UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN THI: TOÁN 7
Thời gian làm bài:120 phút

Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1: *(4.5 điểm)*

a) Tính tổng $N=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4+...+\left(\frac{1}{2}\right)^{49}+\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$.

b) Tính giá trị biểu thức $Q=\frac{6b-5a}{5a+6b}$, biết rằng $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$.

c) Sắp xếp các số hữu tỉ m; n; p theo thứ tự tăng dần: $m = 2^{100}$; $n = 3^{75}$; $p = 5^{50}$.

Câu 2: *(4.5 điểm)*

Tìm tất cả các giá trị của x, biết:

a) $\left|2x-1\right|=\left|2^3-3^2\right|$

b) $\left(1-2x\right)^4=81$

c) $\frac{1+3y}{5x}=\frac{4+7y}{15}=\frac{1+2y}{8}$

Câu 3: *(4.0 điểm)*

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\frac{x^2+2016}{2015+x^2}$.

b) Cho một dãy số gồm tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 30 là:

-29, -28, -27, ..., -1, 0, 1, ...,27, 28, 29

Các số nguyên trên được đánh số thứ tự một cách tùy ý. Lấy mỗi số đó trừ đi số thứ tự của nó ta được một hiệu. Hãy tính tổng của tất cả các hiệu đó.

Câu 4: *(6.0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Về phía ngoài của tam giác ABC vẽ các tam giác ABE vuông cân tại B và tam giác ACF vuông cân tại C. Trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho AI = BC. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{BAH}+\widehat{EBC}=180^0$, từ đó suy ra $\widehat{BAI}=\widehat{EBC}$.

b) BI = CE và ba điểm E, A, F thẳng hàng.

c) Ba đường thẳng AH, CE, BF cắt nhau tại một điểm.

Câu 5: *(1.0 điểm)*

Cho a, b là các số hữu tỉ khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a}{b}=ab=a+b$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2$.

..... *Hết* .....

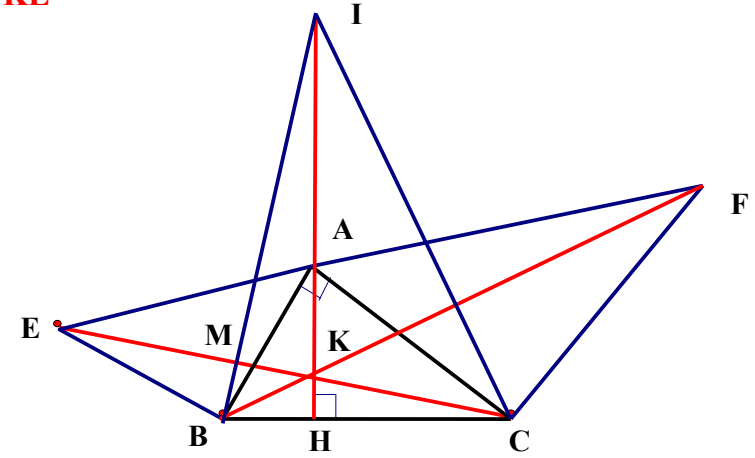
thuvientoanhoc.com

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM KSCL HỌC SINH GIỎI
Năm học: 2015-2016
MÔN THI: TOÁN 7
Hướng dẫn chấm gồm 03 trang

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4.5 điểm)	***a) (2.0 điểm)***	
	Ta có: $2N = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+...+\frac{1}{2^{48}}+\frac{1}{2^{49}}$ $N = \frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+...+\frac{1}{2^{49}}+\frac{1}{2^{50}}$	**0.75**
	$\Rightarrow 2N - N = 1-\frac{1}{2^{50}}$	**0.5**
	$\Rightarrow N = \frac{2^{50}-1}{2^{50}}$	**0.5**
	Vậy $N = \frac{2^{50}-1}{2^{50}}$	**0.25**
	b) (1.5 điểm)	
	Từ $\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2a$	**0.25**
	Thay vào Q ta được $Q = \frac{6b-5a}{5a+6b} = \frac{6.2a-5a}{5a+6.2a} = \frac{7a}{17a} = \frac{7}{17}$	**1.0**
	Vậy $Q = \frac{7}{17}$	**0.25**
	c) (1.0 điểm)	
	Ta có $m = 2^{100} = 2^{4.25} = 16^{25}; n = 3^{75} = 3^{3.25} = 27^{25}; p = 5^{50} = 5^{2.25} = 25^{25}$	**0.75**
	Từ đó suy ra $m < p < n$	**0.25**
Câu 2 (4.5 điểm)	***a) (2.0 điểm)***	
	$\lvert 2x-1\rvert = \lvert 2^3-3^2\rvert \Leftrightarrow \lvert 2x-1\rvert = 1$	**0.5**
	$\Leftrightarrow$ 2x – 1 = 1 hoặc 2x – 1 = - 1	**0.25**
	$\Leftrightarrow$ 2x = 2 hoặc 2x = 0	**0.5**
	$\Leftrightarrow$ x = 1 hoặc x = 0	**0.5**
	Vậy x = 1 hoặc x = 0	**0.25**
	b) (1.5 điểm)	
	$(1-2x)^4 = 81 \Leftrightarrow (2x-1)^4 = 3^4$	**0.25**
	$\Leftrightarrow$ 2x – 1 = 3 hoặc 2x – 1 = - 3	**0.5**
	$\Leftrightarrow$ 2x = 4 hoặc 2x = -2	**0.25**
	$\Leftrightarrow$ x = 2 hoặc x = -1	**0.25**
	Vậy x = 2 hoặc x = -1	**0.25**

thuvientoanhoc.com

	c) (1.0 điểm)	
	$\frac{1+3y}{5x}=\frac{4+7y}{15}=\frac{1+2y}{8}$ (1) Ta có: $\frac{1+3y}{5x}=\frac{4+7y}{15}=\frac{1+3y+4+7y}{5x+15}=\frac{5+10y}{5x+15}=\frac{1+2y}{x+3}$ (2) Từ (1), (2) suy ra $\frac{1+2y}{x+3}=\frac{1+2y}{8},(y\neq-\frac{1}{2})\Rightarrow x+3=8\Leftrightarrow x=5$ Vậy $x=5$	**0.5** **0.5**
Câu 3 (4.0 điểm)	***a) (2.0 điểm)***	
	Ta có $S=\frac{2016+x^2}{x^2+2015}=\frac{x^2+2015+1}{x^2+2015}=1+\frac{1}{x^2+2015}$ Vì $x^2+2015\geq 2015\Rightarrow\frac{1}{x^2+2015}\leq\frac{1}{2015}$ (do $1>0$ và $x^2\geq 0$) Suy ra $S=1+\frac{1}{x^2+2015}\leq 1+\frac{1}{2015}=\frac{2016}{2015}$ Vậy GTLN của S là $\frac{2016}{2015}$ khi và chỉ khi $x=0$	**0.5** **0.5** **0.5** **0.5**
	b) (2.0 điểm)	
	Xét các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 30 gồm 59 số là: -29, -28, -27, …, -1, 0, 1, …, 27, 28, 29 (1) Giả sử 59 số trên viết thành dãy sau: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{59}$ Ta cần tính tổng $P=(a_1-1)+(a_2-2)+(a_3-3)+\ldots+(a_{59}-59)$ $P=(a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{59})-(1+2+3+\ldots+59)$ Mà $(a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{59})=0$ $\Rightarrow P=(a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{59})-(1+2+3+\ldots+59)=-(1+2+3+\ldots+59)$ $\Rightarrow P=-(1+2+3+\ldots+59)=-\frac{59.60}{2}=-1770$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25** **0.5** **0.5**
Câu 4 (6.0 điểm)	**GT- KL**  	**0.5**

thuvientoanhoc.com

	a) (2.0 điểm)	
	Ta có: $\widehat{BAH}+\widehat{EBC}=(\widehat{BAH}+\widehat{ABH})+\widehat{ABE}=90^0+90^0=180^0$ $\Rightarrow \widehat{BAH}+\widehat{EBC}=180^0$ (1) Lại có: $\widehat{BAH}+\widehat{BAI}=180^0$ (2) Từ (1),(2) suy ra $\widehat{BAI}=\widehat{EBC}$	**1.0** **0.5** **0.5**
	b) (2.0 điểm)	
	Xét hai tam giác BAI và EBC có: BE = BA (gt); $\widehat{BAI}=\widehat{EBC}$; AI = BC (gt) $\Rightarrow \Delta BAI=\Delta EBC$ (c.g.c) (3) $\Rightarrow BI=CE$ Vì ΔABE vuông cân tại B; ΔACF vuông cân tại C nên $\widehat{EAB}=45^0;\widehat{CAF}=45^0$ Từ đó suy ra $\widehat{EAB}+\widehat{BAC}+\widehat{CAF}=45^0+90^0+45^0=180^0$ Vậy ba điểm E, A, F thẳng hàng	**0.5** **0.25** **0.25** **0.5** **0.5**
	c) (1.5 điểm)	
	Gọi giao điểm của BI và CE là M (3) $\Rightarrow \widehat{BCE}=\widehat{BIA}$ Xét tam giác vuông BHI có: $\widehat{BIH}+\widehat{HBI}=90^0$ Do đó $\widehat{BCE}+\widehat{IBC}=\widehat{BCM}+\widehat{MBC}=90^0$ Xét tam giác MBC có: $\widehat{BCM}+\widehat{MBC}=90^0\Rightarrow\widehat{BMC}=90^0$ Vậy $BI\perp CE$ Chứng minh tương tự ta được $BF\perp CI$ Trong tam giác BIC ta có: AH, BE, CF là ba đường cao. Vậy AH, BF, CE cùng đi qua trực tâm K.	**0.25** **0.5** **0.75**
Câu 5 (5.0 điểm)	Từ $ab=a+b\Rightarrow a=ab-b=b(a-1)$ $\Rightarrow \frac{a}{b}=a-1$ (vì $b\neq 0$) Mà $\frac{a}{b}=a+b\Rightarrow a-1=a+b\Rightarrow b=-1$ Thay b = -1 vào $ab=a+b\Rightarrow a-1=-a\Rightarrow 2a=1\Rightarrow a=\frac{1}{2}$ Ta có $T=a^2+b^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2=\frac{5}{4}$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**

Lưu ý:

- Học sinh làm bài các cách khác nhau mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Câu 4, nếu không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không chấm toàn câu.
- Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

thuvientoanhoc.com

Bài 6: (*2 điểm*): Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $25 - y^2 = 8(x-2009)^2$

Bài 6:

$$25 - y^2 = 8(x-2009)^2$$

Ta có $8(x-2009)^2 = 25 - y^2$

$8(x-2009)^2 + y^2 = 25$ (*)

Vì $y^2 \geq 0$ nên $(x-2009)^2 \leq \frac{25}{8}$, suy ra $(x-2009)^2 = 0$ hoặc $(x-2009)^2 = 1$

Với $(x-2009)^2 = 1$ thay vào (*) ta có $y^2 = 17$ (loại)

Với $(x-2009)^2 = 0$ thay vào (*) ta có $y^2 = 25$ suy ra $y = 5$ (do $y \in \mathbb{N}$)

Từ đó tìm được (x=2009; y=5)

thuvientoanhoc.com