SỞ GD&ĐT QUẢNG NGÃI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

ĐỀ CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 LẦN 1
MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề).
Đề thi gồm 50 câu, từ câu 1 đến câu 50.

MÃ ĐỀ: 101

Họ và tên: ……....., số báo danh:……, lớp:……..

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-2		0		1		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;-1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{e}{4}\right)^x$ **B.** $\log_3 x^2$ **C.** $y=\log(x^3)$ **D.** $y=\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-x}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-1;2)$ **B.** $(-1;1;-2)$ **C.** $(2;-2;4)$ **D.** $(1;1;-2)$

Câu 6: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$ tích phân $\int_0^1 (2f(x)-3x^2)dx$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

THI THỬ TN THPT TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

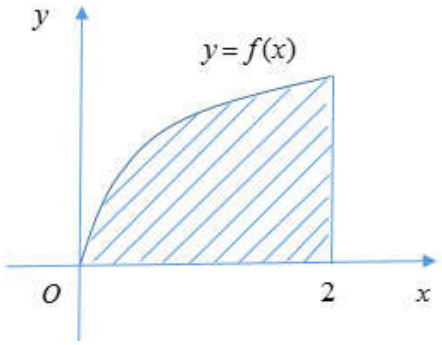
thuvientoanhoc.com

A. 6. **B.** 12. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 9: Cho các số phức $z=2+i$ và $w=3-i$. Phần thực của số phức $z+w$ là:

A. 0. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 10: Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0;+\infty)$ và diện tích phần hình phẳng được kẻ sọc ở hình bên bằng 3. Tích phân $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\frac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 11: Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

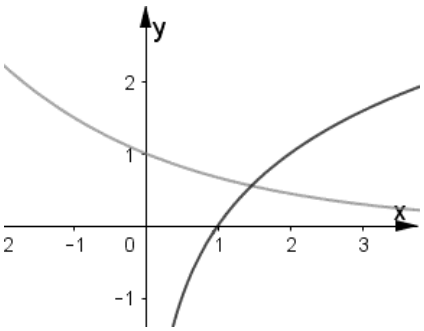
Câu 12: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $\mathrm{w}=3+i$. Môđun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 50.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\log x+\log(3-x)$ là

A. $[0;3]$. **B.** $(0;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 14: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<b<1<a$. **B.** $0<a<\frac{1}{2}<b$.

C. $0<a<1$, $0<b<\frac{1}{2}$. **D.** $0<a<1<b$.

Câu 15: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log x$ với $x>0$.

A. $y'=\frac{1}{x\ln 10}$ **B.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$ **C.** $y'=\frac{1}{10\ln x}$ **D.** $y'=\frac{1}{x}$

THI THỬ TN THPT TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

thuvientoanhoc.com

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3;2;5)$, $\vec{v}(4;1;3)$. Tọa độ của $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $(-1;1;-2)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(1;-1;-2)$.

Câu 17: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là

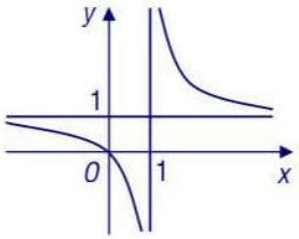
A. $\cos 3x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\cos 3x+C$.

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $2a^2$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x}{x-1}$.

C. $y=\frac{x}{1-x}$. **D.** $y=\frac{x+1}{1-x}$.

Câu 20: Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị?

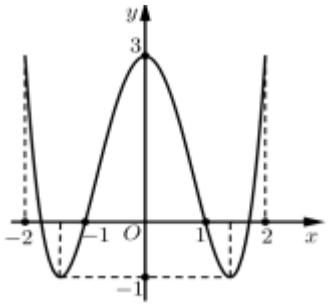
1) $y=x^2+1$. 2) $y=\left(2x^2-1\right)^2$. 3) $y=|x|$. 4) $y=\frac{x}{x^2+1}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{n}=(0;1;1)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 22: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-2;-1)$.

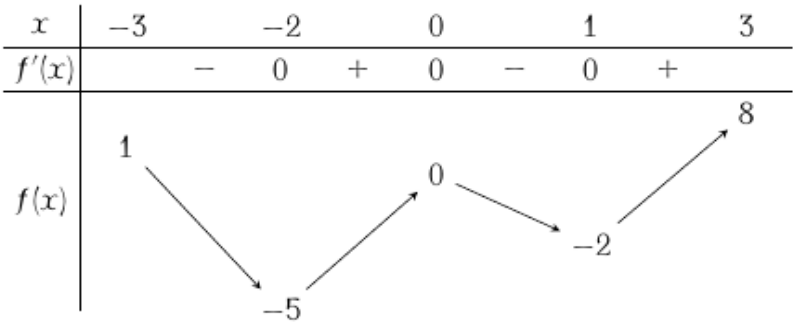
Câu 23: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b)=3+\log_2(ab)$. Giá trị $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ bằng

A. 8. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

THI THỬ TN THPT TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

thuvientoanhoc.com

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 25: Cần chọn 4 người đi công tác trong một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. C_{30}^{4}. **B.** A_{30}^{4}. **C.** 30^4. **D.** 4^{30}.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=5,\ u_2=10.$ Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 15.

Câu 27: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.
B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.
D. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

Câu 28: Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 1, 2, 3.

A. 36π. **B.** $\dfrac{9\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{7\pi\sqrt{14}}{3}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{8}$.

Câu 29: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+2y+3z=4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(1;-1;0)$. **B.** $(2;-1;-1)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 31: Gọi $z_1;\ z_2$ là 2 nghiệm của phương trình $z^2-3z+5=0$. Mô đun của số phức $(2\overline{z_1}-3)(2\overline{z_2}-3)$ bằng:

A. 7. **B.** 1. **C.** 11. **D.** 29.

Câu 32: Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}Bh$.
B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.
C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.
D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

THI THỬ TN THPT TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

thuvientoanhoc.com

Câu 33: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{3x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{16}{81}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{41}{81}$.

Câu 35: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{13\pi a^2}{6}$. **B.** $\frac{27\pi a^2}{2}$. **C.** $9\pi a^2$. **D.** $\frac{9\pi a^2}{2}$.

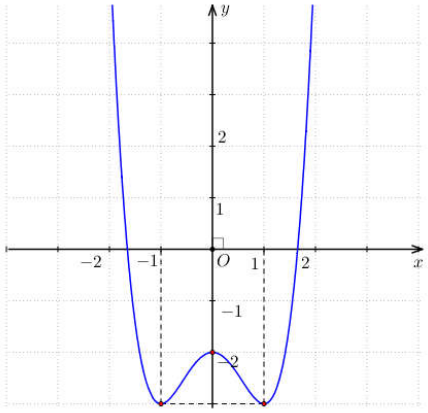
Câu 36: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $6^x-2^x-3^x=\frac{a}{5}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 38: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x-1-\sqrt{2x-1}\right)-5=0$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+\frac{f(x)}{x}=4x^2+3x$ và $f(1)=2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là

A. $y=-16x-20$. **B.** $y=16x-20$.
C. $y=-16x+20$. **D.** $y=16x+20$.

THI THỬ TN THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

thuvientoanhoc.com

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=3x+m\sqrt{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

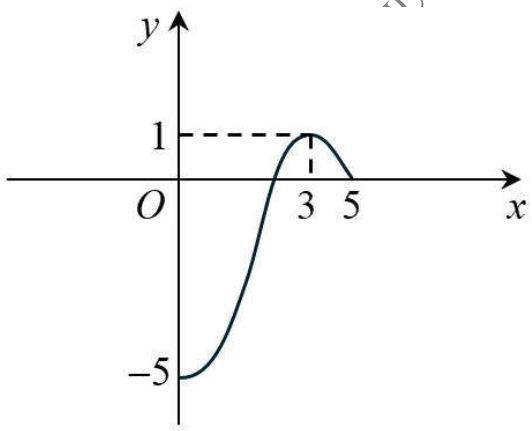
Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox, trục Oy, tia Oz lần lượt tại M,N,P. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?

A. $B(1;-1;1)$. **B.** $A(1;-1;-3)$.
C. $C(1;-1;2)$. **D.** $D(1;-1;-2)$.

Câu 42: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A,B sao cho $\widehat{AOB}=120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** πa^3. **C.** $\frac{3\pi a^3}{2}$. **D.** $3\pi a^3$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng.

A. $f(0)=f(5)<f(3)$. **B.** $f(3)<f(5)=f(0)$
C. $f(3)<f(0)<f(5)$. **D.** $f(3)<f(5)<f(0)$.

Câu 44: Xét tất cả các số thực dương x,y thỏa mãn $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng

A. $\frac{1}{64}$. **B.** $\frac{9}{100}$. **C.** $\frac{9}{200}$. **D.** $\frac{1}{32}$.

Câu 45: Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z|=2$, $|(i+1)w+3+7i|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z^2+zw-4|$.

A. 8. **B.** 4. **C.** $2\left(\sqrt{29}-3\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{29}-1\right)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất.

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

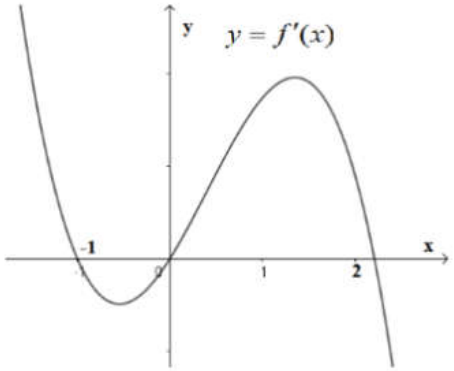
Câu 47: Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x-m$. Tìm m để mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc đoạn $[-1;3]$ thì $f(a),f(b),f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. $m<-22$. **B.** $m<34$. **C.** $m\le -22$. **D.** $m<-2$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $b+d-c>0$ **B.** $a+c<b+d$.

C. $a+c>0$. **D.** $a+b+c+d<0$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tương ứng tại A,B,C. Góc giữa AD và (ABC) bằng $45°$, $AD\perp BC$ và khoảng cách giữa AD và BC bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

---------- HẾT ----------

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

THI THỬ TN THPT

thuvientoanhoc.com

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.B**	**3.C**	**4.A**	**5.B**	**6.D**	**7.C**	**8.D**	**9.C**	**10.D**
11.C	**12.A**	**13.B**	**14.D**	**15.A**	**16.B**	**17.C**	**18.C**	**19.B**	**20.A**
21.A	**22.B**	**23.A**	**24.B**	**25.A**	**26.B**	**27.C**	**28.C**	**29.D**	**30.D**
31.C	**32.D**	**33.B**	**34.D**	**35.B**	**36.D**	**37.D**	**38.C**	**39.B**	**40.C**
41.A	**42.D**	**43.D**	**44.A**	**45.A**	**46.B**	**47.A**	**48.C**	**49.C**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-2		0		1		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 5 lần khi qua các điểm $x=-2, x=0, x=1, x=3, x=0$ nên hàm số có 5 điểm cực trị.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{3},0,\sqrt{3}\right\}$

+ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ Đồ thị có một tiệm cận ngang $y=0$.

+ $\lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^+} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^-} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận đứng là $x=\sqrt{3}$.

+ $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^+} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^-} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận đứng là $x=-\sqrt{3}$.

+ $\lim\limits_{x\to(0)^+} y=-\infty,\ \lim\limits_{x\to(0)^-} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận đứng là $x=0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;-1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

thuvientoanhoc.com

Đường thẳng Δ đi qua $A(-1;-1;1)$ nhận vecto $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{e}{4}\right)^x$ **B.** $\log_3 x^2$ **C.** $y=\log\left(x^3\right)$ **D.** $y=\left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\left(\frac{e}{4}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, có cơ số $\frac{e}{4}<1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-1;2)$ **B.** $(-1;1;-2)$ **C.** $(2;-2;4)$ **D.** $(1;1;-2)$

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$. bằng: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$ tích phân $\int_0^1\left(2f(x)-3x^2\right)dx$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int_0^1\left(2f(x)-3x^2\right)dx=2\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 3x^2dx=2.1-1=1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Độ dài đường chéo của hình vuông đã cho bằng $BD=\sqrt{(-8)^2+4^2+(-8)^2}=12$.

thuvientoanhoc.com

Suy ra độ dài cạnh hình vuông bằng $6\sqrt{2}$

Câu 9: Cho các số phức $z=2+i$ và $w=3-i$. Phần thực của số phức $z+w$ là:

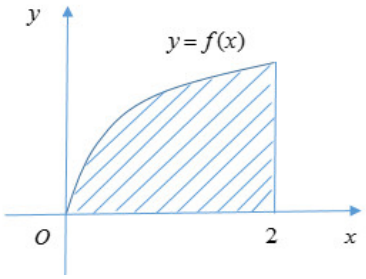
A. 0. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z+w=2+i+3-i=5$.

Câu 10: Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0;+\infty)$ và diện tích phần hình phẳng được kẻ sọc ở hình bên bằng 3. Tích phân $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\frac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x \xrightarrow{t=2x} \int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

Câu 11: Biết $\int_1^3 f(x)dx=3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 2f(x)dx=2\int_1^3 f(x)dx=2.3=6$.

Câu 12: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $\mathrm{w}=3+i$. Môđun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 50.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z.\overline{\mathrm{w}}=(1+2i)(3-i)=5+5i$. Vậy $\left|z.\overline{\mathrm{w}}\right|=|5+5i|=5\sqrt{2}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\log x+\log(3-x)$ là

A. $[0;3]$. **B.** $(0;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

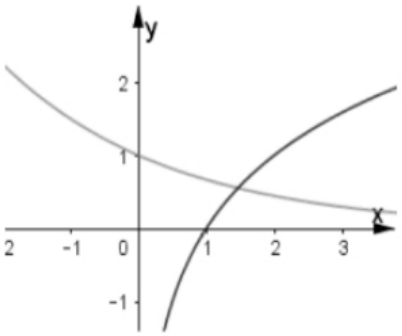
Lời giải

thuvientoanhoc.com

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<3 \end{cases}$. Vậy $D=(0;3)$.

Câu 14: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<b<1<a$. **B.** $0<a<\frac{1}{2}<b$. **C.** $0<a<1,\ 0<b<\frac{1}{2}$. **D.** $0<a<1<b$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log x$ với $x>0$.

A. $y'=\frac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{10\ln x}$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3;2;5)$, $\vec{v}(4;1;3)$. Tọa độ của $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $(-1;1;-2)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(1;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 17: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là

A. $\cos 3x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $2a^2$.

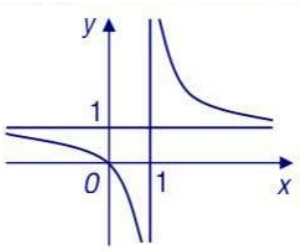
Lời giải

thuvientoanhoc.com

Chọn C

$S_{xq} = \pi rl = \pi.a.2a = 2\pi a^2$

Câu 19: Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x}{1-x}$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm vận ngang : $y = 1 \Rightarrow$ loại C, D

Đồ thị đi qua điểm $O(0;0) \Rightarrow$ **loại A**

Câu 20: Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị?

1) $y = x^2 + 1$. 2) $y = \left(2x^2 - 1\right)^2$. 3) $y = |x|$. 4) $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

1. $y = x^2 + 1$: hàm số bậc 2 luôn có 1 cực trị.

2. $y = \left(2x^2 - 1\right)^2 = 4x^4 - 4x^2 + 1$: hàm trùng phương có: $a.b < 0$ có 3 cực trị.

3. $y = |x|$: đồ thị đối xứng nha qua trục Oy: hàm số có 1 cực trị

4. $y = \dfrac{x}{x^2+1} \Rightarrow y' = \dfrac{-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}$: có 2 nghiệm bội lẻ $\Rightarrow$ có 2 cực trị

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là

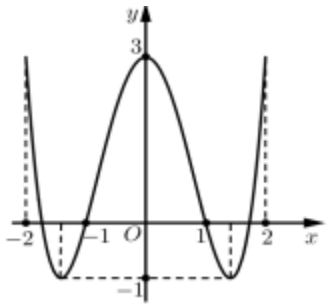
A. $\vec{i} = (1;0;0)$. **B.** $\vec{n} = (0;1;1)$. **C.** $\vec{j} = (0;1;0)$. **D.** $\vec{k} = (0;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

thuvientoanhoc.com



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b)=3+\log_2(ab)$. Giá trị $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ bằng

A. 8. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2(a+b)=3+\log_2(ab)\Leftrightarrow\log_2(a+b)=\log_2(8ab)\Leftrightarrow a+b=8ab\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=8$$

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-5	↗	0	↘	-2	↗	8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 1 **B.** 8 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Cần chọn 4 người đi công tác trong một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. C_{30}^4. **B.** A_{30}^4. **C.** 30^4. **D.** 4^{30}.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=5$, $u_2=10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

thuvientoanhoc.com

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 10 - 5 = 5$.

Câu 27: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

Lời giải

Chọn C

Câu 28: Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 1, 2, 3.

A. 36π. **B.** $\frac{9\pi}{2}$. **C.** $\frac{7\pi\sqrt{14}}{3}$. **D.** $\frac{9\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có bán kính r bằng nửa độ dài đường chéo của hình hộp chữ nhật, vậy $r = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right)^3 = \frac{7\sqrt{14}}{3}\pi$.

Câu 29: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_b a.\log_a x = \log_b x$. **D.** $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z - 4 = 0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(1;-1;0)$. **B.** $(2;-1;-1)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_1}(1;1;1)$ và $\vec{n_2}(1;2;3)$, gọi $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của Δ thì $\vec{u} = \left[\vec{n_1}, \vec{n_2}\right] = (1;-2;1)$.

Câu 31: Gọi $z_1; z_2$ là 2 nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $\left(2\overline{z_1} - 3\right)\left(2\overline{z_2} - 3\right)$ bằng:

A. 7. **B.** 1. **C.** 11. **D.** 29.

Lời giải:

Chọn C

thuvientoanhoc.com

Ta có: $z^2-3z+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\\z_2=\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\end{array}\right.$

Khi đó: $\left|\left(2\overline{z_1}-3\right)\left(2\overline{z_2}-3\right)\right|=\left|\left(-\sqrt{11}i\right)\left(\sqrt{11}i\right)\right|=11.$

Câu 32: Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

Lời giải:

Chọn D

Đáp án D sai vì thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}Bh$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{3x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn B

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ là $f'(1)$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}\Rightarrow f'(1)=\dfrac{3}{4}.$

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{16}{81}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{41}{81}$.

Lời giải:

Chọn D

Số các số có ba chữ số khác nhau là: $A_{10}^3-A_9^2=648.$

Số cách chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số có ba chữ số khác nhau là $n(\Omega)=C_{648}^1$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn"

Trường hợp 1: Số được chọn có 3 chữ số khác nhau và cùng chẵn

Số các số có 3 chữ số khác nhau và cùng chẵn là: $A_5^3-A_4^2=48.$

thuvientoanhoc.com

Cách chọn 1 số trong trường hợp này là $C_{48}^1 = 48$.

Trường hợp 2: Số được chọn có 3 chữ số khác nhau, trong đó có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn

Số các số có 3 chữ số khác nhau, trong đó có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn là: $C_5^2.5.3! - A_5^2 = 280$.

Cách chọn 1 số trong trường hợp này là $C_{280}^1 = 280$.

Khi đó: $n(A) = 280 + 48 = 328$.

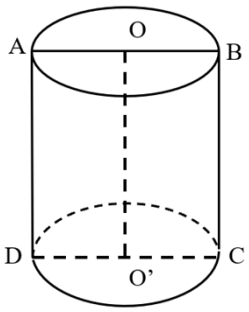
Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{41}{81}$.

Câu 35: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\dfrac{13\pi a^2}{6}$. **B.** $\dfrac{27\pi a^2}{2}$. **C.** $9\pi a^2$. **D.** $\dfrac{9\pi a^2}{2}$.

Lời giải:

Chọn B



Thiết diện thu được khi cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông ABC**D.**

Ta có: chiều cao hình trụ $h = AB = 3a$, bán kính của hình trụ $r = OA = \dfrac{3a}{2}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = \dfrac{27\pi a^2}{2}$.

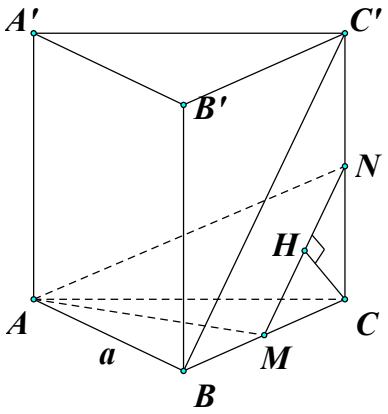
Câu 36: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

thuvientoanhoc.com



Gọi N là trung điểm $C'C$

$\Rightarrow BC'//MN \Rightarrow BC'//(AMN)$

$\Rightarrow d(BC';AM)=d(BC';(AMN))=d(B;(AMN))=d(C;(AMN))$

Kẻ $CH \perp MN$ (1)

Do $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp C'C \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC') \Rightarrow CH \perp AM$ (2)

Từ (1), $(2) \Rightarrow CH \perp (AMN) \Rightarrow d(C;(AMN))=CH$

Ta có: $\dfrac{1}{CH^2}=\dfrac{1}{CM^2}+\dfrac{1}{CN^2}=\dfrac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{8}{a^2}$

$\Rightarrow CH^2=\dfrac{a^2}{8} \Rightarrow CH=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$

Vậy $d(BC';AM)=d(C;(AMN))=CH=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$.

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $6^x-2^x-3^x=\dfrac{a}{5}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x)=6^x-2^x-3^x$

Ta có:

$f'(x)=6^x\ln 6-2^x\ln 2-3^x\ln 3$

$\Rightarrow f'(x)=6^x(\ln 2+\ln 3)-2^x\ln 2-3^x\ln 3$

$\Rightarrow f'(x)=(6^x.\ln 2-2^x\ln 2)+(6^x\ln 3-3^x\ln 3)=2^x\ln 2(3^x-1)+3^x\ln 3(2^x-1)$

thuvientoanhoc.com

- Với $x>0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x-1>0 \\ 2^x-1>0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)>0$

- Với $x<0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x-1<0 \\ 2^x-1<0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)<0$.

- Với $x=0 \Rightarrow f'(x)=0$.

Do đó phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$.

Bảng biến thiên:

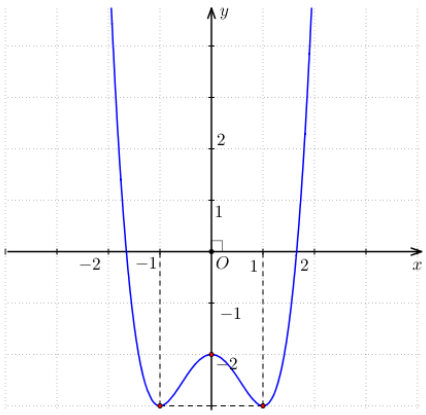
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $6^x-2^x-3^x=\dfrac{a}{5}$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<\dfrac{a}{5}<0 \Leftrightarrow -5<a<0$.

Mà $a\in\mathbb{Z} \Rightarrow a\in\{-4;-3;-2;-1\}$. Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 38: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x-1-\sqrt{2x-1}\right)-5=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $2f\left(x-1-\sqrt{2x-1}\right)-5=0 \quad (1)$

Đặt $t=x-1-\sqrt{2x-1}$, $x\geq\dfrac{1}{2}$

thuvientoanhoc.com

Khi đó $(1) \Leftrightarrow f(t)=\frac{5}{2}$

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(t)=\frac{5}{2}$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} t=a,-2<a<-1 \\ t=b,1<b<2 \end{array}\right.$

Xét $t(x)=x-1-\sqrt{2x-1}$, $x \geq \frac{1}{2}$

$t'(x)=1-\frac{1}{\sqrt{2x-1}}=\frac{\sqrt{2x-1}-1}{\sqrt{2x-1}}=0 \Rightarrow \sqrt{2x-1}=1 \Rightarrow 2x-1=1 \Rightarrow x=1$ (nhận)

Bảng biến thiên của hàm số $t(x)=x-1-\sqrt{2x-1}$

x	$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$t'(x)$		$-$	0	$+$	
$t(x)$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

- Với $t=a,-2<a<-1$: Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $x-1-\sqrt{2x-1}=a$ vô nghiệm.

- Với $t=b,1<b<2$: Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $x-1-\sqrt{2x-1}=b$ có một nghiệm x.

Vậy phương trình $2f\left(x-1-\sqrt{2x-1}\right)-5=0$ có 1 nghiệm.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+\frac{f(x)}{x}=4x^2+3x$; $f(1)=2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là

A. $y=-16x-20$. **B.** $y=16x-20$. **C.** $y=-16x+20$. **D.** $y=16x+20$.

Lời giải

Chọn B

Trên $(0;+\infty)$, ta có:

$f'(x)+\frac{f(x)}{x}=4x^2+3x \Leftrightarrow xf'(x)+f(x)=4x^3+3x^2 \Leftrightarrow \left(xf(x)\right)'=4x^3+3x^2 \Leftrightarrow xf(x)=x^4+x^3+C$.

Mà $f(1)=2$ suy ra $2=2+C \Leftrightarrow C=0$. Do đó $xf(x)=x^4+x^3 \Leftrightarrow f(x)=x^3+x^2$.

Ta có $2f(2)=16+8 \Leftrightarrow f(2)=12$.

Giả sử tiếp tuyến tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm $M(2;12)$.

Lại có: $f'(x)=3x^2+2x \Rightarrow f'(2)=16$.

thuvientoanhoc.com

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm $M(2;12)$ là:

$y=f'(2)(x-2)+12 \Leftrightarrow y=16(x-2)+12 \Leftrightarrow y=16x-20$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=3x+m\sqrt{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3+m\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Hàm số $f(x)=3x+m\sqrt{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$f'(x)=3+m\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\geq 0;\forall x\in\mathbb{R}$

Với $x=0$ ta có biểu thức luôn đúng với mọi m.

Với $x\neq 0$

Ta có $f'(x)=3+m\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\geq 0;\forall x\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq \dfrac{-3\sqrt{x^2+1}}{x};\forall x>0. \\ m\leq \dfrac{-3\sqrt{x^2+1}}{x};\forall x<0. \end{cases}$

Đặt $g(x)=\dfrac{-3\sqrt{x^2+1}}{x};g'(x)=\dfrac{\dfrac{-3x^2}{\sqrt{x^2+1}}+3\sqrt{x^2+1}}{x^2}=\dfrac{3}{x^2\sqrt{x^2+1}}>0,\forall x\neq 0.$

BBT

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3

Vậy $-3\leq m\leq 3$ do đó có 7 giá trị của m.

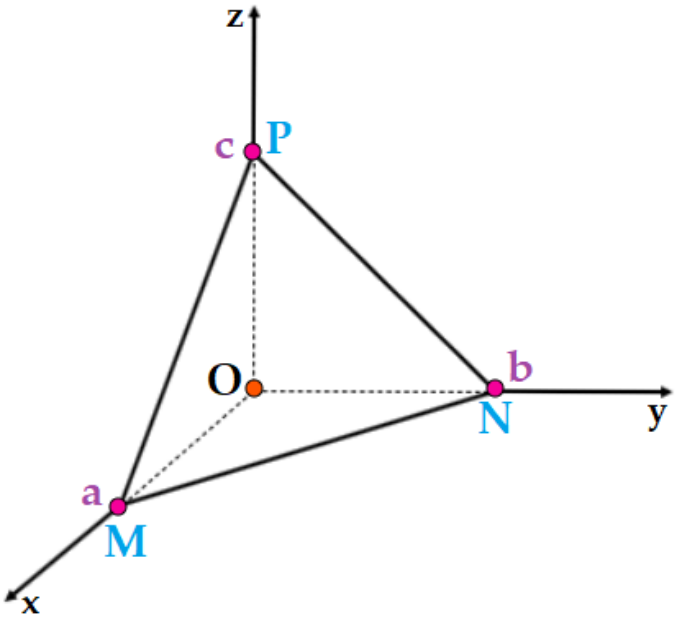
Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox, trục Oy, tia Oz lần lượt tại M,N,P. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?

A. $B(1;-1;1)$. **B.** $A(1;-1;-3)$. **C.** $C(1;-1;2)$. **D.** $D(1;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

thuvientoanhoc.com



Giả sử mặt phẳng (α) cắt trục Ox, trục Oy, tia Oz lần lượt tại các điểm

$M(a;0;0), N(0;b;0),$

$P(0;0;c)$ $(ab \neq 0, c > 0)$.

Ta có: $V_{OMNP} = \frac{1}{6} OM.ON.OP = \frac{1}{6}|ab|.c$. Theo giả thiết,

$V_{OMNP} = 6 \Rightarrow \frac{1}{6}|ab|.c = 6 \Rightarrow |ab|.c = 36 \quad (*)$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow (\alpha)$ có 1 véc tơ pháp tuyến

$\vec{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.

Đường thẳng $\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$.

Do $\Delta \perp (\alpha) \Rightarrow \vec{n}, \vec{u}$ cùng phương $\Rightarrow \exists k \neq 0, k \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\vec{n} = k\vec{u}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 1.k \quad (1) \\ \frac{1}{b} = -2.k \quad (2) \\ \frac{1}{c} = 3.k \quad (3) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a}.\frac{1}{b}.\frac{1}{c} = -6k^3 \Rightarrow k^3 = -\frac{1}{6abc}.$$

Từ (3), do $c > 0 \Rightarrow k > 0$. Kết hợp (2), (3) $\Rightarrow a > 0, b < 0$.

Từ $(*) \Rightarrow abc = -36 \Rightarrow k^3 = -\frac{1}{6.(-36)} = \frac{1}{6^3} \Rightarrow k = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 6; b = -3; c = 2$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{6} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Dễ thấy điểm $B(1;-1;1) \in (\alpha)$.

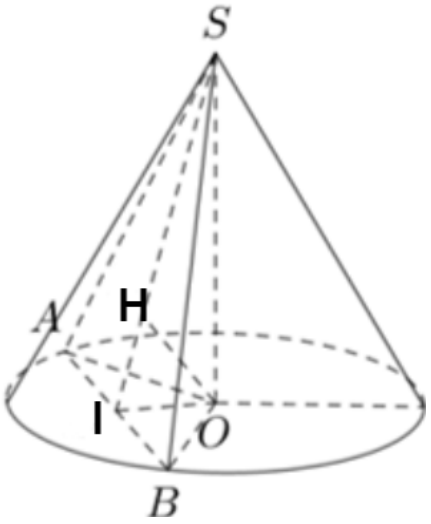
thuvientoanhoc.com

Câu 42: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** πa^3. **C.** $\frac{3\pi a^3}{2}$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $OI \perp AB$ tại I; kẻ $OH \perp SI$ tại H.

Ta có thiết diện qua trục là tam giác đều

$\Rightarrow$ đường sinh $l = 2R$

Khi đó $d(O,(P)) = OH = \frac{3\sqrt{13}a}{13}$

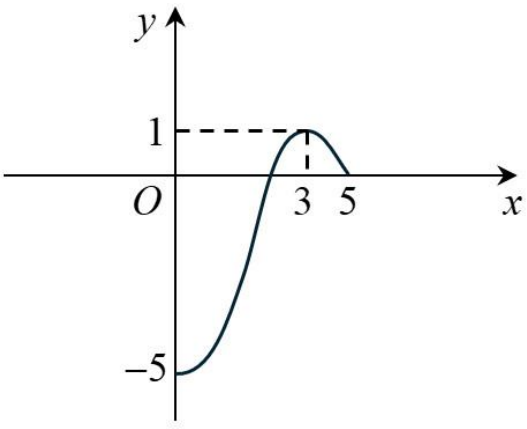
$OI = OB.\cos 60^\circ = \frac{R}{2}, SO = \sqrt{3}R$.

$$OH = \frac{3\sqrt{13}a}{13} = \frac{SO.OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{\sqrt{3}R.\frac{R}{2}}{\sqrt{3R^2 + \frac{R^2}{4}}} \Rightarrow R = \sqrt{3}a \Rightarrow SO = 3a$$

$$V = \frac{1}{3}.SO.\pi.R^2 = \frac{1}{3}.3a.\pi.\left(\sqrt{3}a\right)^2 = 3\pi a^2$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.

thuvientoanhoc.com



Tìm mệnh đề đúng.

A. $f(0)=f(5)<f(3)$.

B. $f(3)<f(5)=f(0)$

C. $f(3)<f(0)<f(5)$.

D. $f(3)<f(5)<f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$; $Ox; x=0; x=3$.

$$\Rightarrow S_1=\int_0^3\left|f'(x)\right|dx=-\int_0^3 f'(x)dx=f(0)-f(3)>0\Leftrightarrow f(0)>f(3).$$

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$; $Ox; x=3; x=3$.

$$\Rightarrow S_2=\int_3^5\left|f'(x)\right|dx=\int_3^5 f'(x)dx=f(5)-f(3)>0\Leftrightarrow f(5)>f(3).$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy $S_1>S_2\Leftrightarrow f(0)-f(3)>f(5)-f(3)\Leftrightarrow f(0)>f(5)$.

Vậy $f(3)<f(5)<f(0)$.

Câu 44: Xét tất cả các số thực dương x,y thỏa mãn $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng

A. $\frac{1}{64}$.

B. $\frac{9}{100}$.

C. $\frac{9}{200}$.

D. $\frac{1}{32}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy$

$$\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{x+y}{2xy}\right)=1+2xy$$

thuvientoanhoc.com

$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}+\log(x+y)-\log(2xy)=1+2xy$

$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{x+y}{10}\right)=2xy+\log(2xy)$

Xét hàm số: $f(t)=t+\log t$

$f'(t)=1+\frac{1}{x\ln 10}>0$ với mọi $t>0$ nên $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó $f\left(\frac{x+y}{10}\right)=f(2xy)$

$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}=2xy$

$\Rightarrow x+y=20xy \Rightarrow y(1-20x)=-x$

$\Rightarrow y=\frac{x}{20x-1}$

$\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{4}{x^2}+\frac{(20x-1)^2}{x^2}$

$=\frac{4}{x^2}+20^2-\frac{40}{x^2}+\frac{1}{x^2}$

$=\frac{5}{x^2}-\frac{40}{x}+400$

$=5\left(\frac{1}{x^2}-\frac{8}{x}\right)+400$

$=5\left(\frac{1}{x^2}-2.4.\frac{1}{x}+16\right)-16.5+400$

$=5\left(\frac{1}{x}-4\right)^2+320\geq 320,\ \forall x\in(0;+\infty)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{x}-4=0\Rightarrow x=\frac{1}{4} \Rightarrow y=\frac{1}{16} \Rightarrow x.y=\frac{1}{64}$.

Câu 45: Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z|=2,\ |(i+1)w+3+7i|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z^2+zw-4|$.

A. 8. **B.** 4. **C.** $2\left(\sqrt{29}-3\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{29}-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

thuvientoanhoc.com

Ta có: $\left|z^2+zw-4\right|=\left|z^2+zw-\left|z\right|^2\right|=|z^2+zw-z\bar{z}|=|z|\cdot|z+w-\bar{z}|=2|w-(\bar{z}-z)|$

Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn hai số phức w và $(\bar{z}-z)$ thì ta có:

$\left|z^2+zw-4\right|=2|w-(\bar{z}-z)|=2AB$. Đặt $z=x+yi$, do

$|z|=2\Rightarrow x^2+y^2=4\Rightarrow y\in[-2;2]\Rightarrow \bar{z}-z=(x-yi)-(x+yi)=-2yi\in[-4i;4i]$.

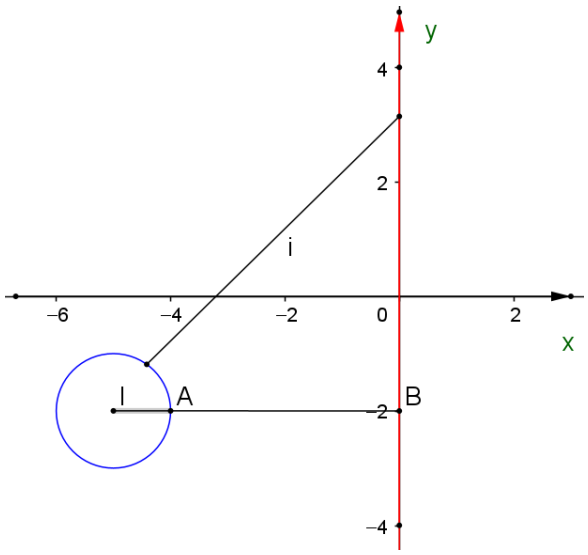
nên điểm B thuộc trục Oy và nằm trong đoạn $[-4;4]$.

Ta có: $|(1+i)w+3+7i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow|1+i|\cdot\left|w+\dfrac{3+7i}{1+i}\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot|w+5+2i|=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow|w+5+2i|=1\Leftrightarrow|-w-5-2i|=1\Leftrightarrow|w+(5+2i)|=1$.

Đặt $w=x+yi$. Khi đó: $|w+(5+2i)|=1\Leftrightarrow(x+5)^2+(y+2)^2=1$.

Quỹ tích điểm A là đường tròn có tâm $I(-5;-2)$ bán kính $R=1$.



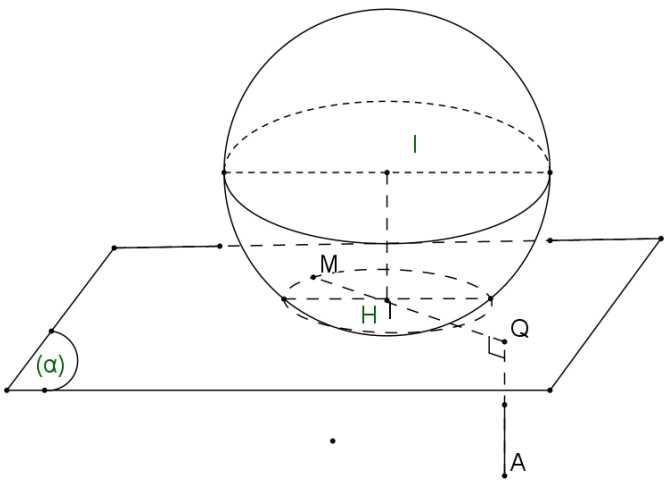
Vậy GTNN $\left|z^2+zw-4\right|=2AB_{\min}=2.4=8$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha):x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất.

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B



thuvientoanhoc.com

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-3)$, bán kính $R=2\sqrt{6}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(6;-12;6)\Rightarrow IA=6\sqrt{6}>R$.

Ta có I,A khác phía so với $(\alpha):x+y=0$.

Gọi H là hình chiếu của điểm I lên $(\alpha):x+y=0$ thì $H(-1;1;-3)$.

Gọi Q là hình chiếu của điểm A lên $(\alpha):x+y=0$ thì $Q(8;-8;3)$.

Phương trình đường thẳng $HQ:\begin{cases}x=-1+3t\\y=1-3t\\z=-3+2t\end{cases}$.

$HQ\cap(C)=\{M,N\}\Rightarrow M(-4;4;-5),N(2;-2;-1)$.

$HQ\cap(C)=\{M,N\}\Rightarrow M(-4;4;-5),N(2;-2;-1)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(10;-14;8)\\\overrightarrow{NA}=(4;8;4)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}MA=6\sqrt{10}\approx 18,97\\NA=4\sqrt{6}\approx 9,79\end{cases}\Rightarrow M(-4;4;-5)$.

Câu 47: Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=a+bi$, $w=m+ni$. Suy ra

$|z-2|^2+|z-2i|^2=6$

$\Leftrightarrow (a-2)^2+b^2+a^2+(b-2)^2=6$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2=1$.

và

$|w-3-2i|=|w+3+6i|$

$\Leftrightarrow (m-3)^2+(n-2)^2=(m+3)^2+(n+6)^2$

$\Leftrightarrow 3m+4n+8=0$.

Do đó điểm $A(z)\in(C):(x-1)^2+(y-1)^2=1$, $B(w)\in\Delta:3x+4y+8=0$.

Gọi $I(1;1)$ là tâm của đường tròn (C), ta có $\mathrm{d}(I,\Delta)=3>R$.

Vậy $|z-w|_{\min}=\mathrm{d}(I,\Delta)-R=2$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x-m$. Tìm m để mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc đoạn $[-1;3]$ thì $f(a),f(b),f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. $m<-22$. **B.** $m<34$. **C.** $m\le -22$. **D.** $m<-2$.

Lời giải

thuvientoanhoc.com

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2-3;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Khi đó $f(-1)=2-m;\ f(1)=-2-m;\ f(3)=18-m$.

Suy ra $f(1)<f(-1)<f(3)$.

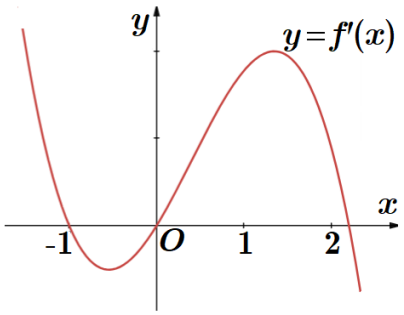
Giả sử a, b, c thuộc đoạn $[-1;3]$, ta có $-2-m\le f(a)\le f(b)\le f(c)\le 18-m$ là độ dài ba cạnh của một tam giác khi và chỉ khi $\begin{cases} f(a)>0 \\ f(a)+f(b)>f(c). \end{cases}$ $(*)$

Vì a, b phân biệt nên $f(a)+f(b)>-4-2m$.

Do đó $(*)$ đúng khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -2-m>0 \\ -4-2m\ge 18-m \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m<-2 \\ m\le -22 \end{cases}\Leftrightarrow m\le -22.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $b+d-c>0$. **B.** $a+c<b+d$. **C.** $a+c>0$. **D.** $a+b+c+d<0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-4a+3b-2c+d=0 \\ f'(0)=d=0 \\ f'(1)=4a+3b+2c+d>0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} d=0 \\ b>0 \\ 2a+c>0 \end{cases}$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)<0$ nên $a<0$. Khi đó $2a+c>0\Leftrightarrow a+c>-a>0$.

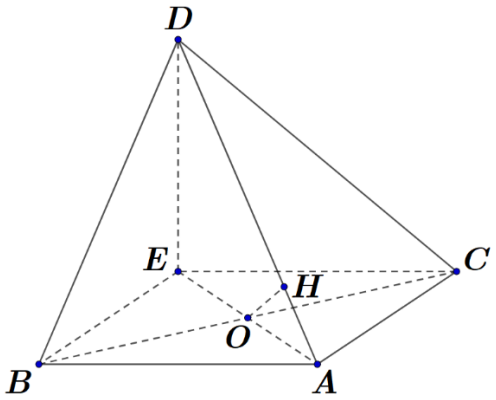
Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tương ứng tại A, B, C. Góc giữa AD và (ABC) bằng $45°$, $AD\perp BC$ và khoảng cách giữa AD và BC bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

thuvientoanhoc.com



Dựng hình chữ nhật $ABEC$ tâm O, khi đó dễ dàng chứng minh:

$$\begin{cases} AC \perp (SEC) \\ AB \perp (SEB) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (ABEC) \perp (SEC) \\ (ABEC) \perp (SEB) \end{cases} \Rightarrow DE \perp (ABEC) \Rightarrow DE \perp BC .$$

Mà $AD \perp BC \Rightarrow BC \perp (ADE) \Rightarrow BC \perp EA$ dẫn đến tứ giác $ABEC$ là hình vuông.

Trong (ADE), kẻ $OH \perp DA$.

Mà $BC \perp (ADE) \Rightarrow OH \perp BC \Rightarrow d(AD, BC) = OH = a$.

Ta có E là hình chiếu của D trên $(ABEC)$ nên $(AD,(ABC)) = (AD, AE) = \widehat{DAE} = 45°$.

Khi đó, tam giác AOH vuông cân tại $H \Rightarrow OA = a\sqrt{2} \Rightarrow AE = DE = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{D.ABC} = \frac{1}{3} DE.S_{ABC} = \frac{1}{3} 2a\sqrt{2} \frac{1}{2} a\sqrt{2}.2a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

---------- HẾT ----------

thuvientoanhoc.com