SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. *(2,0 điểm)* Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để đường thẳng y = mx cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu 2. *(1,0 điểm)*

a) Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ và $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Tính $\sin\alpha - \cos\alpha$.

b) Tìm số phức z biết rằng $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$.

Câu 3. (*0.5 điểm*) Giải phương trình $2\log_2^2(x-3) + \log_2(x-3) = 1$.

Câu 4. (*1,0 điểm*) Giải phương trình $2x^3 + 9x^2 - 6x(1 + 2\sqrt{6x-1}) + 2\sqrt{6x-1} + 8 = 0$.

Câu 5. (*1,0 điểm*) Tính tích phân $I = \int_0^1 (x^2 + x.e^x)dx$.

Câu 6. (*1,0 điểm*) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, với AB = 2a, AD = a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

Câu 7. (*1.0 điểm*) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có B(–2 ; 1) và C(8 ; 1). Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính $r = 3\sqrt{5} - 5$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC, biết tung độ điểm I là số dương.

Câu 8. (*1.0 điểm*) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 2x + y – z + 6 = 0. Viết phương trình mặt cầu có tâm K(0 ; 1 ; 2) và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 9. (*0.5 điểm*) Một hộp chứa 20 quả cầu giống nhau được ghi số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp đó, tính xác suất để 5 quả cầu được chọn ra có 3 quả ghi số lẻ và 2 quả ghi số chẵn, trong đó có đúng một quả ghi số chia hết cho 4.

Câu 10. (*1.0 điểm*) Cho ba số thực dương *a; b; c* tùy ý . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{a^3c}}{2\sqrt{b^3a} + 3bc} + \frac{\sqrt{b^3a}}{2\sqrt{c^3b} + 3ca} + \frac{\sqrt{c^3b}}{2\sqrt{a^3c} + 3ab}.$$

---------- HẾT ----------

Họ và tên thí sinh:……..

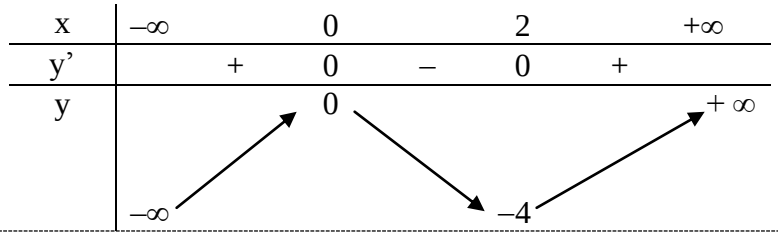
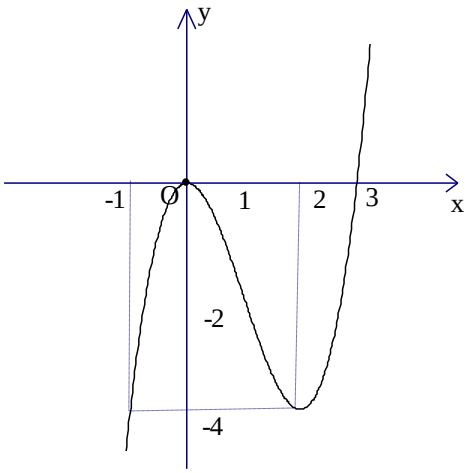
Số báo danh: …….. Phòng thi……..

Giám thị 1: Giám thị 2:

thuvientoanhoc.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

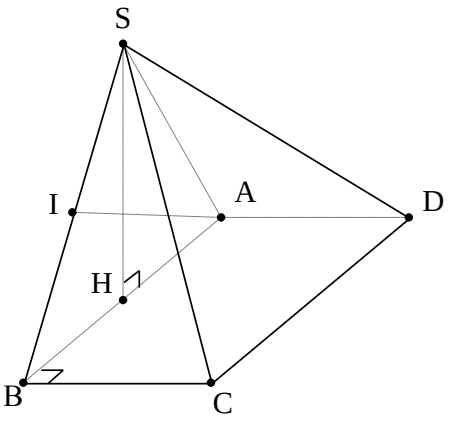
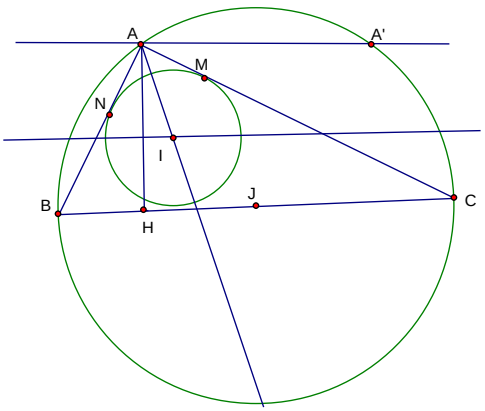
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ – KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN
(Đáp án – Thang điểm gồm 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0 điểm)	**a) (1,0 điểm)**	
	* Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$	0,25
	* Sự biến thiên $y' = 3x^2 - 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$ Hàm số nghịch biến trên khoảng (0;2), đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$. Hàm số đạt cực đại tại x = 0, giá trị cực đại : y(0) = 0. Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2, giá trị cực tiểu: y(2)= –4.	0,25
	Bảng biến thiên  	0,25
	* Đồ thị :  	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng y = mx là : $x^3 - 3x^2 = mx$	0,25
	$\Leftrightarrow x(x^2 - 3x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3x - m = 0 \ (*) \end{cases}$	0,25
	Đường thẳng y = mx cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0, tức là: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ m \neq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\dfrac{9}{4}$ và $m \neq 0$.	0,25

thuvientoanhoc.com

Câu 2 (1 điểm)	a) Ta có $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2+(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=2$ $\Rightarrow (\sin\alpha-\cos\alpha)^2=2-(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=2-\frac{5}{4}=\frac{3}{4} \Rightarrow \sin\alpha-\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.25
	Do $0<\alpha<\frac{\pi}{4}\Rightarrow 0<\sin\alpha<\cos\alpha\Rightarrow\sin\alpha-\cos\alpha<0$ nên chọn $\sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.25
	b) •Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$ Khi đó: $z+2\overline{z}=6+2i\Leftrightarrow a+bi+2(a-bi)=6+2i$	0.25
	$\Leftrightarrow a+bi+2a-2bi=6+2i$ $\Leftrightarrow 3a-bi=6+2i$ $\Leftrightarrow\begin{cases}3a=6\\-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}\Rightarrow z=2-2i$	0.25
Câu 3 0.5 điểm	$2\log_2^2(x-3)+\log_2(x-3)=1$; điều kiện x > 3 Đặt $t=\log_2(x-3)$ khi đó phương trình trở thành: $2t^2+t-1=0$ $\Leftrightarrow$ t = –1 hoặc $t=\frac{1}{2}$	0.25
	Với t = –1 thì $\log_2(x-3)=-1\Leftrightarrow x-3=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$ (thỏa điều kiện) Với $t=\frac{1}{2}$ thì $\log_2(x-3)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x-3=\sqrt{2}\Leftrightarrow x=3+\sqrt{2}$ (thỏa điều kiện) Phương trình có 2 nghiệm: $x=\frac{7}{2};x=3+\sqrt{2}$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	Giải phương trình: $2x^3+9x^2-6x(1+2\sqrt{6x-1})+2\sqrt{6x-1}+8=0$ (1)	
	Điều kiện: $x\ge\frac{1}{6}$ (*) (1) $\Leftrightarrow 2x^3+9x^2-6x+8=2(6x-1)\sqrt{6x-1}$ (2)	0,25
	Đặt $y=\sqrt{6x-1}$, y ≥ 0, ta có hệ phương trình: $\begin{cases}2x^3+9x^2-6x+8=2y^3\\18x-3=3y^2\end{cases}$ Suy ra: $2x^3+9x^2+12x+5=2y^3+3y^2$ $\Leftrightarrow 2(x+1)^3+3(x+1)^2=2y^3+3y^2$ (3)	0,25
	Xét hàm số $f(t)=2t^3+3t^2$, với t ≥ 0. f'(t) = $6t^2+6t>0$, ∀t > 0 và f(t) liên tục trên nửa khoảng [0;+∞) nên f(t) đồng biến trên nửa khoảng [0;+∞). $x\ge\frac{1}{6}\Rightarrow x+1>0$ (3) $\Leftrightarrow f(x+1)=f(y)\Leftrightarrow x+1=y$	0,25
	Từ đó: $\sqrt{6x-1}=x+1$ $\Leftrightarrow 6x-1=(x+1)^2\Leftrightarrow x^2-4x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2}\\x=2-\sqrt{2}\end{array}\right.$ (thỏa (*)) Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm: $x=2+\sqrt{2}$ và $x=2-\sqrt{2}$.	0,25

thuvientoanhoc.com

Câu 5 (1,0 điểm)	$I=\int_0^1(x^2+x.e^x)dx=\int_0^1 x^2dx+\int_0^1 xe^x dx$	0.25
	Tính $I_1=\int_0^1 x^2dx=\frac{1}{3}x^3\,|_0^1=\frac{1}{3}$	0.25
	Và $I_2=\int_0^1 xe^x dx=xe^x\,|_0^1-\int_0^1 e^x dx=e-(e-1)=1$	0.25
	Vậy $I=I_1+I_2=\frac{4}{3}$	0.25
Câu 6 (1,0 điểm)	 * Gọi H là trung điểm cạnh AB. Tam giác SBC đều cạnh a nên: $SH\perp AB$ $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SH\perp AB;\ SH\subset(SAB)\end{cases}$ => $SH\perp(ABCD)$	0,25
	SH = $a\sqrt{3}$ Thể tích khối chóp S.ABCD là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$	0,25
	AD // BC $\Rightarrow$ AD // (SBC) $\Rightarrow$ d(D,(SBC))=d(A,(SBC))	0,25
	Gọi I là trung điểm cạnh SB. CM: AI $\perp$ (SBC). $\Rightarrow$ d(D,(SBC))=AI= $a\sqrt{3}$	0,25
Câu 7 1 điểm		
	Gọi p là nửa chu vi tam giác ABC. Ta có BC = 10. Gọi M, N là các tiếp điểm trên AB, AC ta có p = BC + AM Mà AM = r nên $p=BC+r=10+3\sqrt{5}-5=3\sqrt{5}+5$. Ta có S = pr = 20	0.25
	Gọi AH = h ta có S = $\frac{1}{2}$. BC. h =20 => h = 4 Do $r=3\sqrt{5}-5$ nên tâm I nằm trên các đường thẳng song song BC, cách BC một khoảng bằng r, mà $y_I>0$ nên I nằm trên đường $y=3\sqrt{5}-4$ và điểm A nằm trên đường y = 5 Gọi J là trung điểm BC => J(3;1) và JA = ½ BC nên A(0 ;5) hoặc A'(6;5).	0.25

thuvientoanhoc.com

	Ta xét A(0;5) Ta có phtr AB: 2x – y +5 = 0 ; phtr AC: x +2y –10 = 0 Phtr phân giác trong AI: 3x + y –5 = 0 . Ta có I là giao điểm của phân giác AI và đường $y = 3\sqrt{5} - 4$ nên tọa độ tâm $I(-\sqrt{5}+3; 3\sqrt{5}-4)$	0.25
	Với A'(6;5) ta có $I'(\sqrt{5}-3; 3\sqrt{5}-4)$	0.25
Câu 8 1 điểm	* Bán kính mặt cầu $R = d(K;(P)) = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$	0.25
	Phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \dfrac{25}{6}$	0.25
	* Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm; Trục Oy có vec tơ chỉ phương $\vec{j} = (0;1;0)$ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;-1)$ Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_Q} = [\vec{n}, \vec{j}] = (1;0;2)$	0.25
	Mặt phẳng (Q) còn qua gốc O nên có phương trình là: x + 2z = 0.	0.25
Câu 9 0.5 điểm	Không gian mẫu Ω là tập hợp các cách chọn 5 quả cầu từ 20 quả cầu: Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^5 = 15504$.	0.25
	Gọi A là biến cố chọn được 5 quả cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán. Trong 20 số từ 1 đến 20 có 10 số lẻ, 5 số chẵn chia hết cho 4 và 5 số chẵn không chia hết cho 4. Do đó $n(A) = C_{10}^3.C_5^1.C_5^1 = 3000$ Vậy Xác suất cần tính là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3000}{15504} = \dfrac{125}{646}$	0.25
Câu 10 1 điểm	$P = \dfrac{\sqrt{a^3c}}{2\sqrt{b^3a}+3bc} + \dfrac{\sqrt{b^3a}}{2\sqrt{c^3b}+3ca} + \dfrac{\sqrt{c^3b}}{2\sqrt{a^3c}+3ab}$ Với a ; b; c dương Ta có $\dfrac{\sqrt{a^3c}}{2\sqrt{b^3a}+3bc} = \dfrac{a\sqrt{ac}}{b(2\sqrt{ba}+3c)} = \dfrac{\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)^2}{2\sqrt{\dfrac{b}{c}}+3\sqrt{\dfrac{c}{a}}}$	0.25
	Tương tự $\dfrac{\sqrt{b^3a}}{2\sqrt{c^3b}+3ca} = \dfrac{\left(\sqrt{\dfrac{b}{c}}\right)^2}{2\sqrt{\dfrac{c}{a}}+3\sqrt{\dfrac{a}{b}}}$ $\dfrac{\sqrt{c^3b}}{2\sqrt{a^3c}+3ab} = \dfrac{\left(\sqrt{\dfrac{c}{a}}\right)^2}{2\sqrt{\dfrac{a}{b}}+3\sqrt{\dfrac{b}{c}}}$ Do đó đặt: $x = \sqrt{\dfrac{a}{b}};\ y = \sqrt{\dfrac{b}{c}};\ z = \sqrt{\dfrac{c}{a}};\ (x;y;z>0)$ khi đó xyz = 1 Khi đó $P = \dfrac{x^2}{2y+3z} + \dfrac{y^2}{2z+3x} + \dfrac{z^2}{2x+3y}$	0.25
	Ta có $\dfrac{x^2}{2y+3z} + \dfrac{2y+3z}{25} + \dfrac{y^2}{2z+3x} + \dfrac{2z+3x}{25} + \dfrac{z^2}{2x+3y} + \dfrac{2x+3y}{25} \ge \dfrac{2}{5}(x+y+z)$	0.25
	Nên $P = \dfrac{x^2}{2y+3z} + \dfrac{y^2}{2z+3x} + \dfrac{z^2}{2x+3y} \ge \dfrac{1}{5}(x+y+z) \ge \dfrac{3}{5}\sqrt[3]{xyz} = \dfrac{3}{5}$ Vậy $P_{\min} = \dfrac{3}{5}$ khi và chỉ khi *x = y = z = 1* hay *a = b = c.*	0.25

Chú ý: Những cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa. Tùy theo thang điểm của đáp mà giám khảo cho điểm tương ứng.

——————————HẾT——————————

thuvientoanhoc.com