SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 04 trang)

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA HỌC KỲ I LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027

Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên: .....Số báo danh: .....

Mã đề thi 0119

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_2 bằng

A. 13. **B.** 40. **C.** 3. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (*thang điểm 20*) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	[8:10)	[10:12)	[12:14)	[14:16)	[16:18)	[18:20)
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

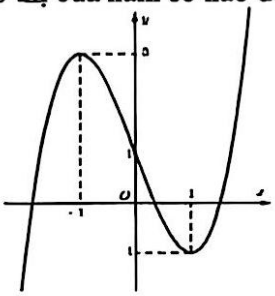
Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

A. $13,53$. **B.** $12,81$. **C.** $13,35$. **D.** $12,18$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 1$. Giá trị $y'(2)$ bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 5: Phương trình $\cos x = 1$ có tập nghiệm là

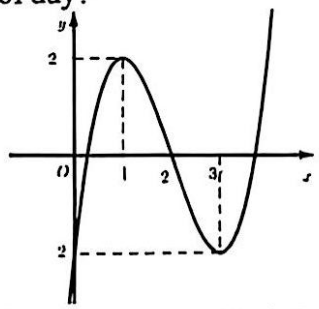
A. $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy là tam giác ABC có diện tích bằng 20. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 20. **B.** 60. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $y=5$. **D.** $y=1$.

Câu 9: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-9}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{37}{3}$. **C.** 13. **D.** $\dfrac{40}{3}$.

Câu 11: Cặp số nào sau đây là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-3y-1>0 \\ 2x+y+5>0 \\ x+y+1<0 \end{cases}$?

A. $(0;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. **Trong mỗi ý a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 11*A* có 45 học sinh, trong đó có 28 bạn thích học môn Tiếng Anh, 20 bạn thích học môn Tin học và 10 bạn thích học cả hai môn này. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

a) Xác suất để học sinh được chọn thích học môn Tiếng Anh là $\dfrac{28}{45}$.

b) Xác suất để học sinh được chọn thích học cả môn Tiếng Anh và môn Tin học là $\dfrac{2}{9}$.

c) Xác suất để học sinh được chọn không thích môn Tiếng Anh và cũng không thích môn Tin học là $\dfrac{8}{45}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn thích học ít nhất một trong hai môn Tiếng Anh hoặc Tin học là $\dfrac{38}{45}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-3}$.

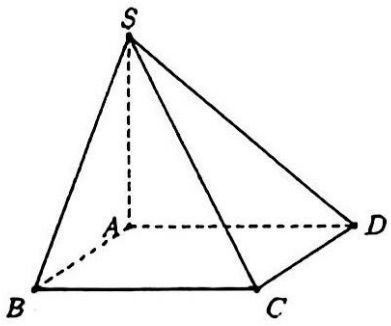
a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(4;+\infty)$.

b) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Diện tích tam giác OAB bằng $\dfrac{5}{2}$ (*đơn vị diện tích, với O là gốc tọa độ*).

c) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y=2x-4$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a\sqrt{3}$ *(tham khảo hình vẽ dưới).*



a) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $4a$.

c) Thể tích khối chóp $S.ADC$ bằng $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

d) Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $2a\sqrt{3}$.

Câu 4: Trong y học, độ bão hòa oxy trong máu của một bệnh nhân được phục hồi theo thời gian t *(tính bằng phút, với $t \geq 0$)* sau khi tập thể dục cường độ cao được mô hình hóa bằng hàm số mũ $f(t) = 98 - 18.e^{-0,4t}$. Biết rằng đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxy tại thời điểm t.

a) Tốc độ thay đổi nồng độ oxy của bệnh nhân tại thời điểm t là $f'(t) = 7,2.e^{-0,4t}$.

b) Tại thời điểm $t = 5$ phút, tốc độ tăng nồng độ oxy của bệnh nhân nhanh hơn so với tại thời điểm $t = 2$ phút.

c) Độ bão hòa oxy trong máu của bệnh nhân tăng dần theo thời gian.

d) Tại thời điểm $t = 0$ *(ngay khi vừa dừng tập luyện)*, độ bão hòa oxy trong máu của bệnh nhân đạt mức 98%.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

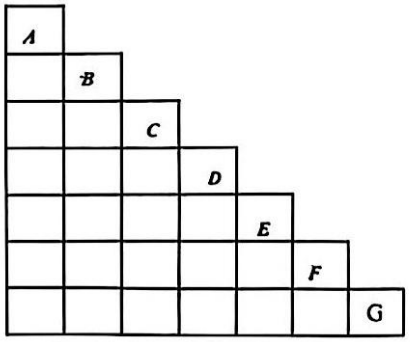
Câu 1: Một xưởng sản xuất dự định sản xuất không quá 250 sản phẩm. Nếu xưởng sản xuất x sản phẩm $(x \in \mathbb{Z}^+, 1 \leq x \leq 250)$ thì doanh thu khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -3x^2 + 1800x$ *(nghìn đồng)*, chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = 2x^2 - 120x + 2300 + \dfrac{16000}{x}$ *(nghìn đồng)*. Khi đó xưởng sản xuất đạt được lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng (*Không làm tròn kết quả phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị*)?

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C). Biết $A(-1;11)$ và $B(3;-21)$ là hai điểm cực trị của đồ thị (C). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$.

Câu 3: Từ tập $S = \{1;2;...;55\}$ gồm 55 số tự nhiên liên tiếp, người ta chọn ra 28 số tự nhiên phân biệt và điền vào 28 ô vuông đơn vị như hình vẽ bên dưới thỏa mãn đồng thời bốn điều kiện sau:

- Mỗi ô vuông được điền đúng một số và mỗi số được chọn chỉ được sử dụng một lần;
- Mọi số ở một hàng đều nhỏ hơn mọi số ở các hàng phía dưới;
- Trong mỗi hàng, các số tăng dần từ trái sang phải;
- Các số điền vào các ô A, B, C, D, E, F, G theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

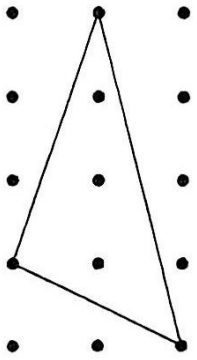
Gọi T là số cách chọn và điền 28 số thỏa mãn các điều kiện trên. Giá trị của $\log(T)$ bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*



Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 20\sqrt{2}$, cạnh bên $AA' = 15$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Một cơ sở sản xuất bánh mì cung cấp sản phẩm cho các cửa hàng ăn sáng. Mỗi ngày, cơ sở sử dụng tối đa 18 kg thịt và 11 kg rau để sản xuất hai loại: bánh mì đặc biệt và bánh mì thường. Để sản xuất một chiếc bánh mì đặc biệt cần 150 g thịt và 80 g rau, lợi nhuận thu được là 15000 đồng; để sản xuất một chiếc bánh mì thường cần 100 g thịt và 100 g rau, lợi nhuận thu được là 12000 đồng. Biết rằng toàn bộ số bánh mì sản xuất ra đều được tiêu thụ hết trong ngày và số bánh mì mỗi loại được sản xuất là số nguyên không âm. Hỏi lợi nhuận lớn nhất mà cơ sở có thể thu được trong một ngày là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6: Một trung tâm logistics lắp đặt hệ thống cảm biến thông minh để giám sát nhà kho. Trong kho có 15 vị trí chờ được thiết kế sẵn trên trần nhà, sắp xếp thành một lưới gồm 5 hàng ngang và 3 hàng dọc *(khoảng cách giữa các hàng kề nhau và các cột kề nhau là bằng nhau)*. Kỹ sư cần chọn ra 3 vị trí trong số 15 vị trí này để lắp đặt ba cảm biến định vị sao cho ba vị trí là ba đỉnh của một tam giác *(vùng giám sát chỉ được thiết lập tối ưu khi ba cảm biến này tạo thành ba đỉnh của một tam giác) (tham khảo hình vẽ dưới)*. Kỹ sư có bao nhiêu cách lựa chọn ba vị trí lắp đặt thỏa mãn yêu cầu trên?



---------- **HẾT** ----------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN	KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA HỌC KỲ I LỚP 12 NĂM HỌC 2026 - 2027 Môn: TOÁN Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

Câu\Mã đề	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108	0109	0110	0111	0112	0113	0114	0115	0116	0117	0118	0119	0120	0121	0122	0123	0124
1	B	C	C	C	B	A	A	B	C	C	A	C	B	B	B	A	C	D	A	D	D	A	A	C
2	A	D	C	A	A	B	A	C	A	B	B	A	A	D	B	C	B	A	A	A	A	D	C	D
3	D	A	A	D	B	B	A	A	C	C	A	B	A	B	B	A	C	A	A	D	A	D	D	D
4	B	C	D	D	A	C	C	D	A	A	A	D	A	D	B	B	A	C	C	D	B	B	A	D
5	B	A	D	B	A	C	D	D	D	B	D	A	C	D	D	C	A	C	A	D	C	C	C	B
6	D	A	D	A	A	C	C	D	A	C	C	D	D	A	D	C	D	C	A	D	B	B	D	B
7	B	C	D	D	D	C	B	B	A	B	D	A	C	B	D	C	C	A	D	C	C	A	D	D
8	A	C	C	B	C	A	C	C	D	A	C	B	B	D	D	B	A	B	B	A	C	C	A	B
9	D	D	C	D	A	D	D	B	A	C	B	A	A	A	C	A	D	C	D	D	B	C	C	C
10	C	C	B	D	D	A	A	D	C	A	B	C	C	C	D	B	D	C	C	A	D	B	A	A
11	A	C	A	B	C	A	A	B	B	C	D	D	B	D	A	B	D	D	A	C	B	C	A	C
12	C	D	A	C	D	D	B	A	D	D	D	D	B	C	C	A	C	C	A	C	B	B	D	C
13	SDDD	DDDD	DSDS	DDDD	DSSD	SDDD	DSSS	DDDD	SSDD	DDSD	SDDS	DDSD	SSDD	DSSD	DDSS	SDDD	SDDS	DSDS	DDSD	SDDS	SSSD	DSDS	DSSS	DDSS
14	SSDD	DSDS	DDDS	DDSS	DSSS	SSDD	DDSS	DDDS	DDSS	SDDS	SDSS	DSDS	DSSD	SDDD	DSSS	DDDD	DSSS	DDSD	SSSD	DDDD	DDSS	DDDD	SDSD	DDDD
15	SDSS	DSSD	DSSS	DSDS	DDDS	DDSS	SDDD	SDSD	SDSS	DDDD	DSDD	DDDD	DDSD	DSDS	SDSD	SDDS	DSDD	DDDD	DSSD	DDDS	DSDD	SDDD	DSSD	SDDD
16	DSDS	SDDD	SDSD	SDDD	DSSD	DDDD	DSDS	DDSS	SDDD	DSSD	DSSD	DSSD	SSDS	DDDD	SDDD	DSDS	DDSS	DDSS	DSDS	SDSD	DDSS	SSDD	SDDD	DDSS
17	9.19	1056	12	22	1.86	1056	24	1056	24	1056	1.86	1056	24	9.93	9.19	9.93	24	1056	24	9.93	9.19	22	24	22
18	24	9.93	24	9.93	24	-8	412	-8	9.19	-8	412	1.86	412	1.86	412	1.86	412	9.93	-5	2,4	-5	2,4	9.19	2,4
19	412	1.86	412	1.86	12	1.86	1.86	1.86	-5	1.86	12	-8	1.86	1056	12	1056	12	1.86	9.19	1.86	24	-8	1.86	1.86
20	1.86	2,4	9.19	2,4	412	2,4	-5	9.93	412	9.93	9.19	9.93	-5	-8	-5	22	9.19	22	12	1056	412	1056	412	1056
21	-5	-8	-5	-8	9.19	9.93	12	2,4	12	22	-5	22	9.19	22	24	2,4	1.86	-8	1.86	-8	12	1.86	12	-8
22	12	22	1.86	1056	-5	22	9.19	22	1.86	2,4	24	2,4	12	2,4	1.86	-8	-5	2,4	412	22	1.86	9.93	-5	9.93

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được tạo bằng AI · thuvientoanhoc.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Ta có $u_2 = u_1 + d = 8 + 5 = 13$. Chọn A.

Câu 2. Cỡ mẫu $n = 100$, $\frac{n}{2} = 50$. Tần số tích lũy: $6; 27; 57; \ldots$ nên nhóm chứa trung vị là $[12;14)$.

$M_e = 12 + \frac{50 - 27}{30} \cdot 2 = \frac{203}{15} \approx 13,53$. Chọn A.

Câu 3. $y' = 3x^2 - 4x \Rightarrow y'(2) = 12 - 8 = 4$. Chọn A.

Câu 4. Đồ thị có nhánh cuối đi lên nên hệ số $a > 0$, loại phương án A và D.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 1 nên loại phương án B. Chọn C.

Câu 5. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 6. $V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 20 = 20$. Chọn A.

Câu 7. Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. Chọn D.

Câu 8. y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua $x = 2$ nên điểm cực đại của hàm số là $x = 2$. Chọn B.

Câu 9. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang.

$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$, và tử số $x + 2 \neq 0$ tại $x = \pm 3$ nên $x = 3$, $x = -3$ là hai tiệm cận đứng.

Vậy có tất cả 3 đường tiệm cận. Chọn D.

Câu 10. $y' = \frac{2x(x-1) - \left(x^2 + 3\right)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận) hoặc $x = -1$ (loại).

$y(2) = 7$, $y(3) = 6$, $y(4) = \frac{19}{3}$. Suy ra $M = 7$, $m = 6$, $M + m = 13$. Chọn C.

Câu 11. Thay $(0;-2)$: $0 + 6 - 1 = 5 > 0$; $0 - 2 + 5 = 3 > 0$; $0 - 2 + 1 = -1 < 0$ đều đúng. Chọn A.

Câu 12. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$, $x = 3$ nên hàm số có 4 điểm cực trị. Chọn A.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

Số phần tử của không gian mẫu là 45. Gọi A: "học sinh thích Tiếng Anh", B: "học sinh thích Tin học".

a) $P(A)=\dfrac{28}{45}$. Mệnh đề đúng.

b) $P(A\cap B)=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$. Mệnh đề đúng.

c) Số học sinh thích ít nhất một trong hai môn là $28+20-10=38$.

Số học sinh không thích môn nào trong hai môn là $45-38=7$, nên xác suất bằng $\dfrac{7}{45}$. Mệnh đề sai.

d) $P(A\cup B)=\dfrac{38}{45}$. Mệnh đề đúng.

Câu 2.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. Ta có $y=x-1+\dfrac{2}{x-3}$, $y'=1-\dfrac{2}{(x-3)^2}=\dfrac{x^2-6x+7}{(x-3)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow(x-3)^2=2\Leftrightarrow x=3-\sqrt{2}$ hoặc $x=3+\sqrt{2}$.

a) $y'>0\Leftrightarrow x<3-\sqrt{2}$ hoặc $x>3+\sqrt{2}$, nên hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;3-\sqrt{2}\right)$ và $\left(3+\sqrt{2};+\infty\right)$.

Vì $3-\sqrt{2}<2$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty;2)$. Mệnh đề sai.

b) $y\left(3-\sqrt{2}\right)=2-\sqrt{2}-\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}$, $y\left(3+\sqrt{2}\right)=2+\sqrt{2}+\sqrt{2}=2+2\sqrt{2}$.

Suy ra $A\left(3-\sqrt{2};2-2\sqrt{2}\right)$, $B\left(3+\sqrt{2};2+2\sqrt{2}\right)$.

Tọa độ A, B đều thỏa mãn $y=2x-4$ nên đường thẳng AB có phương trình $y=2x-4$.

Gọi $I=AB\cap Ox$, suy ra $I(2;0)$. Vì $y_A=2-2\sqrt{2}<0<y_B=2+2\sqrt{2}$ nên A, B nằm về hai phía của trục Ox, do đó I nằm giữa A và B.

$S_{OAB}=S_{OAI}+S_{OBI}=\dfrac{1}{2}\cdot OI\cdot\left(|y_A|+|y_B|\right)=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot\left[\left(2\sqrt{2}-2\right)+\left(2+2\sqrt{2}\right)\right]=4\sqrt{2}\neq\dfrac{5}{2}$. Mệnh đề sai.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x=3-\sqrt{2}$ với $y_{CĐ}=2-2\sqrt{2}$, và đạt cực tiểu tại $x=3+\sqrt{2}$ với $y_{CT}=2+2\sqrt{2}$.

Do đó $y_{CĐ}<y_{CT}$. Mệnh đề sai.

d) Theo câu b), đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=2x-4$. Mệnh đề đúng.

Câu 3.

a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$.

$\tan \widehat{SDA} = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ$. Mệnh đề đúng.

b) $AD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$) và $AD \perp CD$ nên $d(SA, CD) = AD = 2a$. Mệnh đề sai.

c) $V_{S.ADC} = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ADC} = \dfrac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. Mệnh đề sai.

d) $d(S, (ABCD)) = SA = 2a\sqrt{3}$. Mệnh đề đúng.

Câu 4.

a) $f'(t) = -18 \cdot (-0,4) \cdot e^{-0,4t} = 7,2 \cdot e^{-0,4t}$. Mệnh đề đúng.

b) $f'(5) = 7,2 \cdot e^{-2}$, $f'(2) = 7,2 \cdot e^{-0,8}$. Vì $e^{-2} < e^{-0,8}$ nên $f'(5) < f'(2)$, tức tại $t = 5$ nồng độ oxy tăng chậm hơn tại $t = 2$. Mệnh đề sai.

c) $f'(t) = 7,2 \cdot e^{-0,4t} > 0$ với mọi $t \geq 0$ nên $f(t)$ đồng biến, tức độ bão hòa oxy tăng dần theo thời gian. Mệnh đề đúng.

d) $f(0) = 98 - 18 = 80$, tức độ bão hòa oxy đạt 80%. Mệnh đề sai.

<u>PHẦN III</u>. TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1.

Lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm là

$P(x) = F(x) - x \cdot G(x) = -3x^2 + 1800x - \left(2x^3 - 120x^2 + 2300x + 16000\right) = -2x^3 + 117x^2 - 500x - 16000$ (nghìn đồng).

$P'(x) = -6x^2 + 234x - 500$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 117x + 250 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{117 \pm \sqrt{10689}}{6}$.

Ta có $x_1 = \dfrac{117 - \sqrt{10689}}{6} \approx 2,27$, $x_2 = \dfrac{117 + \sqrt{10689}}{6} \approx 36,73$.

$P(x)$ nghịch biến trên $[1; x_1]$, đồng biến trên $[x_1; x_2]$ và nghịch biến trên $[x_2; 250]$.

Ta có $P(x_2) \geq P(36) = 24320 > 0 > P(1) = -16385$, nên giá trị lớn nhất của $P(x)$ trên $[1; 250]$ đạt tại x_2.

Vì x nguyên nên lợi nhuận lớn nhất đạt tại $x = 36$ hoặc $x = 37$.

$P(36) = 24320$, $P(37) = 24367$. Vậy lợi nhuận lớn nhất là 24367 nghìn đồng, tức $24,367 \approx 24$ triệu đồng.

Đáp án: 24.

Câu 2.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Vì y' có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 3$ nên $y' = 3a(x+1)(x-3) = 3ax^2 - 6ax - 9a$.

Suy ra $b = -3a$, $c = -9a$, do đó $y = ax^3 - 3ax^2 - 9ax + d$.

$y(-1) = 5a + d = 11$ và $y(3) = -27a + d = -21$. Giải hệ được $a = 1$, $d = 6$.

Ta có $P = a + b + c + d = y(1) = a - 3a - 9a + d = -11a + d = -11 + 6 = -5$.

Đáp án: -5.

Câu 3.

Hình gồm 7 hàng có lần lượt $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ô; các ô A, B, C, D, E, F, G là ô cuối cùng của mỗi hàng.

Do mọi số ở hàng trên nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới và mỗi hàng tăng dần từ trái sang phải, nên khi đã chọn được 28 số thì cách điền là duy nhất: xếp các số theo thứ tự tăng dần $a_1 < a_2 < \ldots < a_{28}$ rồi điền lần lượt từ hàng trên xuống.

Khi đó $A = a_1$, $B = a_3$, $C = a_6$, $D = a_{10}$, $E = a_{15}$, $F = a_{21}$, $G = a_{28}$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng A, B, C, D, E, F, G. Giữa hai số liên tiếp trong dãy này có $d-1$ số nguyên, và ta cần chọn lần lượt $1, 2, 3, 4, 5, 6$ số trong đó.

Suy ra $d - 1 \geq 6 \Leftrightarrow d \geq 7$. Mặt khác $G = A + 6d \leq 55$ với $A \geq 1$ nên $d \leq 9$, và với mỗi d có $55 - 6d$ cách chọn A.

Với mỗi d, số cách chọn là $(55-6d) \cdot C_{d-1}^1 \cdot C_{d-1}^2 \cdot C_{d-1}^3 \cdot C_{d-1}^4 \cdot C_{d-1}^5 \cdot C_{d-1}^6$.

$d = 7$: $13 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1 = 2106000$.

$d = 8$: $7 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 21 \cdot 7 = 185297175$.

$d = 9$: $1 \cdot 8 \cdot 28 \cdot 56 \cdot 70 \cdot 56 \cdot 28 = 1376829440$.

$T = 2106000 + 185297175 + 1376829440 = 1564232615$.

$\log T \approx 9{,}19$.

Đáp án: $9{,}19$.

Câu 4.

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 20\sqrt{2}$ nên $AB = AC = 20$.

$AB \perp AC$ và $AB \perp AA'$ nên $AB \perp (ACC'A')$.

Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, kẻ $AH \perp A'C$ tại H. Khi đó $AH \perp AB$, nên AH là đoạn vuông góc chung của AB và $A'C$.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A: $AH = \dfrac{AA' \cdot AC}{\sqrt{AA'^2 + AC^2}} = \dfrac{15 \cdot 20}{\sqrt{15^2 + 20^2}} = 12$.

Vậy $d(AB, A'C) = 12$.

Đáp án: 12.

Câu 5.

Gọi x, y lần lượt là số bánh mì đặc biệt và bánh mì thường sản xuất trong ngày ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có hệ $\begin{cases} 150x + 100y \le 18000 \\ 80x + 100y \le 11000 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \le 360 \\ 4x + 5y \le 550 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$.

Lợi nhuận $L = 15000x + 12000y$ (đồng).

Miền nghiệm là tứ giác $OMNK$ với $O(0;0)$, $M(120;0)$, $N(100;30)$, $K(0;110)$, trong đó N là giao điểm của hai đường thẳng $3x + 2y = 360$ và $4x + 5y = 550$.

$L(O) = 0$, $L(M) = 1800000$, $L(N) = 1860000$, $L(K) = 1320000$.

Lợi nhuận lớn nhất là 1860000 đồng (tại $x = 100$, $y = 30$ là các số nguyên), tức $1{,}86$ triệu đồng.

Đáp án: $1{,}86$.

Câu 6.

Số cách chọn 3 vị trí bất kỳ trong 15 vị trí là $C_{15}^3 = 455$.

Đếm số bộ 3 điểm thẳng hàng:

Trên 5 hàng ngang, mỗi hàng có 3 điểm: $5 \cdot C_3^3 = 5$ bộ.

Trên 3 hàng dọc, mỗi hàng có 5 điểm: $3 \cdot C_5^3 = 30$ bộ.

Bộ 3 điểm thẳng hàng nằm trên đường xiên có mỗi cột đúng 1 điểm, điểm ở cột giữa là trung điểm của hai điểm còn lại.

Nếu điểm giữa ở hàng thứ 3 thì hai điểm còn lại cách nó 1 hoặc 2 hàng, mỗi trường hợp có 2 hướng xiên: 4 bộ.

Nếu điểm giữa ở hàng thứ 2 hoặc hàng thứ 4 thì hai điểm còn lại cách nó 1 hàng, có 2 hướng xiên: $2 \cdot 2 = 4$ bộ.

Nếu điểm giữa ở hàng thứ 1 hoặc hàng thứ 5 thì không có bộ nào.

Số bộ 3 điểm thẳng hàng là $5+30+4+4=43$.

Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu là $455-43=412$.

Đáp án: 412.

---------- HẾT ----------