TRƯỜNG THPT CHUYÊN VÕ NGUYÊN GIÁP

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
LẦN THỨ NHẤT
Môn TOÁN
Thời gian làm bài: 180phút, không kể phát đề.

Câu 1 *(2,0 điểm).* Cho hàm số: $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-1.$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $y=-1.$

Câu 2 *(1,0 điểm).*

a) Cho hàm số $f(x)=\sqrt{\sin^4 x+4\cos^2 x}+\sqrt{\cos^4 x+4\sin^2 x}$, chứng minh: $f'(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$.

b) Tìm môđun của số phức $\frac{25i}{z}$, biết rằng: $\frac{z}{2-i}+(4-3i)\bar{z}=26+6i$.

Câu 3 *(0,5 điểm).* Giải phương trình: $4^{2x+1}-5.4^x+1=0.$

Câu 4 *(1,0 điểm).* Giải bất phương trình: $\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}\le\frac{2\sqrt{9-x}}{x}$.

Câu 5 *(1,0 điểm).*Tính tích phân: $I=\int_1^e\left(\frac{\sqrt{3+\ln x}}{x}+2\ln x\right)dx.$

Câu 6 *(1,0 điểm).*Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang cân (BC//AD). Biết đường cao $SH=a$ **,**với H là trung điểm của AD, $AB=BC=CD=a, AD=2a$**.** Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD theo a.

Câu 7. *(1,0 điểm).*Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC, M và N lần lượt là trung điểm của AH và BH, trên cạnh CD lấy K sao cho MNCK là hình bình hành. Biết $M\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right), K(9;2)$ và các đỉnh B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng $2x-y+2=0$ và $x-y-5=0$, hoành độ đỉnh C lớn hơn 4.Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD.

Câu 8 *(1,0 điểm).*Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;3), N(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{MN}{6}$, tâm nằm trên đường thẳng MN và (S) tiếp xúc với (P).

Câu 9 *(0,5 điểm).*Trong kì thi TN THPT, Bình làm đề thi trắc nghiệm môn Hóa học. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. Bình trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu; 5 câu còn lại Bình chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Hóa học của Bình không dưới 9,5 điểm.

Câu 10 *(1,0 điểm).* Cho các số thực dương a,b thỏa mãn: $a^4+b^4+\frac{1}{ab}\le ab+2$

Chứng minh rằng: $\frac{2}{1+a^2}+\frac{2}{1+b^2}-\frac{3}{1+2ab}\le\frac{7}{6}.$

……..HẾT……

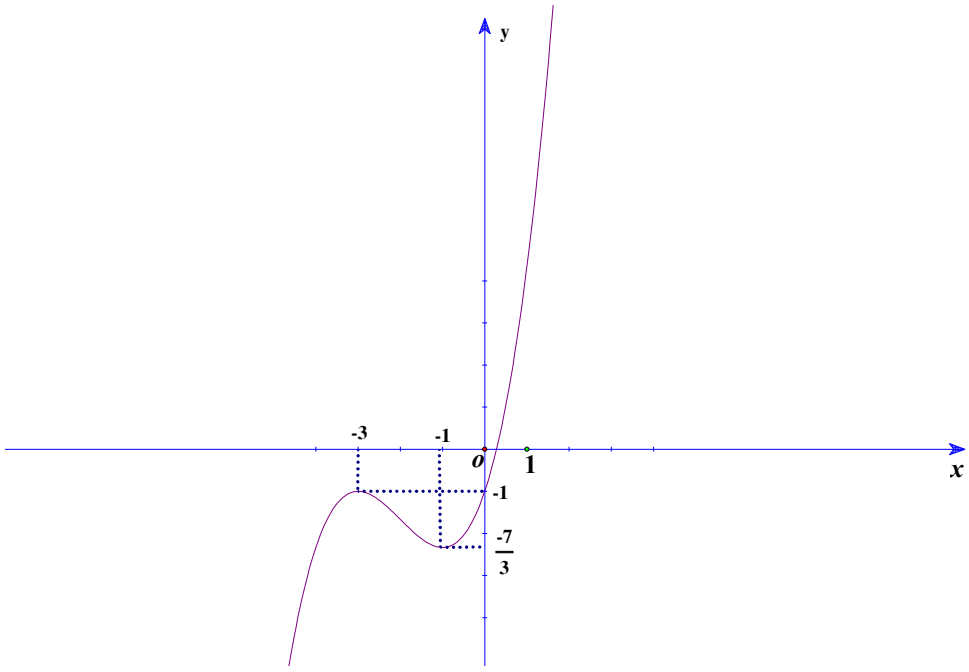
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…… Số báo danh……..

thuvientoanhoc.com

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

Môn: TOÁN;
(ĐÁP ÁN GỒM 6 TRANG)

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>ĐÁP ÁN</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Câu1a
(1.0đ)</td><td>TXĐ: $D=\mathbb{R}$
Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty,\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$
Đồ thị không có tiệm cận
$y'=x^2+4x+3,\ \forall\in\mathbb{R};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biên thiên:
<table><tr><td>X</td><td>-∞ -3 -1 + ∞</td></tr><tr><td>y’</td><td>+ 0 - 0 +</td></tr><tr><td>y</td><td>-∞ → -1 → $-\frac{7}{3}$ → +∞</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-3;-1)$
Hàm số đạt cực tiểu tại x=−1 và f(−1)=$-\frac{7}{3}$; hàm số đạt cực đại tại x=-3 và f(-3)=-1</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị:

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu1b</td><td></td><td></td></tr>
</table>

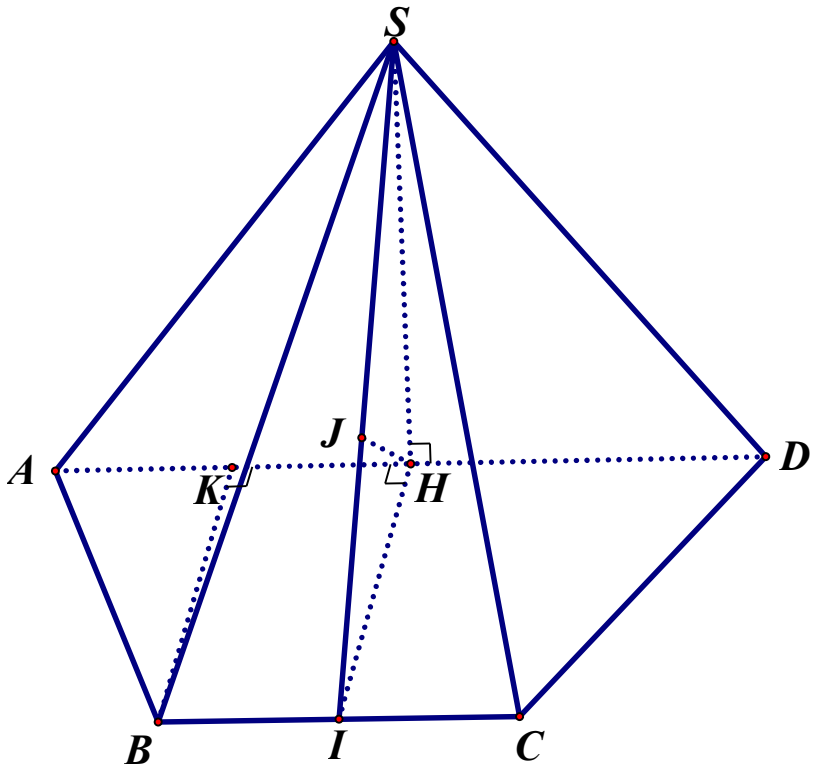
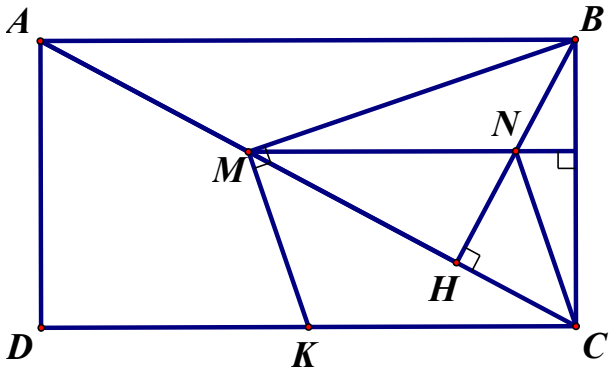
thuvientoanhoc.com

1.0đ	Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng y=-1 là nghiệm của phương trình $\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-1=-1$.	**0,25**
	Giải phương trình ta được nghiệm x=0 và x=-3	**0,25**
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là y=3x-1.	**0,25**
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -3 là y=-1.	**0,25**
Câu 2a (0,5đ)	$f(x)=\sqrt{\sin^4 x+4\cos^2 x}+\sqrt{\cos^4 x+4\sin^2 x}$ $=\sqrt{\sin^4 x+4\left(1-\sin^2 x\right)}+\sqrt{\cos^4 x+4(1-\cos^2 x)}$ $=\sqrt{\left(2-\sin^2 x\right)^2}+\sqrt{(2-\cos^2 x)^2}$ $=\left\|2-\sin^2 x\right\|+\left\|2-\cos^2 x\right\|$	**0,25**
	Vì $-1\le \sin x,\cos x\le 1,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)=2-\sin^2 x+2-\cos^2 x=3,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f'(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$	**0,25**
2b (0,5đ)	Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $\frac{z}{2-i}+(4-3i)\bar{z}=26+6i\Leftrightarrow(2+i)(a+bi)+5(4-3i)(a-bi)=5(26+6i)$ $\Leftrightarrow(22a-16b)+(-14a-18b)i=130+30i$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}22a-16b=130\\-14a-18b=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-4\end{cases}\Rightarrow z=3-4i$ Do đó $\frac{25i}{z}=\frac{25i(3+4i)}{25}=-4+3i\Rightarrow\left\|\frac{25i}{z}\right\|=5$	**0,25**
Câu 3 (0,5đ)	$4^{2x+1}-5.4^x+1=0$ $\Leftrightarrow 4.4^{2x}-5.4^x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4^x=\frac{1}{4}\\4^x=1\end{array}\right.$	**0,25**
	Với $4^x=\frac{1}{4}\Leftrightarrow x=-1$ Với $4^x=1\Leftrightarrow x=0$ Vậy nghiệm bất phương trình là: $x=-1;x=0$	**0,25**
Câu 4 (1,0đ)	$\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}\le\frac{2\sqrt{9-x}}{x}$ (*)	
	ĐK: $-1\le x\le 9;x\ne 0$	

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-3x-2\sqrt{9-x}\left(x+3+3\sqrt{x+1}\right)}{\mathrm{x}(3\sqrt{x+1}+x+3)} \le 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \dfrac{(x+3)^2-9(x+1)-2\sqrt{9-x}\left(x+3+3\sqrt{x+1}\right)}{\mathrm{x}(3\sqrt{x+1}+x+3)} \le 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{\left(x+3+3\sqrt{x+1}\right)\left(x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x}\right)}{\mathrm{x}(3\sqrt{x+1}+x+3)} \le 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x}}{\mathrm{x}} \le 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \dfrac{x+1-3\sqrt{x+1}+2-2\sqrt{9-x}}{\mathrm{x}} \le 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-3\right)+2\left(1-\sqrt{9-x}\right)}{\mathrm{x}} \le 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \dfrac{x-8}{\mathrm{x}}\left(\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+3}+\dfrac{2}{1+\sqrt{9-x}}\right) \le 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{x-8}{\mathrm{x}} \le 0 \Leftrightarrow 0 < x \le 8$ Đối chiếu điều kiện bài toán ta được nghiệm $0 < x \le 8$	**0,25**
Câu 5 (1.0đ)	$I = \int\limits_1^e \left(\dfrac{\sqrt{3+\ln x}}{x}+2\ln x\right)d\mathrm{x} = \int\limits_1^e \dfrac{\sqrt{3+\ln x}}{x}dx + \int\limits_1^e 2\ln x dx = J + K$	**0,25**
	Ta có $K = \int\limits_1^e 2\ln x dx = 2x\ln x\Big\vert_1^e - \int\limits_1^e 2dx = 2x\ln x\Big\vert_1^e - 2x\Big\vert_1^e = 2$	**0,25**
	Đặt $t = \sqrt{3+\ln x} \Rightarrow t^2 = 3+\ln x \Rightarrow 2tdt = \dfrac{dx}{x}$	**0,25**
	Khi đó $J = \int\limits_{\sqrt{3}}^2 2t^2 dt = \dfrac{2}{3}t^3\Big\vert_{\sqrt{3}}^2 = \dfrac{16-6\sqrt{3}}{3}$ Vậy $I = \dfrac{22-6\sqrt{3}}{3}$.	**0,25**

thuvientoanhoc.com

Câu 6 **(1.0đ)**		
	Kẻ đường cao BK của hình thang ABCD, ta có $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ Diện tích ABCD là $S_{(ABCD)} = \dfrac{AD + BC}{2}.BK = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.	**0,25**
	Thể tích khối chóp S.ABCD: $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{(ABCD)} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.(đvtt)	**0,25**
	Gọi I là trung điểm của BC, kẻ HJ vuông góc SI tại J. Vì $BC \perp SH$ và $BC \perp HI$ nên $BC \perp HJ$. Từ đó suy ra $HJ \perp (SBC)$ Khi đó $d(AD,SB) = d(AD,(SBC)) = d(H,(SBC) = HJ$.	**0,25**
	Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SHI ta có. $HJ = \dfrac{SH.HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \dfrac{3}{4}a^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.Vậy $d(AD,SB) = HJ = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.	**0,25**
Câu 7 **(1.0đ)**		

thuvientoanhoc.com

	MN là đường trung bình của tam giác HAB suy ra MN//AB và MN=$\frac{1}{2}AB$ MNCK là hình bình hành nên CK//MN ; CK=MN=$\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}CD$ suy ra K là trung điểm CD và N là trực tâm của tam giác BCM, do đó CN$\perp$ MB mà MK//NC nên MK$\perp$ MB	**0,25**
	$B\in d:2x-y+2=0\Rightarrow B(\text{b};2\,\text{b}+2)$, $\overrightarrow{MK}=\left(\frac{36}{5};\frac{8}{5}\right)$, $\overrightarrow{MB}=\left(b-\frac{9}{5};2b+\frac{8}{5}\right)$ $\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{MB}=0\Leftrightarrow\frac{52}{5}b-\frac{52}{5}=0\Leftrightarrow b=1\ \Rightarrow B(1;4)$	**0,25**
	$C\in d':x-y-5=0\Rightarrow C(\text{c};\text{c}-5),\ (\text{c}>4),\overrightarrow{BC}=(c-1;\text{c}-9),\overrightarrow{KC}=(c-9;c-7)$ $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{KC}=0\Leftrightarrow(c-1)(c-9)+(c-9)(c-7)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=9\\c=4\ (L)\end{array}\right.\Rightarrow C(9;4)$	**0,25**
	Vì K(9;2) là trung điểm CD và C(9 ;4) suy ra D(9 ;0). Gọi I là trung điểm BD thì I(5 ;2) và I là trung điểm AC nên A(1 ;0).	**0,25**
Câu 8 (1.0đ)	Ta có $\overrightarrow{MN}=(-2;2;-2)$ nên phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\ \ (t\in\mathbb{R})\\z=3-t\end{cases}$	**0,25**
	Mặt cầu (S) có bán kính $R=\frac{MN}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, có tâm $I\in MN\Rightarrow I(1-\text{t};-2+t;3-t)$	**0,25**
	(S) tiếp xúc với (P) nên $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{\lvert1-t-2+t+3-t+4\rvert}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=7\\t=5\end{array}\right.$	**0,25**
	Với $t=7\Rightarrow I(-6;5;-4)$, phương trình (S) là $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\frac{1}{3}$ Với $t=5\Rightarrow I(-4;3;-2)$, phương trình (S) là $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}$	**0,25**
Câu 9 (0,5đ)	Bạn Bình được không dưới 9,5 điểm khi và chỉ khỉ trong 5 câu trả lời ngẫu nhiên, Bình trả lời đúng ít nhất 3 câu Xác suất trả lời đúng một câu hỏi là 0,25, trả lời sai là 0,75.	**0,25**
	Xác suất Bình trả lời đúng 3 câu trên 5 câu là $C_5^3.(0,25)^3.(0,75)^2$; Xác suất Bình trả lời đúng 4 câu trên 5 câu là $C_5^4.(0,25)^4.(0,75)$; Xác suất Bình trả lời đúng cả 5 câu là $C_5^5.(0,25)^5$; Vậy xác suất Bình được không dưới 9,5 điểm là : $C_5^3.(0,25)^3.(0,75)^2+C_5^4.(0,25)^4.(0,75)+C_5^5.(0,25)^5=0,104$	**0,25**

thuvientoanhoc.com

Câu 10 (1,0đ)	Đặt $t=ab\ (t>0),\ M=\frac{2}{1+a^2}+\frac{2}{1+b^2}-\frac{3}{1+2ab}$ $ab+2\geq a^4+b^4+\frac{1}{ab}\geq 2a^2b^2+\frac{1}{ab}$ hay $t+2\geq 2t^2+\frac{1}{t}\Leftrightarrow 2t^3-t^2-2t+1\leq 0\Leftrightarrow \frac{1}{2}\leq t\leq 1$ (vì t>0)	**0,25**
	Với $a,b>0$ và $ab\leq 1$, ta có $\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}\leq\frac{2}{1+ab}(*)$ Thật vậy Với $a,b>0$ và $ab\leq 1,(*)\Leftrightarrow\frac{(a-b)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}\leq 0$ (Đúng)	**0,25**
	Khi đó $M\leq\frac{4}{1+ab}-\frac{3}{1+2ab}$ (1) Xét hàm số $g(t)=\frac{4}{1+t}-\frac{3}{1+2t}$, với $\frac{1}{2}\leq t\leq 1$ ta có $g'(t)=-\frac{4}{(t+1)^2}+\frac{6}{(2t+1)^2}=-2\frac{5t^2+2t-1}{(t+1)^2(2t+1)^2}<0,\forall t\in\left[\frac{1}{2};1\right]$	**0,25**
	Suy ra $g(t)\leq g(\frac{1}{2})=\frac{7}{6}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $M\leq\frac{7}{6}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $(a=b,t=ab=\frac{1}{2})$	**0,25**

thuvientoanhoc.com