) $AB = 8\sqrt{3}$ cm.

d) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB khoảng 30 cm^2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho hai đường tròn đồng tâm $(O;8\text{ cm})$ và $(O;5\text{ cm})$ (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

a) Diện tích hình vành khuyên là 39π cm^2.

b) Diện tích hình vành khuyên khoảng 122,46 cm^2.

c) Phần hình vành khuyên nằm trong một góc ở tâm 90° có diện tích $\dfrac{39\pi}{4}$ cm^2.

d) Chu vi đường tròn lớn gấp 3 lần chu vi đường tròn nhỏ.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Một bánh xe đạp có đường kính 70 cm (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

a) Chu vi bánh xe là 219,8 cm.

b) Bánh xe lăn 100 vòng thì đi được 219,8 m.

c) Để đi 1 km, bánh xe cần lăn khoảng 455 vòng.

d) Nếu đường kính tăng gấp đôi thì số vòng lăn trên cùng quãng đường giảm 4 lần.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Tam giác đều ABC cạnh 4 cm có ba đỉnh nằm trên đường tròn (O).

a) Bán kính đường tròn là $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

b) Chu vi đường tròn là $\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}$ cm.

c) Diện tích hình tròn là $\dfrac{16\pi}{3}$ cm^2.

d) Độ dài cung nhỏ AB là $\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{9}$ cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Tính chu vi vành xe đạp có đường kính 20 cm (cm, làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 18. Độ dài một đường tròn là 25,12 cm. Tính bán kính (cm, lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Trả lời:

Câu 19. Tính diện tích hình quạt bán kính 6 cm, cung 120° (cm^2, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 20. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính 7 cm và 3 cm (cm^2, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 21. VDC Bánh xe đường kính 0,65 m lăn 500 vòng. Quãng đường đi được (m, làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 22. VDC Hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính 13 và 5 có diện tích S. Tính $\dfrac{S}{\pi}$.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Độ dài đường tròn, độ dài cung tròn

Bài 1. Tính độ dài đường tròn có đường kính 10 cm và độ dài cung 72° của đường tròn bán kính 5 cm.

Bài 2. Bánh xe có bán kính 35 cm. Hỏi để đi được 1 km, bánh xe phải lăn khoảng bao nhiêu vòng?

Bài 3. Một đường tròn có chu vi 31,4 cm. Tính bán kính (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Dạng 2. Diện tích hình tròn, hình quạt tròn

Bài 4. Một hình tròn có chu vi 31,4 cm. Tính diện tích hình tròn (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Bài 5. Tính diện tích hình quạt bán kính 12 cm, cung 30°.

Bài 6. Một hình tròn có diện tích 154 cm^2. Tính bán kính (lấy $\pi \approx \dfrac{22}{7}$).

Dạng 3. Diện tích hình vành khuyên

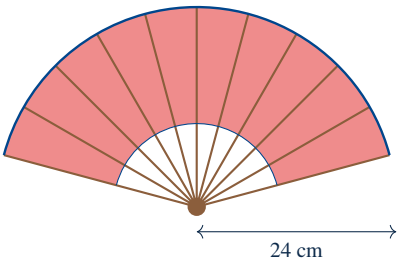
Bài 7. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính 8 cm và 5 cm.

Bài 8. Tính diện tích hình vành khuyên nằm giữa đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh 4 cm.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 9. Một chiếc bánh pizza đường kính 30 cm được cắt thành 6 miếng bằng nhau. Tính diện tích mỗi miếng.

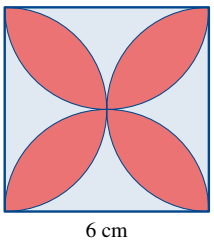
Bài 10. Một chiếc quạt giấy khi mở ra có dạng hình quạt tròn bán kính 24 cm, góc ở tâm 150°. Phần dán giấy (tô màu) là phần nằm giữa hai cung tròn bán kính 10 cm và 24 cm. Tính diện tích phần dán giấy (làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 11. Một bồn hoa hình tròn bán kính 10 m, xung quanh có lối đi rộng 2 m. Tính diện tích lối đi (làm tròn đến hàng phần mười).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 12. Bên trong hình vuông cạnh 6 cm, vẽ bốn nửa đường tròn có đường kính là bốn cạnh. Bốn nửa đường tròn tạo thành hình "bông hoa bốn cánh" (phần màu đậm). Tính diện tích bông hoa (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 13. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung 60° và dây tương ứng của đường tròn bán kính 6 cm.

Bài 14. Cung tròn có độ dài bằng bán kính thì có số đo bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần mười)?

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Diện tích hình tròn bán kính R là
A. $2\pi R$ **B.** πR^2 **C.** $2\pi R^2$ **D.** πR

Câu 2. Chu vi đường tròn $(O;3\text{ cm})$ là
A. 3π cm **B.** 9π cm **C.** 6π cm **D.** 12π cm

Câu 3. Diện tích hình quạt bán kính 4 cm, cung 90° là
A. 4π cm^2 **B.** 2π cm^2 **C.** 8π cm^2 **D.** 16π cm^2

Câu 4. Độ dài cung 60° của đường tròn bán kính 6 cm là
A. π cm **B.** 6π cm **C.** 3π cm **D.** 2π cm

Câu 5. Hình vành khuyên giới hạn bởi $(O;5)$ và $(O;4)$ có diện tích
A. π **B.** 9π **C.** 41π **D.** 3π

Câu 6. Đường tròn có chu vi 18,84 cm (lấy $\pi \approx 3{,}14$) có bán kính
A. 3 cm **B.** 6 cm **C.** 9 cm **D.** 1,5 cm

Câu 7. Hình quạt bán kính 6 cm có diện tích 6π cm^2. Số đo cung của hình quạt là
A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Câu 8. Cung tròn bán kính 3 cm có độ dài π cm. Số đo cung đó là
A. 30° **B.** 45° **C.** 90° **D.** 60°

Câu 9. Bánh xe đường kính 60 cm lăn 10 vòng thì đi được khoảng
A. 37,68 m **B.** 18,84 m **C.** 6 m **D.** 1,88 m

Câu 10. Hình tròn có diện tích 16π cm^2 thì có chu vi
A. 8π cm **B.** 4π cm **C.** 16π cm **D.** 32π cm

Câu 11. VDC Diện tích hình vành khuyên giữa đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp hình vuông cạnh 6 là
A. 18π **B.** 36π **C.** 9π **D.** 3π

Câu 12. VDC Hình quạt tròn bán kính 6 có diện tích 6π. Số đo cung của hình quạt là
A. 30° **B.** 90° **C.** 120° **D.** 60°

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;8\text{ cm})$ và cung nhỏ AB với $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

a) Độ dài cung nhỏ AB là 4π cm.

b) Diện tích hình quạt OAB là 16π cm^2.

c) Diện tích tam giác OAB là 32 cm^2.

d) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây và cung nhỏ AB khoảng 28,24 cm^2.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Kim phút của một đồng hồ dài 10 cm, kim giờ dài 6 cm.

a) Trong 1 giờ, đầu kim phút đi được quãng đường 20π cm.

b) Trong 15 phút, kim phút quét được hình quạt có diện tích 25π cm^2.

c) Trong 20 phút, kim phút quay được một góc 120°.

d) Trong 1 giờ, đầu kim giờ đi được quãng đường 2π cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Một bánh xe có đường kính 70 cm.

a) Chu vi bánh xe là 70π cm.

b) Bánh xe lăn 1000 vòng thì đi được khoảng 2,2 km.

c) Bánh xe đường kính 35 cm phải lăn gấp đôi số vòng để đi cùng quãng đường.

d) Bánh xe đường kính 70 cm lăn 50 vòng thì đi được hơn 120 m.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Một đĩa CD có đường kính 12 cm, lỗ giữa đường kính 1,5 cm.

a) Mặt đĩa là hình vành khuyên với $R = 6$ cm, $r = 0{,}75$ cm.

b) Diện tích mặt đĩa là $35{,}4375\pi$ cm^2.

c) Diện tích mặt đĩa khoảng 111,33 cm^2.

d) Phần lỗ chiếm hơn 5% diện tích hình tròn đường kính 12 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Tính chu vi đường tròn bán kính 7 cm (cm, làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 18. Tính diện tích hình quạt bán kính 10 cm, cung 36° (cm^2, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 19. Hai đường tròn đồng tâm có chu vi 20π cm và 12π cm. Tính diện tích hình vành khuyên (cm^2, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 20. Tính độ dài cung 120° của đường tròn bán kính 9 cm (cm, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 21. VDC Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây và cung nhỏ AB của $(O;10)$, $\widehat{AOB}=90^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 22. VDC Độ dài cung 45° của đường tròn bán kính 8 là l. Tính $\dfrac{l}{\pi}$.

Trả lời:

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG V.
ĐƯỜNG TRÒN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

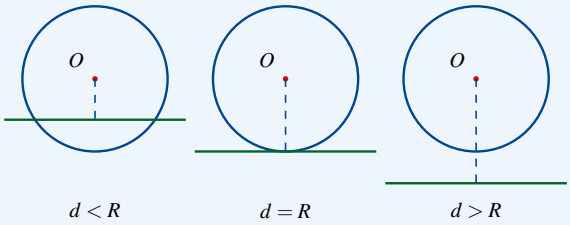
BÀI 16. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

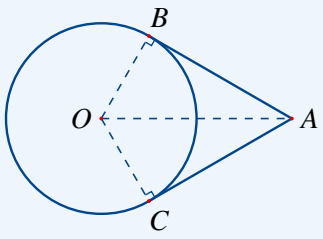
Gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a, R là bán kính đường tròn (O).



Vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

2. Tiếp tuyến của đường tròn

- Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn gọi là **tiếp tuyến**; điểm chung là **tiếp điểm**.
- **Tính chất:** tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.
- **Dấu hiệu:** nếu đường thẳng a đi qua điểm B của (O) và $a \perp OB$ tại B thì a là tiếp tuyến của (O).
- **Hai tiếp tuyến cắt nhau:** nếu AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) (B, C là tiếp điểm) thì $AB = AC$, tia AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ và tia OA là tia phân giác của $\widehat{BOC}$.



Lưu ý. Để chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến, thường chứng minh nó vuông góc với bán kính tại một điểm thuộc đường tròn, hoặc khoảng cách từ tâm đến đường thẳng bằng bán kính. Trong bài toán hai tiếp tuyến, OA là đường trung trực của BC.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

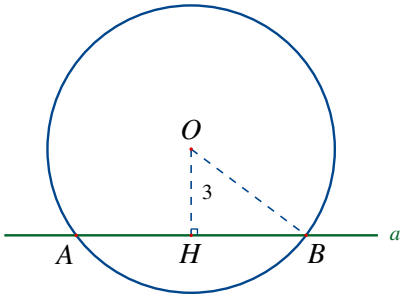
A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định vị trí tương đối. Tính độ dài dây

Phương pháp. So sánh d với R. Khi đường thẳng cắt đường tròn tại A, B: chân đường vuông góc H từ O là trung điểm AB, $AB = 2\sqrt{R^2 - d^2}$.

Bài 1. Điền vào chỗ trống (bảng gồm bán kính R, khoảng cách d và vị trí tương đối):
a) $R = 5$ cm, $d = 3$ cm: …; b) $R = 6$ cm, $d = 6$ cm: …; c) $R = 4$ cm, $d = 7$ cm: …;
d) $R = 8$ cm, đường thẳng tiếp xúc với đường tròn: $d = \ldots$

Bài 2. Cho đường thẳng a và điểm O cách a một khoảng 3 cm. Vẽ đường tròn $(O; 5\text{ cm})$.



a) Đường thẳng a và đường tròn (O) có vị trí tương đối như thế nào?

b) Gọi A, B là giao điểm của a và (O). Tính độ dài AB.

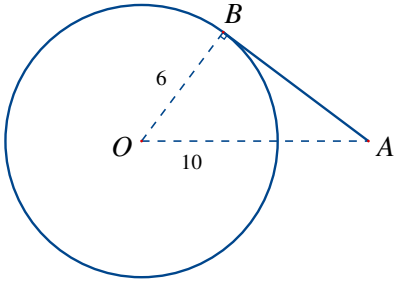
Bài 3. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(O; 2)$. Xác định vị trí tương đối của đường tròn với mỗi đường thẳng: a) $x = 3$; b) $y = 2$; c) trục Ox.

Bài 4. Cho đường tròn $(O; 6\text{ cm})$ và đường thẳng d. Xác định vị trí tương đối của d và (O) khi khoảng cách từ O đến d bằng: a) 4 cm; b) 6 cm; c) 8 cm.

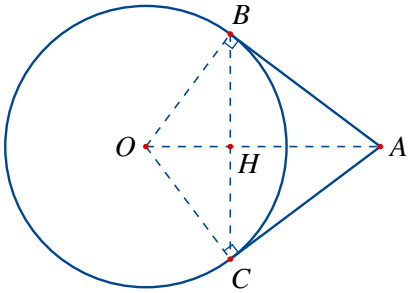
Dạng 2. Tính toán với tiếp tuyến

Phương pháp. Dùng $OB \perp AB$ tại tiếp điểm B và định lí Pythagore, tỉ số lượng giác trong tam giác vuông OBA; với hai tiếp tuyến dùng $AB = AC$ và $OA \perp BC$.

Bài 5. Cho đường tròn $(O; 6\text{ cm})$ và điểm A cách O là 10 cm. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính AB.



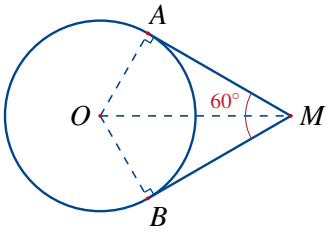
Bài 6. Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A. Biết $OB = 3$ cm, $OA = 5$ cm.



a) Tính AB, AC.

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC. Tính BH và BC.

Bài 7. Từ điểm M nằm ngoài $(O;3\text{ cm})$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB sao cho $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính OM, MA và $\widehat{AOB}$.

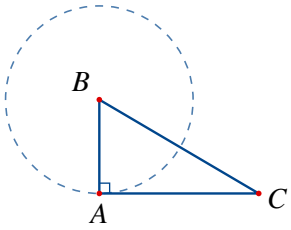


Bài 8. Cho MA là tiếp tuyến tại A của $(O;5\text{ cm})$ với $OM = 13$ cm. Tính MA.

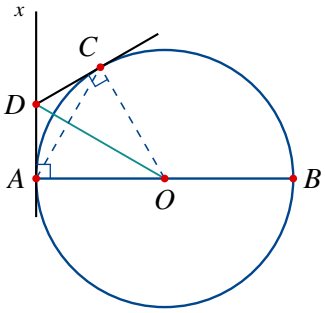
Dạng 3. Chứng minh tiếp tuyến

Phương pháp. Chứng minh đường thẳng vuông góc với bán kính tại điểm thuộc đường tròn; hoặc chứng minh tam giác bằng nhau để suy ra góc vuông.

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm B bán kính BA. Chứng minh CA là tiếp tuyến của đường tròn $(B;BA)$.



Bài 10. Cho đường tròn (O) đường kính AB, tiếp tuyến Ax. Lấy điểm C trên đường tròn; tiếp tuyến tại C cắt Ax tại D. Chứng minh $DA = DC$ và $OD \perp AC$.

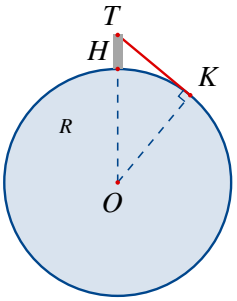


Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm B bán kính BA. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Mô hình hoá: tia nhìn từ điểm cao tới đường chân trời là tiếp tuyến của Trái Đất; dùng định lí Pythagore.

Bài 12. Một người đứng trên tháp quan sát có độ cao $h = 320$ m so với mặt biển. Coi Trái Đất là hình cầu bán kính $R = 6400$ km. Tính khoảng cách xa nhất từ người đó đến đường chân trời (độ dài tiếp tuyến TK, làm tròn đến hàng đơn vị).

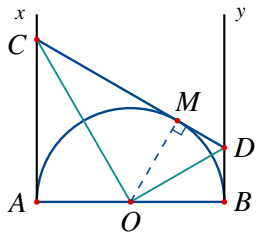


Bài 13. Một người đứng trên ngọn hải đăng ở độ cao 100 m so với mặt biển. Coi Trái Đất là hình cầu bán kính 6400 km. Tính khoảng cách xa nhất người đó nhìn thấy trên mặt biển (làm tròn đến hàng phần mười km).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Khai thác hai tiếp tuyến cắt nhau: các đoạn tiếp tuyến bằng nhau, các tia phân giác; góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là góc vuông.

Bài 14. Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M (thuộc nửa đường tròn) cắt Ax, By lần lượt tại C, D. Chứng minh:



a) $CD = AC + BD$;

b) $\widehat{COD} = 90^\circ$;

c) $AC \cdot BD = R^2$.

Bài 15. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M với $OM = 2R$. Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB. Tính $\widehat{AMB}$ và diện tích tứ giác $OAMB$.

Bài 16. Từ M ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB. Tiếp tuyến tại điểm K thuộc cung nhỏ AB cắt MA, MB tại P, Q. Chứng minh chu vi tam giác MPQ bằng $2MA$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 1. Đường thẳng và đường tròn cắt nhau khi

A. $d < R$ **B.** $d = R$ **C.** $d > R$ **D.** $d \geq R$

Câu 2. Nếu $d = R$ thì đường thẳng và đường tròn

A. cắt nhau **B.** tiếp xúc nhau

C. không giao nhau **D.** có hai điểm chung

Câu 3. Cho đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và đường thẳng a cách O là 6 cm. Vị trí tương đối của chúng là

A. cắt nhau **B.** tiếp xúc

C. không giao nhau **D.** không xác định

Câu 4. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A

A. song song với OA **B.** đi qua O

C. tạo với OA góc 45° **D.** vuông góc với OA tại A

Câu 5. Cho $(O;6\text{ cm})$, điểm A với $OA = 10$ cm, tiếp tuyến AB. Độ dài AB là

A. 8 cm **B.** 4 cm **C.** 16 cm **D.** $2\sqrt{34}$ cm

Câu 6. Nếu MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) (A, B là tiếp điểm) thì

A. $MA > MB$ **B.** $MA = MB$ **C.** $MA < MB$ **D.** $MA = 2MB$

Câu 7. Dây MN của $(O;8\text{ cm})$ cách tâm 6 cm. Độ dài MN là

A. 4 cm **B.** $2\sqrt{7}$ cm **C.** $4\sqrt{7}$ cm **D.** 20 cm

Câu 8. Hai tiếp tuyến tại B, C của (O) cắt nhau tại A, $OB = 3$ cm, $OA = 5$ cm. Độ dài AB là

A. 2 cm **B.** 3 cm **C.** 5 cm **D.** 4 cm

Câu 9. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới $(O;3\text{ cm})$, $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Độ dài OM là

A. 6 cm **B.** $3\sqrt{3}$ cm **C.** $3\sqrt{2}$ cm **D.** 9 cm

Câu 10. Trên mặt phẳng Oxy, đường tròn $(O;3)$ và đường thẳng $y=3$

A. cắt nhau **B.** không giao nhau

C. tiếp xúc nhau **D.** trùng nhau

Câu 11. VDC Từ M ngoài $(O;R)$ với $OM=R\sqrt{2}$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB. Số đo $\widehat{AOB}$ là

A. 60° **B.** 90° **C.** 120° **D.** 45°

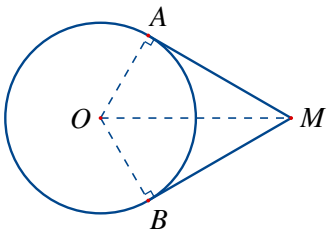
Câu 12. VDC Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với $MA=10$; tiếp tuyến tại điểm trên cung nhỏ AB cắt MA, MB tại P, Q. Chu vi tam giác MPQ là

A. 10 **B.** 30 **C.** 15 **D.** 20

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M với $OM=2R$. Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB.



a) $MA=R\sqrt{3}$.

b) $\widehat{AMO}=30^\circ$.

c) $\widehat{AOB}=60^\circ$.

d) Tam giác MAB là tam giác đều.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Từ điểm A trên đường tròn $(O;R)$ kẻ tiếp tuyến d. Trên d lấy điểm B với $AB=R\sqrt{3}$. Đoạn OB cắt đường tròn tại C.

a) $OB=2R$.

b) $\widehat{AOB}=60^\circ$.

c) C là trung điểm của OB.

d) $BC=R\sqrt{3}$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác ABC có $AB=6$, $AC=8$, $BC=10$.

a) Tam giác ABC vuông tại A.

b) AC tiếp xúc với đường tròn $(B;6)$.

c) BC tiếp xúc với đường tròn $(A;4{,}8)$.

d) AB tiếp xúc với đường tròn $(C;6)$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 4$ cm, tiếp tuyến Ax, By; tiếp tuyến tại M cắt Ax, By tại C, D.

a) $CD = AC + BD$.

b) $\widehat{COD} = 90^\circ$.

c) $AC \cdot BD = 4$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $AC + BD$ là 2 cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Cho $(O; 8 \text{ cm})$, điểm A cách O là 10 cm. Tính độ dài tiếp tuyến AB (cm).

Trả lời:

Câu 18. Tiếp tuyến AB của $(O; 5 \text{ cm})$ có $AB = 12$ cm (B là tiếp điểm). Tính OA (cm).

Trả lời:

Câu 19. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới $(O; 3 \text{ cm})$ với $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính MA (cm, làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 20. Từ đỉnh tháp cao 80 m nhìn ra biển, coi Trái Đất bán kính 6400 km. Khoảng cách đến đường chân trời khoảng bao nhiêu ki-lô-mét?

Trả lời:

Câu 21. VDC Một người đứng trên đỉnh núi cao 1,6 km so với mực nước biển; bán kính Trái Đất 6400 km. Khoảng cách xa nhất nhìn thấy (km, làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 22. VDC Cho $(O; 10)$, $OM = 26$, MA là tiếp tuyến. Tính MA.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định vị trí tương đối. Tính độ dài dây

Bài 1. Cho đường tròn $(O;7\text{ cm})$. Xác định vị trí tương đối của đường tròn với đường thẳng cách tâm: a) 4 cm; b) 7 cm; c) 9 cm.

Bài 2. Điểm O cách đường thẳng a là 5 cm. Đường tròn $(O;13\text{ cm})$ cắt a tại A, B. Tính AB.

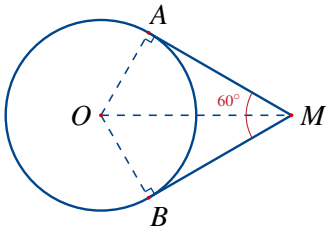
Bài 3. Đường thẳng d cách tâm O của $(O;5\text{ cm})$ một khoảng 3 cm và cắt đường tròn tại A, B. Tính AB.

Dạng 2. Tính toán với tiếp tuyến

Bài 4. Cho $(O;5\text{ cm})$, điểm A cách O là 13 cm. Tính độ dài tiếp tuyến AB.

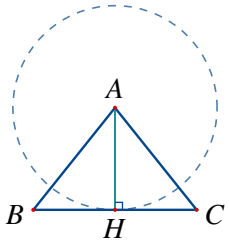
Bài 5. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới $(O;3\text{ cm})$, biết $OM = 6$ cm. Tính $\overset{\frown}{AMB}$ và MA.

Bài 6. Từ điểm M nằm ngoài $(O;3\text{ cm})$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB sao cho $\overset{\frown}{AMB} = 60^\circ$. Tính OM và MA.

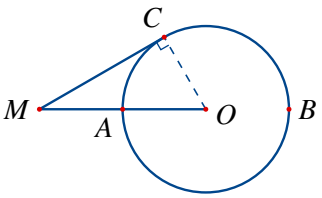


Dạng 3. Chứng minh tiếp tuyến

Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn $(A;AH)$.



Bài 8. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Lấy M thuộc tia đối của tia AB sao cho $AM = R$. Kẻ tiếp tuyến MC (C là tiếp điểm). Tính $\overset{\frown}{CMO}$ và MC theo R.



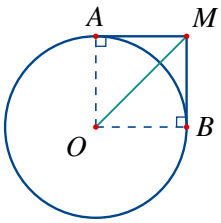
Bài 9. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Tiếp tuyến tại A và tiếp tuyến tại điểm C của đường tròn cắt nhau tại M. Chứng minh $MO \perp AC$.

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 10. Một người đứng trên ngọn hải đăng cao 50 m so với mặt biển. Coi Trái Đất là hình cầu bán kính 6400 km. Tính khoảng cách xa nhất người đó nhìn thấy trên mặt biển (làm tròn đến hàng phần mười).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 11. Từ điểm M ngoài $(O;R)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Chứng minh $OAMB$ là hình vuông và tính OM.



Bài 12. Cho nửa đường tròn $(O;5\text{ cm})$ đường kính AB, tiếp tuyến Ax, By; tiếp tuyến tại M cắt Ax, By tại C, D. Biết $AC = 2$ cm. Tính BD.

Bài 13. Từ điểm M ngoài $(O;R)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB; OM cắt AB tại H. Chứng minh $OH \cdot OM = R^2$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Một đường thẳng và một đường tròn có nhiều nhất bao nhiêu điểm chung?
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** vô số

Câu 2. Nếu $d > R$ thì đường thẳng và đường tròn
A. cắt nhau **B.** tiếp xúc
C. không giao nhau **D.** có một điểm chung

Câu 3. Đường tròn $(O;4\text{ cm})$ và đường thẳng cách O là 4 cm
A. tiếp xúc nhau **B.** cắt nhau
C. không giao nhau **D.** có hai điểm chung

Câu 4. Đường thẳng cách tâm $(O;5\text{ cm})$ một khoảng 3 cm. Độ dài dây cung tạo thành là
A. 4 cm **B.** 6 cm **C.** 10 cm **D.** 8 cm

Câu 5. Tiếp tuyến AB của $(O;5\text{ cm})$ với $OA = 13$ cm có độ dài
A. 8 cm **B.** 12 cm **C.** 18 cm **D.** $\sqrt{194}$ cm

Câu 6. Nếu MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) thì
A. tia MO là phân giác của $\widehat{AMB}$ **B.** $MA \perp MB$
C. $MO \perp AB$ tại M **D.** $MA = OA$

Câu 7. Tiếp tuyến MA của $(O;3\text{ cm})$ có $MA = 4$ cm. Độ dài OM là
A. 7 cm **B.** 1 cm **C.** 5 cm **D.** $\sqrt{7}$ cm

Câu 8. Từ M với $OM = R\sqrt{2}$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới $(O;R)$. Số đo $\widehat{AMB}$ là
A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Câu 9. Đường tròn $(O;2)$ và đường thẳng $x = -2$ trên mặt phẳng Oxy
A. cắt nhau **B.** tiếp xúc nhau
C. không giao nhau **D.** trùng nhau

Câu 10. Từ đỉnh tháp cao 80 m (Trái Đất bán kính 6400 km), khoảng cách đến đường chân trời khoảng
A. 8 km **B.** 16 km **C.** 32 km **D.** 64 km

Câu 11. VDC MA là tiếp tuyến của $(O;6)$ tại A với $\widehat{AOM} = 60^\circ$. Độ dài MA là
A. $6\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 12. VDC Từ M kẻ tiếp tuyến MA, MB tới $(O;6)$, $OM=10$; OM cắt AB tại H. Độ dài OH là

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 3,6

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho đường tròn $(O;13\text{ cm})$ và đường thẳng a cách O một khoảng d.

a) Nếu $d=12$ cm thì a cắt đường tròn.

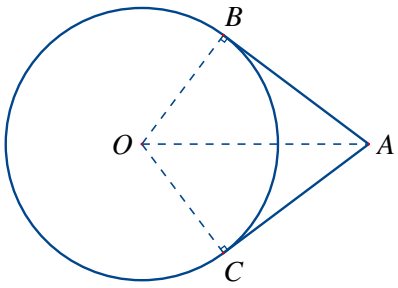
b) Nếu $d=13$ cm thì a tiếp xúc với đường tròn.

c) Nếu $d=5$ cm thì dây cung tạo thành dài 24 cm.

d) Nếu $d=15$ cm thì a và đường tròn có một điểm chung.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Cho $(O;6\text{ cm})$, điểm A cách O là 10 cm; kẻ hai tiếp tuyến AB, AC.



a) $AB=8$ cm.

b) $AB=AC$.

c) $BC=9{,}6$ cm.

d) $\widehat{BAC}=60^\circ$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH; vẽ đường tròn $(A;AH)$.

a) BC là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Tiếp điểm là H.

c) Đường thẳng AB cắt đường tròn tại hai điểm.

d) AB nhỏ hơn bán kính đường tròn.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Người đứng trên hải đăng cao h (km) nhìn ra biển, Trái Đất bán kính $R=6400$ km.

a) Khoảng cách tới đường chân trời là $\sqrt{2Rh+h^2}$.

b) Với $h=0{,}05$ km, khoảng cách đó khoảng 25,3 km.

c) Với $h=0{,}2$ km, khoảng cách đó gấp khoảng 2 lần so với $h=0{,}05$ km.

d) Độ cao tăng gấp 3 lần thì khoảng cách nhìn được tăng gấp 3 lần.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Cho $(O;6\text{ cm})$, điểm A cách O là 10 cm. Tính độ dài tiếp tuyến (cm).

Trả lời: ☐

Câu 18. Đường thẳng cách tâm $(O;13\text{ cm})$ một khoảng 5 cm. Tính độ dài dây cung (cm).

Trả lời: ☐

Câu 19. Từ M với $OM=6$ cm kẻ hai tiếp tuyến tới $(O;3\text{ cm})$. Tính số đo (độ) góc tạo bởi hai tiếp tuyến.

Trả lời: ☐

Câu 20. Từ hải đăng cao 50 m (Trái Đất bán kính 6400 km), khoảng cách tới đường chân trời bao nhiêu km (làm tròn đến hàng phần mười)?

Trả lời: ☐

Câu 21. VDC Hai tiếp tuyến MA, MB của $(O;4)$ vuông góc với nhau. Tính MA.

Trả lời: ☐

Câu 22. VDC Đường thẳng cách tâm O một khoảng 5 cắt $(O;R)$ theo dây dài 24. Tính R.

Trả lời: ☐

HẾT

MHP MATH EDUCATION
TOÁN 9
CHƯƠNG V.
ĐƯỜNG TRÒN

BỒI DƯỠNG HỌC SINH TOÁN 9 – KẾT NỐI TRI THỨC

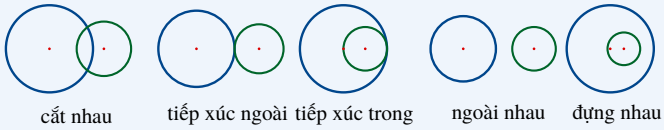
BÀI 17. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Lý thuyết trọng tâm – Bài tập trên lớp – Bài tập về nhà – Nâng cao
Năm học 2026 – 2027

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Ba vị trí tương đối của hai đường tròn

Hai đường tròn phân biệt có thể: **cắt nhau** (có 2 điểm chung), **tiếp xúc nhau** (có 1 điểm chung – tiếp xúc ngoài hoặc tiếp xúc trong) hoặc **không giao nhau** (không có điểm chung – ở ngoài nhau hoặc đựng nhau).



2. Hệ thức giữa đoạn nối tâm và các bán kính

Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ với $R \geq r$, $d = OO'$.

Vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
Cắt nhau	2	$R-r<d<R+r$
Tiếp xúc ngoài	1	$d=R+r$
Tiếp xúc trong	1	$d=R-r>0$
Ở ngoài nhau	0	$d>R+r$
Đựng nhau (đồng tâm khi $d=0$)	0	$d<R-r$

3. Tính chất đường nối tâm

- Đường nối tâm là trục đối xứng của hình gồm hai đường tròn.
- Hai đường tròn cắt nhau tại A, B thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung AB.
- Hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

Lưu ý. Tiếp tuyến chung ngoài BC của $(O;R)$ và $(O';r)$ (tiếp điểm B, C): $BC^2 = d^2 - (R-r)^2$; tiếp tuyến chung trong: $BC^2 = d^2 - (R+r)^2$. Khi hai đường tròn tiếp xúc ngoài: $BC = 2\sqrt{Rr}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TRÊN LỚP

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn

Phương pháp. So sánh $d = OO'$ với $R + r$ và $R - r$ theo bảng hệ thức.

Bài 1. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ trong mỗi trường hợp:

a) $R = 5, r = 3, d = 8$;
b) $R = 5, r = 3, d = 2$;
c) $R = 10, r = 3, d = 8$;
d) $R = 7, r = 4, d = 2$;
e) $R = 12, r = 5, d = 20$;
g) $R = 7, r = 3, d = 4$.

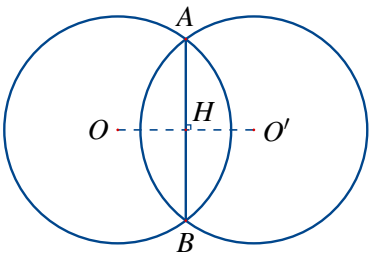
Bài 2. Cho hai đường tròn $(O;4\text{ cm})$ và $(O';11\text{ cm})$ với $OO' = 2a + 3$ (cm), $a > 0$. Tìm a để hai đường tròn: a) tiếp xúc ngoài; b) tiếp xúc trong.

Bài 3. Cho $(O;5\text{ cm})$ và $(O';3\text{ cm})$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn khi OO' bằng: a) 8 cm; b) 2 cm; c) 4 cm; d) 10 cm.

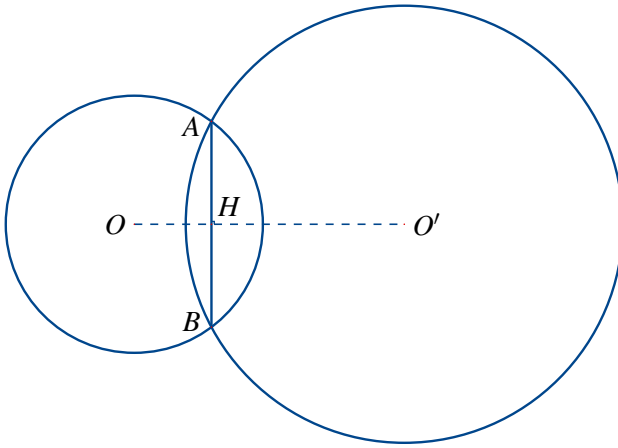
Dạng 2. Dây chung. Đoạn nối tâm

Phương pháp. Đường nối tâm vuông góc với dây chung AB tại trung điểm H của AB; tính các đoạn OH, $O'H$ bằng định lí Pythagore.

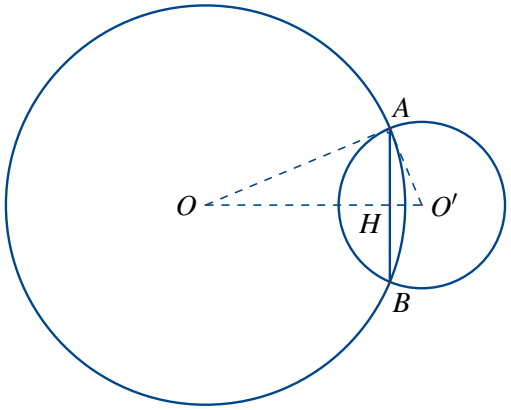
Bài 4. Cho hai đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và $(O';5\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B, biết $OO' = 6$ cm. Tính độ dài dây chung AB.



Bài 5. Hai đường tròn $(O;10\text{ cm})$ và $(O';17\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $AB = 16$ cm, O và O' nằm khác phía đối với AB. Tính OO'.



Bài 6. Hai đường tròn $(O;12\text{ cm})$ và $(O';5\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B, biết $OO'=13$ cm. Chứng minh $OA\perp O'A$ và tính AB.



Bài 7. Hai đường tròn $(O;5\text{ cm})$ và $(O';5\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $OO'=8$ cm. Tính độ dài dây chung AB.

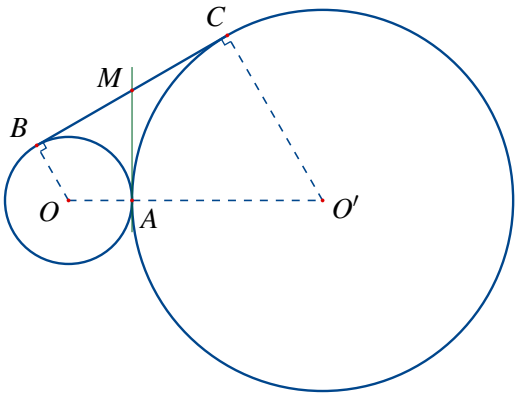
Dạng 3. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

Phương pháp. Kẻ đường vuông góc từ tâm đường tròn nhỏ xuống bán kính của đường tròn lớn để tạo tam giác vuông; dùng định lí Pythagore. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài thì tiếp tuyến chung trong tại tiếp điểm chia đôi đoạn tiếp tuyến chung ngoài.

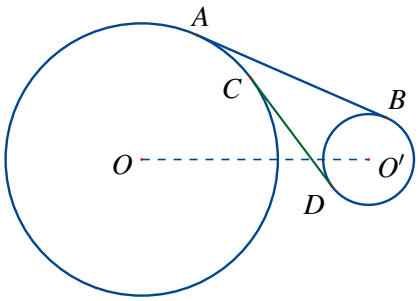
Bài 8. Hai đường tròn $(O;2\text{ cm})$ và $(O';6\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC ($B\in(O)$, $C\in(O')$); tiếp tuyến chung trong tại A cắt BC tại M.

a) Tính BC.

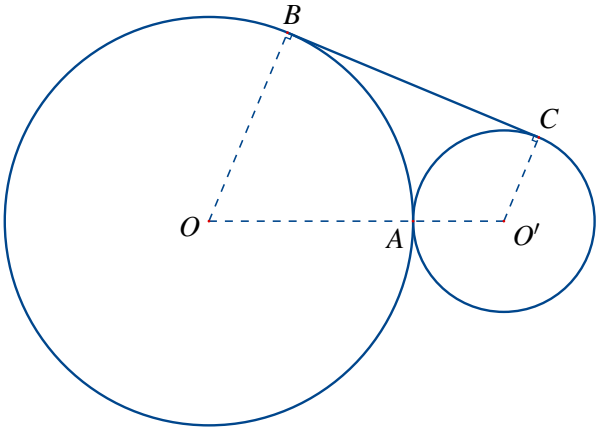
b) Chứng minh $\widehat{BAC}=90^\circ$.



Bài 9. Cho hai đường tròn $(O;6\text{ cm})$ và $(O';2\text{ cm})$ với $OO'=10$ cm. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài AB và đoạn tiếp tuyến chung trong CD (các tiếp điểm thuộc hai đường tròn).



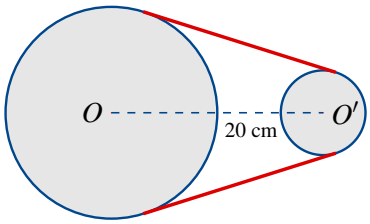
Bài 10. Hai đường tròn $(O;9\text{ cm})$ và $(O';4\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài tại A. Tiếp tuyến chung ngoài BC ($B\in(O)$, $C\in(O')$). Tính BC.



Dạng 4. Bài toán thực tế

Phương pháp. Bánh răng, ròng rọc ăn khớp là các đường tròn tiếp xúc; dây curoa căng giữa hai ròng rọc là các tiếp tuyến chung.

Bài 11. Hai ròng rọc có bán kính 10 cm và 4 cm, tâm cách nhau 20 cm, được nối bằng dây curoa căng thẳng (hình bên). Tính độ dài mỗi đoạn dây thẳng nối hai ròng rọc (làm tròn đến hàng phần trăm).



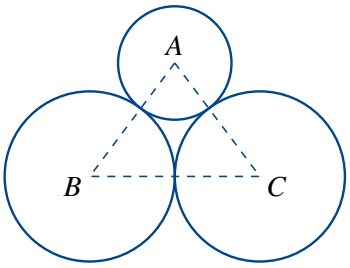
Bài 12. Hai bánh răng ăn khớp (tiếp xúc ngoài) có bán kính 15 cm và 10 cm. Tính khoảng cách giữa hai tâm. Khi bánh lớn quay 10 vòng thì bánh nhỏ quay bao nhiêu vòng?

Bài 13. Hai puli có bán kính 10 cm và 4 cm, tâm cách nhau 20 cm, được nối bằng dây curoa không bắt chéo. Tính độ dài mỗi đoạn dây thẳng nối hai puli (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Phương pháp. Các đường tròn tiếp xúc ngoài đôi một thì độ dài các cạnh tam giác tạo bởi các tâm bằng tổng các bán kính tương ứng.

Bài 14. Ba đường tròn $(A;10\text{ cm})$, $(B;15\text{ cm})$, $(C;15\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài với nhau đôi một. Tính diện tích tam giác ABC.



Bài 15. Hai đường tròn (O), (O') tiếp xúc ngoài tại A. Tiếp tuyến chung ngoài DE ($D\in(O)$, $E\in(O')$). Chứng minh $\widehat{DAE}=90^\circ$.

Bài 16. Hai đường tròn (O), (O') tiếp xúc ngoài tại A; BC là tiếp tuyến chung ngoài ($B\in(O)$, $C\in(O')$). Tiếp tuyến chung tại A cắt BC tại M. Chứng minh $\widehat{BAC}=90^\circ$.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Hai đường tròn phân biệt có nhiều nhất bao nhiêu điểm chung?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 2. Hai đường tròn $(O;3\text{ cm})$ và $(O';7\text{ cm})$ với $OO'=4$ cm

A. cắt nhau **B.** tiếp xúc trong

C. tiếp xúc ngoài **D.** ở ngoài nhau

Câu 3. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';3)$ với $OO'=12$

A. cắt nhau **B.** tiếp xúc ngoài

C. đựng nhau **D.** ở ngoài nhau

Câu 4. Hai đường tròn $(O;R)$, $(O';r)$ tiếp xúc ngoài khi

A. $OO'=R+r$ **B.** $OO'=R-r$ **C.** $OO'>R+r$ **D.** $OO'<R-r$

Câu 5. Hai đường tròn $(O;10)$ và $(O';3)$ với $OO'=8$

A. tiếp xúc trong **B.** ở ngoài nhau

C. cắt nhau **D.** đựng nhau

Câu 6. Hai đường tròn $(O;4)$ và $(O';7)$ với $OO'=2$

A. cắt nhau **B.** đựng nhau

C. tiếp xúc trong **D.** tiếp xúc ngoài

Câu 7. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';6)$ tiếp xúc ngoài. Độ dài OO' là

A. 1 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 11

Câu 8. Hai đường tròn cắt nhau tại A, B thì đường nối tâm

A. là đường trung trực của AB **B.** song song với AB

C. đi qua A **D.** bằng AB

Câu 9. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';5)$ cắt nhau tại A, B với $OO'=6$. Độ dài AB là

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

Câu 10. Hai đường tròn $(O;2)$ và $(O';6)$ tiếp xúc ngoài, BC là tiếp tuyến chung ngoài. Độ dài BC là

A. 4 **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** 8 **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 11. VDC Hai đường tròn $(O;8)$ và $(O';2)$ tiếp xúc ngoài. Độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài là

A. 4 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 8

Câu 12. VDC Hai đường tròn tiếp xúc ngoài có bao nhiêu tiếp tuyến chung?

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hai đường tròn $(O;4\text{ cm})$ và $(O';11\text{ cm})$ với $OO'=2a+3$ (cm), $a>0$.

a) Với $a=6$, hai đường tròn tiếp xúc ngoài.

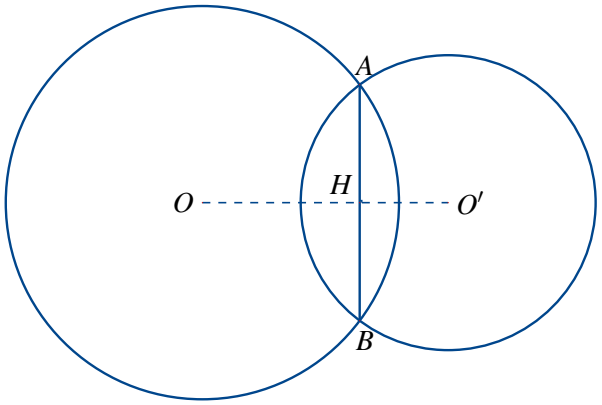
b) Với $a=2$, hai đường tròn tiếp xúc trong.

c) Với $a=4$, hai đường tròn cắt nhau.

d) Với $a=1$, hai đường tròn ở ngoài nhau.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Hai đường tròn $(O;20\text{ cm})$ và $(O';15\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $AB=24$ cm; O, O' nằm khác phía đối với AB; H là giao điểm của OO' và AB.



a) $OO'\perp AB$.

b) $OH=16$ cm.

c) $O'H=9$ cm.

d) $OO'=7$ cm.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Hai ròng rọc bán kính 10 cm và 4 cm có tâm cách nhau 20 cm.

a) Hai đường tròn biên của ròng rọc ở ngoài nhau.

b) Đoạn dây curoa thẳng nối hai ròng rọc dài khoảng 19,08 cm.

c) Nếu tâm cách nhau 14 cm thì hai đường tròn tiếp xúc ngoài.

d) Nếu tâm cách nhau 5 cm thì hai đường tròn cắt nhau.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Ba đường tròn $(A;10)$, $(B;15)$, $(C;15)$ tiếp xúc ngoài đôi một.

a) $AB = 25$.

b) $BC = 30$.

c) Tam giác ABC cân tại A.

d) Diện tích tam giác ABC là 375.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC *là câu vận dụng cao.*

Câu 17. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';5)$ cắt nhau tại A, B với $OO' = 8$. Tính AB.

Trả lời:

Câu 18. Hai đường tròn $(O;10)$ và $(O';17)$ cắt nhau, dây chung dài 16, O và O' khác phía đối với dây chung. Tính OO'.

Trả lời:

Câu 19. Hai đường tròn $(O;2)$ và $(O';6)$ tiếp xúc ngoài. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 20. Hai đường tròn $(O;6)$ và $(O';2)$, $OO' = 10$. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 21. VDC Hai puli bán kính 12 cm và 5 cm, tâm cách nhau 25 cm, nối bằng dây curoa không bắt chéo. Tính độ dài một đoạn dây thẳng (cm).

Trả lời:

Câu 22. VDC Hai đường tròn $(O;10)$, $(O';17)$ cắt nhau tại A, B với $OO'=21$. Tính dây chung AB.

Trả lời:

PHẦN III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

A. TỰ LUẬN – KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn

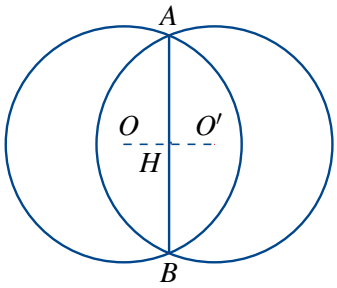
Bài 1. Cho $(O;6)$ và $(O';4)$. Xác định vị trí tương đối khi OO' bằng: a) 10; b) 1; c) 5; d) 12.

Bài 2. Cho $(O;3)$ và $(O';5)$. Tìm điều kiện của $d=OO'$ để hai đường tròn cắt nhau.

Bài 3. Hai đường tròn có bán kính 7 cm và 4 cm. Tìm điều kiện của khoảng cách tâm d để hai đường tròn cắt nhau.

Dạng 2. Dây chung. Đoạn nối tâm

Bài 4. Hai đường tròn $(O;13\text{ cm})$ và $(O';13\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $OO'=10$ cm. Tính AB.

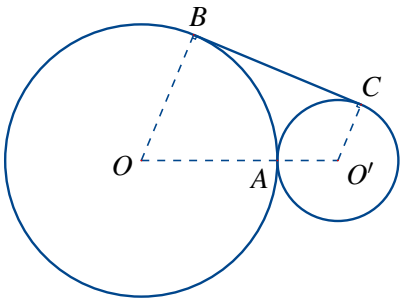


Bài 5. Hai đường tròn $(O;15\text{ cm})$ và $(O';20\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $AB=24$ cm; O, O' khác phía đối với AB. Tính OO'.

Bài 6. Hai đường tròn $(O;13\text{ cm})$ và $(O';15\text{ cm})$ cắt nhau tại A, B với $AB=24$ cm, O và O' nằm khác phía đối với AB. Tính OO'.

Dạng 3. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

Bài 7. Hai đường tròn $(O;9\text{ cm})$ và $(O';4\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài tại A; BC là tiếp tuyến chung ngoài ($B\in(O)$, $C\in(O')$). Tính BC.



Bài 8. Hai đường tròn bán kính 6 cm và 2 cm có khoảng cách tâm 10 cm. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài (làm tròn đến hàng phần trăm).

Dạng 4. Bài toán thực tế

Bài 9. Hai bánh răng ăn khớp có bán kính 12 cm và 8 cm. Tính khoảng cách giữa hai tâm. Bánh lớn quay 10 vòng thì bánh nhỏ quay bao nhiêu vòng?

Bài 10. Hai bánh răng tiếp xúc ngoài có bán kính 3 cm và 5 cm. Tính khoảng cách giữa hai trục (tâm).

Dạng 5. Bài tập nâng cao

Bài 11. Hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ tiếp xúc ngoài tại A, tiếp tuyến chung ngoài BC. Chứng minh $BC^2 = 4Rr$.

Bài 12. Hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R)$ cắt nhau sao cho mỗi đường tròn đi qua tâm của đường tròn kia. Tính độ dài dây chung theo R.

B. ĐỀ TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án đúng. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 1. Hai đường tròn $(O;R)$, $(O';r)$ $(R > r)$ tiếp xúc trong khi

A. $OO' = R + r$ **B.** $OO' = R - r$ **C.** $OO' > R + r$ **D.** $OO' = 0$

Câu 2. Hai đường tròn $(O;R)$, $(O';r)$ $(R \geq r)$ cắt nhau khi

A. $OO' > R + r$ **B.** $OO' < R - r$

C. $R - r < OO' < R + r$ **D.** $OO' = R + r$

Câu 3. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';3)$ với $OO' = 8$

A. tiếp xúc ngoài **B.** tiếp xúc trong

C. cắt nhau **D.** ở ngoài nhau

Câu 4. Hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';3)$ với $OO' = 2$

A. cắt nhau **B.** ở ngoài nhau

C. đựng nhau **D.** tiếp xúc trong

Câu 5. Hai đường tròn $(O;6)$ và $(O';4)$ với $OO' = 1$

A. cắt nhau **B.** đựng nhau

C. tiếp xúc trong **D.** ở ngoài nhau

Câu 6. Hai đường tròn $(O;6)$ và $(O';4)$ với $OO' = 12$

A. cắt nhau **B.** tiếp xúc ngoài

C. ở ngoài nhau **D.** đựng nhau

Câu 7. Hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm

A. nằm trên đường nối tâm **B.** là trung điểm đoạn nối tâm

C. nằm ngoài đường nối tâm **D.** trùng một tâm

Câu 8. Hai đường tròn $(O;13)$ và $(O';13)$ cắt nhau với $OO' = 10$. Độ dài dây chung là

A. 12 **B.** 10 **C.** 26 **D.** 24

Câu 9. Hai đường tròn $(O;9)$ và $(O';4)$ tiếp xúc ngoài. Độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài là

A. 13 **B.** 12 **C.** 6 **D.** 5

Câu 10. Hai đường tròn bằng nhau bán kính 2 cắt nhau, mỗi đường đi qua tâm đường kia. Độ dài dây chung là

A. 2 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 4

Câu 11. VDC Hai đường tròn có bán kính 7 và 4. Số giá trị nguyên của khoảng cách tâm d để chúng cắt nhau là

A. 7 **B.** 8 **C.** 6 **D.** 11

Câu 12. VDC Hai đường tròn $(O;5)$, $(O';5)$ cắt nhau tại A, B với $OO'=6$. Độ dài AB là

A. 6 **B.** 4 **C.** 10 **D.** 8

Dạng 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Trong mỗi ý a), b), c), d), hãy chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hai đường tròn $(O;5)$ và $(O';3)$ với $OO'=d$.

a) Với $d=8$, hai đường tròn tiếp xúc ngoài.

b) Với $d=2$, hai đường tròn tiếp xúc trong.

c) Với $d=6$, hai đường tròn cắt nhau.

d) Với $d=1$, hai đường tròn ở ngoài nhau.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 14. Hai đường tròn $(O;13)$ và $(O';13)$ cắt nhau tại A, B, $OO'=10$, H là giao điểm của AB và OO'.

a) $AB\perp OO'$.

b) H là trung điểm của OO'.

c) $AB=24$.

d) Tứ giác $OAO'B$ là hình vuông.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 15. Hai đường tròn $(O;9)$ và $(O';4)$ tiếp xúc ngoài tại A, tiếp tuyến chung ngoài BC.

a) $OO'=13$.

b) $BC=12$.

c) $BC^2=4\cdot 9\cdot 4$.

d) $\widehat{BAC}=60^\circ$.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Câu 16. Hai bánh răng ăn khớp có bán kính 12 cm và 8 cm.

a) Khoảng cách hai tâm là 20 cm.

b) Hai bánh răng quay ngược chiều nhau.

c) Bánh lớn quay 10 vòng thì bánh nhỏ quay 15 vòng.

d) Bánh nhỏ quay 30 vòng thì bánh lớn quay 45 vòng.

Ý	a)	b)	c)	d)
Đ/S				

Dạng 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh tính và ghi kết quả (là một số) vào ô trả lời. Câu có nhãn VDC là câu vận dụng cao.

Câu 17. Hai đường tròn $(O;13)$ và $(O';13)$ cắt nhau với $OO'=10$. Tính độ dài dây chung.

Trả lời:

Câu 18. Hai đường tròn $(O;9)$ và $(O';4)$ tiếp xúc ngoài. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài.

Trả lời:

Câu 19. Hai đường tròn $(O;4)$ và $(O';11)$ tiếp xúc ngoài. Tính OO'.

Trả lời:

Câu 20. Hai đường tròn bán kính 2 cắt nhau, mỗi đường đi qua tâm đường kia. Tính độ dài dây chung (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 21. VDC Hai đường tròn bán kính 7 và 2, khoảng cách tâm 12. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 22. VDC Hai đường tròn $(O;9)$, $(O';r)$ tiếp xúc ngoài, đoạn tiếp tuyến chung ngoài dài 12. Tìm r.

Trả lời:

HẾT