SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2022 - 2023
Khóa ngày 15 tháng 3 năm 2023
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. *(4,0 điểm)*

Cho biểu thức $A=\sqrt{\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-3}:\left(x^2-x+1\right)$ với $x\neq 0$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 2. *(5,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2=x+3\\3xy+y^2=y-3.\end{cases}$

2. Cho a,b,c là các số nguyên đôi một khác nhau. Chứng minh rằng trong ba phương trình sau, có ít nhất một phương trình có nghiệm:

$$x^2-2ax+bc+1=0,\quad x^2-2bx+ca+1=0,\quad x^2-2cx+ab+1=0.$$

Câu 3. *(3,0 điểm)*

1. Cho các số nguyên x,y thỏa mãn $2x^2-y^2=1$. Chứng minh $xy\left(x^2-y^2\right)$ chia hết cho 40.

2. Một giải cầu lông có n $(n\geq 2)$ vận động viên tham gia thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (hai vận động viên bất kỳ thi đấu với nhau đúng một trận, không có kết quả hòa). Chứng minh rằng tổng các bình phương số trận thắng và tổng các bình phương số trận thua của các vận động viên là bằng nhau.

Câu 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O), AD là đường cao $(D\in BC)$. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu của D trên AC và AB.

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Đường tròn đường kính AD cắt (O) tại điểm thứ hai là M (M khác A). Chứng minh MD là phân giác của góc $\widehat{FMC}$.

c) Chứng minh đường thẳng MD, đường trung trực của BC và đường trung trực của EF đồng quy.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Chứng minh

$$\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)\geq\frac{64}{27}.$$

---------- **HẾT** ----------

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay)

thuvientoanhoc.com