**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**TỈNH QUẢNG NINH**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2016**
Môn thi **: TOÁN –** Bảng **A**
Ngày thi **: 03/12/2016**
*Thời gian làm bài* ***: 180 phút*** *, không kể thời gian giao đề*

*(Đề thi này có 01 trang)*

**Bài 1*(3 điểm)* :**

Cho hàm số : $y = (2 - m)x^3 - 6mx^2 + 9(2 - m)x - 2$ có đồ thị $(C_m)$, với $m$ là tham số. Tìm $m$ để $(C_m)$ cắt đường thẳng d : $y = -2$ tại ba điểm phân biệt sao cho diện tích tam giác tạo bởi gốc tạo độ O và hai giao điểm không nằm trên trục tung là $\sqrt{13}$

**Bài 2*(3 điểm)* :** Chứng minh : $\tan 142^0 30' = 2 + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}$

**Bài 3*(3 điểm)* :** Giải phương trình:

$$2^{\frac{1-x^2}{x^2}} - 2^{\frac{1-2x}{x^2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{x}$$

**Bài 4*(3 điểm)* :**

Một học sinh tham dự kỳ thi môn Toán. Học sinh đó phải làm một đề thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu. Mỗi câu có 4 đáp án khác nhau, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Học sinh sẽ được chấm đỗ nếu trả lời đúng ít nhất 6 câu. Vì học sinh đó không học bài nên chỉ chọn ngẫu nhiên đáp án trong cả 10 câu hỏi. Tính xác suất để học sinh thi đỗ.

**Bài 5*(6 điểm)* :**

**1.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ B và đường thẳng AC lần lượt có phương trình : $3x + 5y - 8 = 0$ ; $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua B và vuông góc với AC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là D(4; –2). Tính diện tích tam giác ABC.

**2.** Cho hình chóp đều S.ABCD, có đáy là hình vuông ABCD với độ dài cạnh bằng a và tâm là O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa MN và mặt phẳng (ABCD) bằng $60^0$. Tính cosin của góc giữa MN và mặt phẳng (SBD).

**Bài 6*(2 điểm)* :**

Cho $x, y, z$ là các số thực không âm thỏa mãn : $5(x^2 + y^2 + z^2) = 6(xy + yz + zx)$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : P = $\sqrt{2(x + y + z)} - (y^2 + z^2)$

---------- Hết ----------

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay*
- *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

Họ và tên thí sinh : . . . . . Số báo danh: . . . . . .

*Chữ ký của cán bộ coi thi số 1:* . . . . . *Chữ ký của cán bộ coi thi số 2:* . . . . . .

thuvientoanhoc.com

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NINH**

**H□ỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT NĂM 2016**
**MÔN TOÁN BẢNG A( CHÍNH THỨC)**

| Bài | Sơ lược lời giải | Điểm |
|---|---|---|
| **Bài 1** *3 điểm* | Phương trình hoành độ điểm chung của ($C_m$) và d là : $(2-m)x^3 - 6mx^2 + 9(2-m)x - 2 = -2$ $\Leftrightarrow x[(2-m)x^2 - 6mx + 9(2-m)] = 0$ (1) | 0,5 |
| | $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ g(x)=(2-m)x^2 - 6mx + 9(2-m)=0 \end{array}\right.$ (2) ($C_m$) cắt d tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt $\neq 0$ | 0,5 |
| | $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2-m\neq 0 \\ \Delta'_g > 0 \\ g(0)\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 2 \\ m>1 \\ 9(2-m)\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 2 \\ m>1 \end{array}\right.$ (*) | 0,5 |
| | Khi đó gọi 3 giao điểm của ($C_m$) và d là A(0 ; –2 ), B($x_1$ ; –2 ), C($x_2$ ; –2) với $x_1$ , $x_2$ là nghiệm của phương trình (2) => hai điểm B, C $\notin$ trục tung<br>Ta có $\overrightarrow{BC}=(x_2-x_1;0) \Rightarrow BC=\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{(x_2-x_1)^2}=\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}$ | 0,5 |
| | Mà theo Vi-et ta có : $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\dfrac{6m}{2-m} \\ x_1x_2=9 \end{array}\right. \Rightarrow BC=12\sqrt{\dfrac{m-1}{(2-m)^2}}$<br>$S_{\Delta OBC}=\dfrac{1}{2}d(O;d).BC=12\sqrt{\dfrac{m-1}{(2-m)^2}}=\sqrt{13}$ | 0,5 |
| | $\Leftrightarrow 13m^2-196m+196=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=14 & (tm*) \\ m=\dfrac{14}{13} & (tm*) \end{array}\right.$<br>Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn đề bài là : m =14 và m = 14/13 | 0,5 |
| **Bài 2** *3 điểm* | Đặt x = $142^0 30'$ thì 2x = $285^0 = 360^0 - 75^0$ | 0,5 |
| | $\tan 2x = -\tan 75^0 = -\tan(45^0+30^0) = -\dfrac{1+\tan 30^0}{1-\tan 30^0}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ | 0,5 |
| | Mà $\tan 2x=\dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$ Đặt t = tanx < 0 => $\tan 2x=\dfrac{2t}{1-t^2}$ | 0,5 |
| | Do đó $\dfrac{2t}{1-t^2}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2(1-\sqrt{3})t=-(\sqrt{3}+1)t^2+\sqrt{3}+1$ | 0,5 |
| | $\Leftrightarrow (\sqrt{3}+1)t^2+2(1-\sqrt{3})t-(\sqrt{3}+1)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{\sqrt{3}-1\pm 2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ | 0,5 |
| | Vì t < 0 nên $\Leftrightarrow t=\dfrac{\sqrt{3}-1-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{(\sqrt{3}-1-2\sqrt{2})(\sqrt{3}-1)}{2}$<br>$=\dfrac{1}{2}(3-\sqrt{3}-2\sqrt{6}-\sqrt{3}+1+2\sqrt{2})=2+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$ | 0,5 |

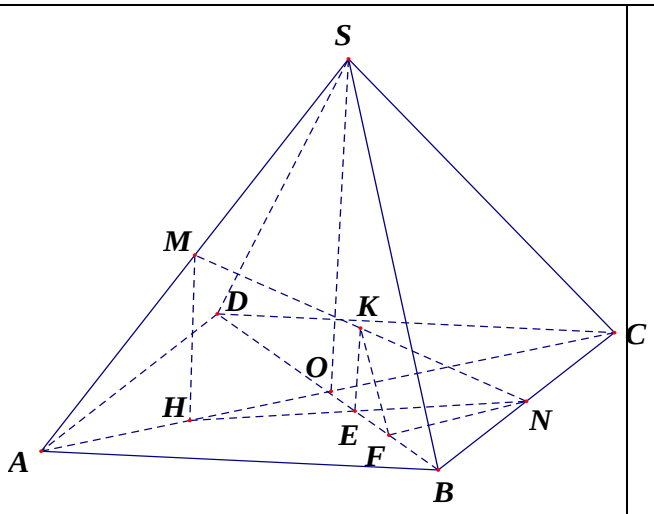
thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| **Bài 3**<br>*3 điểm* | Điều kiện: x ≠ 0<br>Nhận xét: $\frac{1-2x}{x^2}-\frac{1-x^2}{x^2}=\frac{x^2-2x}{x^2}=1-\frac{2}{x}=2(\frac{1}{2}-\frac{1}{x})$ | 0,5 |
| | Viết phương trình ra dạng: $2^{\frac{1-x^2}{x^2}}-2^{\frac{1-2x}{x^2}}=\frac{1}{2}\left[\frac{1-2x}{x^2}-\frac{1-x^2}{x^2}\right]$ | 0,5 |
| | . <=> $2^{\frac{1-x^2}{x^2}}+\frac{1}{2}.\frac{1-x^2}{x^2}=2^{\frac{1-2x}{x^2}}+\frac{1}{2}.\frac{1-2x}{x^2}$ (*) | 0,5 |
| | Xét hàm số: f(t) = $2^t + \frac{1}{2}t$ => $f'(t)=2^t\ln 2+\frac{1}{2}>0$<br>Nhận xét: f(t) là hàm số đồng biến | 0,5 |
| | Mà phương trình * dạng: f($\frac{1-x^2}{x^2}$)= f($\frac{1-2x}{x^2}$) <=> $\frac{1-x^2}{x^2}=\frac{1-2x}{x^2}$ | 0,5 |
| | <=> $x^2 - 2x = 0$ <=> $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$<br>Vậy pt có nghiệm x = 2 | 0,5 |
| **Bài 4**<br>*3điểm* | Trong một câu xác suất trả lời đúng là : $\frac{1}{4}$<br>Trong một câu xác suất trả lời sai là : $\frac{3}{4}$<br>Học sinh đó thi đỗ trong các trường hợp sau: | 0,5 |
| | +) Trường hợp 1: đúng 6 câu và sai 4 câu<br>Số cách chọn 6 câu đúng trong 10 câu là $C_{10}^6$<br>Xác suất để 6 câu đúng đồng thời 4 câu còn lại đều sai là : $\left(\frac{1}{4}\right)^6.\left(\frac{3}{4}\right)^4$<br>=> Trường hợp 1có xác suất là: $P_1=C_{10}^6.\left(\frac{1}{4}\right)^6.\left(\frac{3}{4}\right)^4$ | 0,5 |
| | Tương tự :<br>+) Trường hợp 2: đúng 7 câu và sai 3 câu có xác suất là: $P_2=C_{10}^7.\left(\frac{1}{4}\right)^7.\left(\frac{3}{4}\right)^3$<br>+) Trường hợp 3: đúng 8 câu và sai 2 câu có xác suất là: $P_3=C_{10}^8.\left(\frac{1}{4}\right)^8.\left(\frac{3}{4}\right)^2$ | 0,5 |
| | +) Trường hợp 4: đúng 9 câu và sai 1 câu có xác suất là: $P_4=C_{10}^9.\left(\frac{1}{4}\right)^9.\left(\frac{3}{4}\right)$<br>+) Trường hợp 5: đúng 10 câu có xác suất là: $P_5=C_{10}^{10}.\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ | 0,5 |

thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| | Do mỗi trường hợp trên là 1 biến cố thì các biến cố đó xung khắc nên xác suất để học sinh thi đỗ là:<br>$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$<br>$= C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 + C_{10}^7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{20686}{4^{10}}$ | 1 |
| **Bài 5**<br>*6 điểm* | **1.** Gọi M là trung điểm AC; H là trực tâm tam giác ABC; E là chân đường cao hạ từ A<br>Do M là giao của BM và AC nên tọa độ M là nghiệm của hệ:<br>$\begin{cases} 3x+5y-8=0 \\ x-y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ vậy $M\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$ | 0,5 |
| | Đường thẳng BD qua D và nhận véc tơ chỉ phương của AC là $\vec{u}_{AC}$ (1; 1) làm véc tơ pháp tuyến có phương trình: $x+y-2=0$ | 0,5 |
| | Do B là giao của hai đường thẳng BD và BM nên tọa độ B là nghiệm của hệ:<br>$\begin{cases} x+y-2=0 \\ 3x+5y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ vậy $B(1;1)$<br>Gọi K là giao của BD và AC nên tọa độ K là nghiệm của hệ:<br>$\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ vậy $K(3;-1)$ | 0,5 |
| | Tứ giác KHEC nội tiếp nên $AHD = BCA$<br>Mặt khác $BCA = BDA$ ( góc nội tiếp cùng chắn cung $AB$ )<br>$\Rightarrow AHD = HDA$ nên tam giác AHD cân tại A, vậy K là trung điểm DH $\Rightarrow H(2;0)$ | 0,5 |
| | Gọi $C(t;t-4)$ do M là trung điểm AC nên $A(7-t;3-t)$. Do $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5 \\ t=2 \end{array}\right.$ | 0,5 |
| | Với $t=5$ ta có $C(5;1)$; A(2;-2)<br>Với $t=2$ ta có $C(2;-2)$; A(5;1)<br>Do 2 trường hợp có diện tích như nhau:<br>Vậy $S_{\Delta ABC}=6$ (đvdt) | 0,5 |
| | **2.** Gọi H là trung điểm AO; F là trung điểm BO; E là giao điểm của HN và BD.<br>Qua E dựng đường thẳng song song với HM cắt MN tại K | 0,5 |

thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| |  | |
| | Ta có góc tạo bởi MN và (ABCD) là góc $MNH = 60^0$<br>Xác định được góc tạo bởi MN và (SBD) là góc $NKF$ | 0,5 |
| | +) $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow CH = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ +) $HN^2 = CH^2 + CN^2 - 2CH.CN.\cos NCH$ | 0,5 |
| | +) $\Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ +) $MN = \frac{HN}{\cos MNH} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ | 0,5 |
| | +) $\Delta HOE = \Delta NFE \Rightarrow EH = EN$ Vậy K là trung điểm MN => $KN = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ | 0,5 |
| | +) $\Rightarrow \cos FNK = \frac{FN}{KN} = \frac{1}{\sqrt{5}}$<br>+) Vậy $\cos FKN = \sin FNK = \sqrt{1-\cos^2 FNK} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ | 0,5 |
| **Bài 6**<br>*2 điểm* | Ta có : $\frac{1}{2}(y+z)^2 \le y^2 + z^2$ và $(y+z)^2 \ge 4yz$<br>Nên $5x^2 + \frac{5}{2}(y+z)^2 \le 5x^2 + 5(y^2+z^2) = 6(xy+yz+zx) \le 6x(y+z) + \frac{6}{4}(y+z)^2$ | 0,5 |
| | Do đó : $5x^2 - 6x(y+z) + (y+z)^2 \le 0$ => $\frac{y+z}{5} \le x \le y+z$ => $x+y+z \le 2(y+z)$<br>Khi đó $P \le \sqrt{2(x+y+z)} - \frac{1}{2}(y+z)^2 \le \sqrt{4(y+z)} - \frac{1}{2}(y+z)^2 = 2\sqrt{y+z} - \frac{1}{2}(y+z)^2$ | 0,5 |
| | Đặt $\sqrt{y+z} = t$ khi đó $t \ge 0$ và $P \le 2t - \frac{t^4}{2}$<br>Xét hàm số $f(t) = 2t - \frac{t^4}{2}$ với $t \ge 0$ => $f'(t) = 2 - 2t^3$ => $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ | 0,5 |
| | Lập bảng biến thiên => $f(t) \le \frac{3}{2}$ => $P \le \frac{3}{2}$<br>Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y+z \\ y = z \\ y+z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = z = \frac{1}{2} \end{cases}$ | 0,5 |

thuvientoanhoc.com

**Các chú ý khi chấm:**

***1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược bài giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.***
***2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thông nhất chi tiết nhưng không được quá số điểm dành cho câu, phần đó.***
***3.Có thể chia điểm thành từng phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong cả tổ chấm.***
***4. Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm. Không làm tròn điểm.***
***5. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.***

thuvientoanhoc.com