**PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO**
**CẨM GIÀNG**

**ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**
**NĂM HỌC: 2015 - 2016**
**MÔN: TOÁN LỚP 8**
**Thời gian làm bài: 150 phút**
**Đề gồm 01 trang**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức: $P=\dfrac{a^3-4a^2-a+4}{a^3-7a^2+14a-8}$

b) Tìm đa thức f(x) biết rằng: f(x) chia cho $x+2$ dư 10, f(x) chia cho $x-2$ dư 26, f(x) chia cho $x^2-4$ được thương là $-5x$ và còn dư.

**Câu 2. (2,0 điểm)** Giải phương trình:

a) $\dfrac{x+43}{57}+\dfrac{x+46}{54}=\dfrac{x+49}{51}+\dfrac{x+52}{48}$

b) $(2x+3)(x+2)^2(2x+5)=3$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

a) Chứng minh rằng $Q = n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3 \vdots 9$ với mọi $n \in N^*$

b) Cho a, b, c là 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$A=\frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c}\geq 3$$

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC). Các đường cao AE, BF, CG cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC, qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM, a cắt AB, AC lần lượt tại I và K.

a) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác EFC.

b) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK, b cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D. Chứng minh NC = ND và HI = HK.

c) Chứng minh: $\dfrac{AH}{HE}+\dfrac{BH}{HF}+\dfrac{CH}{HG}>6$

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Cho $a,b,c$ là ba số dương thoả mãn $abc=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^3(b+c)}+\frac{1}{b^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+b)}\geq\frac{3}{2}.$$

----------Hết----------

*Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....*

*Họ và tên Giám thị:..... Chữ ký:.....*

thuvientoanhoc.com

**PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO**
**CẨM GIÀNG**

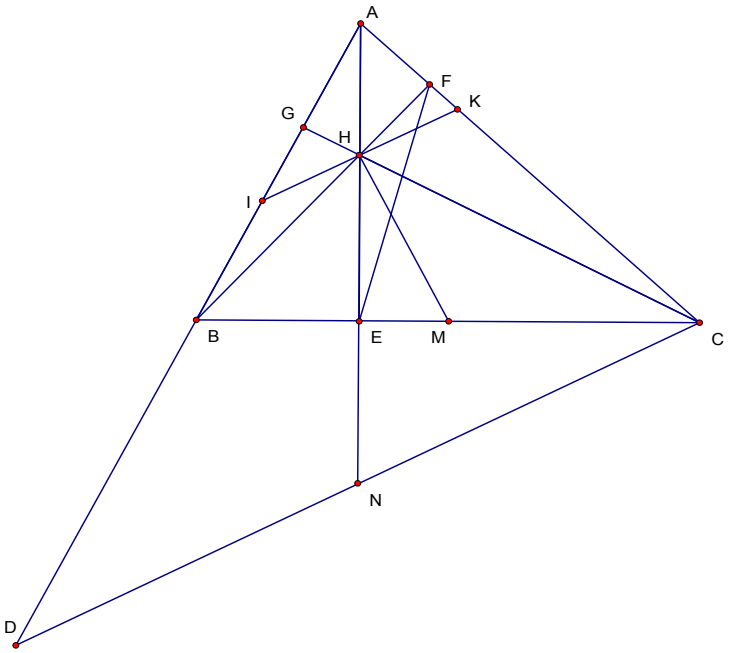
**HƯỚNG DẪN CHẤM**
**ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**
**NĂM HỌC: 2015 - 2016**
**MÔN: TOÁN LỚP 8**
***Hướng dẫn chấm gồm 04 trang***

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| **Câu 1 (2 điểm)** | a) $P=\dfrac{a^3-4a^2-a+4}{a^3-7a^2+14a-8}$<br>$P=\dfrac{a\left(a^2-1\right)-4\left(a^2-1\right)}{\left(a^3-8\right)-7a\left(a-2\right)}$<br>$P=\dfrac{\left(a^2-1\right)\left(a-4\right)}{\left(a-2\right)\left(a^2-5a+4\right)}=\dfrac{(a-1)(a+1)(a-4)}{(a-2)(a-1)(a-4)}$<br>$P=\dfrac{a+1}{a-2}$<br>Vậy $P=\dfrac{a+1}{a-2}$ với a $\neq 1$; a $\neq 2$; a $\neq 4$. | 0,25<br>0,5<br>0,25 |
| | b) Giả sử f(x) chia cho $x^2-4$ được thương là $-5x$ và còn dư là $ax+b$. Khi đó: $f(x)=(x^2-4).(-5x)+ax+b$<br>Theo đề bài, ta có:<br>$\begin{cases}f(2)=26\\f(-2)=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=26\\-2a+b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=18\end{cases}$<br>Do đó: $f(x)=(x^2-4).(-5x)+4x+18$<br>Vậy đa thức f(x) cần tìm là: $f(x)=(x^2-4).(-5x)+4x+18$ | 0,25<br>0,5<br>0,25 |
| **Câu 2 (2 điểm)** | a) $\dfrac{x+43}{57}+\dfrac{x+46}{54}=\dfrac{x+49}{51}+\dfrac{x+52}{48}$<br>$\Leftrightarrow \dfrac{x+43}{57}+1+\dfrac{x+46}{54}+1=\dfrac{x+49}{51}+1+\dfrac{x+52}{48}+1$<br>$\Leftrightarrow \dfrac{x+100}{57}+\dfrac{x+100}{54}-\dfrac{x+100}{51}-\dfrac{x+100}{48}=0$<br>$\Leftrightarrow (x+100)(\dfrac{1}{57}+\dfrac{1}{54}-\dfrac{1}{51}-\dfrac{1}{48})=0$<br>Do $(\dfrac{1}{57}+\dfrac{1}{54}-\dfrac{1}{51}-\dfrac{1}{48})\neq 0$ nên $x+100\Rightarrow x=-100$<br>Vậy tập nghiệm của phương trình là S = $\{-100\}$ | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |

thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| | b) $(2x+3)(x+2)^2(2x+5)=3$<br>$\Leftrightarrow (2x+3)(2x+5)(x+2)^2=3$<br>$\Leftrightarrow (4x^2+16x+15)(x^2+4x+4)=3$ (2)<br>Đặt $y=x^2+4x+4 \Rightarrow 4y=4(x^2+4x+4)=4x^2+16x+16$<br>$\Rightarrow 4x^2+16x+15=4y-1$<br>Khi đó (2) $\Leftrightarrow y(4y-1)-3=0$<br>$\Leftrightarrow 4y^2-y-3=0 \Leftrightarrow (y-1)(4y+3)=0$<br>+/ $y-1=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-1=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=1$<br>$\Leftrightarrow x+2=1$ hoặc $x+2=-1$<br>$\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=-3$<br>+/ $4y+3=0 \Leftrightarrow 4(x+2)^2+3=0$<br>Vì $4(x+2)^2+3 \geq 3$ nên phương trình vô nghiệm.<br>Vậy $S=\{-1;-3\}$ là tập nghiệm của phương trình đã cho. | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |
| **Câu 3 (2 điểm)** | a) $Q=n^3+(n+1)^3+(n+2)^3$<br>$=n^3+(n^3+3n^2+3n+1)+(n^3+6n^2+12n+8)$<br>$=3n^3+9n^2+15n+9=3(n^3+3n^2+5n+3)$<br>Đặt $C=n^3+3n^2+5n+3=n^3+n^2+2n^2+2n+3n+3$<br>$=n^2(n+1)+2n(n+1)+3(n+1)$<br>$=n(n+1)(n+2)+3(n+1)$<br>Ta thấy $n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 3 (vì tích của 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3), mà $3(n+1)$ chia hết cho 3.<br>$\Rightarrow$ C chia hết cho 3<br>$\Rightarrow$ Q = 3C chia hết cho 9. | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |
| | b) Đặt $b+c-a=x>0$; $c+a-b=y>0$; $a+b-c=z>0$<br>Từ đó suy ra $a=\frac{y+z}{2}; b=\frac{x+z}{2}; c=\frac{x+y}{2}$;<br>Thay vào biểu thức A ta được:<br>$A=\frac{y+z}{2x}+\frac{x+z}{2y}+\frac{x+y}{2z}=\frac{1}{2}\left[(\frac{y}{x}+\frac{x}{y})+(\frac{x}{z}+\frac{z}{x})+(\frac{y}{z}+\frac{z}{y})\right]$<br>Suy ra $A\geq\frac{1}{2}(2+2+2)$ hay $A\geq 3$<br>Vậy $A=\frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c}\geq 3$, với a, b, c là ba cạnh của một tam giác. | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |

thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| **Câu 4 (3 điểm)** |  | 0,25 |
| | a) Ta có $\Delta AEC \backsim \Delta BFC$ (g-g) nên suy ra $\frac{CE}{CF}=\frac{CA}{CB}$<br>Xét $\Delta ABC$ và $\Delta EFC$ có $\frac{CE}{CF}=\frac{CA}{CB}$ và góc C chung<br>nên suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta EFC$ ( c-g-c) | 0,25<br>0,25<br>0,25 |
| | b) Vì CN // IK, HM $\perp$ IK nên HM $\perp$ CN<br>$\Rightarrow$ M là trực tâm $\Delta HNC$.<br>$\Rightarrow$ MN $\perp$ CH mà CH $\perp$ AD (H là trực tâm tam giác ABC) nên MN // AD<br>Do M là trung điểm BC $\Rightarrow$ NC = ND<br>$\frac{IH}{DN}=\frac{AH}{AN}$ (vì IH // DN)<br>$\frac{HK}{CN}=\frac{AH}{AN}$ (vì KH // CN)<br>Suy ra: IH = HK | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |
| | c) Ta có: $\frac{AH}{HE}=\frac{S_{AHC}}{S_{CHE}}=\frac{S_{ABH}}{S_{BHE}}=\frac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{CHE}+S_{BHE}}=\frac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{BHC}}$<br>Tương tự ta có $\frac{BH}{HF}=\frac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}}$ và $\frac{CH}{HG}=\frac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$<br>$\frac{AH}{HE}+\frac{BH}{HF}+\frac{CH}{HG}=\frac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{BHC}}+\frac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$<br>$=\frac{S_{AHC}}{S_{BHC}}+\frac{S_{ABH}}{S_{BHC}}+\frac{S_{BHC}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHA}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHC}}{S_{BHA}}+\frac{S_{AHC}}{S_{BHA}}\geq 6$ .<br>Dấu "=" xảy ra khi tam giác ABC đều, mà theo gt thì AB < AC nên không xảy ra dấu bằng. | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |

thuvientoanhoc.com

| | | |
|---|---|---|
| **Câu 5 (1 điểm)** | Trước tiên ta chứng minh BĐT: Với $\forall$ a, b, c $\in$ R và x, y, z > 0 ta có<br>$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} \quad (*)$$<br>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$<br>Thật vậy, với a, b $\in$ R và x, y > 0 ta có<br>$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y} \quad (**)$$<br>$$\Leftrightarrow (a^2y+b^2x)(x+y)\geq xy(a+b)^2$$<br>$$\Leftrightarrow (bx-ay)^2\geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$<br>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}$<br>Áp dụng bất đẳng thức (**) ta có<br>$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$$<br>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ | 0,25 |
| | Ta có: $\frac{1}{a^3(b+c)}+\frac{1}{b^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+b)}=\frac{\frac{1}{a^2}}{ab+ac}+\frac{\frac{1}{b^2}}{bc+ab}+\frac{\frac{1}{c^2}}{ac+bc}$<br>Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có<br>$$\frac{\frac{1}{a^2}}{ab+ac}+\frac{\frac{1}{b^2}}{bc+ab}+\frac{\frac{1}{c^2}}{ac+bc}\geq\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}{2(ab+bc+ac)}=\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}{2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)} \quad (\text{Vì } abc=1)$$<br>Hay $\frac{\frac{1}{a^2}}{ab+ac}+\frac{\frac{1}{b^2}}{bc+ab}+\frac{\frac{1}{c^2}}{ac+bc}\geq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$<br>Mà $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3$ nên $\frac{\frac{1}{a^2}}{ab+ac}+\frac{\frac{1}{b^2}}{bc+ab}+\frac{\frac{1}{c^2}}{ac+bc}\geq\frac{3}{2}$<br>Vậy $\frac{1}{a^3(b+c)}+\frac{1}{b^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+b)}\geq\frac{3}{2}$ (đpcm) | 0,25<br>0,25<br>0,25 |

**** Lưu ý: HS làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa.***

thuvientoanhoc.com