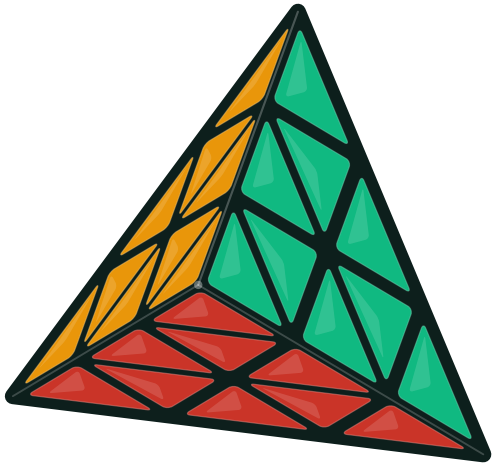
NGÔ ĐỨC TÀI - Zalo: 0889 971 004

Lý thuyết và phân dạng

TOÁN 8

HỌC KÌ II





NĂM HỌC 2026 – 2027

MỤC LỤC

Chương 6. Phân thức đại số 5

Bài 1. Phân thức đại số 6

1.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 6
1.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 6
1.3 Bài tập tự luyện . . . 9
1.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 13

Bài 2. Tính chất cơ bản của phân thức đại số 15

2.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 15
2.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 15
2.3 Bài tập tự luyện . . . 18
2.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 24

Bài 3. Phép cộng và phép trừ phân thức đại số 26

3.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 26
3.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 27
3.3 Bài tập tự luyện . . . 29
3.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 41

Bài 4. Phép nhân và phép chia phân thức đại số 42

4.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 42
4.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 42
4.3 Bài tập tự luyện . . . 44
4.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 54

Bài 5. Ôn tập chương VI 56

5.1 Bài tập tự luyện . . . 56

Chương 7. Phương trình bậc nhất và hàm số bậc nhất 63

Bài 1. Phương trình bậc nhất một ẩn 64

1.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 64
1.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 65
1.3 Bài tập tự luyện . . . 67
1.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 71

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình 73

2.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 73
2.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 73
2.3 Bài tập tự luyện . . . 80
2.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 92

Bài 3. Khái niệm hàm số và đồ thị hàm số 93

3.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 93
3.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 94
3.3 Bài tập tự luyện . . . 96
3.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 103

Bài 4. Hàm số bậc nhất và đồ thị của hàm số bậc nhất 104

4.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 104
4.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 105
4.3 Bài tập tự luyện . . . 106
4.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 113

Bài 5. Hệ số góc của đường thẳng 114

5.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 114
5.2 Các dạng bài tập thường gặp . . . 115
5.3 Bài tập tự luyện . . . 139
5.4 Bài tập trắc nghiệm . . . 142

Bài 6. Ôn tập chương VII 144

6.1 Bài tập tự luyện . . . 144

Chương 8. Mở đầu về tính xác suất của biến cố 149

Bài 1. Kết quả có thể và kết quả thuận lợi 150

1.1 Tóm tắt lý thuyết . . . 150

1.2 Các dạng bài tập thường gặp 150
1.3 Bài tập tự luyện 152
1.4 Bài tập trắc nghiệm 157

Bài 2. Cách tính xác suất của biến cố bằng tỉ số 159

2.1 Tóm tắt lý thuyết 159
2.2 Các dạng bài tập thường gặp 159
2.3 Bài tập tự luyện 161
2.4 Bài tập trắc nghiệm 168

Bài 3. Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm với xác suất và ứng dụng 170

3.1 Tóm tắt lý thuyết 170
3.2 Các dạng bài tập thường gặp 170
3.3 Bài tập tự luyện 173
3.4 Bài tập trắc nghiệm 180

Bài 4. Ôn tập chương VIII 181

4.1 Bài tập tự luyện 181

Chương 9. Tam giác đồng dạng 185

Bài 1. Hai tam giác đồng dạng 186

1.1 Tóm tắt lý thuyết 186
1.2 Các dạng bài tập thường gặp 187
1.3 Bài tập tự luyện 189
1.4 Bài tập trắc nghiệm 191

Bài 2. Ba trường hợp đồng dạng của hai tam giác 194

2.1 Tóm tắt lý thuyết 194
2.2 Các dạng bài tập thường gặp 194
2.3 Bài tập tự luyện 197
2.4 Bài tập trắc nghiệm 202

Bài 3. Định lí Pythagore và ứng dụng 204

3.1 Tóm tắt lý thuyết 204
3.2 Các dạng bài tập thường gặp 204
3.3 Bài tập tự luyện 208

3.4 Bài tập trắc nghiệm 218
Bài 4. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông 221
4.1 Tóm tắt lý thuyết 221
4.2 Các dạng bài tập thường gặp 222
4.3 Bài tập tự luyện 223
4.4 Bài tập trắc nghiệm 237
Bài 5. Ôn tập chương IX 240
5.1 Bài tập tự luyện 240
Chương 10. Một số hình khối trong thực tiễn 244
Bài 1. Hình chóp tam giác đều 245
1.1 Tóm tắt lý thuyết 245
1.2 Các dạng bài tập thường gặp 246
1.3 Bài tập tự luyện 249
1.4 Bài tập trắc nghiệm 256
Bài 2. Hình chóp tứ giác đều 258
2.1 Tóm tắt lý thuyết 258
2.2 Các dạng bài tập thường gặp 259
2.3 Bài tập tự luyện 261
2.4 Bài tập trắc nghiệm 269
Bài 3. Ôn tập chương X 271
3.1 Bài tập tự luyện 271

CHƯƠNG 6

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Mục lục của chương

1. Phân thức đại số 6
2. Tính chất cơ bản của phân thức đại số 15
3. Phép cộng và phép trừ phân thức đại số 26
4. Phép nhân và phép chia phân thức đại số 42
5. Ôn tập chương VI 56

Bài 1

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Phân thức đại số

- Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\dfrac{A}{B}$, trong đó A, B là hai đa thức và B khác đa thức 0.
- A được gọi là tử thức (hoặc tử) và B được gọi là mẫu thức (hoặc mẫu).
- Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1. Đặc biệt, số 0 và số 1 cũng được coi là những phân thức đại số.

2 Hai phân thức bằng nhau

Hai phân thức $\dfrac{A}{B}$ và $\dfrac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $A \cdot D = B \cdot C$. Kí hiệu $\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D}$.

3 Điều kiện xác định và giá trị của phân thức

- Điều kiện của phân thức $\dfrac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0.
- Để tính giá trị của phân thức tại những giá trị cho trước của biến ta thay giá trị cho trước của biến vào phân thức đó rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.
- Ta chỉ cần quan tâm tới điều kiện xác định của biến khi tính giá trị của phân thức.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Nhận biết phân thức đại số

VÍ DỤ 1

a) Trong các biểu thức $\dfrac{x+y}{2}$; $\dfrac{-x}{3^2-y}$; $\dfrac{0}{x^2-y^2}$; -6; $\dfrac{x^2+1}{0}$, biểu thức nào **không** cho ta một phân thức?

b) Viết mẫu thức của các phân thức ở câu a.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho biểu thức $\dfrac{x}{1+\dfrac{1}{x}}$. Đây có là phân thức không? Vì sao?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Kiểm tra hai phân thức bằng nhau

VÍ DỤ 1

Hai phân thức $\dfrac{x(1+x)}{1-x^2}$ và $\dfrac{x}{1-x}$ có bằng nhau hay không?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho $\dfrac{1}{x^2+x+1}=\dfrac{1-x}{1-x^3}$. Khẳng định trên đúng hay sai? Vì sao?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

Dạng 3 Tìm điều kiện xác định và tính giá trị của phân thức đại số

VÍ DỤ 1

Cho phân thức $\dfrac{x-1}{x^2+y}$. Tính giá trị của phân thức tại $x=2, y=3$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho phân thức $\dfrac{4}{x^2-9}$. Tính giá trị của phân thức tại $x=3$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Viết điều kiện xác định của phân thức $\dfrac{x^2-5}{6-x}$ và tính giá trị của phân thức tại $x=2$.

Lời giải.

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Viết tử thức và mẫu thức của phân thức $\dfrac{5x-2}{3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Trong các cặp phân thức sau, cặp phân thức nào có mẫu giống nhau?

a) $\dfrac{-20x}{3y^2}$ và $\dfrac{4x}{5y^2}$.

b) $\dfrac{3x-1}{x^2+1}$ và $\dfrac{3x-1}{x+1}$.

c) $\dfrac{x-1}{3x+6}$ và $\dfrac{x+1}{3(x+2)}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\dfrac{-6}{-4y}=\dfrac{3y}{2y^2}$.

b) $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{x^2+3x}{5x}$.

c) $\dfrac{3x(4x+1)}{16x^2-1}=\dfrac{-3x}{1-4x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Viết điều kiện xác định của phân thức $\dfrac{x^2+x-2}{x^3+2}$. Tính giá trị của phân thức trên lần lượt tại $x=0$, $x=1$, $x=2$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là x km/h.

a) Viết biểu thức biểu thị thời gian ô tô (tính bằng giờ) chạy hết quãng đường 120 km.

b) Tính thời gian ô tô đi được 120 km trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là 60 km/h.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Hãy giải thích vì sao các phân thức sau lại bằng nhau?

a) $\dfrac{5y}{7} = \dfrac{20xy}{28x}$.

b) $\dfrac{x^2y}{5} = \dfrac{3x^3y}{15x}$.

c) $\dfrac{1}{(x-y)^2} = \dfrac{(x-y)}{(x-y)^3}$.

d) $\dfrac{(x+5)}{2x(x+5)} = \dfrac{3}{6x}$.

e) $\dfrac{x^2(x+2)}{x(x+2)^2} = \dfrac{x}{x+2}$.

f) $\dfrac{x\left(x^2-1\right)}{x+1} = x^2 - x$.

g) $\dfrac{x^3+8}{x^2-2x+4} = x+2$.

h) $\dfrac{3-x}{3+x} = \dfrac{x^2-6x+9}{9-x^2}$.

i) $\dfrac{x^2-x-2}{x+1} = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Các phân thức sau có bằng nhau hay không?

a) $\dfrac{x+3}{2x-5}$ và $\dfrac{x^2+3x}{2x^2-5x}$.

b) $\dfrac{(x+1)^2}{x^2+x}$ và $x+1$.

c) $\dfrac{(x-9)^3}{2(9-x)}$ và $\dfrac{(9-x)^2}{2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tìm điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\dfrac{x-2}{x+3}$.

b) $\dfrac{5x}{2x+4}$.

c) $\dfrac{4x}{3x-7}$.

d) $\dfrac{8}{x+2024}$.

e) $\dfrac{x-1}{x^2-1}$.

f) $\dfrac{5}{x^2-3}$.

g) $\dfrac{x^2}{x^2-y^2}$.

h) $\dfrac{3}{x^2-9y^2}$.

i) $\dfrac{x^2-2}{(x-3)^2}$.

j) $\dfrac{x}{(4+x)^3}$.

k) $\dfrac{x^2-2}{4x^2+4x+1}$.

l) $\dfrac{x}{x^2-x+1}$.

m) $\dfrac{3x-2}{2x^2-6x}$.

n) $\dfrac{5}{2x-3x^2}$.

o) $\dfrac{x+y-2}{9x^2-4y^2}$.

p) $\dfrac{(x-2)^2}{4x^2-1}$.

q) $\dfrac{x+y}{(x-2)(x+y)}$.

r) $\dfrac{3-x}{x\,(x^2-1)}$.

s) $\dfrac{x}{(x^2-4)\,(x+1)}$.

t) $\dfrac{x-y}{(x+y)(x+2y)}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Tính giá trị của các phân thức sau:

a) $\dfrac{3x^2-x}{x+1}$ tại $x=-2$.

b) $\dfrac{1}{x^2-4x}$ tại $x=-3$.

c) $\dfrac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}$ tại $x=5$.

d) $\dfrac{x^2-4}{x(x-2)}$ tại $x=0$.

Lời giải. .....

.....

.....

Câu 10. Cho phân thức $A = \dfrac{x^2-4}{4x+8}$.

a) Tìm điều kiện xác định của A.

b) Tính giá trị phân thức A tại $x = 3$.

c) Tìm giá trị của x để phân thức A có giá trị bằng 0.

Lời giải.

Câu 11. Cho phân thức $B = \dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}$.

a) Tìm điều kiện xác định của B.

b) Tìm giá trị của x để phân thức có giá trị bằng 2.

Lời giải.

Câu 12. Cho phân thức $C = \dfrac{x^2+4x+4}{x+2}$.

a) Tìm điều kiện xác định của C.

b) Tính giá trị của phân thức C tại $x = 1$.

c) Tìm giá trị của x để phân thức C nhận giá trị bằng 1.

Lời giải.

Câu 13. Cho phân thức $D = \dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$.

a) Tìm điều kiện xác định của D.

b) Tìm giá trị của x để phân thức D nhận giá trị bằng 0. Tính giá trị của phân thức D tại $x = 0$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm các giá trị của x để các phân thức sau nhận giá trị bằng 0.

a) $A = \dfrac{x^2-4}{x^2+2x}$

b) $B = \dfrac{x^2-4}{x-3}$

c) $C = \dfrac{x^2-2x+1}{2x+1}$

d) $D = \dfrac{3x^2+5x-2}{3x^2-7x+2}$

e) $E = \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x-5}$

f) $G = \dfrac{2x^2+10x+12}{x^3-4x}$

Lời giải.

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Trong các biểu thức sau, đâu không phải là phân thức?

A. $\dfrac{6}{x^2}$. B. $\dfrac{-0}{x-y}$. C. -7. D. $\dfrac{x^2+1}{0}$.

Câu 2. Mẫu thức của phân thức $\dfrac{x^2(1+x)}{(x-y)\cdot y^2}$ là

A. $x^2(1+x)$. B. $(x-y)\cdot y^2$. C. $(1+x)$. D. $(x-y)$.

Câu 3. Để hai phân thức $\dfrac{A}{B}$ và $\dfrac{M}{N}$ bằng nhau thì

A. $A \cdot M = B \cdot N$.
B. $A \cdot B = M \cdot N$.
C. $A \cdot N = M \cdot B$.
D. $A \cdot N = A \cdot M$.

Câu 4. Để tìm điều kiện xác định của một phân thức ta cần làm gì?

A. Cho mẫu thức bằng 0 rồi tìm x.
B. Cho tử thức bằng 0 rồi tìm x.
C. Cho mẫu thức khác 0 rồi tìm x.
D. Cho tử thức khác 0 rồi tìm x.

Câu 5. Một phân thức có điều kiện xác định của biến x là $x \neq 5$. Giá trị của phân thức tại $x = 5$ là

A. 5.
B. 0.
C. Là một giá trị khác 5.
D. Không có giá trị.

Câu 6. Trong các khẳng định sau (các phân thức đều có nghĩa), đâu là khẳng định sai?

A. $\dfrac{x}{y} = \dfrac{x^2}{xy}$.
B. $\dfrac{x^2 - y^2}{x + y} = x - y$.
C. $\dfrac{x - 2}{x^2 - 4} = \dfrac{1}{x + 2}$.
D. $\dfrac{1}{x} = \dfrac{x}{1}$.

Câu 7. Điều kiện xác định của phân thức $\dfrac{x - 5}{x^2 - 4}$ là

A. $x \neq 4$.
B. $x \neq 2$.
C. $x \neq -2$.
D. $x \neq \pm 2$.

Câu 8. Giá trị của phân thức $\dfrac{x^2 - 100}{x^{100} - y}$ tại $x = 10$ là

A. 0.
B. 10000.
C. 10^{100}.
D. Không tính được vì thiếu giá trị của y.

Câu 9. Để giá trị của phân thức $\dfrac{1}{x^2 - 5}$ có giá trị bằng 5 thì giá trị của x là

A. $x = \dfrac{\sqrt{26}}{5}$.
B. $x = \dfrac{26}{\sqrt{5}}$.
C. $x = \sqrt{\dfrac{26}{5}}$.
D. $x = \sqrt{\dfrac{5}{26}}$.

Câu 10. Để phân thức $\dfrac{x + 4}{x^2 - 16}$ nhận giá trị là một số tự nhiên thì giá trị của x là

A. $x \in \{0; 1\}$.
B. $x \in \{2; 4\}$.
C. $x \in \{3; 5\}$.
D. $x \in \{4; 16\}$.

Bài 2

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Tính chất cơ bản của phân thức

- Nếu nhân của tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì ta được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.
  Cụ thể: $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B\cdot M}$ với $M\neq 0$.
- Nếu tử và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho.
  Cụ thể: $\dfrac{A:N}{B:N}=\dfrac{A}{B}$ (N là một nhân tử chung).
- Nếu đổi dấu cả từ và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho: $\dfrac{A}{B}=\dfrac{-A}{-B}$ hoặc $\dfrac{A}{-B}=\dfrac{-A}{B}$.

2 Vận dụng

Muốn rút gọn một phân thức đại số ta làm như sau:
- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.
- Chia cả từ và mẫu cho nhân tử chung đó.

Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức là làm cho các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.
- Phân tích các mẫu thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung.
- Tìm nhân tử phụ bằng cách chia mẫu thức chung cho các mẫu.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Áp dụng tính chất cơ bản của phân thức đại số

VÍ DỤ 1

Cho phân thức $\dfrac{x}{x-y}$. Nhân cả tử và mẫu của phân thức với $2x$ ta được phân thức mới nào? Phân thức mới này có bằng với phân thức $\dfrac{x}{x-y}$ hay không?

Lời giải. .....

VÍ DỤ 2

Với phân thức $\dfrac{2x^2(x+1)}{3y(x+1)}$ thì tử và mẫu đều có chung nhân tử là $x+1$.

Viết kết quả của biểu thức $\dfrac{2x^2(x+1)\colon(x+1)}{3y(x+1)\colon(x+1)}$. So sánh phân thức nhận được với phân thức ban đầu.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 3

Dùng tính chất cơ bản của phân thức, giải thích vì sao $\dfrac{2x+2}{x^2-1}=\dfrac{2}{x-1}$.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 4

Giải thích vì sao $\dfrac{3}{1-x^2}=\dfrac{-3}{x^2-1}$.

Lời giải. .....

Dạng 2 Rút gọn phân thức đại số và quy đồng mẫu thức nhiều phân thức

VÍ DỤ 1

Rút gọn phân thức $\dfrac{x^2-xy}{3\left(xy^2-y^3\right)}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Quy đồng mẫu hai phân thức sau: $\dfrac{1}{2x^2+2x}$ và $\dfrac{1}{3x^2-6x}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Quy đồng mẫu thức hai phân thức sau: $\dfrac{1}{3x^2-3}$ và $\dfrac{1}{x^3-1}$.

Lời giải.

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, giải thích vì sao các kết luận sau là đúng?

a) $\dfrac{(x-2)^3}{x^2-2x}=\dfrac{(x-2)^2}{x}$.

b) $\dfrac{1-x}{-5x+1}=\dfrac{x-1}{5x-1}$.

Lời giải.

Câu 2. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\dfrac{5x+10}{25x^2+50}$.

b) $\dfrac{45x(3-x)}{15x(x-3)^2}$.

c) $\dfrac{(x^2-1)^2}{(x+1)(x^3+1)}$.

Lời giải.

Câu 3. Cho phân thức $P=\dfrac{x+1}{x^2-1}$.

a) Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu Q là phân thức nhận được.

b) Tính giá trị của P và Q tại $x=11$. So sánh hai kết quả đó.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4. Tìm a sao cho hai phân thức sau bằng nhau $\dfrac{5x}{x+1}$ và $\dfrac{ax(x-1)}{(1-x)(x+1)}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\dfrac{1}{x^3-8}$ và $\dfrac{3}{4-2x}$.

b) $\dfrac{x}{x^2-1}$ và $\dfrac{1}{x^2+2x+1}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\dfrac{1}{x+2}$; $\dfrac{x+1}{x^2-4x+4}$ và $\dfrac{5}{2-x}$.

b) $\dfrac{1}{3x+3y}$; $\dfrac{2x}{x^2-y^2}$ và $\dfrac{x^2-xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7. Cho hai phân thức $\dfrac{9x^2+3x+1}{27x^3-1}$ và $\dfrac{x^2-4x}{16-x^2}$.

a) Rút gọn hai phân thức đã cho.

b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu a.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau:

1) $\dfrac{3xy}{9y}$.
2) $\dfrac{6x^2y^2}{8xy^5}$.
3) $\dfrac{12x^3y^2}{18xy^5}$.
4) $\dfrac{15x^2y^3}{9x^3y^3}$.
5) $\dfrac{x(x+2)}{x^2(2+x)}$.
6) $\dfrac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}$.
7) $\dfrac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3}$.
8) $\dfrac{xy(3x-1)^3}{x^3(1-3x)}$.
9) $\dfrac{4x(3x-1)^3}{8x^3(1-3x)}$.
10) $\dfrac{7x^5y(x-y)^2}{14xy^3(x-y)}$.
11) $\dfrac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$.
12) $\dfrac{8x^3y^4(x-y)^2}{12x^2y^5(y-x)}$.
13) $\dfrac{x-x^2}{x^2-1}$.
14) $\dfrac{x^2-3x}{9-x^2}$.
15) $\dfrac{x^2-3x}{x^3-9x}$.
16) $\dfrac{x^2-9}{3x-x^2}$.
17) $\dfrac{x^2-xy}{y^2-x^2}$.
18) $\dfrac{2x-4y}{x^2-4y^2}$.
19) $\dfrac{3xy+3}{9y+3}$.
20) $\dfrac{2x^2+2x}{x+1}$.
21) $\dfrac{3xy+3x}{9y+9}$.
22) $\dfrac{x^2-xy}{5y^2-5xy}$.
23) $\dfrac{10xy-5x^2}{2x^2-8y^2}$.
24) $\dfrac{x^2-xy}{3x^2-3xy}$.
25) $\dfrac{3(x-3)}{x^3-9x}$.
26) $\dfrac{3x^2y-3x^2}{2x(y-1)}$.
27) $\dfrac{5x^2-10xy}{2(2y-x)^3}$.
28) $\dfrac{36(x-2)^3}{32-16x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau:

a) $\dfrac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2}$.
b) $\dfrac{x^2-6x+9}{4x^2-12x}$.
c) $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$.

d) $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-8x+15}$.
e) $\dfrac{3x^2+5x-2}{x^2-3x-10}$.
f) $\dfrac{x^2-8x+12}{x^2-2x-24}$.
g) $\dfrac{x^2+7x+12}{4x^2+12x}$.
h) $\dfrac{7x^2+14x+7}{3x^2+3x}$.
i) $\dfrac{2x^2-3x-20}{x^2-16}$.
j) $\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-1}$.
k) $\dfrac{x^3-x^2-x+1}{1-x^3}$.
l) $\dfrac{x^3-x^2-x+1}{1+x^3}$.
m) $\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4}$.
n) $\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{4x^3+4x^2}$.
o) $\dfrac{7x^2-7x^3}{x^3-3x^2+3x-1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Tìm đa thức A để:

a) $\dfrac{3x^2y}{9xy^2}=\dfrac{A}{3y}$.
b) $\dfrac{x-x^2}{5x^2-x}=\dfrac{x}{A}$.
c) $\dfrac{A}{2x-1}=\dfrac{6x^2+3x}{4x^2-1}$.
d) $\dfrac{A}{2x+1}=\dfrac{6x^2-3x}{4x^2-1}$.
e) $\dfrac{5(y-x)^2}{5x^2-5xy}=\dfrac{x-y}{A}$.
f) $\dfrac{x^2+8}{2x-1}=\dfrac{3x^3+24x}{A}$.
g) $\dfrac{3(x+y)}{2}=\dfrac{5x^2-5y^2}{A}$.
h) $\dfrac{x^3+x^2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{A}{x-1}$.
i) $\dfrac{5x^2-13x+6}{A}=\dfrac{5x-3}{2x+5}$.
j) $\dfrac{x^2-2x}{2x^2-3x-2}=\dfrac{x^2+2x}{A}$.
k) $\dfrac{x^2-2x-8}{2x^2-8}=\dfrac{x-4}{A}$.
l) $\dfrac{A}{7x^2+9x+2}=\dfrac{4x-3}{7x+2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\dfrac{11}{x^4y}$ và $\dfrac{3}{xy^3}$.
b) $\dfrac{2}{3x^3y^2}$ và $\dfrac{3}{4x^7y}$.
c) $\dfrac{25}{14x^2y}$ và $\dfrac{14}{21xy^5}$.
d) $\dfrac{5}{x^5y^3}$ và $\dfrac{7}{12x^3y^4}$.
e) $\dfrac{5}{6xy^2}$ và $\dfrac{4}{9x^3y}$.
f) $\dfrac{4}{15x^3y^5}$ và $\dfrac{11}{12x^4y^2}$.
g) $\dfrac{3x}{2x+4}$ và $\dfrac{x+3}{x^2-4}$.
h) $\dfrac{5}{2x+6}$ và $\dfrac{3}{x^2-9}$.
i) $\dfrac{1}{x+2}$ và $\dfrac{8}{2x-x^2}$.

j) $\dfrac{3}{x^2-5x}$ và $\dfrac{5}{2x-10}$.
l) $\dfrac{2x}{(x+2)^3}$ và $\dfrac{x-2}{2x(x+2)^2}$.
m) $\dfrac{4x-4}{2x(x+3)}$ và $\dfrac{x-3}{3x(x+1)}$.
k) $\dfrac{7x-1}{2x^2+6x}$ và $\dfrac{5-3x}{x^2-9}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\dfrac{x+5}{x^2+4x+4}$ và $\dfrac{x}{3x+6}$.
b) $\dfrac{x+1}{x-x^2}$ và $\dfrac{x+2}{2-4x+2x^2}$.
c) $\dfrac{2x}{x^2-8x+16}$ và $\dfrac{x}{3x^2-12x}$.
d) $\dfrac{1}{4x^2-8x+4}$ và $\dfrac{5}{6x^2-6x}$.
e) $\dfrac{4x^2-2x+5}{x^3-1}$ và $\dfrac{1-2x}{x^2+x+1}$.
f) $\dfrac{1}{2x+2y}$ và $\dfrac{y}{x^2+2xy+y^2}$.
g) $\dfrac{x}{x^2-2xy+y^2}$ và $\dfrac{x+y}{y^2-xy}$.
h) $\dfrac{1}{x^2-x+1}$ và $\dfrac{x}{x^3+1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\dfrac{x}{x+1}$; $\dfrac{x^2}{1-x}$ và $\dfrac{1}{x^2-1}$.
b) $\dfrac{10}{x+2}$; $\dfrac{5}{2x-4}$ và $\dfrac{1}{6-3x}$.
c) $\dfrac{x-1}{2x+2}$; $\dfrac{x+1}{2x-2}$ và $\dfrac{1}{1-x^2}$.
d) $\dfrac{x}{2x-4}$; $\dfrac{1}{2x+4}$ và $\dfrac{3}{4-x^2}$.
e) $\dfrac{7}{x+2y}$; $\dfrac{4}{x-2y}$ và $\dfrac{x-y}{8y^2-2x^2}$.
f) $\dfrac{1}{3x+3y}$; $\dfrac{1}{2y+2x}$ và $\dfrac{1}{x^2+2xy+y^2}$.
g) $\dfrac{2}{x+3}$; $\dfrac{5}{3x^3-12x}$ và $\dfrac{3}{(2x+4)(x+3)}$.
h) $\dfrac{3x+6}{x^2-4}$; $\dfrac{5x}{x^2-2x}$ và $\dfrac{1-x}{x^2-3x+2}$.
i) $\dfrac{4x^2-3x+5}{x^3-1}$; $\dfrac{6}{x-1}$ và $\dfrac{2x}{x^2+x+1}$.
j) $\dfrac{1}{x^3+1}$; $\dfrac{3}{2x+2}$ và $\dfrac{2}{x^2-x+1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Chứng minh các phân thức sau bằng nhau:

a) $\dfrac{9x^2-1}{12x^2+4x}$ và $\dfrac{9x^2-6x+1}{12x^2-4x}$.

b) $\dfrac{5x^2+5x}{x^2+2x+1}$ và $\dfrac{5x^3-5x^2+5x}{x^3+1}$.

c) $\dfrac{2x^2-7x+6}{x^2-4}$ và $\dfrac{2x^2+x-6}{x^2+4x+4}$.

d) $\dfrac{3x^3-12x^2-15x}{6x^3+9x^2+3x}$ và $\dfrac{4x^2-12x-40}{8x^2+20x+8}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Rút gọn rồi tính giá trị của:

a) $A=\dfrac{x^4-2x^3}{2x^2-x^3}$ tại $x=\dfrac{1}{5}$.

b) $B=\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-6x+8}$ tại $x=\dfrac{1}{5}$.

c) $C=\dfrac{2y-2x}{x^2-2xy+y^2}$ tại $x-y=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\dfrac{y^2-x^2}{x^2-3xy+2y^2}$.

b) $\dfrac{x^2y+2xy^2+y^3}{2x^2+xy-y^2}$.

c) $\dfrac{x^2+y^2-1+2xy}{x^2-y^2+1+2x}$.

d) $\dfrac{x^2+y^2-4+2xy}{x^2-y^2+4+4x}$.

e) $\dfrac{5x^2+10xy+5y^2}{3y^2-3x^2}$.

f) $\dfrac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$.

g) $\dfrac{x^2+3xy+2y^2}{x^3+2x^2y-xy^2-2y^3}$.

h) $\dfrac{y^2-x^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Trong các câu sau, đâu là tính chất cơ bản của phân số?

A. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B\cdot N}(N\neq 0)$.

B. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A+M}{B+M}$.

C. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A-M}{B-M}$.

D. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B\cdot M}(M\neq 0)$.

Câu 2. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Đổi dấu tử của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho.
B. Đổi dấu mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho.
C. Đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho.
D. Cả ba ý trên đều đúng.

Câu 3. Chọn câu đúng thể hiện cách rút gọn của một phân thức.

A. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B\cdot M}(M\neq 0)$.

B. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A:M}{B:M}(M$ là nhân tử chung của $A,B)$.

C. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B:M}(M\neq 0)$.

D. $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\cdot M}{B\cdot M}(M$ là nhân tử chung của $A,B)$.

Câu 4. Nhân tử chung của tử và mẫu của phân thức $\dfrac{x(x-1)}{(x-1)^3}$ là

A. $x(x-1)$.

B. $(x-1)^3$.

C. $(x-1)$.

D. x.

Câu 5. Mẫu thức chung của hai phân thức $\dfrac{1}{x-y}$ và $\dfrac{1}{x+y}$ là

A. $(x-y)$.
B. $(x+y)$.
C. $(x-y)(x+y)$.
D. $\dfrac{x-y}{x+y}$.

Câu 6. Để đổi dấu mẫu phân thức $\dfrac{x-1}{-5}$ về phân thức có mẫu dương ta được phân thức

A. $\dfrac{x-1}{5}$.
B. $\dfrac{1-x}{5}$.
C. $\dfrac{1-x}{-5}$.
D. $-\dfrac{x-1}{-5}$.

Câu 7. Quy đồng mẫu hai phân thức $\dfrac{1}{x}$ và $\dfrac{3}{x-y}$ ta được hai phân thức lần lượt là

A. $\dfrac{x-y}{x}$ và $\dfrac{3}{x-y}$.
B. $\dfrac{x-y}{x(x-y)}$ và $\dfrac{3x}{x(x-y)}$.
C. $\dfrac{x-y}{x(x-y)}$ và $\dfrac{3}{x(x-y)}$.
D. $\dfrac{1}{x(x-y)}$ và $\dfrac{3}{x(x-y)}$.

Câu 8. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể quy đồng mẫu hai phân thức đó.
B. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể rút gọn hai phân thức đó.
C. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể dùng tích chéo.
D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 9. Rút gọn phân thức $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$ ta được phân thức nào?

A. $a+b+c$.
B. $a+b-c$.
C. $(a+b+c)^2$.
D. $(a+b-c)^2$.

Bài 3

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Cộng hai phân thức cùng mẫu

- Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức. Cụ thể $\dfrac{A}{M}+\dfrac{B}{M}=\dfrac{A+B}{M}$
- Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là tổng của hai phân thức đó, thường sẽ được viết dưới dạng rút gọn.

2 Cộng hai phân thức khác mẫu

Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu vừa tìm được.

3 Trừ hai phân thức

- Muốn trừ hai phân thức có cùng mẫu ta trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức.
- Muốn trừ hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.
- Cũng như phép trừ phân số, ta có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng phân thức như sau $\dfrac{A}{B}-\dfrac{C}{D}=\dfrac{A}{B}+\dfrac{-C}{D}$

4 Cộng, trừ nhiều phân thức đại số

- Vì trừ một phân thức cũng là cộng với phân thức đối của phân thức đó nên biểu thức gồm các phép tính cộng, trừ phân thức cũng có thể xem là chỉ gồm các phép cộng phân thức. Cụ thể $\dfrac{A}{B}-\dfrac{C}{D}+\dfrac{M}{N}=\dfrac{A}{B}+\dfrac{-C}{D}+\dfrac{M}{N}$
- Trong các biểu thức ta có thể đổi chỗ các số hạng kèm theo dấu của nó.
- Khi rút gọn một biểu thức có dấu ngoặc, ta có thể bỏ các dấu ngoặc bằng cách sử dụng quy tắc dấu ngoặc.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Cộng hai phân thức cùng mẫu

VÍ DỤ 1

Tính phép cộng sau $\dfrac{2x+y}{x-y}+\dfrac{-x+3y}{x-y}$

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cộng các phân thức sau:

a) $\dfrac{x^2}{3x+6}+\dfrac{4x+4}{3x+6}$

b) $\dfrac{3x+1}{7xy}-\dfrac{2x+1}{7xy}$

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Cộng hai phân thức khác mẫu

VÍ DỤ 1

Thực hiện các bước sau để làm phép cộng: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{-2}{y}$.

- *Bước 1.* Quy đồng mẫu thức hai phân thức trên.
- *Bước 2.* Cộng hai phân thức trên bằng cách cộng hai phân thức mới quy đồng.

Lời giải. .....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

VÍ DỤ 2

Tính tổng $\dfrac{x+1}{2x-2}+\dfrac{-2x}{x^2-1}$

Lời giải. . . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Dạng 3 Trừ hai phân thức

VÍ DỤ 1

Tính $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Lời giải. . . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

VÍ DỤ 2

Tính $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x}$.

Lời giải. . . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Dạng 4 Cộng trừ nhiều phân thức đại số

VÍ DỤ 1

Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{3}{2x+1}+\left[\dfrac{5}{4x-1}-\left(\dfrac{5}{4x-1}+\dfrac{3}{2x+1}\right)\right]$

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Rút gọn biểu thức $Q=\dfrac{4}{x-5}-\left[\dfrac{7}{2x+3}-\left(\dfrac{7}{2x+3}-\dfrac{4}{x-5}\right)\right]$.

Lời giải.

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Thực hiện phép tính:

a) $\dfrac{x^2-3x+1}{2x^2}+\dfrac{5x-1-x^2}{2x^2}$;

b) $\dfrac{y}{x-y}+\dfrac{x}{x+y}$;

c) $\dfrac{x}{2x-6}+\dfrac{9}{2x(3-x)}$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2. Thực hiện phép tính:

a) $\dfrac{5-3x}{x+1}-\dfrac{-2+5x}{x+1}$; b) $\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{y}{x+y}$; c) $\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2+3x}{x^3+1}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3. Thực hiện phép tính:

a) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{3}{x+2}$;

b) $\dfrac{2x-1}{x}+\dfrac{1-x}{2x+1}+\dfrac{3}{x^2-9}+\dfrac{1-2x}{x}+\dfrac{x-1}{2x+1}-\dfrac{3}{x+3}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4. Thực hiện phép tính:

a) $\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4}+\dfrac{x}{2-x}+\dfrac{4-x}{5x-10}$;

b) $\dfrac{x}{x^2+1}-\left(\dfrac{3}{x+6}+\dfrac{2-x}{x+4}\right)+\left[\dfrac{3}{x+6}-\left(\dfrac{1}{x^2+1}-\dfrac{x-2}{x+4}\right)\right]$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5. Thực hiện phép tính:

a) $\dfrac{x-y}{xy}+\dfrac{y-z}{yz}+\dfrac{z-x}{zx}$;

b) $\dfrac{x}{(x-y)^2}+\dfrac{y}{y^2-x^2}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Một tàu du lịch chạy xuôi dòng 15 km, sau đó quay ngược lại để trở về điểm xuất phát và kết thúc chuyến du lịch. Biết rằng vận tốc của tàu khi nước yên lặng là 10 km/h và vận tốc của dòng nước là x km/h.

a) Hãy viết các phân thức biểu thị theo x thời gian xuôi dòng, thời gian ngược dòng và tổng thời gian tàu chạy.

b) Tính tổng thời gian tàu chạy khi vận tốc dòng nước là 2 km/h.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7. Cho biểu thức $P=\dfrac{x^2-6x+9}{9-x^2}+\dfrac{4x+8}{x+3}$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P tại $x=7$.

c) Chứng tỏ $P=3+\dfrac{2}{x+3}$. Từ đó tìm tất cả giá trị nguyên của x sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8. Thực hiện phép tính (*cùng mẫu*):

a) $\dfrac{2x}{5}+\dfrac{2}{5}$;

b) $\dfrac{2x+5}{3}+\dfrac{x-2}{3}$;

c) $\dfrac{3x-5}{7}+\dfrac{4x+5}{7}$;

d) $\dfrac{x^2+4}{x}-\dfrac{3x+4}{x}$;

e) $\dfrac{5x+y^2}{x^2y}-\dfrac{5y-x^2}{x^2y}$;

f) $\dfrac{4xy-5}{2xy}-\dfrac{6y^2-5}{2xy}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Thực hiện phép tính (*đổi dấu*):

a) $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{1}{1-x}$;

b) $\dfrac{11x}{2x-3}-\dfrac{x-18}{3-2x}$;

c) $\dfrac{4x+5}{2x-1}+\dfrac{5-9x}{1-2x}$;

d) $\dfrac{2x-7}{10x-4}-\dfrac{3x+5}{4-10x}$;

e) $\dfrac{xy}{x^2-y^2}-\dfrac{x^2}{y^2-x^2}$;

f) $\dfrac{4x+13}{5x(x-7)}-\dfrac{x-48}{5x(7-x)}$;

g) $\dfrac{x+2}{x-1}-\dfrac{x-9}{1-x}-\dfrac{x-9}{1-x}$;

h) $\dfrac{2x^2-x}{x-1}+\dfrac{x+1}{1-x}+\dfrac{2-x^2}{x-1}$;

i) $\dfrac{4-x^2}{x-3}+\dfrac{2x-x^2}{3-x}+\dfrac{5-4x}{x-3}$;

j) $\dfrac{x+1}{x-5}+\dfrac{x-18}{5-x}+\dfrac{x+2}{x-5}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Thực hiện phép tính (*quy đồng*):

a) $\dfrac{1}{y(x-y)}-\dfrac{1}{x(x-y)}$;

b) $\dfrac{x+6}{2x+6}+\dfrac{2x+3}{x(x+3)}$;

c) $\dfrac{x}{5x+5}-\dfrac{x}{10x-10}$;

d) $\dfrac{1}{xy-x^2}-\dfrac{1}{y^2-xy}$;

e) $\dfrac{1}{y^2-xy}+\dfrac{1}{x^2-xy}$;

f) $\dfrac{x}{y^2-xy}-\dfrac{y}{xy-x^2}$;

g) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+1}{x^2-x}$;

h) $\dfrac{x+9}{x^2-9}-\dfrac{3}{x^2+3x}$;

i) $\dfrac{x-12}{6x-36}+\dfrac{6}{x^2-6x}$;

j) $\dfrac{3x+5}{x^2-5x}+\dfrac{25-x}{25-5x}$;

k) $\dfrac{3}{2x+6}-\dfrac{x-6}{2x^2+6x}$;

l) $\dfrac{y}{2x^2-xy}+\dfrac{4x}{y^2-2xy}$;

m) $\dfrac{1}{x-5x^2}-\dfrac{25x-15}{25x^2-1}$;

n) $\dfrac{x+1}{2x-2}+\dfrac{x^2+3}{2-2x^2}$;

o) $\dfrac{7}{x}-\dfrac{x}{x+6}+\dfrac{36}{x^2+6x}$;

p) $\dfrac{3}{2x}+\dfrac{3x-3}{2x-1}+\dfrac{2x^2+1}{4x^2-2x}$;

q) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+5}+\dfrac{x-5}{x^2+5x}$;

r) $\dfrac{x}{x^2-5x+6}-\dfrac{2}{2-x}+\dfrac{x}{x-3}$;

s) $\dfrac{x-4}{x^2-2x}+\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x}$;

t) $\dfrac{1-3x}{2x}+\dfrac{3x-2}{2x-1}+\dfrac{3x-2}{2x-4x^2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Thực hiện phép tính (*quy đồng*):

a) $\dfrac{2}{x+3}+\dfrac{x}{3-x}-\dfrac{x-x^2}{x^2-9}$;

b) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{4x-4}{x^2-4}$;

c) $\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{18-5x}{x^2-4}$;

d) $\dfrac{x+1}{x+3}-\dfrac{x-1}{3-x}+\dfrac{2x-2x^2}{x^2-9}$;

e) $\dfrac{4}{x+2}+\dfrac{3}{2-x}+\dfrac{12}{x^2-4}$;

f) $\dfrac{4}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{5x-6}{4-x^2}$;

g) $\dfrac{x^2}{x^2-4}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{2}{2-x}$;

h) $\dfrac{a^2}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{2a}{a^2-1}$;

i) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{x}{x^2-4}$;

j) $\dfrac{x+1}{x-3}-\dfrac{1-x}{x+3}-\dfrac{2x(1-x)}{9-x^2}$;

k) $\dfrac{1}{x-y}+\dfrac{2}{x+y}+\dfrac{3x}{y^2-x^2}$;

l) $\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{y}{x-y}+\dfrac{2xy}{y^2-x^2}$.

Lời giải. .....

Câu 12. Thực hiện phép tính (*quy đồng*):

a) $\dfrac{1}{3x-2}-\dfrac{1}{3x+2}-\dfrac{3x-6}{4-9x^2}$;

b) $\dfrac{x}{x-2y}+\dfrac{x}{x+2y}+\dfrac{4xy}{4y^2-x^2}$;

c) $\dfrac{2}{2x+3}+\dfrac{5}{2x-3}-\dfrac{2x-33}{9-4x^2}$;

d) $\dfrac{6x}{x^2-9}+\dfrac{5x}{x-3}+\dfrac{x}{x+3}$;

e) $\dfrac{x-1}{x+2}+\dfrac{4x-4}{x^2-4}-\dfrac{x+1}{2-x}$;

f) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x^2-4x-1}{x^2-1}$;

g) $\dfrac{1}{2x-3}-\dfrac{1}{2x+3}-\dfrac{10x+9}{9-4x^2}$;

h) $\dfrac{2x+1}{2x^2-x}+\dfrac{32x^2}{1-4x^2}+\dfrac{1-2x}{2x^2+x}$;

i) $\dfrac{1}{3x-2}-\dfrac{4}{3x+2}-\dfrac{3x-6}{4-9x^2}$;

j) $\dfrac{1}{2x-2y}-\dfrac{1}{2x+2y}+\dfrac{y}{y^2-x^2}$;

k) $\dfrac{x}{2x-2}+\dfrac{3x}{2x+2}-\dfrac{2x^2}{x^2-1}$;

l) $\dfrac{2x+1}{4x-2}+\dfrac{1-2x}{4x+2}-\dfrac{2}{1-4x^2}$;

m) $\dfrac{1}{6x-4y}-\dfrac{1}{6x+4y}-\dfrac{3x}{4y^2-9x^2}$;

n) $\dfrac{2x}{x^2+2xy}+\dfrac{y}{xy-2y^2}+\dfrac{4}{x^2-4y^2}$.

Lời giải.

Câu 13. Thực hiện phép tính (*quy đồng*):

a) $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x^3+1}+\dfrac{1}{x^2-x+1}$;

b) $\dfrac{x^2+2}{x^3-1}+\dfrac{2}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{1-x}$;

c) $\dfrac{x^3+2x}{x^3+1}+\dfrac{2x}{x^2-x+1}+\dfrac{1}{x+1}$;

d) $\dfrac{3(x+1)^2}{x^3-1}-\dfrac{1-x}{x^2+x+1}+\dfrac{3}{1-x}$;

e) $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{3xy}{x^3-y^3}+\dfrac{x-y}{x^2+xy+y^2}$;

f) $\dfrac{1}{x-y}+\dfrac{3xy}{y^3-x^3}+\dfrac{x-y}{x^2+xy+y^2}$;

g) $\dfrac{4x^2-3x+17}{x^3-1}+\dfrac{2x-1}{x^2+x+1}+\dfrac{6}{1-x}$;

h) $\dfrac{3x^2+5x+1}{x^3-1}-\dfrac{1-x}{x^2+x+1}-\dfrac{3}{x-1}$;

i) $\dfrac{-x^2-2}{x^3-1}+\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x-1}$;

j) $\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{2x}{1-x^3}$.

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Thực hiện phép tính (*quy đồng*):

a) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{3}{x^2-4}+\dfrac{x-14}{(x^2+4x+4)(x-2)}$;

b) $\dfrac{18}{(x-3)(x^2-9)}-\dfrac{3}{x^2-6x+9}-\dfrac{x}{x^2-9}$;

c) $\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{2x}{x^3+4x^2+4x}+\dfrac{1}{x^2+5x+6}$;

d) $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{(x+3)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(4x+7)}$.

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Thực hiện phép tính:

a) $A=\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$;

b) $A=\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$;

c) $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{2}{(x-2)(x-3)}-\dfrac{3}{(x-3)(x-1)}$;

d) $A=\dfrac{1}{a^2+a}+\dfrac{1}{a^2+3a+2}+\cdots+\dfrac{1}{a^2+19a+90}$;

e) $A=\dfrac{4\cdot(x+3)^2}{(3x+5)^2-4x^2}-\dfrac{x^2-25}{9x^2-(2x+5)^2}-\dfrac{(2x+3)^2-x^2}{(4x+15)^2-x^2}$;

f) $A=\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$;

g) $A=\dfrac{1}{(x-y)(y-z)}+\dfrac{1}{(y-z)(z-x)}+\dfrac{1}{(z-x)(x-y)}$;

h) $A=\dfrac{4}{(y-x)(z-x)}+\dfrac{3}{(y-x)(y-z)}+\dfrac{3}{(y-z)(x-z)}$;

i) $A=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{2a}{a^2+b^2}+\dfrac{4a^3}{a^4+b^4}+\dfrac{8a^7}{a^8+b^8}$;

j) $A=\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}+\dfrac{8}{1+x^8}+\dfrac{16}{1+x^{16}}+\dfrac{32}{1+x^{32}}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho biểu thức $A=\dfrac{x+15}{x^2-9}+\dfrac{2}{x+3}$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để A có giá trị bằng $-\dfrac{1}{2}$.

c) Tìm số tự nhiên x để A đạt giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Cho biểu thức $A=\dfrac{x}{x+2}+\dfrac{x+1}{x}$.

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để $A=2$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho biểu thức $A=\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{3-11x}{9-x^2}$.

a) Rút gọn biểu thức A với $x \neq \pm 3$.

b) Tính giá trị của A khi $x = 5$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho biểu thức $A = \dfrac{x-2}{x+2} + \dfrac{x}{2-x} + \dfrac{8}{x^2-4}$.

a) Rút gọn biểu thức A với $x \neq \pm 2$.

b) Tìm x để A luôn có giá trị âm.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho biểu thức $A = \dfrac{2+x}{2-x} - \dfrac{4x^2}{x^2-4} - \dfrac{2-x}{2+x}$.

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A.

b) Tìm x để $A = -3$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho biểu thức $A = \dfrac{3+x}{3-x} - \dfrac{4x^2}{x^2-9} - \dfrac{3-x}{3+x}$.

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A.

b) Tìm x để $A = -3$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Cho biểu thức $A = \dfrac{x}{x-2} + \dfrac{2-x}{x+2} + \dfrac{12-10x}{x^2-4}$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Cho biểu thức $A = \dfrac{2x}{x+3} + \dfrac{2}{x-3} + \dfrac{x^2-x+6}{9-x^2}$.

a) Rút gọn A với $x \neq \pm 3$.

b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Cho $A = \dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{x}{x-2} - \dfrac{9x+2}{4-x^2}$ $(x \neq \pm 2)$.

a) Chứng minh rằng $A = \dfrac{3}{x-2}$.

b) Tính giá trị của A khi $3x(2x+1) - 6(2x+1) = 0$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Cho $P = \dfrac{5x-2}{x^2-4} - \dfrac{3}{x+2} + \dfrac{x}{x-2}$ $(x \neq \pm 2)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với x thỏa mãn $|x+3| = 5$.

c) Tìm các số nguyên x để giá trị của P là số nguyên.

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho phân thức $A = \dfrac{x^2-3x-4}{x^2-1}$ với $x \neq \pm 1$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm số nguyên x để A là một số nguyên.

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Cho $A = \dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{x-1}{x+2} + \dfrac{x^2+4x}{4-x^2}$ với $x \neq \pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x = 4$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên dương.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Cho $M = \dfrac{x+3}{x-2} + \dfrac{x-3}{x+2} - \dfrac{2x^2+3x+6}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi $x = 3$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Cho biểu thức $B = \dfrac{x}{x+3} + \dfrac{2x}{x-3} - \dfrac{9-3x^2}{9-x^2}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B.

b) Tìm x để $B > 0$, $B < 0$.

c) Tính giá trị của B khi x thỏa mãn $|2x+1| = 5$.

d) Tìm x nguyên để B nhận giá trị nguyên.

e) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = B \cdot \dfrac{x-3}{x^2-2x+3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Công thức nào sau đây thể hiện phép cộng hai phân thức cùng mẫu.

A. $\dfrac{A}{M}+\dfrac{B}{M}=\dfrac{A+B}{2M}$.
B. $\dfrac{A}{M}+\dfrac{B}{M}=\dfrac{A+B}{M}$.
C. $\dfrac{A}{M}+\dfrac{B}{M}=\dfrac{A\cdot M+B\cdot M}{M}$.
D. $\dfrac{A}{M}-\dfrac{B}{M}=\dfrac{A-B}{M}$.

Câu 2. Chọn phát biểu **sai** trong các phát biểu sau.

A. Có thể đổi chỗ các phân thức trong một biểu thức chứa phép cộng trừ phân thức.
B. Có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng với phân thức đối.
C. Có thể dùng quy tắc dấu ngoặc để rút gọn một biểu thức có các phân thức.
D. Cả ba phát biểu trên đều sai.

Câu 3. Trong các phép tính sau, đâu là phép cộng hai phân thức cùng mẫu.

A. $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{-3}{x}$.
B. $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{-3}{y}$.
C. $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{-3}{x+y}$.
D. $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{x+y}{3}$.

Câu 4. Kết quả của phép tính $\dfrac{3x^2}{2x^2y}-\dfrac{x^2}{2x^2y}$ là

A. $\dfrac{x^2}{2x^2y}$.
B. $\dfrac{1}{2x^2y}$.
C. $\dfrac{2x^2}{y}$.
D. $\dfrac{1}{y}$.

Câu 5. Phép tính nào cho kết quả $\dfrac{-2y}{(x+y)(x-y)}$?

A. $\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}$.
B. $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{1}{x+y}$.
C. $\dfrac{x}{x-y}+\dfrac{y}{x+y}$.
D. $\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{y}{x+y}$.

Câu 6. $\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$ là kết quả của phép tính nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x-2}$.
B. $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x-1}$.
C. $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}$.
D. $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+1}$.

Câu 7. Ta không nên quy đồng cho phép tính nào dưới đây?

A. $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{x}{1-x}$.
B. $\dfrac{2}{x-y}-\dfrac{3}{x+y}$.
C. $x-\dfrac{1}{x+y}$.
D. $\dfrac{1}{a-1}+\dfrac{1}{a^2-1}$.

Câu 8. Nếu lựa chọn mẫu chung là $4-x^2$ khi tính biểu thức $\dfrac{4}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{5x-6}{4-x^2}$ thì phân thức nào cần đổi dấu?

A. $\dfrac{4}{x+2}$.
B. $\dfrac{2}{x-2}$.
C. $\dfrac{5x-6}{4-x^2}$.
D. Cả A và B.

Bài 4

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Nhân hai phân thức

- Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử với nhau, các mẫu thức với nhau. Tổng quát: $\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}=\dfrac{A\cdot C}{B\cdot D}$.
- Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích, thường viết dưới dạng rút gọn.

Cũng như phép nhân phân số, phép nhân phân thức có các tính chất sau:

- Giao hoán $\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}=\dfrac{C}{D}\cdot\dfrac{A}{B}$
- Kết hợp $\left(\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}\right)\cdot\dfrac{E}{F}=\dfrac{A}{B}\cdot\left(\dfrac{C}{D}\cdot\dfrac{E}{F}\right)$
- Phân phối đối với phép cộng $\dfrac{A}{B}\cdot\left(\dfrac{C}{D}+\dfrac{E}{F}\right)=\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}+\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{E}{F}$

2 Chia hai phân thức

Muốn chia phân thức $\dfrac{A}{B}$ cho phân thức $\dfrac{C}{D}$ khác 0 , ta nhân $\dfrac{A}{B}$ với phân thức $\dfrac{D}{C}$.

Cụ thể $\dfrac{A}{B}:\dfrac{C}{D}=\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{D}{C}$ với $\dfrac{C}{D}\neq 0$

Lưu ý: $\dfrac{C}{D}\cdot\dfrac{D}{C}=1$. Ta nói $\dfrac{D}{C}$ là phân thức nghịch đảo của $\dfrac{C}{D}$.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Nhân hai phân thức

VÍ DỤ 1

Nhân hai phân thức $\dfrac{3x}{4x^2-1}\cdot\dfrac{-2x+1}{2x^2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Tính $\dfrac{x+1}{x+2}:\left(\dfrac{x+2}{x+3}:\dfrac{x+3}{x+1}\right)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Chia hai phân thức

VÍ DỤ 1

Tính $\dfrac{5}{x^2-1}:\dfrac{3}{x^2-x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Thực hiện phép tính $\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}\right):\dfrac{2}{x^2-2x+1}$ với $x\neq\pm1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Làm tính nhân phân thức:

a) $\left(-\dfrac{3x}{5xy^2}\right)\cdot\left(-\dfrac{5y^2}{12xy}\right)$;

b) $\dfrac{x^2-x}{2x+1}\cdot\dfrac{4x^2-1}{x^3-1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Làm tính chia phân thức:

a) $\left(-\dfrac{3x}{5xy^2}\right):\left(-\dfrac{5y^2}{12xy}\right)$;

b) $\dfrac{4x^2-1}{8x^3-1}:\dfrac{4x^2+4x+1}{4x^2+2x+1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm hai phân thức P và Q thỏa mãn:

a) $P \cdot \dfrac{x+1}{2x+1} = \dfrac{x^2+x}{4x^2-1}$;

b) $Q : \dfrac{x^2}{x^2+4x+4} = \dfrac{(x+1)(x+2)}{x^2-2x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hai phân thức $P = \dfrac{x^2+6x+9}{x^2+3x}$ và $Q = \dfrac{x^2+3x}{x^2-9}$.

a) Rút gọn P và Q.

b) Sử dụng kết quả của câu a, tính $P \cdot Q$ và $P : Q$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Thực hiện phép tính:

1) $\dfrac{15x}{7y^3} \cdot \dfrac{2y^2}{x^2}$;

2) $\dfrac{6x^3}{7y^4} \cdot \dfrac{35y^2}{24x}$;

3) $\dfrac{4y^2}{x^4} \cdot \dfrac{(-3x^2)}{8y}$;

4) $\dfrac{-18y^3}{25x^4} : \dfrac{9y^3}{-15x^2}$;

5) $\dfrac{8y^2}{9x^2} : \dfrac{4y}{3x^2}$;

6) $\dfrac{-20x}{3y^2} : \dfrac{-4x^3}{5y}$;

7) $\dfrac{(x+4)^2}{4x+12} : \dfrac{x+4}{3x+9}$;

8) $\dfrac{5x+10}{4x-8} \cdot \dfrac{4-2x}{x+2}$;

9) $\dfrac{x^2-36}{2x+10} \cdot \dfrac{3}{6-x}$;

10) $\dfrac{x^2-4}{x^2-x} : \dfrac{x^2+2x}{x-1}$;

11) $\dfrac{4(x+3)}{3x^2-x} : \dfrac{x^2+3x}{1-3x}$;

12) $\dfrac{4x+12}{(x+4)^2} : \dfrac{3(x+3)}{x+4}$;

13) $(x^2-25) : \dfrac{2x+10}{3x-7}$;

14) $\dfrac{5x-10}{x^2+7} : (2x-4)$;

15) $(4x^2-16) : \dfrac{3x+6}{7x-2}$;

16) $\dfrac{x-y}{y-1} : \dfrac{x-y}{x-1} \cdot \dfrac{x-1}{y-1}$;

17) $\dfrac{x+1}{x+2} \cdot \dfrac{x+2}{x+3} : \dfrac{x+3}{x+1}$;

18) $\dfrac{x+1}{x+2} : \dfrac{x+2}{x+3} \cdot \dfrac{x+3}{x+1}$;

19) $\dfrac{x+1}{x+2} : \dfrac{x+2}{x+3} : \dfrac{x+3}{x+1}$;

20) $\dfrac{x^2+x}{x+2} : \dfrac{x+3}{x+2} \cdot \dfrac{x+3}{x+1}$;

21) $\dfrac{x+1}{x+2} \cdot \left(\dfrac{x+2}{x+3} : \dfrac{x+3}{x+1}\right)$;

22) $\dfrac{x-2}{x+1} \cdot \dfrac{x^2-2x-3}{x^2-5x+6}$;

23) $\dfrac{x+1}{x^2-2x-8} \cdot \dfrac{4-x}{x^2+x}$;

24) $\dfrac{x^2+2}{4x+24} \cdot \dfrac{x^2-36}{x^2+x-2}$;

25) $\dfrac{x^3-8}{5x+20} \cdot \dfrac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$;

26) $\dfrac{(x-3)^3}{3x^2} : \dfrac{x^2-6x+9}{6x}$;

27) $\dfrac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \dfrac{3x+3}{5x-5}$;

28) $\dfrac{6x-3}{5x^2+x} : \dfrac{1-8x^3}{25x^2+10x+1}$;

29) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^3-1} : \dfrac{x+1}{2x^2+2x+2}$;

30) $\dfrac{x+2}{x^2-5x+6} : \dfrac{x^2+3x+2}{x-2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\left(\dfrac{1}{x+4} + \dfrac{8}{x^2-16}\right) : \dfrac{x+1}{x-4}$;

b) $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{x^2+3x}{2x+3} \cdot \left(\dfrac{x+3}{x^2-3x} - \dfrac{x}{x^2-9}\right)$;

c) $\dfrac{x^2-6}{x-3} + \dfrac{x^2+3x}{2x+3} \cdot \left(\dfrac{x}{x^2-9} - \dfrac{x+3}{x^2-3x}\right)$;

d) $\left(\dfrac{x}{x^2-36} - \dfrac{x-6}{x^2+6x}\right) : \dfrac{2x-6}{x^2+6x} + \dfrac{x}{6-x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của các biểu thức sau nhận giá trị nguyên:

a) $A = \dfrac{3}{2x-1}$;

b) $A = \dfrac{5}{x^2+1}$;

c) $A = \dfrac{10}{x^2+1}$;

d) $A = \dfrac{7}{x^2-x+1}$;

e) $A = \dfrac{2x-1}{x+2}$;

f) $A = \dfrac{x^2+3x+5}{x-1}$;

g) $A=\dfrac{3x^2-x+1}{3x+2}$;

h) $A=\dfrac{3x^2-8x+1}{x-3}$;

i) $A=\dfrac{3x^2-x+3}{3x+2}$;

j) $A=\dfrac{x^2-59}{x+8}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x^2-3}{x^2-9}+\dfrac{1}{x-3}\right):\dfrac{x}{x+3}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của x để $A=3$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x^2-2}{x^2+2x}+\dfrac{1}{x+2}\right):\dfrac{x+1}{x}$ với $x\neq 0$, $x\neq -2$, $x\neq -1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P=\dfrac{5}{2}$.

c) Tìm giá trị x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{x}{x^2-4} + \dfrac{1}{x+2} - \dfrac{2}{x-2}\right) : \left(1 - \dfrac{x}{x+2}\right)$ với $x \neq \pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -4$.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{4x}{x^2+2x} + \dfrac{2}{x-2} - \dfrac{6-5x}{4-x^2}\right) : \dfrac{x+1}{x-2}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn $x^2 - 2x = 8$.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{2x}{x-3} + \dfrac{x}{x+3} + \dfrac{2x^2+3x+1}{9-x^2}\right) : \dfrac{x-1}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A.

b) Tìm x để $A = 3$.

c) Tìm x để $A < 1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{x}{x+3} - \dfrac{2x}{3-x} + \dfrac{3x^2+9}{9-x^2}\right) : \dfrac{3}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn A.

b) Tìm x là số nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

Câu 14. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{5}{x-2} + \dfrac{4}{x^2-4}\right) : \dfrac{6}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A.

b) Tìm số x có giá trị nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

Câu 15. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{1}{x+2} - \dfrac{x-4}{4-x^2}\right) : \dfrac{1}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện và thu gọn A.

b) Tìm các giá trị của x để $A = 14$.

Lời giải.

Câu 16. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{2-2x}+\dfrac{3}{2x+2}-\dfrac{2x^2}{x^2-1}\right):\dfrac{1-2x}{x^2-1}$ với $x\neq\dfrac{1}{2}$, $x\neq\pm1$.

a) Thu gọn A.

b) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{7-2x}{x-1}+\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{1}{x^2-1}\right):\dfrac{3x+9}{x^2-1}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A.

b) Tính giá trị của A biết $|x-2|=1$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2x-1}{x+3}-\dfrac{x}{3-x}-\dfrac{3-10x}{x^2-9}\right):\dfrac{x+2}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x^2-7x+12=0$.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho biểu thức $M = \left(\dfrac{x}{x^2-9} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{2}{3-x}\right) : \dfrac{3}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện của x để M được xác định.

b) Rút gọn biểu thức M.

c) Tính giá trị của M khi $x = -7$.

d) Tìm giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho biểu thức $A = \dfrac{x-3}{x+1}$ và $B = \dfrac{3}{x-3} - \dfrac{6x}{9-x^2} + \dfrac{x}{x+3}$ với $x \neq \pm 3$, $x \neq -1$.

a) Tính giá trị của A tại x thỏa mãn $x^2 + x = 0$.

b) Chứng minh rằng $B = \dfrac{x+3}{x-3}$.

c) Tìm các số nguyên x sao cho biểu thức $Q = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{x^2+x}{3x+9}$ và $B = \dfrac{2}{x-1} + \dfrac{3}{x+1} - \dfrac{2x+2}{x^2-1}$ với $x \neq -3$, $x \neq \pm 1$.

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 2$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Đặt $P = A \cdot B$. Tìm x để $P < 1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{a+2}{a+1}-\dfrac{a-2}{a-1}\right)\cdot\dfrac{a+1}{a}$ và $B=\dfrac{3}{a^2-1}$ với $a\neq 0$, $a\neq\pm 1$.

a) Tìm a để biểu thức B có giá trị bằng 1.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tìm giá trị của a để $A=2B$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4}{x+1}-1$ và $B=\dfrac{9-x^2}{x^2+2x+1}$ với $x\neq\pm 3$, $x\neq -1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

b) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{A}{B}$.

c) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+2}$ và $B=\dfrac{6-7x}{x^2-4}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{x}{2-x}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B.

b) Cho $A=\dfrac{1}{2}$, khi đó tính giá trị của biểu thức B.

c) Đặt $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $|M|=-M$.

Lời giải. .....

.....

Câu 25. Bài 19: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4}{x+1}-1$ và $B=\dfrac{9-x^2}{x^2+2x+1}$ với $x\neq\pm3$, $x\neq-1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

b) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{A}{B}$.

c) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

Câu 26. Bài 20: Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+2}$ và $B=\dfrac{6-7x}{x^2-4}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{x}{2-x}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B.

b) Cho $A=\dfrac{1}{2}$, khi đó tính giá trị của biểu thức B.

c) Đặt $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $|M|=-M$.

Lời giải.

Câu 27. Bài 21: Cho biểu thức $A=\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{x-2}{x+2}$ và $B=\dfrac{-16}{x^2-4}$ với $x\neq\pm2$.

a) Tìm x để $A=B$.

b) Tìm x để $\dfrac{A}{B}<0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Bài 28: Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{2x}{x^3+x-x^2-1} - \dfrac{1}{x-1}\right) : \left(1 + \dfrac{x}{x^2+1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A = \dfrac{2}{7}$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \dfrac{A}{1-x}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Bài 29: Cho biểu thức $Q = \left(\dfrac{2+x}{2-x} - \dfrac{4x^2}{x^2-4} - \dfrac{2-x}{2+x}\right) : \dfrac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$.

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Khi $x > 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của Q.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Phép nhân hai phân thức có những tính chất gì?

A. Giao hoán.

B. Kết hợp.

C. Phân phối phép nhân với phép cộng.
D. Cả ba đáp án trên.

Câu 2. Khi chia phân thức $\dfrac{A}{B}$ cho phân thức $\dfrac{C}{D}$ thì điều kiện là gì?

A. $\dfrac{C}{D} \neq 0$. B. $\dfrac{C}{D} = 0$. C. $\dfrac{A}{B} \neq 0$. D. $\dfrac{A}{B} = 0$.

Câu 3. Phép chia phân thức 1 cho phân thức $\dfrac{A}{B}$ ta được kết quả là

A. $\dfrac{A}{B}$. B. $\dfrac{B}{A}$. C. $\dfrac{1}{A}$. D. $\dfrac{1}{B}$.

Câu 4. Kết quả khi tính phép nhân $\dfrac{x-2}{x-3} \cdot \dfrac{x-3}{x-4}$ là

A. $\dfrac{x-2}{x-4}$. B. $\dfrac{x-4}{x-2}$. C. $\dfrac{x-2}{x-3}$. D. $\dfrac{x-3}{x-4}$.

Câu 5. Kết quả của phép chia $\dfrac{1}{x-3} : \dfrac{1}{x^2-9}$ là

A. $\dfrac{1}{x+3}$. B. $\dfrac{x+3}{1}$. C. $\dfrac{1}{x-3}$. D. $\dfrac{x-3}{x+3}$.

Câu 6. Để phép nhân hai phân thức $\dfrac{A}{B}$ và $\dfrac{C}{D}$ có kết quả là 0 thì

A. $A = C$. B. $B = 0$.
C. $D = 0$. D. $A = 0$ hoặc $C = 0$.

Câu 7. Phép chia $1 : \dfrac{A}{B}$ có giá trị nguyên khi nào?

A. $1 \vdots A$. B. $1 \vdots B$. C. $B \vdots A$. D. $A \vdots B$.

Câu 8. Phân thức $\dfrac{3}{x^2+1}$ với $x \in \mathbb{Z}$ đạt giá trị lớn nhất khi nào?

A. $x = 0$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x \neq 0$.

Câu 9. Giá trị của x để phân thức $-\dfrac{x-2}{x^2+5} < 0$ thì

A. $x = 2$. B. $x \neq 2$. C. $x > 2$. D. $x < 2$.

Bài 5

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

I Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho biểu thức $P = \dfrac{2x+y}{2x^2-xy} + \dfrac{2x-y}{2x^2+xy} - \dfrac{16x}{4x^2-y^2}$. Chứng tỏ rằng giá trị biểu thức P không phụ thuộc giá trị của biến y.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tính giá trị biểu thức sau:

$$P = \frac{\left(2003^2 \cdot 2013 + 31 \cdot 24 - 1\right)\left(2003 \cdot 2008 + 4\right)}{2004 \cdot 2005 \cdot 2006 \cdot 2007 \cdot 2008}.$$

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho a_1; a_2; a_3; ...; a_{2007}; a_{2008} là 2008 số thực thỏa mãn

$$a_K = \frac{2K+1}{\left(K^2+K\right)^2} \text{ với } K = 1; 2; 3; \ldots; 2008.$$

Tính tổng $S_{2008} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2007} + a_{2008}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Biết $x \neq -y$, $y \neq -z$, $z \neq -x$, rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{x^2 - yz}{(x+y)(x+z)} + \frac{y^2 + xz}{(y+x)(y+z)} + \frac{z^2 + xy}{(z+x)(z+y)}.$$

Lời giải.

Câu 5. Biết x, y, z đôi một khác nhau, chứng minh rằng

$$\frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x-y}{(z-x)(z-y)} = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x}.$$

Lời giải.

Câu 6. Cho a_1; a_2; ...; a_9 được xác định bởi công thức

$$a_k = \frac{3k^2 + 3k + 1}{(k^2+k)^3} \text{ với } k \geq 1.$$

Hãy tính giá trị của tổng $1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_9$.

Lời giải.

Câu 7. Tính

$$\frac{(1986^2 - 1992)\,(1986^2 + 3972 - 3) \cdot 1987}{1983 \cdot 1985 \cdot 1988 \cdot 1989}.$$

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Đặt $a+b+c=2p$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{p-a}+\frac{1}{p-b}+\frac{1}{p-c}-\frac{1}{p}=\frac{abc}{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Biết $a\neq -b$, $b\neq -c$, $c\neq -a$. Chứng minh rằng

$$\frac{b^2-c^2}{(a+b)(a+c)}+\frac{c^2-a^2}{(b+c)(b+a)}+\frac{a^2-b^2}{(c+a)(c+b)}=\frac{b-c}{b+c}+\frac{c-a}{c+a}+\frac{a-b}{a+b}.$$

✍ *Lời giải.* .....

.....

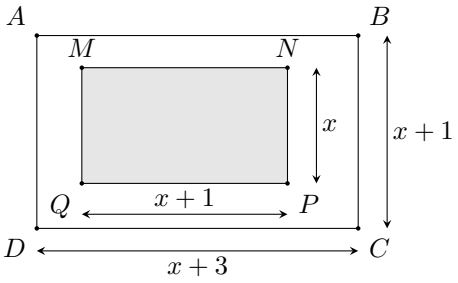
.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và $MNPQ$ như hình vẽ (các số đo trên hình tính theo đơn vị centimét).



a) Viết phân thức biểu thị tỉ số diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ và hình chữ nhật $MNPQ$.

b) Tính giá trị của phân thức đó tại $x = 2$ và tại $x = 5$.

Lời giải. .....

.....

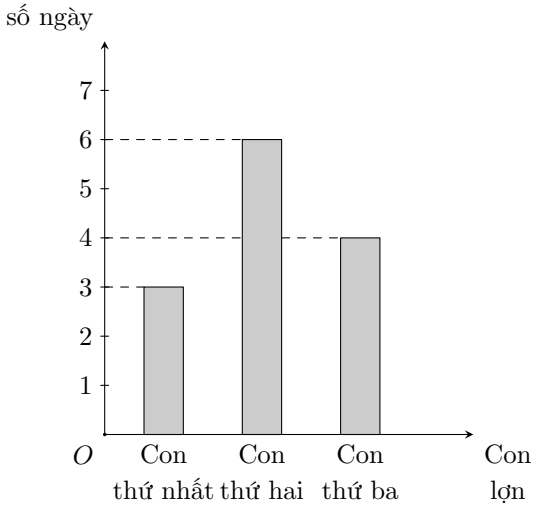
.....

.....

.....

.....

Câu 11. Gia đình cô Lương nuôi ba con lợn. Cả ba con lợn đều ăn cùng một loại thức ăn gia súc. Biểu đồ cột ở hình dưới biểu diễn số ngày mà mỗi con lợn ăn hết một bao thức ăn. Hỏi cả ba con lợn ăn trong x ngày ($x \in \mathbb{N}^*$) thì cần bao nhiêu thức ăn?



Lời giải. .....

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12. Cho

$$A=\frac{1}{(x+y)^3}\left(\frac{1}{x^4}-\frac{1}{y^4}\right),$$
$$B=\frac{2}{(x+y)^4}\left(\frac{1}{x^3}-\frac{1}{y^3}\right),$$
$$C=\frac{2}{(x+y)^5}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}\right).$$

Thực hiện phép tính $A+B+C$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13. Cho a, b, c là các số nguyên khác nhau đôi một. Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị là một số nguyên:

$$P=\frac{a^3}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3}{(b-a)(b-c)}+\frac{c^3}{(c-a)(c-b)}.$$

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14. Xác định các số a, b, c sao cho:

a) $\dfrac{1}{x\left(x^2+1\right)}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{bx+c}{x^2+1}$;

b) $\dfrac{1}{x^2-4}=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+2}$;

c) $\dfrac{1}{(x+1)^2(x+2)}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{(x+1)^2}+\dfrac{c}{x+2}$.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

Câu 15. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$, ta luôn có

$$A = \left(1+\frac{1}{1\cdot 3}\right)\left(1+\frac{1}{2\cdot 4}\right)\left(1+\frac{1}{3\cdot 5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n(n+2)}\right) < 2.$$

Lời giải.

Câu 16. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, ta luôn có

$$B = \left(1-\frac{2}{6}\right)\left(1-\frac{2}{12}\right)\left(1-\frac{2}{20}\right)\cdots\left(1-\frac{2}{n(n+1)}\right) > \frac{1}{3}.$$

Lời giải.

Câu 17. Cho $\dfrac{x}{x^2-x+1} = a$. Tính $M = \dfrac{x^2}{x^4+x^2+1}$ theo a.

Lời giải.

Câu 18. Cho $x+\dfrac{1}{x}=a$. Tính các biểu thức sau theo a:

a) $x^2+\dfrac{1}{x^2}$;

b) $x^3+\dfrac{1}{x^3}$;

c) $x^4+\dfrac{1}{x^4}$;

d) $x^5+\dfrac{1}{x^5}$.

Lời giải.

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{y+2}+\dfrac{1}{z+2}$, biết rằng

$$2a=by+cz;\quad 2b=ax+cz;\quad 2c=ax+by \text{ và } a+b+c\neq 0.$$

Lời giải.

Câu 20. Cho $abc=2$. Rút gọn biểu thức $M=\dfrac{a}{ab+a+2}+\dfrac{b}{bc+b+1}+\dfrac{2c}{ac+2c+2}$.

Lời giải.

CHƯƠNG 7

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC NHẤT

Mục lục của chương

1. Phương trình bậc nhất một ẩn 64
2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình 73
3. Khái niệm hàm số và đồ thị hàm số 93
4. Hàm số bậc nhất và đồ thị của hàm số bậc nhất 104
5. Hệ số góc của đường thẳng 114
6. Ôn tập chương VII 144

Bài 1

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I Tóm tắt lý thuyết

1 Phương trình một ẩn

Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x.

Lưu ý:

- Số x_0 gọi là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu giá trị của $A(x)$ và $B(x)$ tại x_0 bằng nhau.
- Giải một phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

Nhận xét: Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó và thường được kí hiệu là S.

2 Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

Phương trình dạng $a \cdot x + b = 0$ với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn x.

Nhận xét: Để giải một phương trình bậc nhất một ẩn $a \cdot x + b = 0$ ta giải như sau:

$$a \cdot x + b = 0 \Rightarrow a \cdot x = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm duy nhất $x = -\dfrac{b}{a}$.

3 Phương trình đưa được về dạng $a \cdot x + b = 0$

Bằng cách chuyển vế và nhân cả hai vế của phương trình với một số khác 0, ta có thể đưa một phương trình ẩn x về phương trình dạng $a \cdot x + b = 0$ và do đó có thể giải được chúng.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Phương trình một ẩn

VÍ DỤ 1

Bác An vào siêu thị mua 3 hộp sữa bột cho cháu, khi đi về bác An phải trả thêm tiền gửi xe là 5 000 đồng. Lúc về bác An thấy mình đã tiêu hết 605 000 đồng.

a) Gọi x là giá tiền mỗi hộp sữa. Viết biểu thức tính số tiền bác An đã tiêu khi đi siêu thị.

b) Biểu thức ở câu a) như thế nào với 605 000 đồng? Hãy viết hệ thức này.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Xét phương trình $7 - x = 10 - 2x \quad (1)$.

a) Chứng minh rằng $x = 3$ thỏa mãn phương trình (1). Khi đó ta nói $x = 3$ là một nghiệm của phương trình (1).

b) Thử kiểm tra xem $x = 0$ có là nghiệm của phương trình (1) hay không?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Cho phương trình $2x - 5 = 4 - x$. Kiểm tra xem $x = 3$ và $x = 0$ có là nghiệm của phương trình hay không?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

Dạng 2 Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

VÍ DỤ 1

Trong những phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $3x - 9 = 0$;
b) $0 \cdot x + 2 = 0$;
c) $-4 \cdot x = 0$;
d) $x = 0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Giải các phương trình sau:

a) $3x + 11 = 0$;
b) $2 - \dfrac{1}{3}x = 0$;
c) $2x - 5 = 0$;
d) $4 - \dfrac{2}{5}x = 0$.

Lời giải.

Dạng 3 Phương trình đưa được về dạng $a \cdot x + b = 0$

VÍ DỤ 1

Giải các phương trình sau:

a) $5x-(2-3x)=4(x+3)$;

b) $\dfrac{3x-2}{2}+x=2+\dfrac{1-2x}{3}$;

c) $5x-(2-4x)=6+3(x-1)$;

d) $\dfrac{x-1}{4}+2x=3-\dfrac{2x-3}{3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Giải các phương trình sau:

a) $4x-(3-2x)=5(x+1)$;

b) $\dfrac{2x-1}{3}+x=1+\dfrac{3-x}{2}$;

c) $7x-(4-5x)=8+4(x-2)$;

d) $\dfrac{x+2}{5}+2x=4-\dfrac{3x-1}{2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn trong các phương trình sau:

a) $x+1=0$;

b) $0\cdot x-2=0$;

c) $2-x=0$;

d) $3x=0$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $5x - 4 = 0$;

b) $3 + 2x = 0$;

c) $7 - 5x = 0$;

d) $\dfrac{3}{2} + \dfrac{5}{3}x = 0$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $7x - (2x + 3) = 5(x - 2)$;

b) $x + \dfrac{2x - 1}{5} = 3 + \dfrac{3 - x}{4}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Ở một số quốc gia, người ta dùng cả hai đơn vị đo nhiệt độ là độ Fahrenheit (°F) và độ Celsius (°C), liên hệ với nhau bởi công thức $C = \dfrac{5}{9}(F - 32)$. Hãy tính độ Fahrenheit tương ứng với 10°C.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Hiện nay tuổi của bố bạn Nam gấp ba lần tuổi của Nam. Sau 10 năm nữa thì tổng số tuổi của Nam và bố là 76 tuổi. Gọi x là số tuổi hiện nay của Nam.

a) Biểu thị tuổi hiện nay của bố bạn Nam theo tuổi hiện tại của Nam.

b) Viết phương trình biểu thị sự kiện sau 10 năm nữa thì tổng số tuổi của Nam và bố là 76 tuổi.

c) Giải phương trình nhận được ở câu b) để tính số tuổi của Nam và bố hiện nay.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho các phương trình sau, hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn.

a) $2x = 0$;

b) $6 - 3x = 0$;

c) $x^2 + 8 = 0$;

d) $0x - 5 = 0$;

e) $-\dfrac{3}{2} - 5x = 0$;

f) $3 \cdot (-x) = 0$;

g) $x^2 - 2x = 0$;

h) $\dfrac{1}{2}x - 3 = 0$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Giải các phương trình sau:

a) $x - 4 = 0$;

b) $2x - 3 = 0$;

c) $15 - 5x = 0$;

d) $3x - 12 = 0$;

e) $3x + 1 = 0$;

f) $4x - 8 = 0$;

g) $3x - 8 = 0$;

h) $3x - 9 = 0$;

i) $7x - 3 = 0$;

j) $2x - 11 = 0$;

k) $12 - 4x = 0$;

l) $-2x - 10 = 0$;

m) $-3x - 5 = 0$;

n) $-3x + 5 = 0$;

o) $-7x - 1 = 0$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Giải các phương trình sau:

a) $4x-5=7$;
b) $3x-6=9$;
c) $3x-1=-5$;
d) $-2x-7=-9$;
e) $-6+3x=-2$;
f) $7-4x=-1$;
g) $x+5=4x$;
h) $3x-2=5x$;
i) $2x-4=5x$;
j) $-3x-5=7x$;
k) $-2x+8=-4x$;
l) $x-5=-x$;
m) $x-3=1-2x$;
n) $7+x=11-3x$;
o) $5-3x=6x+7$;
p) $x+2=-6x+16$;
q) $2x-6=x+1$;
r) $3x-7=12-x$;
s) $7x-8=4x+7$;
t) $3x+1=7x-11$;
u) $2x=7+x$;
v) $3x+1=5x+2$;
w) $2x-4=3x+1$.

Lời giải.

Câu 9. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{3x}{4}=6$;
b) $\dfrac{2x}{-3}=8$;
c) $\dfrac{4x}{3}=-6$;
d) $x-(8-x)=4$;
e) $3x-(3+x)=0$;
f) $2(x+3)-4=0$;
g) $5(x-3)=3x-5$;
h) $-3(x-1)=3-2x$;
i) $2(x+3)=5-2x$;
j) $7(5-x)=11-5x$;
k) $3(x+2)=2x+1$;
l) $2(3x-1)-3x=10$;
m) $1+\dfrac{x}{9}=\dfrac{4}{3}-\dfrac{1}{2}$;
n) $\dfrac{1}{6}+\dfrac{x}{4}=2-\dfrac{x}{3}$;
o) $7+\dfrac{5x}{3}=x-2$;
p) $x+4=\dfrac{2}{5}x-3$;
q) $4+\dfrac{x}{5}=\dfrac{5}{3}+\dfrac{1}{15}$;
r) $\dfrac{x}{5}+3=\dfrac{1}{4}-2$;
s) $\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3x-1}{6}=\dfrac{x}{2}$;
t) $\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{x-1}{2}$;
u) $\dfrac{x-3}{5}+\dfrac{1+2x}{3}=6$;
v) $\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{2x}{3}$;
w) $\dfrac{2x+1}{3}+\dfrac{3x-2}{2}=\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Câu 10. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{x-3}{13}+\dfrac{x-3}{14}=\dfrac{x-3}{15}+\dfrac{x-3}{16}$;

b) $\dfrac{x+1}{10}+\dfrac{x+1}{11}+\dfrac{x+1}{12}=\dfrac{x+1}{13}+\dfrac{x+1}{14}$;

c) $\dfrac{x-2}{7}+\dfrac{x-1}{8}=\dfrac{x-4}{5}+\dfrac{x-3}{6}$;

d) $\dfrac{x+1}{15}+\dfrac{x+2}{14}=\dfrac{x+3}{13}+\dfrac{x+4}{12}$;

e) $\dfrac{x-1}{2\,015}+\dfrac{x-3}{2\,013}=\dfrac{x-5}{2\,011}+\dfrac{x-7}{2\,009}$;

f) $\dfrac{x+1}{94}+\dfrac{x+2}{93}+\dfrac{x+3}{92}=\dfrac{x+4}{91}+\dfrac{x+5}{90}+\dfrac{x+6}{89}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $3x-y=0$.
B. $2y+1=0$.
C. $4+0\cdot x=0$.
D. $3x^2=8$.

Câu 2. Điều kiện để phương trình dạng $a\cdot x+b=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn là

A. $a=0$.
B. $a\neq 0$.
C. $b=0$.
D. $b\neq 0$.

Câu 3. Quy tắc nào sau đây không được dùng trong việc giải phương trình bậc nhất một ẩn?

A. Quy tắc chuyển vế.
B. Quy tắc nhân.
C. Quy tắc phá ngoặc.
D. Quy tắc làm tròn.

Câu 4. Phương trình bậc nhất một ẩn $a\cdot x+b=0$ với hệ số $b=3$ là phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $3x+1=0$.
B. $x-3=0$.
C. $-x+3=0$.
D. $3x-3=0$.

Câu 5. Phương trình bậc nhất một ẩn $a\cdot x+b=0$ với $a\neq 0$ có mấy nghiệm?

A. 1 nghiệm.
B. 2 nghiệm.
C. 3 nghiệm.
D. 0 nghiệm.

Câu 6. Phương trình $4\cdot x-2=0$ có nghiệm là

A. $x=2$.
B. $x=0$.
C. $x=-2$.
D. $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Đưa phương trình $2(x+2)=1-2x$ về dạng $a\cdot x+b=0$ ta được

A. $4x+3=0$.
B. $-2x+1=0$.
C. $4x+5=0$.
D. $2x+4=0$.

Câu 8. Đưa phương trình $\dfrac{2x-1}{6}=\dfrac{7-3x}{2}$ về dạng $a\cdot x+b=0$ ta được

A. $5x-8=0$.
B. $11x-22=0$.
C. $9x-10=0$.
D. $6x-2=0$.

Câu 9. Phương trình $\dfrac{x+1}{65}+\dfrac{x+3}{63}=\dfrac{x+5}{61}+\dfrac{x+7}{59}$ có nghiệm là

A. $x=4$.
B. $x=66$.
C. $x=-66$.
D. $x=9$.

Câu 10. Phương trình $3x+m-x-1=0$ nhận $x=-3$ là nghiệm thì giá trị của m là

A. $m=-3$.
B. $m=0$.
C. $m=7$.
D. $x=-7$.

Bài 2

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I Tóm tắt lý thuyết

1 Giải bài toán bằng cách lập phương trình

- Bước 1: Lập phương trình:
  - ⋆ Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
  - ⋆ Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
  - ⋆ Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- Bước 2: Giải phương trình.
- Bước 3: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Loại so sánh

Trong đầu bài thường có các từ:

– nhiều hơn, thêm, đắt hơn, chậm hơn, . . . : tương ứng với phép toán cộng.

– ít hơn, bớt, rẻ hơn, nhanh hơn, . . . : tương ứng với phép toán trừ.

– gấp nhiều lần: tương ứng với phép toán nhân.

– kém nhiều lần: tương ứng với phép toán chia.

VÍ DỤ 1

Tìm hai số nguyên liên tiếp, biết rằng 2 lần số nhỏ cộng 3 lần số lớn bằng -87.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

VÍ DỤ 2

Một phân số có tử số nhỏ hơn mẫu số là 8. Nếu thêm 2 đơn vị vào tử số và bớt mẫu số đi 3 đơn vị thì ta được phân số bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đã cho.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 3

Tổng của 4 số là 45. Nếu lấy số thứ nhất cộng thêm 2, số thứ hai trừ đi 2, số thứ ba nhân với 2, số thứ tư chia cho 2 thì bốn kết quả đó bằng nhau. Tìm 4 số ban đầu.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 4

Thương của hai số là 3. Nếu tăng số bị chia lên 10 và giảm số chia đi một nửa thì hiệu của hai số mới là 30. Tìm hai số đó.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 5

Một đội công nhân sửa một đoạn đường trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đội sửa được $\frac{1}{3}$ đoạn đường, ngày thứ hai đội sửa được một đoạn đường bằng $\frac{4}{3}$ đoạn đường làm được trong ngày thứ nhất, ngày thứ ba đội sửa 80 m còn lại. Tính chiều dài đoạn đường mà đội phải sửa.

Lời giải. .....

.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 6

Hai phân xưởng có tổng cộng 220 công nhân. Sau khi chuyển 10 công nhân ở phân xưởng 1 sang phân xưởng 2 thì $\frac{2}{3}$ số công nhân phân xưởng 1 bằng $\frac{4}{5}$ số công nhân phân xưởng 2. Tính số công nhân của mỗi phân xưởng lúc đầu.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2 Loại tìm số gồm hai, ba chữ số

- Số có hai chữ số có dạng $\overline{xy} = 10x + y$. Điều kiện x, $y \in \mathbb{N}$, $0 < x \leq 9$, $0 \leq y \leq 9$.
- Số có ba chữ số có dạng $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$. Điều kiện x, y, $z \in \mathbb{N}$, $0 < x \leq 9$, $0 \leq y \leq 9$, $0 \leq z \leq 9$.

VÍ DỤ 1

Một số tự nhiên có 5 chữ số. Nếu thêm chữ số 1 vào bên phải hay bên trái số đó ta được một số có 6 chữ số. Biết rằng nếu viết thêm vào bên phải số đó thì được một số lớn gấp ba lần số nhận được khi ta viết thêm vào bên trái số đó. Tìm số đó.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 2

Một số có hai chữ số, trong đó chữ số hàng chục gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số ta được một số có hai chữ số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số đó.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 3

Một số tự nhiên có hai chữ số có tổng các chữ số bằng 7. Nếu thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số ta được một số có 3 chữ số lớn hơn số đã cho là 180. Tìm số đó.

Lời giải. .....

Dạng 3 Loại làm chung - làm riêng một việc

- Khi công việc không được đo bằng số lượng cụ thể, ta coi toàn bộ công việc là một đơn vị công việc, biểu thị bởi số 1.
- Năng suất làm việc là phần việc làm được trong một đơn vị thời gian. Gọi A là khối lượng công việc, n là năng suất, t là thời gian làm việc. Ta có $A = nt$.
- Tổng năng suất riêng bằng năng suất chung khi cùng làm.

VÍ DỤ 1

Hai người cùng làm một công việc trong 24 giờ thì xong. Năng suất của người thứ nhất bằng $\frac{3}{2}$ năng suất của người thứ hai. Hỏi nếu mỗi người làm một mình cả công việc thì phải mất thời gian bao lâu?

Lời giải. .....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Một công nhân phải làm một số sản phẩm trong 18 ngày. Do đã vượt mức mỗi ngày 5 sản phẩm nên sau 16 ngày anh đã làm xong và làm thêm 20 sản phẩm nữa ngoài kế hoạch. Tính xem mỗi ngày anh đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4 Loại chuyển động đều

- Gọi d là quãng đường động tử đi, v là vận tốc, t là thời gian đi, ta có $d = vt$.
- Vận tốc xuôi dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng + Vận tốc dòng nước.
- Vận tốc ngược dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng − Vận tốc dòng nước.

VÍ DỤ 1

Một xe vận tải đi từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc 50 km/h, rồi từ B quay ngay về A với vận tốc 40 km/h. Cả đi và về mất một thời gian là 5 giờ 24 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Một xe đạp khởi hành từ điểm A, chạy với vận tốc 20 km/h. Sau đó 3 giờ, một xe hơi đuổi theo với vận tốc 50 km/h. Hỏi xe hơi chạy trong bao lâu thì đuổi kịp xe đạp?

Lời giải. .....

.....

.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 3

Một người đi xe gắn máy, đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên một quãng đường dài 35 km. Lúc trở về người đó đi theo con đường khác dài 42 km với vận tốc kém hơn vận tốc lượt đi là 6 km/h. Thời gian lượt về bằng $\frac{3}{2}$ thời gian lượt đi. Tìm vận tốc lượt đi và lượt về.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 4

Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Đi được 24 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc trên quãng đường còn lại giảm còn 40 km/h. Vì vậy đã đến nơi chậm mất 18 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 5

Lúc 6 giờ 15 phút, một ô tô đi từ A để đến B với vận tốc 70 km/h. Khi đến B, ô tô nghỉ 1 giờ rưỡi, rồi quay về A với vận tốc 60 km/h và đến A lúc 11 giờ cùng ngày. Tính quãng đường AB.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 5 Loại có nội dung hình học

- Hình chữ nhật có hai kích thước a, b. Diện tích: $S = ab$; Chu vi: $P = 2(a + b)$.
- Tam giác vuông có hai cạnh góc vuông a, b. Diện tích: $S = \dfrac{1}{2}ab$.

VÍ DỤ 1

Chu vi một khu vườn hình chữ nhật bằng 60 m, hiệu độ dài của chiều dài và chiều rộng là 20 m. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Một thửa đất hình chữ nhật có chu vi là 56 m. Nếu giảm chiều rộng 2 m và tăng chiều dài 4 m thì diện tích tăng thêm 8 m^2. Tìm chiều rộng và chiều dài thửa đất.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 3 lần chiều rộng. Nếu tăng mỗi cạnh thêm 5 m thì diện tích khu vườn tăng thêm 385 m^2. Tính độ dài các cạnh của khu vườn.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Một xe máy khởi hành từ một địa điểm ở Hà Nội đi Thanh Hóa lúc 6 giờ với vận tốc 40 km/h. Sau đó một giờ, một ô tô cũng xuất phát từ điểm khởi hành của xe máy để đi Thanh Hóa với vận tốc 60 km/h và đi cùng tuyến đường với xe máy. Hỏi vào lúc mấy giờ thì ô tô đuổi kịp xe máy?

a) Gọi x (giờ) với $x > 0$ là thời gian di chuyển của ô tô. Hãy biểu thị quãng đường đi được của ô tô theo x.

b) Hãy biểu thị thời gian đi được của xe máy theo x, từ đó tính quãng đường đi được của xe máy theo x.

c) Ô tô đuổi kịp xe máy khi quãng đường đi được của chúng bằng nhau. Viết phương trình ẩn x thu được và giải phương trình này để tìm x rồi kết luận.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Chị Linh làm việc trong một ngân hàng và được thưởng tết bằng 2,5 tháng lương. Tổng thu nhập một năm của chị Linh gồm lương 12 tháng và thưởng tết là 290 triệu đồng. Hỏi lương hàng tháng của chị Linh là bao nhiêu?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Bác Hưng đầu tư 300 triệu đồng vào hai khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Cuối năm bác Hưng nhận được 22 triệu đồng tiền lãi. Hỏi bác Hưng đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

Lời giải. .....

.....

.....

Câu 4. Nhân dịp khai trương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để thu hút khách hàng. Tổng giá niêm yết của một chiếc tivi loại A và một chiếc tủ lạnh loại B là 36,8 triệu đồng. Trong dịp này, ti vi loại A được giảm 30% và tủ lạnh loại B được giảm 25% nên bác Cường đã mua một chiếc ti vi và một chiếc tủ lạnh nói trên với tổng số tiền là 26,805 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi chiếc ti vi loại A và mỗi chiếc tủ lạnh loại B là bao nhiêu?

Lời giải.

Câu 5. Bạn Nam đi xe đạp rời nhà lúc 14 giờ với vận tốc 12 km/h. Khi Hùng đến nhà Nam vào lúc 14 giờ 10 phút thì mẹ Nam chỉ hướng đi của Nam cho Hùng và Hùng đi xe đạp đuổi theo với vận tốc 18 km/h. Hỏi đến lúc mấy giờ thì Hùng đuổi kịp Nam.

Lời giải.

Câu 6. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Khi đến B người đó nghỉ 10 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính quãng đường AB biết thời gian cả đi lẫn về và nghỉ là 6 giờ 40 phút.

Lời giải.

Câu 7. Anh Xuân đi ô tô từ nhà lúc 6 giờ 15 phút với vận tốc 50 km/h để đến địa điểm A giao hàng. Anh giao hàng và nghỉ lại A mất 1 giờ 30 phút rồi quay về nhà. Khi đi về đến nhà anh thấy đã là 14 giờ 30 phút. Biết vận tốc lúc về chậm hơn vận tốc lúc đi là 10 km/h. Tính quãng đường anh Xuân đi giao hàng.

Lời giải.

Câu 8. Một người đi xe máy từ thành phố về quê với vận tốc trung bình 30 km/h. Lúc lên thành phố người đó đi với vận tốc là 25 km/h nên thời gian lúc lên thành phố nhiều hơn thời gian về quê là 20 phút. Tính quãng đường từ thành phố về quê.

Lời giải.

Câu 9. Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một lúc đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Mỗi giờ xe khách chạy nhanh hơn xe tải 5 km nên xe khách đến B trước xe tải 30 phút. Tính độ dài quãng đường AB biết rằng vận tốc xe tải là 40 km/h.

Lời giải.

Câu 10. Lúc 6 giờ sáng một ô tô khởi hành từ A để đến B. Đến 7 giờ 30 phút một ô tô cũng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc ô tô thứ nhất là 20 km/h và hai xe

gặp nhau lúc 10 giờ 30 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Một xe khách đi từ A đến B với vận tốc 20 km/h. Sau 3 giờ thì tại A có một xe con đuổi theo với vận tốc 50 km/h. Hỏi từ lúc bắt đầu xuất phát thì xe con mất bao lâu để đuổi kịp xe khách?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Hai xe khởi hành cùng lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 130 km và gặp nhau sau 2 giờ đi. Tính vận tốc mỗi xe biết rằng xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là 5 km/h.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Một xe máy khởi hành từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Sau khi xe máy đi được 20 phút, trên cùng tuyến đường đó, một ô tô khởi hành từ B về A với vận tốc 45 km/h. Biết quãng đường AB dài 90 km. Hỏi sau bao lâu kể từ khi ô tô xuất phát thì hai xe gặp nhau? Vị trí gặp nhau cách A bao xa?

Lời giải. .....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14. Hai ô tô khởi hành cùng lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 150 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu vận tốc của ô tô đi từ A tăng thêm 15 km/h thì vận tốc sẽ gấp đôi vận tốc ô tô đi từ B.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15. Một xe máy và một ô tô cùng khởi hành từ tỉnh A đi đến tỉnh B. Xe máy đi với vận tốc 30 km/h, ô tô đi với vận tốc 40 km/h. Sau khi đi được $\dfrac{1}{2}$ quãng đường AB ô tô tăng vận tốc thêm 5 km/h trên quãng đường còn lại. Do đó nó đến B sớm hơn xe máy 1 giờ 10 phút. Tính độ dài quãng đường AB.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16. Hai bố con bạn Việt cùng về quê bằng xe máy. Việt khởi hành lúc 5 giờ sáng. Bố của Việt khởi hành lúc 6 giờ sáng với vận tốc nhanh hơn vận tốc của Việt là 10 km/h và cả hai cùng đến quê lúc 10 giờ. Tính quãng đường từ nhà Việt về đến quê. Biết cả hai bố con cùng đi trên một con đường.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 17. Một tổ sản xuất dự định làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Tổ dự định mỗi ngày làm 120 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ làm được 150 sản phẩm. Vì vậy tổ đã làm xong trước thời gian dự định là 4 ngày và còn làm thêm được 10 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà tổ đã dự định làm.

Lời giải.

Câu 18. Một tổ may dự định mỗi ngày may 50 cái áo. Nhưng thực tế mỗi ngày tổ đã may được 60 cái áo. Do đó không những tổ đã hoàn thành trước một ngày mà còn làm thêm được 20 cái áo nữa. Tính số lượng áo mà tổ phải may theo dự định ban đầu.

Lời giải.

Câu 19. Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, mỗi ngày phải khai thác được 30 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 50 tấn than. Do đó đội đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 10 tấn than. Hỏi theo kế hoạch đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Lời giải.

Câu 20. Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện mỗi ngày tổ sản xuất được 65 sản phẩm. Do đó tổ đã hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày và

còn làm vượt mức 255 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Một đội sản xuất dự định mỗi ngày làm 50 sản phẩm. Nhưng thực tế mỗi ngày làm nhiều hơn 10 sản phẩm. Vì vậy không những hoàn thành trước kết hoạch 2 ngày mà còn sản xuất thêm được 30 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch đội phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than. Theo đó mỗi ngày phải khai thác được 40 tấn than. Nhưng khi thực hiện mỗi ngày đội khác thác được 45 tấn than. Do đó đội đã hoàn thành kế hoạch trước hai ngày và còn vượt mức 10 tấn than. Hỏi theo kế hoạch đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Một tổ sản xuất dự định mỗi ngày may được 30 chiếc áo. Khi thực hiện nhờ cải tiến kỹ thuật tổ sản xuất may được 45 chiếc áo mỗi ngày nên đã hoàn thành sớm hơn kế hoạch 2 ngày và còn may thêm được 90 chiếc áo. Tính số áo tổ phải làm theo kế hoạch.

Lời giải. .....

.....

Câu 24. Một xưởng dệt làm theo đơn hàng thì mỗi ngày phải dệt 30 cây vải. Nhưng do có 1 người thợ nghỉ việc nên số cây vải làm ra giảm đi 5 cây mỗi ngày. Do đó xưởng đã hoàn thành đơn hàng chậm hơn 4 ngày. Hỏi đơn hàng mà xưởng nhận là bao nhiêu cây vải?

✍ *Lời giải.*

Câu 25. Một tổ dự định mỗi ngày may 50 cái áo. Khi thực hiện mỗi ngày may được 55 chiếc áo. Vì vậy tổ đã may xong trước thời hạn 2 ngày và còn dư ra 15 chiếc áo. Tính số áo mà tổ phải may theo dự định.

✍ *Lời giải.*

Câu 26. Một đội máy cày dự định mỗi ngày cày 40 ha. Do siêng năng làm việc nên thực tế mỗi ngày đội làm được 52 ha. Vì vậy không những đội đã cày xong trước 2 ngày mà còn cày thêm được 4 ha. Tính diện tích mà đội đã cày trên thực tế.

✍ *Lời giải.*

Câu 27. Một đội thợ mỏ theo kế hoạch phải khai thách 50 m^3 than. Nhưng do siêng năng làm việc nên thực tế mỗi ngày đội đã làm được 57 m^3 than. Vì vậy không những xong trước 1 ngày mà đội còn vượt mức 13 m^3 than. Tính lượng than mà đội thợ mỏ khai thác theo kế hoạch.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Chị Đông phải làm một số đồ dùng trong 18 ngày. Do vượt mức mỗi ngày 5 chiếc nên sau 16 ngày thì chị đã làm xong số dụng cụ được giao và còn dư ra 20 dụng cụ nữa. Tính số dụng cụ mà chị Đông đã làm trong 1 ngày.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Bác thợ cả và anh công nhân cùng làm việc. Mỗi ngày bác thợ cả làm hơn anh công nhân 10 sản phẩm. Sau ba ngày làm việc cả hai làm được 930 sản phẩm. Hỏi mỗi người trong 1 ngày làm được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Hai người cùng làm một công việc. Cứ người thứ hai làm được 4 sản phẩm thì người thứ nhất làm được 5 sản phẩm. Sau một ngày người thứ nhất làm hơn người thứ hai là 50 sản phẩm. Hỏi trong một ngày cả hai người làm được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải. .....

Câu 31. Hai người công nhân cùng làm 1 loại sản phẩm. Mỗi ngày người thứ hai làm được nhiều hơn người thứ nhất 5 sản phẩm. Họ cùng làm trong 8 ngày thì người thứ nhất nghỉ, người thứ hai làm tiếp 2 ngày nữa, cuối cùng cả hai người làm được 410 sản phẩm. Hỏi mỗi ngày, cả hai người làm được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Câu 32. Hai công nhân được giao một số sản phẩm. Người thứ nhất làm trong 3 giờ 20 phút, người thứ hai làm trong 2 giờ thì người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 10 sản phẩm. Biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 7 sản phẩm. Tính số sản phẩm người thứ nhất làm trong 1 giờ.

Lời giải.

Câu 33. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 900 sản phẩm. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ một vượt mức 20% và tổ hai vượt mức 15% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1 055 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 34. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được 900 sản phẩm. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt mức 15% và tổ hai vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ vượt mức 110 sản phẩm. Hỏi mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35. Hai đội trồng cây rừng trong tháng trước được 700 cây. Trong tháng này đội A vượt mức 60% và đội B vượt mức 40%. Tính xem mỗi đội trong tháng trước trồng được bao nhiêu cây? Biết rằng tháng này cả hai đội trồng được 1 100 cây.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 36. Hai lớp $9A$ và $9B$ có 80 học sinh. Trong đợt góp sách ủng hộ mỗi em lớp $9A$ góp 2 quyển và mỗi em lớp $9B$ góp 3 quyển nên cả hai lớp góp được 198 quyển. Tìm số học sinh ở mỗi lớp.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 37. Hai lớp 8A và 8B của một trường THCS có 90 học sinh. Trong đợt quyên góp sách

ủng hộ học sinh vùng lũ lụt, mỗi bạn lớp $8A$ ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp $8B$ ủng hộ 2 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp biết rằng cả hai lớp ủng hộ được 222 quyển sách.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 38. Một miếng đất hình chữ nhật có chiều rộng bé hơn chiều dài 25 m. Nếu giảm chiều dài đi 25 m thì diện tích sẽ nhỏ hơn diện tích ban đầu là 1 000 m^2. Tính các kích thước ban đầu của miếng đất.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 39. Một trường tổ chức cho 250 người gồm giáo viên và học sinh đi trải nghiệm thực tế. Biết giá vé vào cổng và 160 000 đồng/người. Nhưng vì là học sinh được giảm 10% nên nhà trường chỉ phải chi trả 36 240 000 đồng. Hỏi trong đó có bao nhiêu giáo viên, bao nhiêu học sinh?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 40. Hai lớp $8A$ và $8B$ có tất cả 76 học sinh. Biết rằng 25% số học sinh lớp $8A$ đạt loại Giỏi; 20% số học sinh lớp $8B$ đạt loại Giỏi và tổng số học sinh đạt loại giỏi của cả hai lớp là 17 em. Tính số học sinh mỗi lớp.

Lời giải. .....

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Chọn câu sai trong các câu sau.

A. Gọi số học sinh trong một lớp là x (học sinh) thì điều kiện là $x \in \mathbb{N}^*$.
B. Gọi thời gian làm của một công nhân là x (ngày) thì điều kiện là $x > 0$.
C. Gọi số sản phẩm của một công nhân làm trong một ngày là x thì điều kiện là $x < 0$.
D. Gọi số tuổi của bạn Bình là x thì điều kiện là $x > 0$.

Câu 2. Nếu một vòi nước chảy đầy bể trong 5 giờ, thì trong 1 giờ vòi nước đó chảy được bao nhiêu phần bể?

A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Bạn An vào siêu thị mua bút và vở hết 25 nghìn đồng. Nếu gọi x là số tiền để mua vở thì số tiền mua bút (ngìn đồng) là:

A. $25 + x$. B. $25 - x$. C. $25x$. D. $\frac{25}{x}$.

Câu 4. Một ô tô đi từ A đến B từ 6 giờ sáng, lúc 7 giờ sáng cùng ngày, một xe khách cũng đi từ A và tới B cùng lúc với ô tô. Vậy nếu gọi thời gian đi của xe khách là x (giờ) thì thời gian đi của ô tô là

A. $x + 1$ (giờ). B. $x - 1$ (giờ). C. $2x$ (giờ). D. x (giờ).

Câu 5. Xe máy đi từ A đến B với vận tốc x (km/h). Ô tô đi từ B về A với vận tốc nhanh hơn vận tốc của xe máy là 15 km/h. Vậy vận tốc của ô tô được biểu diễn theo x là:

A. $x - 15$ km/h. B. $15x$ km/h.
C. $15 - x$ km/h. D. $x + 15$ km/h.

Câu 6. Một cảnh sát giao thông đang đứng và bắn tốc độ các phương tiện giao thông tham gia trên một đoạn đường có biển báo cho phép là 80 (km/h). Theo luật giao thông thì vận tốc cho phép các phương tiện giao thông không vượt quá biển báo là x km/h. Một ô tô tham gia giao thông với vận tốc nào sau đây sẽ bị phạt (km/h)?

A. $80 + x$. B. $80 - x$.
C. Trên $80 + x$. D. Dưới $80 - x$.

Câu 7. Trên một khúc sông, một chiếc thuyền chạy với vận tốc tối đa đang di chuyển xuôi dòng, một người đứng trên bờ đo được vận tốc của chiếc thuyền là 35 km/h. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h. Hỏi nếu thuyền đó chạy ngược dòng với vận tốc tối đa thì người đứng trên bờ đo được vận tốc của thuyền lúc đó là bao nhiêu?

A. 30 km/h. B. 35 km/h. C. 40 km/h. D. 70 km/h.

Bài 3

KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Khái niệm về hàm số

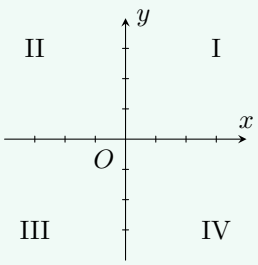
- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.
- Khi y là hàm số của x, ta thường viết $y = f(x)$, $y = g(x), \ldots$

Lưu ý:

- Trong mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm M xác định duy nhất một cặp số $(x_0; y_0)$ và mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định duy nhất một điểm M.
- Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là tọa độ của điểm M và kí hiệu là $M(x_0; y_0)$, trong đó x_0 là hoành độ và y_0 là tung độ của điểm M.

Nhận xét:

Hệ trục tọa độ Oxy chia mặt phẳng tọa độ thành 4 góc phần tư (góc phần tư thứ I, II, III, IV) như hình bên.

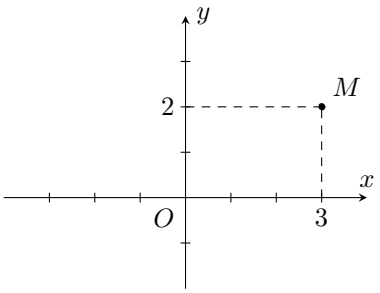


2 Đồ thị hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

VÍ DỤ 1

Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox và Oy vuông góc với nhau và cắt nhau tại gốc O của mỗi trục số như hình bên.
Khi đó các trục Ox và Oy gọi là các trục tọa độ.
Ox thường vẽ nằm ngang và gọi là trục hoành.
Oy thường vẽ thẳng đứng và gọi là trục tung.
O gọi là gốc tọa độ.
Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ.



Lấy một điểm M bất kì trong mặt phẳng tọa độ.
Từ M kẻ các đường thẳng vuông góc với các trục tọa độ.
Giả sử đường thẳng này cắt trục hoành tại điểm 3 và cắt trục tung tại điểm 2. Khi đó cặp số $(3;2)$ gọi là tọa độ của điểm M và kí hiệu là $M(3;2)$. Số 3 gọi là hoành độ và số 2 gọi là tung độ của điểm M.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Bài toán liên quan tới hàm số

VÍ DỤ 1

Quãng đường đi được s (km) của một ô tô chuyển động với vận tốc 60 (km/h) được cho bởi công thức $s = 60t$. Trong đó t (giờ) là thời gian ô tô di chuyển.

a) Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của s khi t nhận các giá trị lần lượt là $1;2;3;4$ (giờ).

b) Với mỗi giá trị của t ta xác định được bao nhiêu giá trị tương ứng của s.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = f(x) = 3x$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị lần lượt là $-2;-1;0;1;2$

Lời giải. .....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

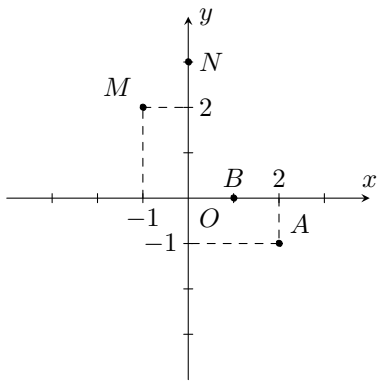
VÍ DỤ 3

Viết công thức thời gian di chuyển t (giờ) của một ô tô chuyển động trên quãng đường dài 150 (km) với vận tốc không đổi v (km/h). Thời gian di chuyển t có phải là một hàm số của vận tốc v không? Tính giá trị của t khi $v = 60$ (km/h).

Lời giải. . . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

VÍ DỤ 4

Xác định tọa độ của các điểm M, N, A, B trong hình bên dưới.



Lời giải. . . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Dạng 2 Bài toán liên quan tới đồ thị hàm số

VÍ DỤ 1

Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	-1	0	1	2	3

a) Viết tập hợp $\{(x;y)\}$ các cặp giá trị tương ứng của x, y.

b) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và biểu diễn các điểm có tọa độ ở câu a). Tập hợp các điểm này gọi là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	3	2	1	0	-1

a) Viết tập hợp $\{(x;y)\}$ các cặp giá trị tương ứng của x, y.

b) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và biểu diễn các điểm có tọa độ ở câu a). Tập hợp các điểm này gọi là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y cho bởi bảng sau. Đại lượng y có phải là một hàm số của x không?

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	-2	-1	0	1	2

Lời giải. .....

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{4}{x}$.

a) Tính $f(-4)\,; f(8)$.

b) Hoàn thành bảng sau vào vở:

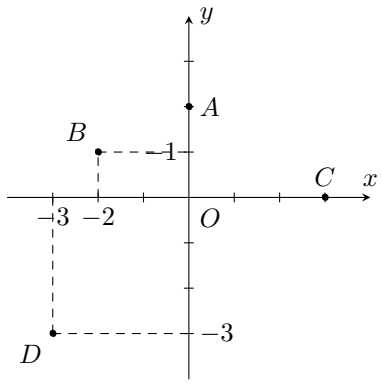
x	-2	?	2	3	?
$y = f(x) = \dfrac{4}{x}$	?	-4	?	?	8

Lời giải.

Câu 3.

a) Xác định tọa độ của các điểm $A; B; C; D$ trong hình bên.

b) Xác định các điểm $E(-3; 0)$ và $F(3; -2)$ trong mặt phẳng tọa độ.



Lời giải.

Câu 4. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	-5	$-2{,}5$	0	$2{,}5$	5

Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

Lời giải.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = 3x - 5$. Tính $f(0); f(2)$.

Lời giải.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = 1 - 8x$. Tính $f(-1); f\left(\dfrac{1}{2}\right); f(3)$.

Lời giải.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{6}{x-5}$. Tính $f(0); f(6); f(-2)$.

Lời giải.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{-2}{3}x + 1$. Tính $f(-3); f(-1); f(6)$.

Lời giải.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 5x - 3$. Tính $f(1); f(0); f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x-3}{-x+1}$. Tính $f(-1); f(0); f(-3)$.

Lời giải.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = 5 - 2x$.

a) Tính $f(-2); f(-1); f(0); f(3)$.

b) Tìm giá trị của x khi $f(x) = 5; f(x) = 3; f(x) = -1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = 2x - 1$.

a) Tính $f(-2); f(3); f\left(-\frac{1}{4}\right)$.

b) Tính x khi $y = 0; y = -2; y = \frac{-2}{3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 1$.

a) Tính $f\left(\frac{1}{2}\right); f(4); f(-2)$.

b) Tính giá trị của x tại $y = -1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = -3x + 7$.

a) Tính $f(-1); f\left(\frac{4}{3}\right)$.

b) Tìm x biết $f(x) = \frac{8}{5}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 3$.

a) Tính $f(0)$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Tìm x biết $f(x) = 11$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 - 7$.

a) Tính $f(0)$; $f(-1)$.

b) Tìm x biết $f(x) = 5$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

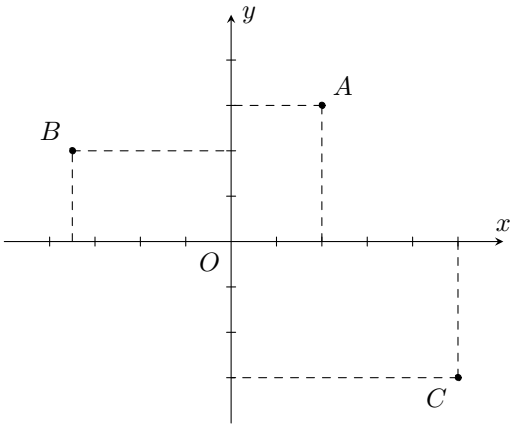
.....

Câu 17.

a) Biết tên tọa độ các điểm có trong hình bên.

b) Điểm N nằm trên trục nào? tọa độ điểm N có gì đặc biệt?

c) Điểm M nằm trên trục nào? tọa độ nào bằng 0.



Lời giải. .....

.....

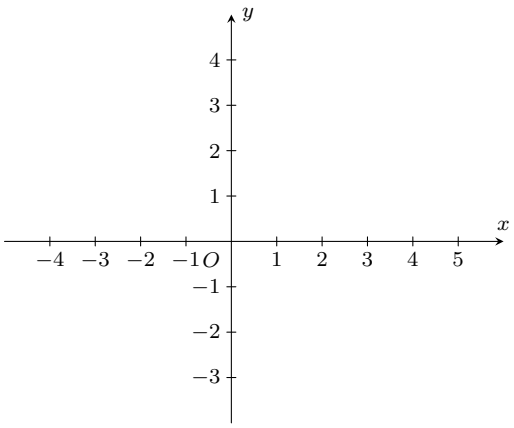
.....

.....

.....

.....

Câu 18. Vẽ vào hệ trục tọa độ hình bên các điểm $A(-3;0)$, $B(0;4)$, $C(-4;-3)$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu vị trí các điểm sau:

$$H\left(\frac{5}{2};-2\right), G\left(-\frac{9}{4};3\right), K(0;-3), I(-1;0).$$

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Đại lượng y gọi là hàm số của x khi nào?

A. Khi mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị của y.
B. Khi mỗi giá trị của x ta phải xác định được 2 giá trị của y.
C. Khi hai giá trị của x ta luôn xác định được 3 giá trị của y.
D. Khi nhiều giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị của y.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, có mấy trục tọa độ

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Cho điểm $M(x_0; y_0)$. Hỏi tọa độ y_0 gọi là gì của điểm M?

A. Hoành độ. B. Tung độ. C. Gốc tọa độ. D. Giao điểm.

Câu 4. Hệ trục tọa độ Oxy chia mặt phẳng tọa độ thành bao nhiêu phần?

A. 1 phần. B. 2 phần. C. 3 phần. D. 4 phần.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = 2x - 1$. Giá trị của $f(0)$ là

A. $f(0) = 0$. B. $f(0) = x$. C. $f(0) = 2$. D. $f(0) = -1$.

Câu 6. Điểm nằm trên trục hoành sẽ có tung độ là bao nhiêu?

A. -1. B. 1. C. 0. D. 5.

Câu 7. Điểm trong mặt phẳng tọa độ có hoành độ âm và tung độ dương sẽ nằm ở góc phần tư thứ mấy?

A. I. B. II. C. III. D. IV.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = x + 5$, điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $A(0; 3)$. B. $(1; 5)$. C. $(5; 1)$. D. $(2; 7)$.

Câu 9. Điểm $A(3; -2)$ trên mặt phẳng tọa độ, nối điểm A tới gốc O và một điểm B bất kì nằm trên trục hoành $(B \neq O)$. Khi đó chiều cao của ΔABC ứng với đáy BO là

A. 3. B. -2. C. 2. D. 0.

Câu 10. Để đồ thị hàm số $y = f(x) = mx + 2$ đi qua điểm $A(-3; -4)$ thì giá trị của m là

A. -3. B. 2. C. -4. D. 0.

Bài 4

HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

I Tóm tắt lý thuyết

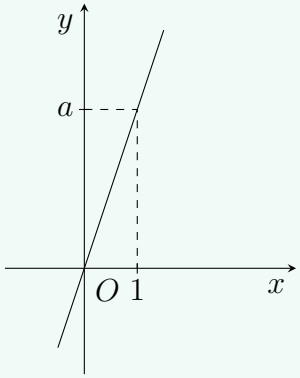
1 Khái niệm hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

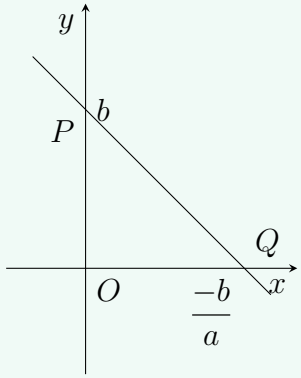
2 Đồ thị của hàm số bậc nhất

- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là một đường thẳng.
- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$.
- Cách vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất:

⋆ Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $A(1; a)$ như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

⋆ Khi $b \neq 0$, ta xác định hai điểm đặc biệt trên đồ thị là giao của đồ thị với hai trục toạ độ như sau:

Cho $x = 0 \Rightarrow y = b$, ta được điểm $P(0; b)$ thuộc trục Oy.

Cho $y = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b}{a}$, ta được điểm $Q\left(-\dfrac{b}{a}; 0\right)$ thuộc trục Ox.

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm P, Q ta được đồ thị của hàm số $y = ax + b$ như Hình 2.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Bài toán liên quan tới hàm số bậc nhất

VÍ DỤ 1

Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số bậc nhất?

a) $y = 3x - 2$. b) $y = -2x$. c) $y = 3(x - 1)$. d) $y = \dfrac{1}{2x + 1}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho hàm số bậc nhất $y = -2x - 5$.

a) Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x + 5$					

b) Tìm x sao cho $y = 12$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Bài toán liên quan tới đồ thị của hàm số bậc nhất

VÍ DỤ 1

Cho hàm số bậc nhất $y = 2x - 1$.

a) Hoàn thành bảng giá trị sau

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x - 1$					

b) Gọi A, B, C, D, E là các điểm trên đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ có hoành độ x_0 lần lượt là -2; -1; 0; 1; 2. Từ câu a), hãy xác định tọa độ của các điểm A, B, C, D, E.

c) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và biểu diễn các điểm A, B, C, D, E rồi dùng thước thẳng kiểm tra xem các điểm này có cùng nằm trên một đường thẳng.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất $y = 2x + 4$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định các hệ số a, b của chúng.

a) $y = 0 \cdot x - 1$.

b) $y = 1 - 3x$.

c) $y = -0{,}6x$.

d) $y = \sqrt{2}(x - 1) + 3$.

e) $y = 2x^2 + 1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$.

a) Tìm hệ số a, biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 5$.

b) Với giá trị a vừa tìm được, hãy hoàn thành bảng giá trị sau vào vở.

x	-2	-1	0	1	2
y					

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = 2x - 6$. b) $y = -3x + 5$. c) $y = \dfrac{3}{2}x$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Giá điện thoại cố định của một hãng viễn thông bao gồm cước thuê bao là 22 000 đồng/tháng và cước gọi là 800 đồng/phút.

a) Lập công thức tính số tiền cước điện thoại y (đồng) phải trả trong tháng khi gọi x phút.

b) Tính số tiền cước điện thoại phải trả khi gọi 75 phút.

c) Nếu số tiền cước điện thoại phải trả là 94 000 đồng thì trong tháng đó thuê bao đã gọi bao nhiêu phút?

Lời giải. .....

.....

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

a) $y=-3x$.

b) $y=x-99$.

c) $y=6-0x$.

d) $y=\left(2+\sqrt{3}\right)x-\sqrt{5}$.

e) $y=\sqrt{2}\cdot x-1$.

f) $y=3(1-x)-x$.

g) $y=\dfrac{2}{-3}x-\dfrac{1}{2}$.

h) $y=\dfrac{x+4}{-3}$.

i) $y=\dfrac{x}{5}-\dfrac{1}{5}$.

j) $y=\dfrac{1}{6}x$.

k) $y=3-\dfrac{\sqrt{5}}{-\sqrt{3}}x$.

l) $y=x+\dfrac{1}{x}$.

m) $y=\dfrac{2}{2x+1}$.

n) $y=\dfrac{6}{x}-3$.

o) $y=\dfrac{x-3}{x+2}$.

p) $y=\dfrac{2x-5}{\sqrt{5}}$.

q) $y=\dfrac{x}{x-1}$.

r) $y=3-(-3x)$.

Lời giải.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=(2a-3)x+x+4$.

a) Tìm hệ số a để hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc nhất.

b) Tìm hệ số a biết $f(2)=3$.

Lời giải.

Câu 7. Cho hàm số bậc nhất $y=(a+1)x+5$ với a là một số cho trước và $a\neq -1$.

a) Tìm a để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(5;2)$.

b) Tìm a để đồ thị hàm số đi qua điểm $B(3;6)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Cho hàm số bậc nhất $y=(m-3)x$.

a) Xác định hệ số a, b của hàm số trên.

b) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua $A(1;2)$.

c) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua $B(1;-2)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=(6-3m)x+m-6$.

a) Tìm m để $f(2)=0$.

b) Biết $f(-1)=8$. Xác định hệ số a, b của hàm số trên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho hàm số $y=(3-2m)x-1$.

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;-3)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.

Lời giải. .....

Câu 11. Cho hàm số $y = (a-1)x + a$. Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ 2.

Lời giải.

Câu 12. Cho hàm số $y = (a-1)x + a$. Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -3.

Lời giải.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2x + b$. Tìm b trong các trường hợp sau:

a) Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

b) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1;5)$.

Lời giải.

Câu 14. Cho hàm số bậc nhất $y = (k-2)x + k^2 - 2k$.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $k = 3$.

b) Tìm k để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2+1)\,x + m + 2$ với m là tham số.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho hàm số $y = ax + b$.

a) Xác định a, b biết đồ thị hàm số đi qua $A(2;5)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3.

b) Vẽ đồ thị hàm số với a, b vừa tìm được.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x - 4$.

Lời giải. .....

.....

Câu 18. Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 3$.

Lời giải.

Câu 19. Vẽ đồ thị hàm số $y = 5x - 3$.

Lời giải.

Câu 20. Vẽ đồ thị hàm số $y = -3x + 2$.

Lời giải.

Câu 21. Vẽ đồ thị hàm số $y = -3x + 4$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hàm số bậc nhất được cho bởi công thức nào sau đây

A. $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.
B. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$.
C. $y = \dfrac{1}{ax + b}$ $(a \neq 0)$.
D. $y = \dfrac{1}{ax}$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ là

A. một đường thẳng.
B. một đoạn thẳng.
C. một đường cong.
D. một Parabol.

Câu 3. Khi $b = 0$ thì đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ luôn đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$.
B. $A(1;1)$.
C. $M(1;-1)$.
D. $N(-1;1)$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

A. $y = \dfrac{-1}{x+2}$.
B. $y = \dfrac{1}{2}x - 3$.
C. $y = x^2 - 1$.
D. $y = 5 - \dfrac{6}{x}$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = 3x - 1$ giao với trục tung tại điểm A có tọa độ là

A. $A(3;-1)$.
B. $(0;3)$.
C. $(-1;0)$.
D. $(0;-1)$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{1}{2}x$ giao với trục hoành tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$.
B. $A(1;1)$.
C. $N(2;-2)$.
D. $M(2;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = -2x + 3$. Đồ thị của hàm số đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-5;4)$.
B. $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.
C. $\left(\dfrac{3}{4};-3\right)$.
D. $\left(\dfrac{9}{2};-6\right)$.

Câu 8. Cho hàm số bậc nhất $y = (a+1)x + 5$ với $a+1$ là hệ số của x. Để đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(5;2)$ thì giá trị của a là

A. $a = \dfrac{-1}{5}$.
B. $a = \dfrac{-8}{5}$.
C. $a = 5$.
D. $a = \dfrac{-5}{8}$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = \dfrac{x-4}{5}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. 1.
B. -4.
C. $\dfrac{-4}{5}$.
D. $\dfrac{1}{5}$.

Câu 10. Hệ số b của đường thẳng $y = 2(3x - 5) - 7$ là

A. -7.
B. -5.
C. 6.
D. -17.

Bài 5

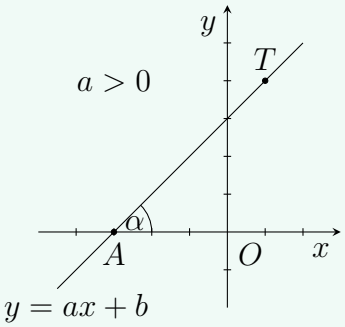
HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

I Tóm tắt lý thuyết

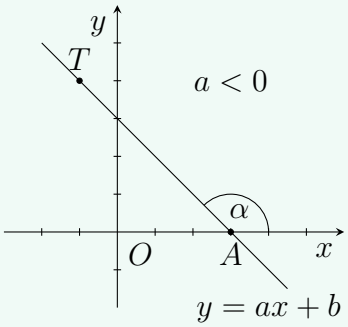
1 Hệ số góc của đường thẳng

Trong mặt phẳng Oxy, góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT. Trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox. T là một điểm nào đó thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương (Hình 2 và 3).

Nhận xét: Chú ý rằng: $0^0 < \alpha < 180°$.



Hình 2



Hình 3

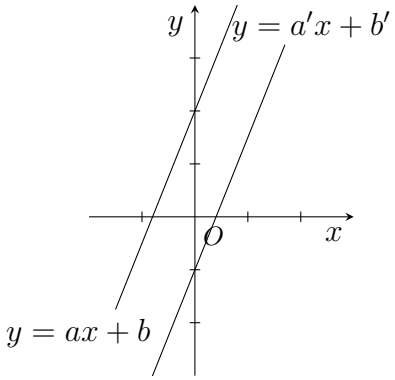
Lưu ý: Ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.

Nhận xét:

- Khi hệ số góc $a > 0$, đường thẳng $y = ax + b$ đi lên từ trái sang phải, góc tạo bởi đường thẳng này với trục Ox là mộ góc nhọn. (Hình 2)
- Khi hệ số góc $a < 0$, đường thẳng $y = ax + b$ đi xuống từ trái sang phải, góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc tù. (Hình 3)

2 Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ song song với nhau khi $a = a'$; $b \neq b'$ và ngược lại. (Hình 4)



Hình 4

Lưu ý: Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ cắt nhau khi $a \neq a'$ và ngược lại.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Tìm hệ số góc của đường thẳng

VÍ DỤ 1

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ hai đường thẳng sau:

$$(d) : y = 2x + 1 \text{ và } (d') : y = -2x + 1.$$

a) So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d) và trục Ox với $90°$.

b) So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d') và trục Ox với $90°$.

c) Nhận xét gì về quan hệ giữa hệ số a của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ với góc tạo bởi đường thẳng này với trục Ox.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Xác định hệ số góc của mỗi đường thẳng sau:

a) $y = 3x - 1$. b) $y = 2 - x$. c) $y = \dfrac{1}{2}(x - 1)$.

Lời giải. .....

.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 3

Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = -2$ và đi qua điểm $(1; 2)$.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 4

Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc là 3 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 5

Tìm hệ số góc của đường thẳng $(d)\colon y = -3x - 7$.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 6

Tìm hệ số góc của đường thẳng $(d)\colon y = ax + 3$ biết (d) đi qua điểm $A(2;6)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 7

Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $A(2;1)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 8

Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $B(1;-2)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 9

Tìm giá trị của b để đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;5)$ và có hệ số góc bằng -3.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 10

Cho đường thẳng $y=(1-4m)x+m-2$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn.

b) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

VÍ DỤ 1

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy. Vẽ hai đường thẳng $y=2x$ và đường thẳng $y=2x+1$. Có nhận xét gì về vị trí tương đối của hai đường thẳng này?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Tìm các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y=2x+1$. b) $y=-1-2x$. c) $y=2+2x$. d) $y=-1+2x$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = (m+1)x + 2$ $(m \neq -1)$ song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 4

Cho hai đường thẳng $y = 2x - 1$ và $y = x - 3$. Bằng cách so sánh hai hệ số góc. Hãy cho biết hai đường thẳng này có song song hay trùng nhau không?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 5

Tìm các đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 2x + 1$. b) $y = 2x$. c) $y = 2 + 2x$. d) $y = 1 - 2x$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 6

Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = mx - 2$ $(m \neq 0)$ cắt đường thẳng $y = -2x + 1$.

Lời giải. .....

.....

.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 7

Cho hai hàm số bậc nhất $y = 2mx + 1$ và $y = (m-1)x + 2$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số đã cho là:

a) Hai đường thẳng song song với nhau.

b) Hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 8

Cho các đường thẳng sau:

$(d_1)\colon y = \dfrac{3}{2}x + 2;$ $(d_3)\colon y = \dfrac{1}{2}x - 3;$ $(d_5)\colon y = \dfrac{1}{2}x + 3;$

$(d_2)\colon y = \dfrac{3}{2}x - 1;$ $(d_4)\colon y = x - 3;$ $(d_6)\colon y = x + 2.$

a) Chỉ ra các cặp đường thẳng song song.

b) Chỉ ra vị trí tương đối của (d_2) và (d_5).

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 9

Cho các đường thẳng sau:

$(d_1)\colon y = 2x + 1;$
$(d_2)\colon y = 5 + 2x;$
$(d_3)\colon y = 3 - 2x;$
$(d_4)\colon y = \dfrac{x+3}{2};$
$(d_5)\colon y = \dfrac{-3}{2}x + 4;$
$(d_6)\colon y = \dfrac{1}{2}x - 9.$

a) Chỉ ra các cặp đường thẳng song song. b) Đường thẳng nào cắt đường thẳng (d_5)?

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Tìm các giá trị của tham số m để các cặp đường thẳng sau song song với nhau.

a) $(d)\colon y = mx - 7$ và $(d')\colon y = 2x$ với $m \neq 0$;

b) $(d)\colon y = (m+2)x + 4$ và $(d')\colon y = x - 3$ với $m \neq -2$;

c) $(d)\colon y = (1-m^2)x + 2$ và $(d')\colon y = -3x - m$ với $m \neq \pm 1$;

d) $(d)\colon y = (5m-2)x - 1$ và $(d')\colon y = m(m+2)x + 2$ với $m \notin \left\{0; -2; \dfrac{2}{5}\right\}$;

e) $(d)\colon y = (2-m^2)x + m - 5$ và $(d')\colon y = mx + 3m - 7$ với $m \notin \{\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0\}$;

f) $(d)\colon y = (m-1)x + 2$ và $(d')\colon y = (3-m)x + 1$ với $m \notin \{1; 3\}$;

g) $(d)\colon y = (m^2+m)x + 2$ và $(d')\colon y = (m+1)x - m$ với $m \notin \{0; 1\}$;

h) $(d)\colon y = mx + m - 2$ và $(d')\colon y = (5-m)x + 4 - m$ với $m \notin \{0; 5\}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Cho đường thẳng $(d)\colon y = 2mx + 3$ và $(d')\colon y = (m+1)x + 2$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau. b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Cho đường thẳng $(d)\colon y = mx + 3$ và $(d')\colon y = (2m+1)x - 5$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau. b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 13

Cho đường thẳng $(d)\colon y = (m-2)x - 3$ và $(d')\colon y = 2x - (m-1)$. Tìm m để:

a) (d) và (d') cắt nhau. b) (d) và (d') song song. c) (d) và (d') trùng nhau.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 14

Cho đường thẳng $(d)\colon y = 2x + 3m$ và $(d')\colon y = (2m+1)x + 2m - 3$ (với m là tham số). Tìm m để:

a) (d) và (d') cắt nhau. b) (d) và (d') song song. c) (d) và (d') trùng nhau.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 15

Cho đường thẳng $(d)\colon y=(m+1)x+3$ và $(d')\colon y=(3-2m)x+1$ (với m là tham số). Tìm m để:

a) (d) và (d') cắt nhau. b) (d) và (d') song song. c) (d) và (d') trùng nhau.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 16

Cho đường thẳng $(d)\colon y=ax+2$. Tìm a để đường thẳng (d):

a) cắt đường thẳng $y=4x-5$. b) song song với đường thẳng $y=-3x+1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 17

Cho đường thẳng $(d)\colon y=(m+3)x+m+1$ và $(d')\colon y=(2-m)x-m$.

a) Tìm m để (d) và (d') song song. b) Chứng minh khi $m=-1$ thì (d) cắt (d').

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 18

Cho đường thẳng $(d)\colon y=(m+6)x+2$ và $(d')\colon y=m(3m+4)x-5$.

a) Tìm m để (d) và (d') song song.

b) Chứng minh khi $m=-2$ thì (d) song song với (d').

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 19

Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(2;1)$ và song song với đường thẳng $(d')\colon y=3x-1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 20

Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(4;-5)$ và song song với đường thẳng $(d')\colon y=3x+1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 21

Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(-4;5)$ và song song với đường thẳng $(d')\colon y=2x+1$.

Lời giải. .....

.....

.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 22

Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(1;-2)$ và song song với đường thẳng $(d')\colon y=-x-2$.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 23

Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(1;-8)$ và song song với đường thẳng $(d')\colon y=-3x+9$.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 24

Xác định hàm số $(d)\colon y=ax+b$ trong các trường hợp sau:

a) Hệ số góc bằng 3 và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;2)$.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;5)$ và song song với đường thẳng $y=-3x$.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 25

Cho đường thẳng $(d)\colon y=-3x$ và đường thẳng $(d')\colon y=x+2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để đường thẳng $(d'')\colon y=ax+b$ đi qua điểm $A(-1;3)$ và song song với (d').

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 26

Xác định hàm số $y=ax+b$ trong các trường hợp sau:

a) Hệ số góc bằng 3 và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

b) Hệ số góc bằng -5 và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;3)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(1;7)$ và song song với đường thẳng $y=7x$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3 Tìm m để đồ thị hàm số thoả mãn điều kiện về vị trí tương đối

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $(d)\colon y=(m-1)x+2m-3$ với m là tham số. Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x+1$ tại 1 điểm nằm trên trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho đường thẳng $y=(1-4m)x+m-2$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $\dfrac{3}{2}$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Cho hàm số $(d)\colon y=mx+5$ với m là tham số. Tìm giá trị của m để (d) cắt đường thẳng $y=-3x+m+1$ tại một điểm trên trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 4

Cho hàm số bậc nhất $y=ax-4$. Xác định a trong các trường hợp sau:

a) Đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y=-3x+2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 5

Tìm m để hai đường thẳng

a) $(d)\colon y=2x+(m-1)$ và $(d')\colon y=3x-5$ cắt nhau tại 1 điểm thuộc trục hoành.

b) $(d)\colon y=2x+(3+m)$ và $(d')\colon y=3x+(5-m)$ cắt nhau tại 1 điểm thuộc trục tung.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hàm số $(d)\colon y=(m-2)x+m$ với $m\neq 2$.

a) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0;5)$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x+3$ tại 1 điểm trên trục tung.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho đường thẳng $(d)\colon y=ax+b$. Tìm a, b để (d) song song với đường thẳng $y=2x$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Cho hàm số $(d)\colon y=(3-m)x+m-1$.

a) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y=2x+3$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=x+3m-2$ tại điểm trên trục tung.

Lời giải.

.....

.....

VÍ DỤ 9

Cho hàm số $(d)\colon y=(m-3)x+5-m$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua $A(2;5)$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x-4$ tại 1 điểm nằm trên Oy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 10

Cho hàm số $(d)\colon y=(2-m)x+3m-1$.

a) Tìm m để hàm số trên là hàm bậc nhất. Vẽ đồ thị với $m=-1$.

b) Tìm m để (d) song song với $(d')\colon y=-x+m-3$.

c) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $(d'')\colon y=-x+2$ tại một điểm thuộc trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 11

Cho hàm số $(d)\colon y=(m+1)x+2m$ và $(d')\colon y=(2m+1)x+3m$.

a) Tìm m để đồ thị hai hàm số trên song song với nhau.

b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 12

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = 3x - 7$ và $(d')\colon y = \dfrac{2}{3}x + m$.

a) Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m = 2$.

b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 13

Cho hàm số $(d)\colon y = 2x + 4$ và $(d')\colon y = (m-2)x + m + 2$.

a) Khi $m = 0$ vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm giao điểm của (d) và (d') khi $m = 0$.

c) Tìm m để (d) song song với (d').

d) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm thuộc trục hoành.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 14

Cho hàm số bậc nhất $(d)\colon y = (m-1)x - 4$ với $m \neq 1$.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$.

b) Tìm m để (d) song song với đường thẳng $y = -3x + 2$.

c) Tìm m để (d) cắt $(d')\colon y = x - 7$ tại một điểm nằm bên trái trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 15

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = 4x + m$ và $(d')\colon y = -3x + 2 - m$.

a) Vẽ hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m = -4$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d') khi $m = -4$.

c) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm nằm bên phải trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 16

Cho hàm số $(d)\colon y = x - 2$.

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm a, b để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(1; -5)$ và song song với (d).

c) Tìm m để $(d')\colon y = (m - 3)x + 5$ với $m \neq 3$ cắt (d) tại một điểm nằm bên phải trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 17

Cho đường thẳng $(d)\colon y = x + 4$ và $(d')\colon y = -2x - 2$.

a) Vẽ đồ thị của (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d'')\colon y = ax + b$ song song với (d) và (d'') cắt (d') tại A có hoành độ -3.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 18

Cho hàm số $(d)\colon y=\dfrac{-1}{2}x$ và hàm số $(d')\colon y=2x+3$.

a) Vẽ hai hàm số trên cùng một hệ tọa độ Oxy.

b) Tìm a, b để $(d'')\colon y=ax+b$ song song với (d) và cắt (d') tại 1 điểm trên trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 19

Cho hàm số $(d)\colon y=-2x+3$ và hàm số $(d')\colon y=x+1$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d'')\colon y=ax+b$ song song với (d) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -4.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 20

Cho hàm số $(d)\colon y=3x-2$ và hàm số $(d')\colon y=-2x+3$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d'')\colon y=ax+b$ song song với (d) và cắt (d') tại điểm có hoành độ bằng 2.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4 Xác định giao điểm

VÍ DỤ 1

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = 3x - 1$ và $(d')\colon y = 5x - 2$. Xác định giao điểm của 2 đường thẳng.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 2

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = \dfrac{1}{2}x - 3$ và $(d')\colon y = \dfrac{3}{2}x + 5$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 3

Cho hàm số $(d)\colon y = 2x$ và $(d')\colon y = x + 1$.

a) Hai đường thẳng trên có vị trí tương đối như thế nào?

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Lời giải. .....

VÍ DỤ 4

Cho hàm số $(d)\colon y = 2x - 3$ và $(d')\colon y = \dfrac{-1}{2}x + 2$.

a) Hai đường thẳng trên có vị trí tương đối như thế nào?

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 5

Cho hàm số $(d)\colon y = 2x + 3$ và $(d')\colon y = \dfrac{-1}{2}x - 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 6

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = 2x + 1$ và $(d')\colon y = -x - 2$.

a) Vẽ đồ thị (d), (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (d') bằng phép tính.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 7

Cho đường thẳng $(d)\colon y = 2x + 5$ và đường thẳng $(d')\colon y = -x - 1$.

a) Vẽ đồ thị hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 8

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = x + 1$ và $(d')\colon y = 4 - 2x$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.

b) Đường thẳng $(d'')\colon y = 3x + 2m$ với m là tham số. Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 9

Cho hai hàm số bậc nhất $(d)\colon y = x + 1$ và $(d')\colon y = -2x + 4$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hai hàm số trên.

b) Với điểm $B(19; 38)$ và O là gốc tọa độ. Chứng minh ba điểm O, A, B thẳng hàng.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 10

Cho hàm số $(d)\colon y=\dfrac{3}{2}x-2$ và $(d')\colon y=-2x+5$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Cho hai hàm số $(d)\colon y=2x-3$ và $(d')\colon y=\dfrac{-1}{2}x+2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hai hàm số trên.

b) Tìm m để đường thẳng $(d'')\colon y=(m-2)x+m+8$ đi qua điểm A.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Cho hai hàm số $(d)\colon y=\dfrac{2}{3}x$ và $(d')\colon y=\dfrac{-1}{3}x+3$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai hàm số bằng phép tính.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Cho đường thẳng $(d)\colon y=2x+2$.

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) với đường thẳng $(d')\colon y = x - 3$.

c) Cho đường thẳng $(d'')\colon y = mx + 5$. Tìm giá trị của m để 3 đường thẳng trên cùng đi qua 1 điểm.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 14

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = (2+m)x + 1$ và $(d')\colon y = (1+2m)x + 2$.

a) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (d').

b) Với $m = -1$ vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ rồi tìm tọa độ giao điểm.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 15

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = -3x + 2$ và $(d')\colon x - 2y = 3$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

b) Tìm m để (d), (d') và đường thẳng $(d'')\colon y = (-2m+1)x + m + 1$ đồng quy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 16

Cho ba đường thẳng sau: $(d)\colon y = \dfrac{2}{5}x + \dfrac{1}{2}$; $(d_1)\colon y = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{5}{2}$ và $(d_2)\colon y = mx + \dfrac{7}{2}$. Tìm m

để ba đường thẳng trên cùng đi qua một điểm.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 17

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d)\colon y=(m-1)x-m$ với m là tham số.

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1;-3)$.

b) Tìm m để (d) đồng quy với hai đường thẳng $(d')\colon y=x-\dfrac{2}{3}$ và $(d'')\colon y=-x+1$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 18

Cho hàm số bậc nhất $(d)\colon y=(2m-1)x+3$. Tìm m để đường thẳng (d) và hai đường thẳng $y=x+3$ và $y=2x+1$ đồng quy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 19

Cho hàm số $(d)\colon y=(3-2m)x+3m-5$ với m là tham số.

a) Tìm m để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

b) Tìm m để (d) đồng quy với hai đường thẳng $(d')\colon y=3x+3$ và $(d'')\colon y=-x-5$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....
.....
.....

VÍ DỤ 20

Cho hai đường thẳng $(d)\colon y = x + 2$ và $(d')\colon y = 2x + 1$. Tìm m để đường thẳng $(d'')\colon y = (m^2 + 1)x + m$ đồng quy với (d) và (d').

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2)$ và có hệ số góc bằng 3.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc bằng -2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y=-x+1$; b) $y=-2x+1$; c) $y=-2x+2$; d) $y=-x$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hai hàm số bậc nhất $y=mx+5$ và $y=(2m+1)x+3$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số là:

a) Hai đường thẳng song song với nhau. b) Hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y=-3x+1$ và đi qua điểm $M(2;6)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $y=x$ và $y=-x+2$.

a) Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng đã cho.

c) Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y=-x+2$ và trục Ox. Chứng minh rằng $\triangle OAB$ vuông tại A, tức hai đường thẳng $y=x$ và $y=-x+2$ vuông góc với nhau.

d) Có nhận xét gì về tích hai hệ số góc của hai đường thẳng đã cho.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho hai hàm số $y = 2x - 1$ và $y = -x + 2$.

a) Trong cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Cho hàm số bậc nhất $y = (3-m)x + 2m + 1$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số đã cho là:

a) Đường thẳng đi qua điểm $A(1;2)$.

b) Đường thẳng cắt đường thẳng $y = x + 1$ tại một điểm nằm trên trục tung.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hàm số bậc nhất $y = (m+2)x + 3$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -x$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được ở câu a.

c) Tìm giao điểm A của đồ thị hàm số tìm được ở câu a và đồ thị hàm số $y = x + 1$. Tính diện tích của $\triangle OAB$ trong đó B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + 1$ với trục Ox.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là

A. b. B. a. C. $-a$. D. $-b$.

Câu 2. Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ song song với nhau khi nào?

A. $a = a'; b = b'$.
B. $a \neq a'; b = b'$.
C. $a \neq a'; b \neq b'$.
D. $a = a'; b \neq b'$.

Câu 3. Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ có $a \neq a'$. Vậy hai đường thẳng này có vị trí như thế nào?

A. Song song.
B. Cắt nhau.
C. Trùng nhau.
D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 4. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = 3x - 4$ với trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. α là một góc nhọn.
B. α là một góc vuông.
C. α là một góc tù.
D. α là một góc bẹt.

Câu 5. Góc tạo bởi trục Ox với đường thẳng nào sau đây là góc tù?

A. $y = 3x - 1$.
B. $y = -3 + x$.
C. $y = -2(x - 1)$.
D. $y = 4x$.

Câu 6. Cho ba đường thẳng $(d_1)\colon y = 3x - 2$, $(d_2)\colon y = x - 2$, $(d_3)\colon y = 2(x - 2) + x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. (d_1) song song (d_3).
B. (d_1) cắt (d_2).
C. (d_2) cắt (d_3).
D. Ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ song song.

Câu 7. Đường thẳng có hệ số góc bằng 2 và đi qua điểm $A(-1; 2)$ là

A. $y = 2x + 2$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = 2x + 4$.

Câu 8. Giá trị của m để đường thẳng $y = (m + 1)x + 2$ song song với đường thẳng $y = -2x$ là

A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 9. Hai đường thẳng $(d)\colon y=2x+4$ và $(d')\colon y=-x+1$ cắt nhau tại điểm có tọa độ là

A. $(2;-1)$. B. $(4;1)$. C. $(-1;4)$. D. $(-1;2)$.

Câu 10. Giá trị của a để đường thẳng $y=ax-4$ cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là

A. $\dfrac{7}{2}$. B. $\dfrac{1}{4}$. C. $\dfrac{-2}{7}$. D. -4.

Bài 6

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

I Bài tập tự luyện

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $6x^2-5x+3=2x-3x(3-2x)$.

b) $\dfrac{2(x-4)}{4}-\dfrac{3+2x}{10}=x+\dfrac{1-x}{5}$.

c) $\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3x-5}{4}=\dfrac{3(2x-1)}{2}-\dfrac{7}{6}$.

d) $\dfrac{6x+5}{2}-\dfrac{10x+3}{4}=2x+\dfrac{2x+1}{2}$.

e) $(x-4)(x+4)-2(3x-2)=(x-4)^2$.

f) $(x+1)^3-(x-1)^3=6(x^2+x+1)$.

g) $3-4x(25-2x)=8x^2+x-300$.

h) $\dfrac{2(1-3x)}{5}-\dfrac{2+3x}{10}=7-\dfrac{3(2x+1)}{4}$.

i) $\dfrac{5x+2}{6}-\dfrac{8x-1}{3}=\dfrac{4x+2}{5}-5$.

k) $\dfrac{3x+2}{2}-\dfrac{3x+1}{6}=2x+\dfrac{5}{3}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Thương của hai số bằng 3. Nếu tăng số bị chia 10 đơn vị và giảm số chia đi một nửa thì số thứ nhất thu được lớn hơn số thứ hai thu được là 30. Tìm hai số ban đầu.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Chu vi của một hình chữ nhật bằng 140 m, hiệu giữa số đo chiều dài và chiều rộng là 10 m. Tìm số đo các cạnh của hình chữ nhật.

Lời giải. .....

.....

Câu 4. Thùng thứ nhất đựng 40 lít dầu, thùng thứ hai đựng 85 lít dầu. Ở thùng thứ hai lấy ra một lượng dầu gấp 3 lần lượng dầu lấy ra ở thùng thứ nhất. Sau đó lượng dầu còn lại trong thùng thứ nhất gấp đôi lượng dầu còn lại trong thùng thứ hai. Hỏi đã lấy ra bao nhiêu lít dầu?

Lời giải.

Câu 5. Chu vi bánh xe lớn của một đầu máy xe lửa là 5,6 m và của bánh xe nhỏ là 2,4 m. Khi xe chạy từ ga A đến ga B thì bánh nhỏ đã lăn nhiều hơn bánh lớn là 4 000 vòng. Tính quãng đường AB.

Lời giải.

Câu 6. Cho đường thẳng $y = (2m-1)x + m^2 + 2$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn.

b) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù.

Lời giải.

Câu 7. Cho hàm số $(d)\colon y=(m-2)x+3$.

a) Xác định m để (d) đi qua điểm $A(1;-1)$. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua điểm $B(-2;2)$ và song song với đường thẳng (d).

Lời giải.

Câu 8. Cho hàm số $(d)\colon y=\dfrac{3}{2}x$ và $(d')\colon y=3x-3$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để đường thẳng $(\Delta)\colon y=ax+b$ song song với (d) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -6.

Lời giải.

Câu 9. Cho hàm số $y=(2a-5)x+a-2$ có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Tìm a để đường thẳng (d) cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 2.

b) Tìm a để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=3x+1$.

Lời giải.

Câu 10. Cho hàm số $(d)\colon y=\dfrac{-1}{2}x$ và $(d')\colon y=x+2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d'')\colon y=ax+b$ song song với (d) và cắt (d') tại 1 điểm có tung độ bằng -3.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Cho hai đường thẳng $(d)\colon y=2x-4$ và $(d')\colon y=-3x+5$.

a) Đường thẳng (d) và (d') có cắt nhau không? Vì sao?

b) Vẽ (d) trên mặt phẳng tọa độ.

c) Tìm a, b để $(d'')\colon y=ax+b$ cắt (d) tại một điểm trên trục tung và đi qua $A(1;-1)$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho đường thẳng $(d)\colon y=(3-m)x-m+5$ với m là tham số. Xác định m để (d):

a) Cắt đường thẳng $y=2mx+8$.

b) Song song với đường thẳng $y=2x-1$.

c) Cắt đường thẳng $y=-x+9$ tại điểm có tung độ là 5.

d) Cắt đường thẳng $y=-3x+12$ tại 1 điểm trên trục hoành.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d)\colon y=(m-1)x-m$ với m là tham số.

a) Vẽ đường thẳng (d) khi $m = 3$.

b) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1; -3)$.

c) Tìm m để (d) với hai đường thẳng $y = x - \dfrac{2}{3}$ và $y = -x + 1$ đồng quy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Cho hai hàm số $(d)\colon y = 2x - 3$ và $(d')\colon y = \dfrac{1}{2}x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.

b) Tìm m để đường thẳng $(d'')\colon y = 3x - 2m - 3$ và hai đường thẳng trên đồng quy.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Trên hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d)\colon y = 2x + m - 5$.

a) Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng (d) với hai trục tọa độ khi $m = 4$.

b) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = (m^2 + 1)x - 4$.

c) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) đồng quy với hai đường thẳng $y = 4x - 3$ và $y = 3x + 4$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

CHƯƠNG 8

MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Mục lục của chương

1. Kết quả có thể và kết quả thuận lợi 150
2. Cách tính xác suất của biến cố bằng tỉ số 159
3. Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm với xác suất và ứng dụng . 170
4. Ôn tập chương VIII 181

Bài 1 KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

I Tóm tắt lý thuyết

1 Kết quả có thể của hành động, thực nghiệm

Trong thực tế, ta thường gặp các hành động, thực nghiệm mà kết quả của chúng không thể biết trước khi thực hiện. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp ta có thể xác định được tất cả các kết quả có thể xảy ra (gọi tắt là các kết quả có thể) của hành động, thực nghiệm đó.

2 Kết quả thuận lợi cho một biến cố

Xét một biến cố E, mà E có xảy ra hay không xảy ra tùy thuộc vào kết quả hành động và thực nhiệm T.
Một kết quả có thể của T để biến cố E xảy ra được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố E.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Bài toán liên quan tới kết quả có thể của hành động, thực nghiệm

VÍ DỤ 1

Tại vòng chung kết cuộc thi "Chinh phục tri thức", ban tổ chức soạn ra 20 câu hỏi thuộc các lĩnh vực khác nhau, mỗi câu hỏi được viết trong một phiếu và được đánh số từ 1 đến 20. Các câu hỏi từ số 1 đến số 4 thuộc lĩnh vực Lịch sử – Địa lý, từ số 5 đến số 12 thuộc lĩnh vực Khoa học tự nhiên, từ số 13 đến số 18 thuộc lĩnh vực Văn học, số 19 và số 20 thuộc lĩnh vực Toán học. Bạn Sơn rút ngẫu nhiên một lá phiếu từ hộp đựng các phiếu câu hỏi. Sơn học giỏi môn Lịch sử nên mong rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực Lịch sử – Địa lý.

a) Bạn Sơn có chắc chắn rút được phiếu câu hỏi số 2 hay không?

b) Khi bạn Sơn rút một phiếu bất kì thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Lời giải. .....

.....

.....

.....
.....
.....

VÍ DỤ 2

Một hộp đựng 5 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 tới 5 và 4 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 6 tới 9. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp. Liệt kê tất cả các kết quả có thể của hành động này? Có bao nhiêu kết quả có thể?

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 3

Chọn ngẫu nhiên một chữ cái trong cụm từ "*TOAN HOC*". Liệt kê tất cả các kết quả có thể của hành động này.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 4

Một hộp đựng 4 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ có hình dạng như nhau. Bạn Nam lấy bất kì một viên bi từ trong hộp. Khi đó có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2 Bài toán liên quan tới kết quả thuận lợi cho một biến cố

VÍ DỤ 1

Đội văn nghệ khối 8 của một trường THCS có 14 bạn, trong đó có 4 bạn Nam lớp $8A$, 5 bạn nữ lớp $8B$, 3 bạn nam lớp $8C$ và 2 bạn nữ lớp $8D$. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong đội văn nghệ khối 8 để tham gia một tiết mục văn nghệ của trường.

a) Liệt kê tất cả các kết quả của hành động trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- A: Chọn được một bạn lớp $8A$
- B: Chọn được một bạn nữ.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho dãy các số sau: $5; 10; 15; 20; \ldots; 95; 100$. Xét hai biến cố sau:

A: Cô giáo yêu cầu học sinh chọn ra những số chia hết cho cả 2 và 5.

B: Cô giáo yêu cầu học sinh chọn ra những số chỉ chia hết cho 5 mà không chia hết cho 2.

a) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố B.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Vương thực nghiệm gieo một con xúc xắc.

a) Liệt kê các kết quả có thể của thực nghiệm trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- A : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là hợp số";
- B : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5 ";

- C : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Một hộp đựng 12 tấm thẻ, được ghi số 1; 2; ...; 12. Bạn Nam rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- A : "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn";
- B : "Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố";
- C : "Rút được tấm thẻ ghi số chính phương".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Bạn An có 16 cuốn sách, trong đó có 4 cuốn sách tiểu thuyết, 5 cuốn sách Lịch sử, 3 cuốn sách Khoa học tự nhiên và 4 cuốn sách Toán. Các cuốn sách này được xếp tuỳ ý trong tủ sách. Bạn Bình đến chơi và lấy ngẫu nhiên một cuốn sách trong tủ sách của An.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- E : "Bình lấy được một cuốn sách tiểu thuyết";
- F : "Bình lấy được một cuốn sách Khoa học tự nhiên hoặc cuốn sách Toán";
- G : "Bình lấy được một cuốn sách không phải là sách Lịch sử".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4. Một hộp có chứa 10 quả bóng giống nhau được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- A: "Quả bóng lấy ra được đánh số chẵn"
- B: "Quả bóng lấy ra được đánh số lớn hơn 5"

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5. Một hộp đựng 5 quả bóng được đánh số $0; 2; 4; 6; 8$. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

- A: "Lấy được quả bóng đánh số là số chẵn".
- B: "Lấy được quả bóng đánh số là số lẻ".
- C: "Lấy được quả bóng đánh số là số nguyên tố".

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Một hộp có 4 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp.

a) Viết các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

- A: "Lấy được quả bóng màu đen".
- B: "Lấy được quả bóng là bóng màu vàng".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì.

a) Có bao nhiêu kết quả xảy ra cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố A: "Lấy được chiếc bút chì màu xanh".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động này.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố M: "Số viết ra là số chia hết cho 10".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Trong lớp học thêm có 12 bạn, trong đó có 5 bạn ở lớp $7A$, 4 bạn ở lớp $7B$ và 3 bạn ở lớp $7C$. Cô giáo muốn chọn ra một bạn để làm lớp trưởng cho lớp học thêm này.

a) Viết các kết quả xảy ra cho việc chọn lớp trưởng của cô giáo.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố:

- A: "Bạn lớp trưởng là bạn ở lớp $7A$".
- B: "Bạn lớp trưởng là bạn không phải ở lớp $7C$".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Một hộp đựng 8 thẻ gồm 3 thẻ đánh chữ A, 3 thẻ đánh chữ B và 2 thẻ đánh chữ C. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố:

- A: "Thẻ rút ra là thẻ đánh chữ B".
- B: "Thẻ rút ra là thẻ đánh chữ không phải A".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Gieo ngẫu nhiên một lần hai con xúc xắc.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Tổng số chấm của hai con xúc xắc là số nhỏ hơn 6".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Một hộp có 5 viên bi được đánh các chữ A, B, C, D, E. Lấy bất kì cùng lúc hai viên bi.

a) Liệt kê các kết quả cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

- A: "Hai viên bi lấy ra được đánh chữ G, H".
- B: "Hai viên bi lấy ra được đánh các chữ khác nhau".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Khi rút một lá bài trong bộ bài, đâu là kết quả có thể của hành động trên

A. Rút được lá 15 cơ.
B. Rút được lá 52.
C. Rút được lá J bích.
D. Rút được lá 0 rô.

Câu 2. Khi gieo một con xúc xắc, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra

A. 1.
B. 2.
C. 5.
D. 6.

Câu 3. Một hộp đựng 10 chiếc bút bi gồm 3 màu xanh, 4 màu đen và 3 màu đỏ. Không nhìn và lấy ngẫu nhiên một chiếc bút. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra

A. 10.
B. 4.
C. 3.
D. 6.

Câu 4. Trên bàn bi-a có 15 viên bi được đánh số từ 1 tới 15 và một viên bi không đánh số. Một người đánh một lần và có một viên bi vào lỗ. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

A. 1.
B. 16.
C. 15.
D. 0.

Câu 5. Khi nhận kết quả chấm bài kiểm tra môn Toán của bạn Nam. Xét biến cố "Điểm kiểm tra của Nam đạt điểm tối đa". Kết quả thuận lợi cho biến cố trên là:

A. Điểm 10.
B. Điểm 9.
C. Điểm 1.
D. Điểm 0.

Câu 6. Một nhà hàng phục vụ du khách, sau khi phục vụ xong sẽ để du khách tự đánh giá các cấp độ phục vụ theo mức độ: Không hài lòng gồm 1 sao, 2 sao. Hài lòng gồm: 3 sao. Rất hài lòng là 4 sao và Tuyệt vời là 5 sao. Kết quả thuận lợi cho biến cố "Phục vụ rất hài lòng trở lên" là:

A. 4 hoặc 5 sao.
B. 1 hoặc 2 sao.
C. 4 sao.
D. 5 sao.

Câu 7. Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Nam lấy cùng lúc ngẫu nhiên 2 viên bi. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

A. 10.
B. 15.
C. 20.
D. 25.

Câu 8. Một kệ gồm 30 tủ để đựng đồ dụng cụ học sinh, trong đó các tủ được đánh số từ 1 tới

10 ở tầng 3, các tủ được đánh số từ 11 tới 20 là các tử ở tầng thứ 2, còn các tủ được đánh số từ 21 tới 30 ở tầng 1. Cô giáo đưa cho mỗi bạn một chiếc chìa khóa tủ được đánh số ứng với số trên tủ. Với biến cố "Số trên chìa khóa là tủ tầng 1". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

A. 30. B. 20. C. 10. D. 0.

Câu 9. Gieo cùng lúc hai viên xúc xắc, số các kết quả có thể xảy ra là:

A. 10. B. 20. C. 30. D. 36.

Bài 2

CÁCH TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ

I Tóm tắt lý thuyết

1 Cách tính xác suất bằng tỉ số

- Giả thiết rằng các kết quả có thể có một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố E, kí hiệu là $P(E)$, bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể.

$$P(E) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } E}{\text{Tổng số kết quả có thể}} = \frac{E}{M}.$$

- Việc tính xác suất của biến cố E trong một hành động hay thực nghiệm đồng khả năng sẽ gồm các bước sau:
  - ⋆ Đếm các kết quả có thể (thường bằng cách liệt kê).
  - ⋆ Chỉ ra các kết quả có thể là đồng khả năng.
  - ⋆ Đếm các kết quả thuận lợi cho biến cố E.
  - ⋆ Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Bài toán liên quan tới tính xác suất bằng tỉ số

VÍ DỤ 1

Một túi đựng 20 viên kẹo giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 7 viên kẹo sữa, 4 viên kẹo chanh, 6 viên kẹo dừa và 3 viên kẹo bạc hà. Bạn Lan lấy ngẫu nhiên một viên kẹo từ túi.

a) Viết tất cả các kết quả cho hành động của bạn Lan

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Lan lấy được viên kẹo sữa"?

c) Lập tỉ số $P = \frac{A}{M}$. Trong đó A là số kết quả thuận lợi cho biến cố A. Còn M là tổng số kết quả có thể cho hành động của bạn Lan.

Lời giải. .....

.....

.....

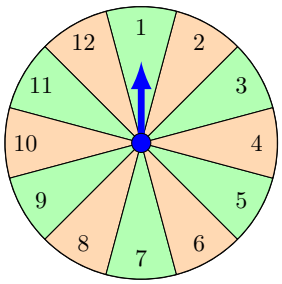
.....
.....
.....

VÍ DỤ 2

Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 12 hình quạt bằng nhau và đánh số từ 1 đến 12; được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bìa xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất của các biến cố sau.

a) A: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố".

b) B: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chính phương".



Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 3

Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc một lần. Tính xác suất để mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3.

Lời giải. .....
.....
.....
.....
.....
.....

VÍ DỤ 4

Một túi đựng 17 viên bi cùng khối lượng và kích thước, chỉ khác màu, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong túi. Tính xác suất của biến cố E: "Lấy được viên bi màu đỏ".

Lời giải. .....
.....
.....
.....

.....

.....

VÍ DỤ 5

Trên giá sách của thư viện có 15 cuốn sách, trong đó có một số cuốn tiểu thuyết. Người thủ thư đặt thêm 5 cuốn tiểu thuyết thư viện mới mua vào giá sách. Bạn Nam đến mượn sách và chọn ngẫu nhiên một cuốn trên giá. Biết rằng xác suất để chọn được cuốn tiểu thuyết là $\frac{3}{4}$. Hỏi lúc đầu trên giá sách có bao nhiêu cuốn tiểu thuyết.

Lời giải. .....

.....

.....

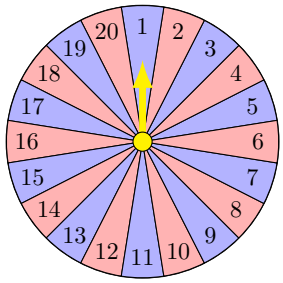
.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 20 hình quạt bằng nhau và đánh số từ 1 đến 20 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm (hình bên). Quay tấm bìa xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất để mũi tên:



a) Chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 4.

b) Chỉ vào hình quạt ghi số không phải số nguyên tố.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Một túi đựng các viên kẹo giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 5 viên kẹo màu đen, 3 viên kẹo màu đỏ, 7 viên kẹo màu trắng. Lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: "Lấy được viên kẹo màu đen".

b) F: "Lấy được viên kẹo màu đen hoặc màu đỏ".

c) G: "Lấy được viên kẹo màu trắng"

d) H: "Không lấy được viên kẹo màu đỏ"

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Trong một chiếc hộp có 15 tấm thẻ giống nhau được đánh số $10; 11; \ldots; 24$. Rút ngẫu nhiên nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Rút được tấm thẻ ghi số lẻ".

b) B: "Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Một hộp đựng 36 tấm thẻ giống nhau được đánh số $1; 2; \ldots; 36$. Bạn Nam rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: "Rút được tấm thẻ ghi số chia hết cho 4".

b) F: "Rút được tấm thẻ ghi số là bội của số 4 hoặc 6".

c) G: "Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc khác 6".

b) B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bé hơn 3".

c) C: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 2".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Một túi đựng các quả bóng giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 15 quả bóng màu xanh, 13 quả bóng màu đỏ và 17 quả bóng màu trắng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) C: "Lấy được quả bóng màu xanh".

b) D: "Lấy được quả bóng màu đỏ".

c) E: "Không lấy được quả bóng màu trắng".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số được chọn nhỏ hơn 20".

b) B: "Số được chọn là số chính phương".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Trong một phòng có 15 học sinh lớp 8A gồm 9 bạn nam, 6 bạn nữ và 15 học sinh lớp 8B gồm 12 bạn nam, 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong phòng. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) F: "Chọn được một học sinh nam".

b) G: "Chọn được một học sinh nam lớp 8B".

c) H: "Chọn được một học sinh nữ lớp 8A".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì. Tính xác suất cho các biến cố sau

a) A: "Lấy được chiếc bút màu đen".

b) B: "Lấy được chiếc bút không phải màu đỏ".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau

a) A: "Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn".

b) B: "Mặt xuất hiện có số chấm là số chia hết cho 4".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Lớp 8C có 42 học sinh, trong đó có 21 bạn học lực khá, 8 bạn học lực giỏi còn lại là trung bình. Cô giáo gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng làm bài. Tính xác suất của các biến cố sau

a) A: "Bạn được gọi là bạn có học lực khá".

b) B: "Bạn được gọi là bạn có học lực trung bình".

Lời giải. .....

.....

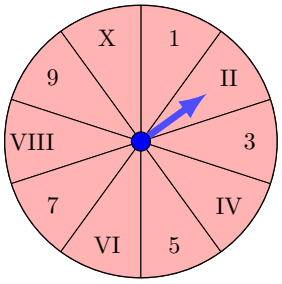
.....

.....

.....

.....

Câu 12. Một hình tròn được chia thành 10 hình quạt như nhau, được đánh số như hình bên và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bìa và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất để mũi tên



a) A: "Mũi tên chỉ vào các số la mã".

b) B: "Mũi tên chỉ vào các chữ cái A, B, C".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Trong một hộp đựng 15 thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất cho biến cố

a) A: "Số trên thẻ rút ra là số chia hết cho 5".

b) B: "Số trên thẻ rút ra là số có hai chữ số".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Bạn Bình cầm một bộ bài gồm 52 lá và đưa cho Thảo rút bất kì một lá.

a) A: "Tính xác suất để thảo rút được lá có chất cơ".

b) B: "Tính xác suất để thảo rút được lá hình (lá J, Q, K)".

c) C: "Tính xác suất để Thảo rút được lá nhỏ hơn 5".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Tính xác suất cho biến cố

a) A: "Số tự nhiên có hai chữ số này là số chia hết cho 10".

b) B: "Số tự nhiên có hai chữ số này là ước của 80".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Bạn Cường viết ngẫu nhiên các số từ 1 đến 100 vào một tờ giấy sau đó bạn Bình khoanh vào một số bất kì các số mà bạn Cường đã viết. Tính xác suất của các biến cố sau

a) A: "Bình khoanh vào số có hai chữ số mà các chữ số của nó toàn là số chẵn".

b) B: "Bình khoanh vào số có một chữ số".

c) C: "Bình khoanh vào số có hai chữ số và các chữ số của nó giống nhau".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Trong một hộp có 15 quả bóng, gồm các màu xanh, đỏ và vàng. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Tính số quả bóng màu xanh biết rằng xác suất để lấy được

quả bóng màu xanh là $\frac{1}{5}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Trên bàn cô giáo có 10 tờ giấy với 4 câu hỏi dễ, 4 câu hỏi trung bình và 2 câu hỏi khó. Các bạn được gọi lên bảng sẽ lựa chọn một câu hỏi để trả lời

a) Bạn Nam ở nhà mới học 7 câu hỏi trong 10 câu hỏi. Hãy tính xác suất để bạn Nam có thể trả lời được bài.

b) Sau khi cô giáo gọi và nhiều bạn không trả lời được nên cô giáo đã bớt đi hai câu hỏi. Tính xác suất để cô giáo lấy đúng vào hai câu hỏi khó.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Nam lấy cùng lúc ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất cho các biến cố sau

a) A: "Hai viên bi lấy ra là hai viên bi đánh số lẻ".

b) B: "Hai viên bi lấy ra có tổng số ghi trên bóng bằng 6".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Hương lấy hai viên bi như sau, lấy lần thứ nhất sau đó ghi lại số trên quả bóng rồi cho lại bóng vào trong hộp, sau đó lấy lần

thứ hai và ghi số trên quả bóng. Tính xác suất biến cố

a) A: "Hai lần lấy ra có số giống nhau".

b) B: "Số ở lần thứ nhất lớn hơn số ở lần thứ hai".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Gieo cùng lúc hai viên xúc xắc. Hãy tính xác suất cho các biến cố sau

a) A: "Cả hai viên xúc xắc đều có số chấm giống nhau".

b) B: "Tổng số chấm trên hai viên xúc sắc lớn hơn 10".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Công thức tính xác suất bằng tỉ số là $P(E)=\dfrac{E}{M}$. Trong đó E là gì?

A. Số các kết quả thuận lợi cho biến cố E.
B. Số các kết quả của hành động hay thực nghiệm.
C. Các kết quả có thể của hành động E.
D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 2. Xác suất của một biến cố $P(E)$ có giá trị như thế nào?

A. $P(E)<0$.
B. $0<P(E)<1$.
C. $P(E)>1$.
D. $0\le P(E)\le 1$.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc, xác suất mặt xuất hiện là số chẵn là

A. $\dfrac{1}{2}$.
B. $\dfrac{1}{6}$.
C. 0.
D. 1.

Câu 4. Rút một lá phiếu trong 10 lá phiếu có ghi lần lượt các số có một chữ số. Xác suất để rút được lá phiếu có ghi số 100 là

A. 100. B. 1. C. 0. D. 10.

Câu 5. Lấy bất kì một số trong các số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để lấy được số có giá trị nhỏ hơn 10 là

A. 1. B. 0. C. 10. D. 90.

Câu 6. Trong một hộp có 20 thẻ gồm 4 thẻ được đánh số 1, 4 thẻ được đánh số 2, 6 thẻ được đánh số 3, 3 thẻ được đánh số 4 và 3 thẻ được đánh số 5. Xác suất cho biến cố "Thẻ rút ra là thẻ đánh số 3" là

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{5}{20}$.

Câu 7. Lớp 8A có 35 học sinh, trong đó có 5 bạn thích môn mỹ thuật, 12 bạn thích môn âm nhạc còn lại các bạn thích bơi. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp đi thi môn năng khiếu. Xác suất bạn được chọn là bạn thích môn âm nhạc là

A. $\frac{12}{35}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{18}{35}$. D. $\frac{1}{35}$.

Câu 8. Lớp 8A có 35 học sinh, trong đó có 5 bạn thích môn mỹ thuật, 12 bạn thích môn âm nhạc còn lại các bạn thích bơi. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp đi thi môn năng khiếu. Xác suất chọn được bạn thích môn bơi là

A. $\frac{12}{35}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{18}{35}$. D. $\frac{1}{35}$.

Câu 9. Gieo cùng lúc 2 viên xúc xắc, xác suất để cả hai viên xúc xắc có cùng số chấm.

A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 10. Gieo cùng lúc hai đồng tiền, xác suất để cả hai cùng xuất hiện mặt ngửa là

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Bài 3 MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI XÁC SUẤT VÀ ỨNG DỤNG

I Tóm tắt lý thuyết

1 Xác suất thực nghiệm của một biến cố

Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi (quan sát) một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Khi đó xác suất thực nghiệm của biến cố E bằng $\dfrac{k}{n}$ (*tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực hiện thực nghiệm hoặc theo dõi hiện tượng đó*).

2 Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất

Xác suất của biến cố E được ước lượng bằng xác suất thực nghiệm của E.

$$P(E) \approx \frac{k}{n}$$

Trong đó: n là số lần thực nghiệm hay theo dõi một hiện tượng; k là số lần biến cố E xảy ra.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Bài toán liên quan tới xác suất thực nghiệm của một biến cố

VÍ DỤ 1

Ông An theo dõi và thống kê số cuộc gọi điện thoại đến cho ông trong một ngày. Sau 59 ngày theo dõi, kết quả thu được như sau

Số cuộc gọi đến trong ngày	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Số ngày	5	9	15	10	5	6	4	2	3

Gọi A là biến cố "Trong một ngày ông An nhận được nhiều hơn 6 cuộc gọi ". Hỏi trong 59 ngày, có bao nhiêu biến cố A xuất hiện?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Quay lại *Ví dụ 1*. Gọi E là biến cố "Trong một ngày ông An nhận được ít nhất 5 cuộc gọi "và F là biến cố "Trong một ngày ông An nhận được nhiều nhất 3 cuộc gọi ". Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E và F.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Một cửa hàng bán xe đạp điện, họ thống kê được số lượng các xe bán được trong một ngày như sau

Số xe bán ra trong ngày	2	3	4	5	6	7	> 7
Số ngày	3	5	2	6	7	5	4

a) Tính xác suất cho biến cố A: "Trong một ngày cửa hàng bán được nhiều hơn 7 chiếc xe".

b) Biến cố B: "Trong một ngày cửa hàng bán được dưới 5 chiếc xe"có xác suất là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Bài toán liên quan tới mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất

VÍ DỤ 1

Kiểm tra ngẫu nhiên 500 chiếc tivi do nhà máy X sản xuất thì có 4 chiếc không đạt chất lượng. Hãy ước lượng xác suất của biến cố E: "Một ti vi của nhà máy X sản xuất không đạt chất lượng".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Trong 8 buổi học thêm tại nhà của thầy Tuấn, thầy Tuấn điểm danh thì thấy bạn Hùng vắng 3 buổi. Hãy tính xác suất cho biến cố "Bạn Hùng đi học ở nhà thầy Tuấn".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử, khi kiểm tra chất lượng của 100 sản phẩm. Kết quả được ghi trong bảng sau

Số lỗi	0	1	> 1
Số sản phẩm	62	35	3

a) Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:
A: "Chọn được sản phẩm không có lỗi".
B: "Chọn được sản phẩm có đúng 1 lỗi".

b) Nếu kiểm tra 120 sản phẩm khác với cùng xác suất như trên, hãy dự đoán:

- Có bao nhiêu sản phẩm không có lỗi?
- Có bao nhiêu sản phẩm có đúng một lỗi?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Tung một chiếc kẹp giấy 145 lần xuống sàn nhà lát gạch đá hoa hình vuông. Quan sát thấy có 113 lần chiếc kẹp nằm hoàn toàn bên trong hình vuông và 32 lần chiếc kẹp nằm trên cạnh hình vuông. Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) E: "Chiếc kẹp giấy nằm hoàn toàn trong hình vuông"

b) F: "Chiếc kẹp giấy nằm trên cạnh của hình vuông"

Lời giải.

Câu 2. Một nhân viên kiểm tra chất lượng sản phẩm tại một nhà máy trong 20 ngày rồi ghi lại số phế phẩm của nhà máy mỗi ngày và thu được kết quả như sau:

Số phế phẩm	0	1	2	3	≥ 4
Số ngày	14	3	1	1	1

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) M: "Trong một ngày, nhà máy đó không có phế phẩm".

b) N: "Trong một ngày, nhà máy đó có đúng 1 phế phẩm".

c) K: "Trong một ngày, nhà máy đó có ít nhất 2 phế phẩm".

Lời giải.

Câu 3. Thống kê thời gian của 78 chương trình quảng cáo trên đài truyền hình tỉnh X có kết quả như sau:

Thời gian quảng cáo	Số chương trình quảng cáo
Từ 0 đến 19 giây	17
Từ 20 đến 39 giây	38
Từ 40 đến 59 giây	19
Trên 60 giây	4

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) E: "Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kéo dài từ 20 đến 39 giây".

b) F: "Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kéo dài trên 1 phút".

c) G: "Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kéo dài từ 20 đến 59 giây".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Một nhà máy sản xuất điều hòa tiến hành kiểm tra chất lượng của 600 chiếc điều hòa đã sản xuất và thấy có 5 chiếc bị lỗi. Trong một lô hàng có 1 500 chiếc điều hòa. Hãy dự đoán xem có khoảng bao nhiêu chiếc điều hòa không bị lỗi?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Hai bạn Mai và Việt lần lượt thực hiện việc gieo đồng thời hai con xúc xắc và mỗi lần gieo sẽ nhận được số điểm bằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc. Mai gieo được 100 lần và Việt được gieo 120 lần. Mai gieo trước và ghi lại kết quả của mình như sau:

Số điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	3	5	9	10	14	16	13	11	8	7	4

Trước khi Việt gieo hãy dự đoán xem có bao nhiêu lần số điểm của Việt nhận được là:

a) Một số chẵn.

b) Một số nguyên tố.

c) Một số lớn hơn 7.

Lời giải. .....

Câu 6. Một cơ quan quản lí đã thống kê được số khách đến thăm quan di tích X trong năm qua như sau:

Tháng	1 và 2	3 và 4	5 và 6	7 và 8	9 và 10	11 và 12
Số lượt khách	137	181	148	117	116	111

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E: "Khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8".

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố F: "Khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 đến tháng 12".

c) Giả sử có 1 196 lượt khách đến tham quan di tích. Hãy dự đoán xem:

- Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8?
- Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 tới tháng 12?

Lời giải.

Câu 7. Trong trò chơi "xúc xắc may mắn", ở mỗi ván chơi, người chơi gieo đồng thời hai con xúc xắc và ghi lại tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc. Một người chơi 80 ván và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ván	2	5	6	8	11	14	12	9	6	4	3

a) Giả sử người chơi thắng nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5 hoặc 7. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E: "Người chơi thắng trong một ván".

b) Giả sử người chơi thắng nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ nhất là 10. Tính xác suất của biến cố F: "Người chơi thắng trong một ván cờ".

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8. Thống kê số vụ tai nạn giao thông trong hai tháng 8 và tháng 9 của thành phố X được kết quả như bảng sau:

Số vụ tai nạn giao thông xảy ra trong một ngày	0	1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
Số ngày	4	9	15	10	8	6	4	3	2

Từ bảng thống kê trên. Hãy dự đoán xem trong ba tháng 10, 11, 12 tới tại thành phố X:

a) Có bao nhiêu ngày có nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông?

b) Có bao nhiêu ngày có ít nhất 5 vụ tai nạn giao thông?

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Tung hai đồng xu cân đối 50 lần và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Sự kiện	Hai đồng sấp	Hai đồng ngửa	Một đồng sấp, một đồng ngửa
Số lần	12	13	24

a)Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố A "Có một đồng sấp, một đồng ngửa"

b)Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố B "Có một đồng ngửa".

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Tung hai đồng xu cân đối 100 lần được kết quả như sau:

Sự kiện	Hai đồng sấp	Hai đồng ngửa	Một đồng sấp, một đồng ngửa
Số lần	20		48

Hãy tính xác suất thực nghiệm cho các biến cố sau:

a) A: "Có một đồng sấp"

b) B: "Hai đồng xu đều sấp".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Nếu tung một đồng xu 22 lần liên tiếp, có 13 lần xuất hiện mặt ngửa thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Gieo một con xúc xắc 11 lần liên tiếp, thấy có 5 lần xuất hiện mặt 2 chấm. Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố "Xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo xúc xắc"

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Gieo một con xúc xắc 6 mặt 100 lần được kết quả như sau:

Sự kiện	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	17	18	15	14	16	20

Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố mặt xuất hiện có số chấm là số lẻ.

Lời giải. .....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14. Minh bỏ 7 viên bi đen và 3 viên bi trắng vào một cái túi, mỗi lần Minh lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ túi, xem viên bi đó có màu gì rồi bỏ lại viên bi đó vào túi. Minh đã thực hiện 100 lần và thấy có 58 lần lấy được bi đen. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Minh lấy được viên bị đen"

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15. Trong một buổi thực hành môn khoa học tự nhiên đo thể tích của một vật thể không xác định được hình dạng, lớp $6A$ có 40 học sinh thực hiện phép đo thì có 35 học sinh thực hiện thành công. Em hãy tính xác xuất thực nghiệm của sự kiện "Phép đo được thực hiện thành công".

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16. Hàng ngày Sơn đều đi xe buýt đến trường. Sơn ghi lại thời gian chờ xe của mình trong 20 lần liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian chờ	Dưới 1 phút	Từ 1 – 5 phút	Từ 5 – 10 phút	Trên 10 phút
Số lần	4	10	4	2

Hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) Sơn phải chờ xe dưới 1 phút.

b) Sơn phải chờ xe từ 5 phút trở lên.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

Câu 17. Một trò chơi có luật chơi như sau: Ở mỗi ván chơi, người chơi gieo một con xúc xắc, nếu xuất hiện mặt 6 chấm thì người chơi đó thắng cuộc. Bốn người chơi A, B, C, D chơi trò chơi đó. Mỗi người chơi 25 ván. Kết quả số ván thắng của A, B, C, D lần lượt là 4,5,4,3.

a) Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố "A thắng", "B thắng".

b) Giả sử mỗi người chơi 60 ván. Hãy dự đoán xem người C và D có bao nhiêu ván thắng.

Lời giải.

Câu 18. Một xạ thủ bắn 200 viên đạn vào một mục tiêu và thấy có 148 viên trúng đích.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Xạ thủ bắn trúng mục tiêu".

b) Giả sử xạ thủ chỉ bắn 80 viên đạn. dự đoán xem xạ thủ bắn trúng bao nhiêu viên.

Lời giải.

Câu 19. Trong túi có một số viên bi màu đen và một số viên bi màu đỏ. Thực hiện lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi, xem viên bi màu gì rồi trả lại viên bi vào túi. Khoa thực hiện thí nghiệm 30 lần. Số lần lấy được viên bi màu đỏ là 13.

a) Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Khoa lấy được viên bi màu đỏ".

b) Giả sử Khoa thực hiện 50 lần. Dự đoán xem "Khoa lấy được bao nhiêu viên bi màu đỏ".

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Khi gieo một con xúc xắc, bạn Yến nhận thấy trong 10 lần gieo thì mặt 6 chấm xuất hiện 4 lần. Xác xuất thực nghiệm cho biến cố "Mặt xuất hiện 6 chấm" là

A. 6. B. 10. C. $\frac{10}{6}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 2. Khi gieo một đồng xu cân đối 14 lần, bạn Tân thấy có 9 lần xuất hiện mặt sấp. Xác suất thực nghiệm cho biến cố E : "mặt xuất hiện là mặt ngửa" là:

A. 1. B. 1,5. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{1}{20}$.

Câu 3. Khi kiểm tra các hoa quả trong thùng hàng được vận chuyển về nhà, chị Hương thấy trong thùng 10 kg thì sẽ có 0,5 kg quả bị dập, 1,5 kg quả nhỏ hơn so với kích thước chuẩn chị cần mua. Khi kiểm tra thùng hàng tiếp theo có trọng lượng 10 kg. Xác xuất cho biến cố "Quả có size nhỏ hơn với kích thước chuẩn" là

A. 1. B. 1,5. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{1}{20}$.

Câu 4. Thầy Tuấn làm tài liệu, cứ 60 bài thì có 2 bài có lỗi sai chính tả, 3 bài có lỗi ra số lẻ. Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố "bài tập không có lỗi" là

A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{1}{20}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 5. Gieo một con xúc xắc thấy có 8 lần xuất hiện mặt 1 chấm, 4 lần xuất hiện mặt 2 chấm. Dựa vào kết quả trên hãy tính số lần xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo 24 lần một con xúc xắc

A. 12. B. 24. C. 4. D. 2.

Câu 6. Cho bảng thống kê về số lượng chốt đơn các mặt hàng của một shop bán hàng online trong tuần thứ nhất là

Mặt hàng	Điện tử	Quần áo	Mỹ phẩm
Số lượng chốt đơn	42	33	15

Dựa vào bảng trên, xác suất chốt đơn của mặt hàng Mỹ phẩm là bao nhiêu?

A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{11}{30}$.

Bài 4

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

I Bài tập tự luyện

Câu 1. Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; 4; 5; \ldots; 20$; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2";

b) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số";

c) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4";

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Gieo ngẫu nhiên xúc xắc một lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 2".

b) "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 3".

c) "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 5 dư 1".

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Một trung tâm du học xuất khẩu ra nước ngoài gồm có 60 học sinh trong đó có 25 học sinh học tiếng Trung; 25 học sinh học tiếng Nhật; 7 học sinh học tiếng Hàn; 3 học sinh học cả tiếng Trung và tiếng Hàn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ trung tâm đó. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) "Học sinh được chọn học tiếng Trung".

b) "Học sinh được chọn học tiếng Nhật".

c) "Học sinh được chọn học tiếng Hàn".

d) "Học sinh được chọn học cả tiếng Trung và tiếng Hàn".

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Một hộp có 40 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; 4; \ldots; 39; 40$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho cả 2 và 5";

b) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lẻ";

c) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chẵn";

d) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là lập phương của một số tự nhiên";

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; 4; \ldots; 49; 50$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chứa chữ số 5";

b) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là ước của 50";

c) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là bội của 10";

d) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 30";

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Băng và Linh cùng chơi trò tung đồng xu, kí hiệu S là mặt sấp, N là mặt ngửa; mỗi bạn tung 10 lần và thu được kết quả cho trong bảng sau:

Lần thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Băng	S	N	S	S	N	S	N	S	N	N
Linh	N	S	S	N	N	S	S	S	N	N

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố *"Băng tung đồng xu được mặt ngửa"*.

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố *"Linh tung đồng xu được mặt sấp"*.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7. Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố *"Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số lẻ"* khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn với xác suất của biến cố đó.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8. Một hộp có 10 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương không vượt quá 10, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp. Sau 20 lần lấy thẻ liên tiếp, thẻ ghi số 3 được lấy ra 4 lần.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố *"Thẻ lấy ra ghi số* 3*"* trong trò chơi trên.

b) Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố *"Thẻ rút ra ghi số chia hết cho* 2*"* với xác suất của biến cố đó khi số lần rút thẻ ngày càng lớn.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố *"Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N"* trong mỗi trường hợp sau:

a) Tung một đồng xu 12 lần liên tiếp, có 8 lần xuất hiện mặt N.

b) Tung một đồng xu 15 lần liên tiếp, có 10 lần xuất hiện mặt S.

c) Tung một đồng xu 30 lần liên tiếp, có 15 lần xuất hiện mặt N.

d) Tung một đồng xu 40 lần liên tiếp, có 25 lần xuất hiện mặt S.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố *"Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S"* trong mỗi trường hợp sau:

a) Tung một đồng xu 18 lần liên tiếp, có 8 lần xuất hiện mặt S.

b) Tung một đồng xu 14 lần liên tiếp, có 7 lần xuất hiện mặt N.

c) Tung một đồng xu 28 lần liên tiếp, có 12 lần xuất hiện mặt S.

d) Tung một đồng xu 100 lần liên tiếp, có 55 lần xuất hiện mặt N.

✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

CHƯƠNG 9

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Mục lục của chương

1. Hai tam giác đồng dạng 186
2. Ba trường hợp đồng dạng của hai tam giác 194
3. Định lí Pythagore và ứng dụng 204
4. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông 221
5. Ôn tập chương IX 240

Bài 1

HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

I Tóm tắt lý thuyết

1 Định nghĩa

- $\Delta A'B'C'$ gọi là đồng dạng với ΔABC nếu
  + $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{A'C'}{AC}$ và $\widehat{A'}=\widehat{A},\widehat{B'}=\widehat{B},\widehat{C'}=\widehat{C}$.
  + Kí hiệu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (viết theo thứ tự các cặp đỉnh tương ứng).
- Tỉ số $k=\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{A'C'}{AC}$ gọi là tỉ số đồng dạng của ΔABC và $\Delta A'B'C'$.

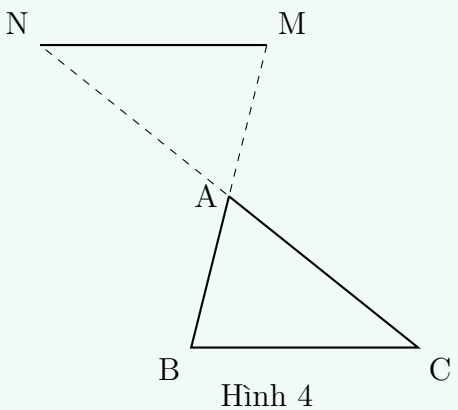
Nhận xét:

- $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số $\dfrac{1}{k}$.
- Hai tam giác bằng nhau là hai tam giac đồng dạng với nhau theo tỉ số đồng dạng $k=1$.
- Nếu $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng k và $\Delta DEF \backsim \Delta HIK$ với tỉ số đồng dạng h thì $\Delta ABC \backsim \Delta HIK$ theo tỉ số đồng dạng $k.h$.

2 Định lí

- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với canh còn lại thì nó tạo ra một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.
  Cụ thể: ΔABC có $MN//BC$ với $M\in AB, N\in AC$ thì $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$.

Lưu ý:
Định lí trên vẫn đúng nếu thay bằng đường thẳng cắt phần kéo dài của hai cạnh tam giác. Chẳng hạn, trong *Hình 4* có $MN//BC \Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta AMN$.



Hình 4

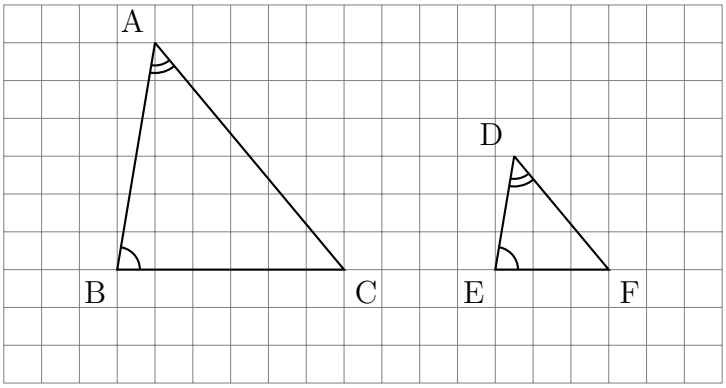
II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Sử dụng định nghĩa

VÍ DỤ 1

Cho *hình 1*. ΔABC và ΔDEF có các cạnh tương ứng song song và các góc tương ứng bằng nhau. Cụ thể: $AB//DE, AC//DF, BC//EF$ và $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{E}, \widehat{C} = \widehat{F}$.

Quan sát hình vẽ và cho biết giá trị của các tỉ số sau $\dfrac{AB}{DE}; \dfrac{BC}{EF}, \dfrac{AC}{DF}$.



Hình 1

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

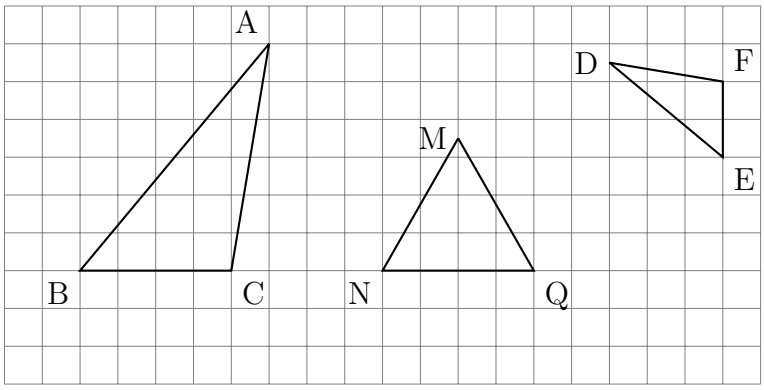
.....

VÍ DỤ 2

Cho *hình 2*

a) Chỉ ra một cặp tam giác đồng dạng.

b) Dùng kí hiệu và tìm tỉ số đồng dạng.



Hình 2

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DMN$. Chứng minh rằng:

a) ΔABC cân tại A thì ΔDMN cân tại D.

b) ΔABC vuông tại B thì ΔDMN vuông tại M.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 Sử dụng định lí

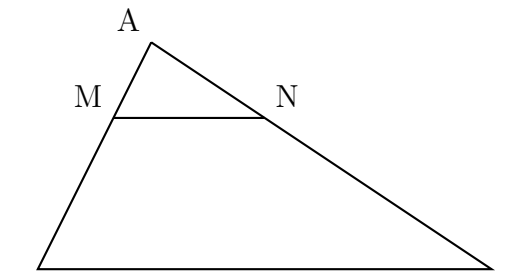
VÍ DỤ 1

Cho ΔABC và các điểm M, N lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho $MN // BC$ như *hình 3*.

a) Viết tên các cặp góc bằng nhau của ΔABC và ΔAMN.

b) Từ N kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại P. Chứng tỏ rằng $MN = BP$ và suy ra $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

c) Kí hiệu hai tam giác đồng dạng có trong hình.



Hình 3

Lời giải. .....

.....

.....

.....

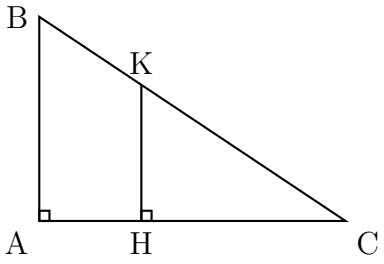
.....

VÍ DỤ 2

Cho *hình 5*.

a) ΔABC là tam giác gì?

b) ΔABC đồng dạng với tam giác nào? Vì sao?



Hình 5

Lời giải. .....

.....

.....

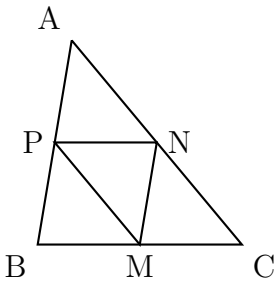
.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1.



Cho ΔABC không cân. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Hãy tìm trong hình năm tam giác khác nhau mà chúng đôi một đồng dạng với nhau. Giải thích vì sao chúng đồng dạng?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho ΔABC cân tại A và ΔMNP cân tại M. Biết rằng $\widehat{BAC} = \widehat{PMN}, AB = 2MN$.

Chứng minh $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

Lời giải. .....

.....

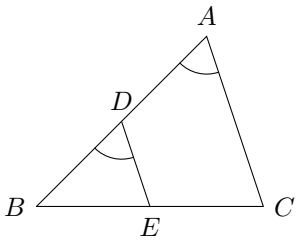
.....

.....

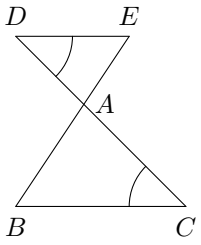
.....

.....

Câu 3. Cho các hình sau, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng trong mỗi hình và viết tỉ số đồng dạng (*Hình 12, 13*).



Hình 12



Hình 13

Lời giải. .....

.....

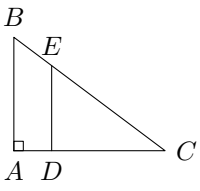
.....

.....

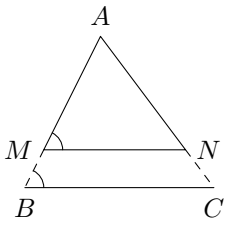
.....

.....

Câu 4. Cho các hình sau, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng trong mỗi hình và viết tỉ số đồng dạng (Hình 14, 15).



Hình 14



Hình 15

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

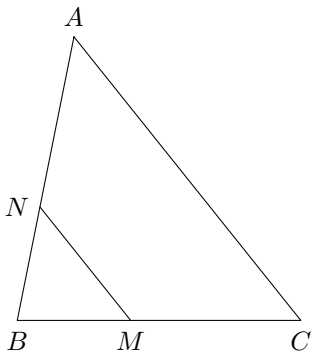
Câu 5. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{3}{5}$.

a) $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng bao nhiêu?

b) Giả sử $DE = 10$ cm. Tính AB.

Lời giải.

Câu 6. Cho ΔABC. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = \dfrac{2}{5}BC$. Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại N.



Hình 16

a) Chứng minh $\Delta NBM \backsim \Delta ABC$ (Hình 16).

b) Tính $\dfrac{MN}{AC}$.

Lời giải.

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. ΔABC đồng dạng với ΔPMN khi nào?

A. $\dfrac{AB}{PM}=\dfrac{BC}{MN}=\dfrac{AC}{PN}$.
B. $\widehat{A}=\widehat{P},\widehat{B}=\widehat{M},\widehat{C}=\widehat{N}$.
C. $AB//PM//MN$.
D. $\dfrac{AB}{PM}=\dfrac{BC}{MN}=\dfrac{AC}{PN}$ và $\widehat{A}=\widehat{P},\widehat{B}=\widehat{M},\widehat{C}=\widehat{N}$.

Câu 2. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng k. Vậy k bằng tỉ số nào sau đây?

A. $k=\dfrac{AB}{BC}$. B. $k=\dfrac{AC}{DF}$. C. $k=\dfrac{DE}{AB}$. D. $k=\dfrac{DE}{DF}$.

Câu 3. $\Delta ABC=\Delta A'B'C'$ thì

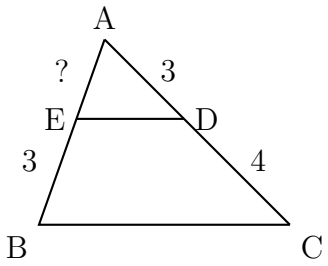
A. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với $k=1$.
B. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với $k=0$.
C. ΔABC không đồng dạng $\Delta A'B'C'$.
D. Cả ba câu A, B, C đều sai.

Câu 4. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $\dfrac{1}{2}$, $\Delta DEF \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng là 2. Thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k là bao nhiêu?

A. $k=2$. B. $k=1$. C. $k=4$. D. $k=\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho *Hình 6*. Biết $DE//BC$ và các kích thước như hình. Độ lớn đoạn AE là

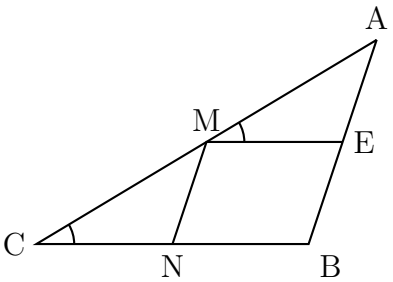
A. $AE=\dfrac{3}{4}$. B. $AE=\dfrac{4}{3}$. C. $AE=\dfrac{4}{9}$. D. $AE=\dfrac{9}{4}$.



Hình 6

Câu 6. Cho *Hình 7*. Biết $MN//AB$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

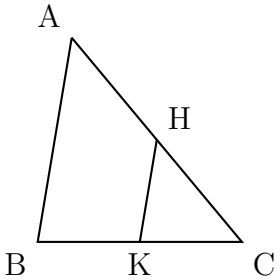
A. $\Delta MNC \backsim \Delta ABC$.
B. $\Delta AEM \backsim \Delta ABC$.
C. $\Delta MNC \backsim \Delta AEM$.
D. Cả ba câu A, B, C đều sai.



Hình 7

Câu 7. Cho *Hình 8*. ΔABC có HK là đường trung bình. Khi đó $\Delta ABC \backsim \Delta HKC$ theo tỉ số k bằng bao nhiêu?

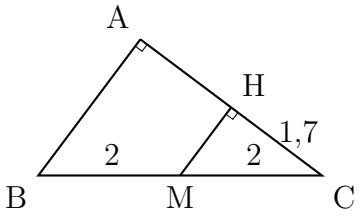
A. $k=2$. B. $k=\dfrac{1}{2}$. C. $k=1$. D. $k=0$.



Hình 8

Câu 8. Cho *Hình 9*. Độ lớn cạnh AC bằng

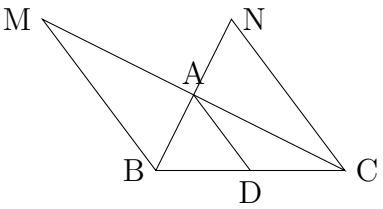
A. $AC = 1{,}7$. B. $AC = 4$. C. $AC = 3{,}4$. D. $AC = 3{,}7$.



Hình 9

Câu 9. Cho *Hình 11*. Biết $MB//AD//NC$. Khi đó $\dfrac{1}{BM}+\dfrac{1}{CN}$ bằng

A. $\dfrac{1}{AD}$. B. $\dfrac{2}{AD}$. C. $\dfrac{2}{BC}$. D. $\dfrac{1}{BC}$.



Hình 11

Bài 2

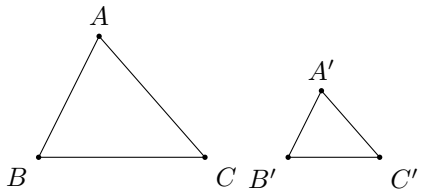
BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

I Tóm tắt lý thuyết

1 Trường hợp bằng nhau thứ nhất

♦ Định lí: Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

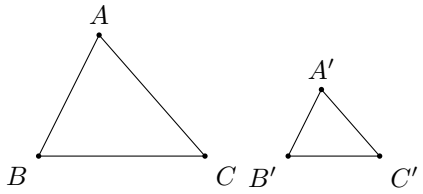
GT	$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$, $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CA}{C'A'}$
KL	$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



2 Trường hợp bằng nhau thứ hai

♦ Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

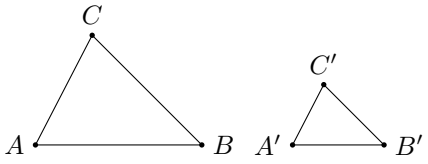
GT	$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$, $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}$, $\widehat{B}=\widehat{B'}$
KL	$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



3 Trường hợp bằng nhau thứ ba

♦ Nếu hai góc của tam giác này bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ $\widehat{A}=\widehat{A'}$, $\widehat{B}=\widehat{B'}$
KL	$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

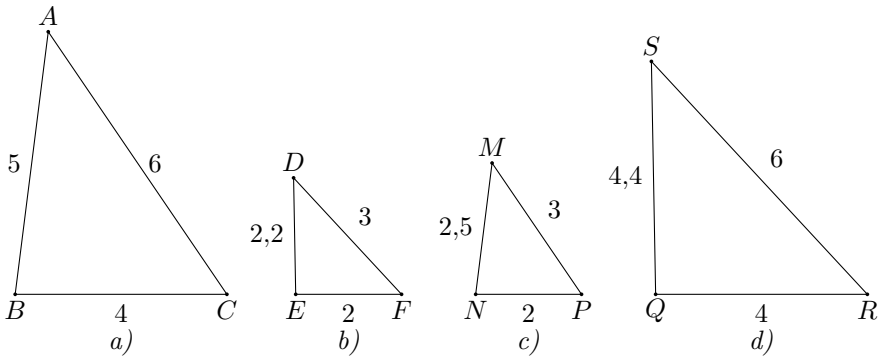


II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Chứng minh hai tam giác đồng dạng trường hợp thứ nhất

VÍ DỤ 1

Tìm trong hình dưới các cặp tam giác đồng dạng.



Lời giải. .....

.....

.....

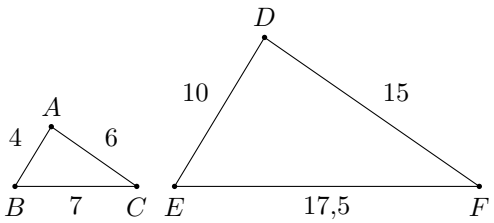
.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho tam giác ABC và tam giác DEF có kích thước các cạnh như hình dưới. Chứng minh rằng $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

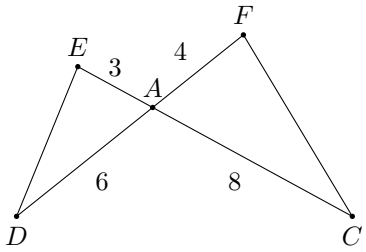
.....

.....

Dạng 2 Chứng minh hai tam giác đồng dạng trường hợp thứ hai

VÍ DỤ 1

Cho tam giác ADE và tam giác ACF có các kích thước như hình dưới. Chứng minh rằng $\triangle ADE \backsim \triangle ACF$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ thỏa mãn $AB = 2$, $AC = 3$, $A'B' = 6$, $A'C' = 9$ và $\widehat{A} = \widehat{A'}$. Chứng minh $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

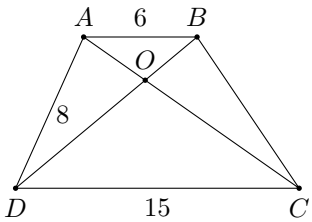
.....

.....

Dạng 3 Chứng minh hai tam giác đồng dạng trường hợp thứ ba

VÍ DỤ 1

Cho hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$ có $AB = 6\,\text{m}$, $CD = 15\,\text{m}$, $OD = 8\,\text{m}$ (hình bên). Tính độ dài đoạn thẳng OB.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho hai tam giác ABC và MNP thoả mãn $\widehat{A} = 50°$, $\widehat{B} = 60°$, $\widehat{N} = 60°$, $\widehat{P} = 70°$. Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle MNP$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

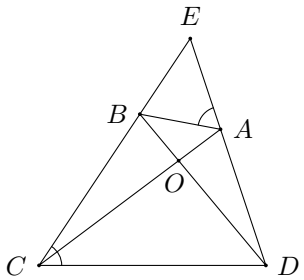
III Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho $\triangle ECD$. Trên các cạnh ED, EC lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho $\overset{\frown}{EAB} = \overset{\frown}{ECD}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD *(Hình 23)*.

a) Chứng minh $\triangle EAB \backsim \triangle ECD$.

b) Chứng minh $\triangle EAC \backsim \triangle EBD$.

c) Chứng minh $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.



Hình 23

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

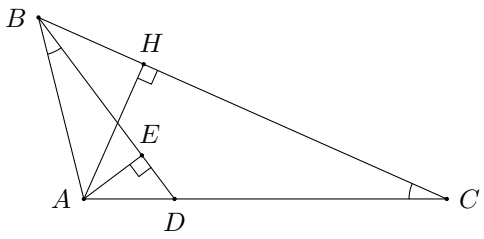
.....

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2$ cm, $AC = 4$ cm. Qua B dựng đường thẳng cắt AC tại D sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$. *(Hình 24).*

a) Chứng minh $\triangle ABD \backsim \triangle ACB$.

b) Tính AD và DC.

c) Gọi AH là đường cao của $\triangle ABC$, AE là đường cao của $\triangle ABD$. Chứng minh rằng diện tích $\triangle ABH$ gấp 4 lần diện tích $\triangle ADE$.



Hình 24

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

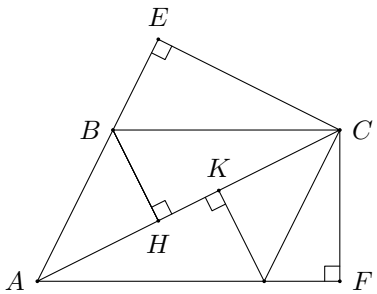
.....

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AC > BD$. Kẻ $CE \perp AB$ tại E, kẻ $CF \perp AD$ tại F, kẻ $BH \perp AC$ tại H, kẻ $DK \perp AC$ tại K.

a) Chứng minh $AB \cdot AE = AH \cdot AC$ *(Hình 25).*

b) Chứng minh $AD \cdot AF = AK \cdot AC$.

c) Chứng minh $AC^2 = AB \cdot AE + AD \cdot AF$.



Hình 25

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

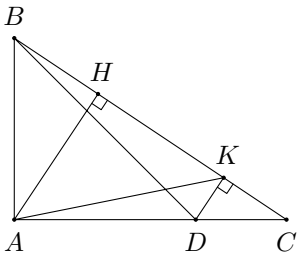
.....

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên HC lấy điểm K sao cho $HK = HA$. Từ K kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại D *(Hình 26)*.

a) Chứng minh $\triangle DKC \backsim \triangle AHC$.

b) Chứng minh $\triangle DKC \backsim \triangle BAC$.

c) Chứng minh $\triangle CKA \backsim \triangle CDB$.



Hình 26

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

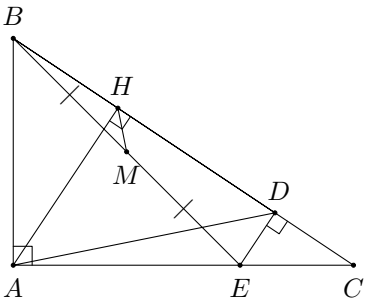
Câu 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E. Gọi M là trung điểm của BE.

a) Chứng minh $\triangle DEC \backsim \triangle ABC$ *(Hình 27)*.

b) Chứng minh $\triangle ADC \backsim \triangle BEC$.

c) Chứng minh $AB \cdot AC = BC \cdot AH$.

d) Chứng minh $\widehat{AHM} = 45^\circ$.



Hình 27

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

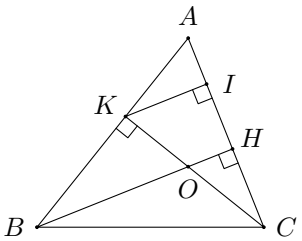
Câu 6. Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao AH và CK cắt nhau tại O.

a) Chứng minh $\triangle ABH \backsim \triangle ACK$ *(Hình 28)*.

b) Chứng minh $\triangle AHK \backsim \triangle ABC$.

c) Từ K kẻ $KI \perp AC$ tại I. Chứng minh $\triangle COH \backsim \triangle CKI$.

d) Chứng minh $\triangle KBO \backsim \triangle ICK$, từ đó suy ra $KB \cdot KC = KI \cdot BO$.



Hình 28

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

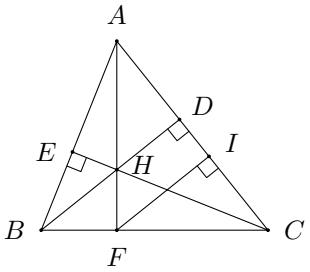
.....

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$, hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$.

b) Chứng minh $HD \cdot HB = HE \cdot HC$.

c) AH cắt BC tại F. Kẻ $FI \perp AC$ tại I. Chứng minh $\dfrac{IF}{IC} = \dfrac{FA}{FC}$.



Hình 29

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

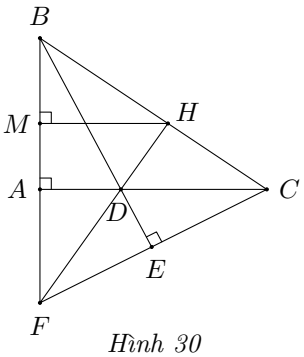
.....

.....

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm. Tia phân giác góc $\widehat{ABC}$ cắt AC tại D *(Hình 30)*.

a) Vẽ tia Cx vuông góc với BD tại E và tia Cx cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh $\triangle ABD \backsim \triangle EBC$.

b) Tia FD cắt BC tại H. Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với AB tại M. Chứng minh $MH \cdot AB = FH \cdot MB$.



Hình 30

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

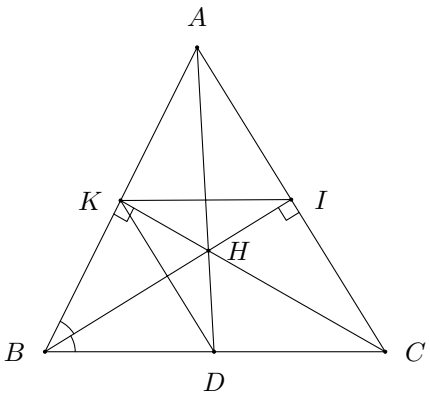
.....

Câu 9. Cho $\triangle KBC$ vuông tại K có $KB < KC$. Tia phân giác góc $\widehat{B}$ cắt KC tại H. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại I.

a) Chứng minh $\triangle BHK \backsim \triangle CIH$ *(Hình 31)*.

b) Chứng minh $CI^2 = IH \cdot IB$.

c) Tia BK cắt CI tại A, tia AH cắt BC tại D. Chứng minh KC là phân giác $\widehat{IKD}$.



Hình 31

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

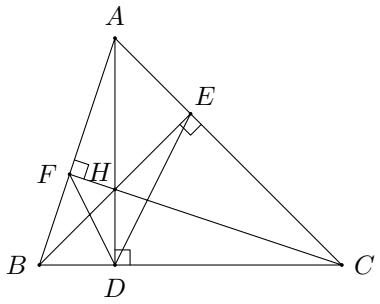
Câu 10. Cho $\triangle ABC$ nhọn có ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $BD \cdot BC = BF \cdot BA$ *(Hình 32)*.

b) Chứng minh $\triangle BDF \backsim \triangle BAC$, từ đó suy ra $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.

c) Chứng minh $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$.

d) Chứng minh DH là tia phân giác $\widehat{FDE}$.



Hình 32

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

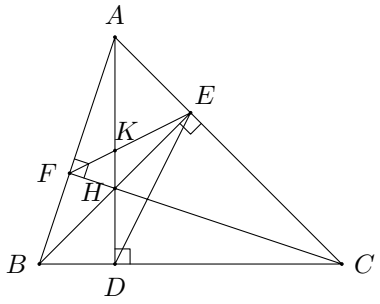
.....

Câu 11. Cho $\triangle ABC$ nhọn, các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $AF \cdot AB = AE \cdot AC$ và $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ *(Hình 33)*.

b) Chứng minh EB là phân giác $\widehat{DEF}$.

c) Gọi giao điểm của AD và EF là K. Chứng minh $AK \cdot HD = HK \cdot AD$.



Hình 33

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho ABC là tam giác không cân. Biết $\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\triangle A'C'B' \backsim \triangle ACB$.
B. $\triangle B'C'A' \backsim \triangle BAC$.
C. $\triangle B'A'C' \backsim \triangle BCA$.
D. $\triangle A'C'B' \backsim \triangle ABC$.

Câu 2. Cho $\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$ với tỉ số đồng dạng bằng 2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\dfrac{AB}{A'B'} = 2$. B. $\dfrac{AB}{A'C'} = 2$. C. $\dfrac{A'B'}{AB} = 2$. D. $\dfrac{A'B'}{AC} = 2$.

Câu 3. Trong các bộ ba số đo dưới đây, đâu là số đo ba cạnh của một tam giác vuông?

A. 3 m; 5 m; 6 m.
B. 6 m; 8 m; 10 m.
C. 1 cm; 0,5 cm; 1,25 m.
D. 9 m; 16 m; 25 m.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB \neq AC$) và tam giác DEF vuông tại D ($DE \neq DF$). Điều nào dưới đây **không** suy ra $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

A. $\widehat{B} = \widehat{E}$.
B. $\widehat{C} = \widehat{F}$.
C. $\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{E} + \widehat{F}$.
D. $\widehat{B} - \widehat{C} = \widehat{E} - \widehat{F}$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.
B. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng.
C. Hai tam giác bằng nhau thì không đồng dạng.
D. Hai tam giác cân thì luôn đồng dạng.

Câu 6. Nếu $\triangle ABC \backsim \triangle MNP$ theo tỉ số $k = 3$ thì $\triangle MNP \backsim \triangle ABC$ theo tỉ số

A. $\dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{1}{9}$. C. 3. D. 9.

Câu 7. Nếu tam giác ABC có $MN // AB$ (với $M \in AC$, $N \in BC$) thì

A. $\triangle CMN \backsim \triangle ABC$.
B. $\triangle CNM \backsim \triangle CAB$.
C. $\triangle CNM \backsim \triangle ABC$.
D. $\triangle MNC \backsim \triangle ABC$.

Câu 8. Cho $\triangle ABD \backsim \triangle DEF$ với tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{1}{3}$, biết $AB = 9$ cm. Khi đó DE bằng

A. 6 cm. B. 12 cm. C. 3 cm. D. 27 cm.

Câu 9. Nếu tam giác ABC và tam giác EFG có $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$ thì

A. $\triangle ABC \backsim \triangle EGF$.
B. $\triangle ABC \backsim \triangle EFG$.
C. $\triangle ACB \backsim \triangle GFE$.
D. $\triangle CBA \backsim \triangle FGE$.

Câu 10. Cho $\triangle XYZ \backsim \triangle EFG$, biết $XY = 6$ cm; $EF = 8$ cm; $EG = 12$ cm. Khi đó XZ bằng

A. 10 cm. B. 9 cm. C. 12 cm. D. 16 cm.

Bài 3

ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ ỨNG DỤNG

I Tóm tắt lý thuyết

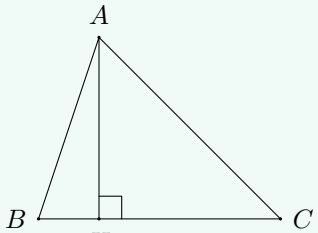
1 Định lí Pythagore

Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

Lưu ý: Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

2 Ứng dụng của định lí Pythagore

Nếu $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH thì $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.



Hình 6

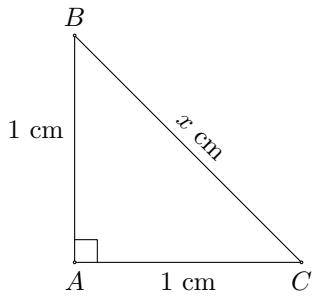
Nhận xét: Trong *Hình 6.* Nếu AH là đường cao, các đoạn thẳng AB, AC là đường xiên thì đoạn BH, CH được gọi là hình chiếu của đường đường xiên AB và AC.

II Các dạng bài tập thường gặp

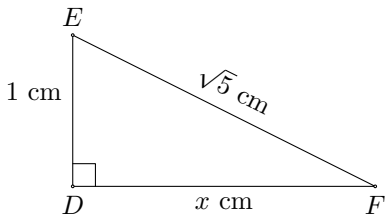
Dạng 1 Bài toán áp dụng định lí Pythagore

VÍ DỤ 1

Tìm độ dài x trong các *Hình 2* và *3*



Hình 2



Hình 3

Hình 13

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

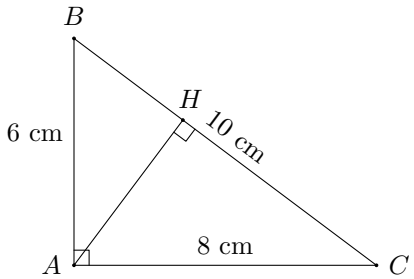
. . . . . .

VÍ DỤ 2

Cho $\triangle ABC$ có $BC = 10$ cm, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm.

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông.

b) Kẻ $AH \perp BC$. Tính AH.



Hình 4

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

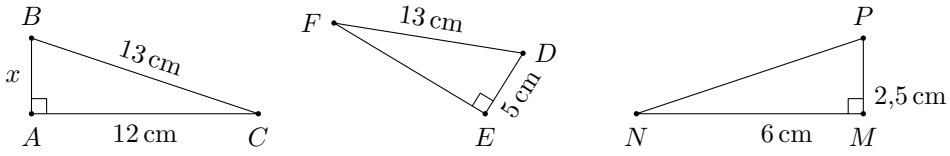
. . . . . .

. . . . . .

Dạng 2 Bài toán ứng dụng của định lí Pythagore

VÍ DỤ 1

Cho các tam giác vuông với kích thước như *Hình 5*. Hãy tính độ dài x và cho biết những tam giác nào đồng dạng?



Hình 5

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$, đường cao AH. Chứng minh rằng $HB < HC$.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

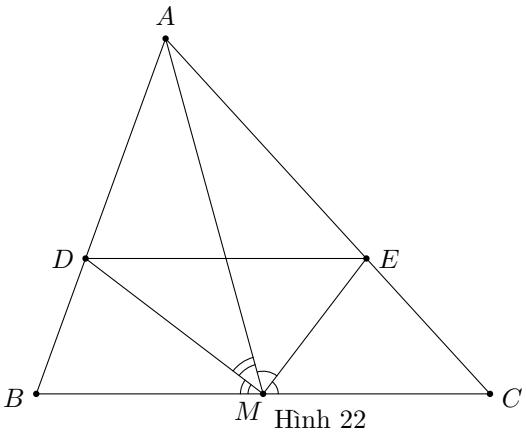
Dạng 3 Các bài toán có sử dụng đường phân giác

VÍ DỤ 1

Cho $\triangle ABC$ có AM là trung tuyến. Gọi MD và ME lần lượt là phân giác của $\widehat{AMB}$, $\widehat{AMC}$ (Hình 22).

a) Chứng minh $DE // BC$.

b) Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để DE là đường trung bình của $\triangle ABC$.



Hình 22

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

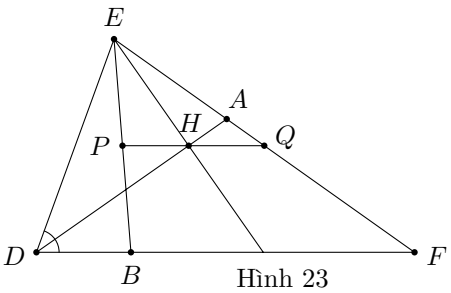
VÍ DỤ 2

Cho $\triangle DEF$ có $DE = 6$ cm, $DF = 12$ cm. Trên cạnh DF lấy điểm B sao cho $BD = 3$ cm (Hình 23).

a) Chứng minh $\triangle EBD \backsim \triangle FDE$.

b) Kẻ phân giác trong DA của $\triangle DEF$. Chứng minh $AE \cdot DF = AF \cdot DE$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE và FE. Gọi H là giao điểm PQ và DA. Chứng minh $\dfrac{HP \cdot DF}{HQ \cdot DE} = 1$.



Hình 23

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $AB^2 + BC^2 = AC^2$

b) $BC^2 - AC^2 = AB^2$

c) $AC^2 + BC^2 = AB^2$

d) $BC^2 - AB^2 = AC^2$

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Những bộ ba số đo nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

a) 1 cm, 1 cm, 2 cm

b) 2 cm, 4 cm, 20 cm

c) 5 cm, 4 cm, 3 cm

d) 2 cm, 2 cm, $2\sqrt{2}$ cm

Lời giải. .....

.....

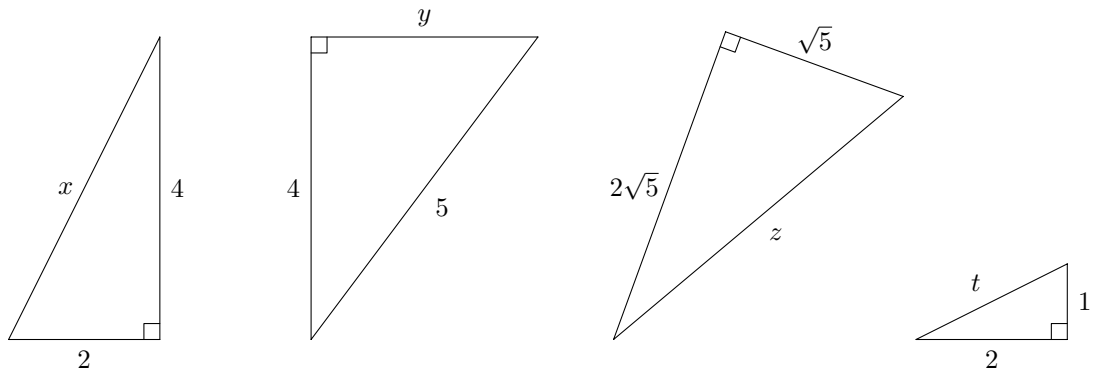
.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tính độ dài x, y, z, t trong các hình sau:



Hình 5

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ cân tại đỉnh A, chiều cao $AH = 3$ cm và cạnh đáy $BC = 10$ cm. Hãy tính độ dài các cạnh bên AB, AC.

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Hãy tính diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 8 cm và đường chéo dài 17 cm.

Lời giải. .....

.....

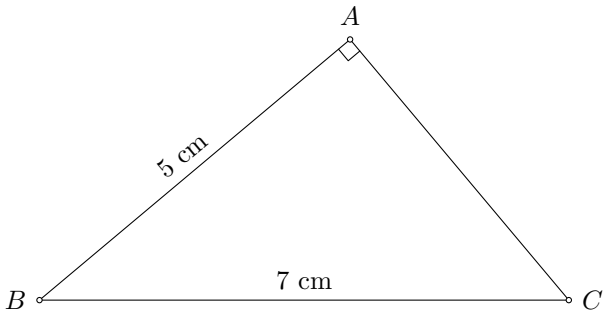
.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ với kích thước như Hình 12. Tính độ dài cạnh AC.



Hình 12

Lời giải. .....

.....

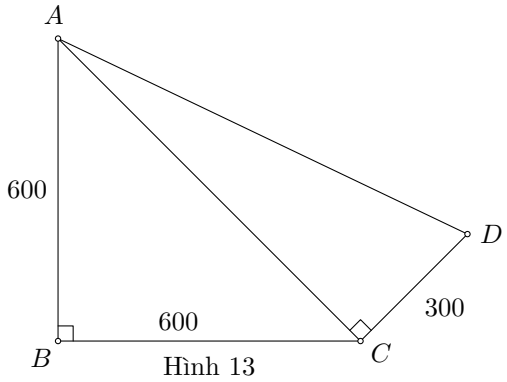
.....

.....

.....

.....

Câu 7. Tính độ dài AD trong Hình 13.



Hình 13

Lời giải. .....

.....

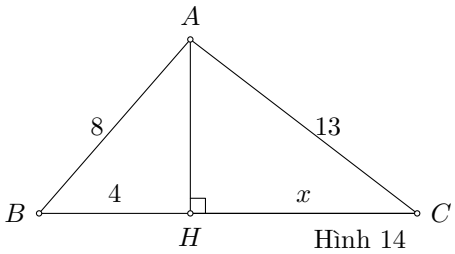
.....

.....

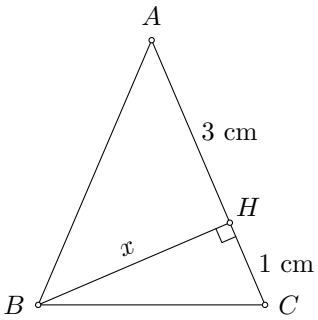
.....

.....

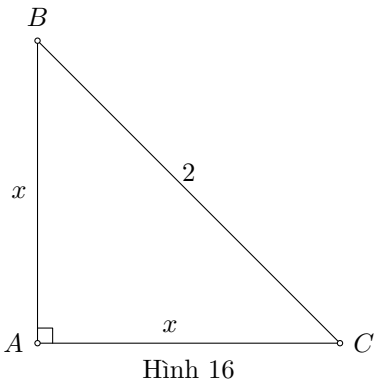
Câu 8. Tính độ dài x trong các Hình 14, 15, 16 sau (Hình 15, $\triangle ABC$ cân tại A).



Hình 14



Hình 15



Hình 16

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

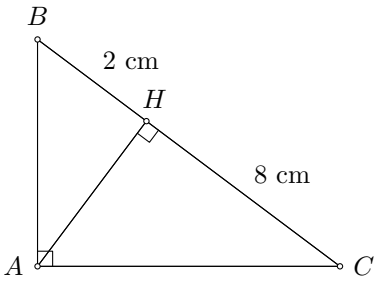
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Tính độ dài AH, biết $HB = 2$ cm, $HC = 8$ cm (Hình 17).



Hình 17

Lời giải. .....

.....

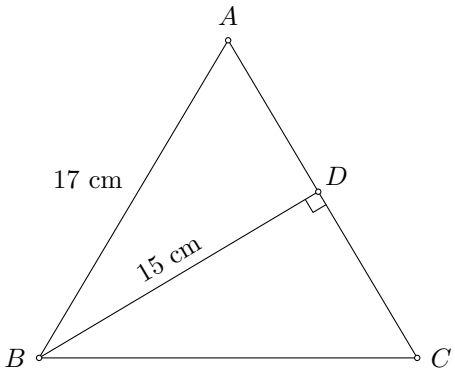
.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = AC = 17$ cm. Kẻ $BD \perp AC$. Tính cạnh BC biết $BD = 15$ cm (Hình 18).



Hình 18

Lời giải. .....

.....

.....

.....

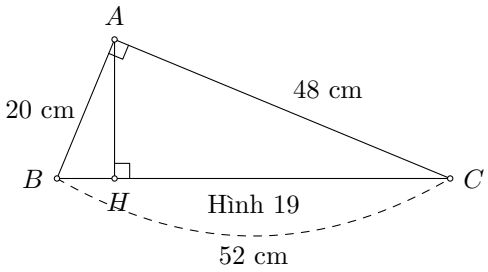
.....

.....

Câu 11. Cho $\triangle AB$ có $BC = 52$ cm, $AB = 20$ cm, $AC = 48$ cm.

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A (Hình 19).

b) Kẻ $AH \perp BC$. Tính AH.



Hình 19

Lời giải. .....

.....

.....

.....

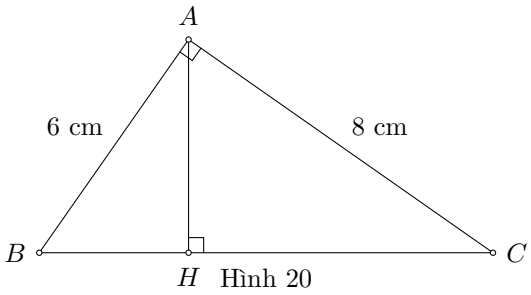
.....

.....

Câu 12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC$.

a) Chứng minh rằng $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$ (Hình 20).

b) Giả sử $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Tính AH, BH, HC.



Hình 20

Lời giải. .....

.....

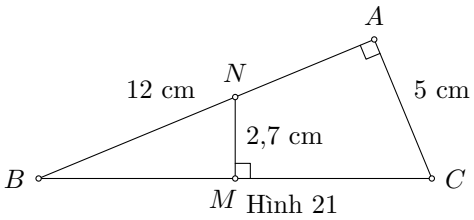
.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 5$ cm, $AB = 12$ cm (Hình 21). Từ trung điểm M của cạnh BC kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt cạnh AB tại N. Biết $MN = 2{,}7$ cm. Tính NB.



Hình 21

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

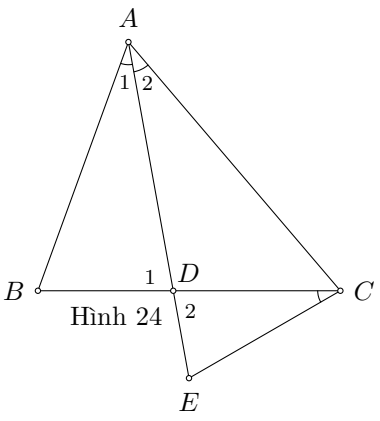
.....

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ có đường phân giác trong AD. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $\widehat{ECD} = \widehat{BAD}$ (Hình 24).

a) Chứng minh $AD \cdot DE = BD \cdot CD$.

b) Chứng minh $AD \cdot AE = AB \cdot AC$.

c) Chứng minh $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$.



Hình 24

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

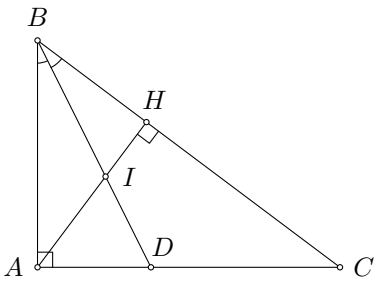
.....

Câu 15. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Đường cao AH và phân giác BD cắt nhau tại I (Hình 25).

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ từ đó suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Chứng minh $\dfrac{IH}{IA} = \dfrac{AD}{CD}$.

c) Tính diện tích $\triangle BCD$.



Hình 25

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

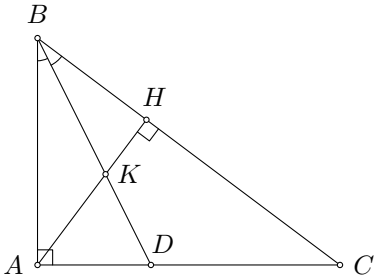
.....

Câu 16. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 4{,}5$ cm, $BC = 7{,}5$ cm. Kẻ đường cao AH. Tia phân giác góc $\widehat{B}$ cắt AC tại D, cắt AH tại K (Hình 26).

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ từ đó suy ra $AB \cdot AH = AC \cdot BH$.

b) Tính độ dài các đoạn thẳng AH, BH, CH.

c) Chứng minh $\dfrac{KH}{KA} = \dfrac{DA}{DC}$.



Hình 26

✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

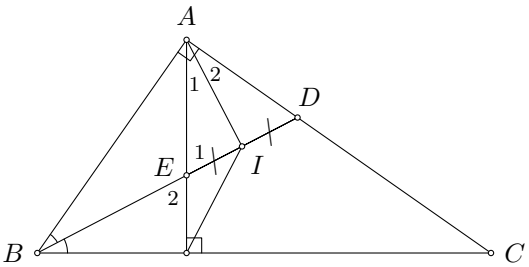
. . . . . .

Câu 17. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Đường phân giác $\widehat{ABC}$ cắt AC tại D và cắt AH tại E (Hình 27).

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ và $AB^2 = BC \cdot BH$.

b) Biết $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm. Tính DC, AD.

c) Gọi I là trung điểm của ED. Chứng minh $\widehat{BIH} = \widehat{ACB}$.



Hình 27

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

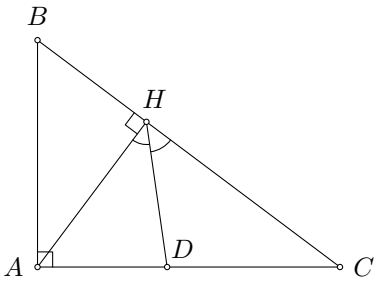
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 18. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH, tia phân giác $\widehat{AHC}$ cắt AC tại D. Chứng minh $\dfrac{HB}{HC} = \dfrac{AD^2}{DC^2}$. (Hình 28)



Hình 28

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

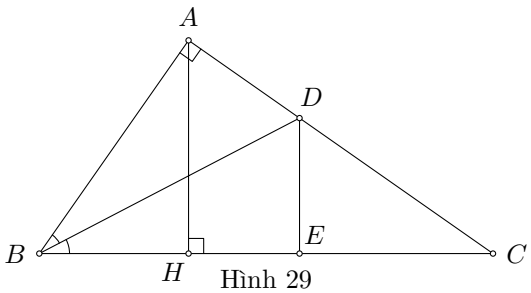
Câu 19. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, đường cao AH. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$.

a) Chứng minh $\triangle HBA \backsim \triangle ABC$. (Hình 29)

b) Chứng minh $BE^2 = BH \cdot BC$.

c) Tính BC và AH.

d) Tia phân giác $\widehat{ABC}$ cắt AC tại D. Tính $\dfrac{S_{CED}}{S_{ABC}}$.



Hình 29

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

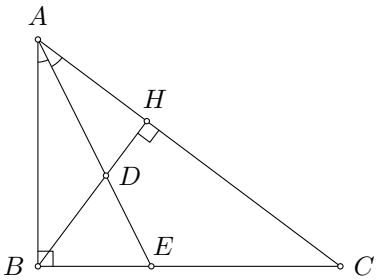
. . . . . .

Câu 20. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B, đường cao BH.

a) Chứng minh $\triangle ABH \backsim \triangle ACB$ suy ra $AB^2 = AH \cdot AC$.

b) Tính AC, BH biết $AB = 6$cm, $BC = 8$cm.

c) Đường phân giác của góc $\widehat{CAB}$ cắt BH và BC lần lượt tại D và E. Chứng minh $DH \cdot EC = EB \cdot DB$.



Hình 30

Lời giải. .....

.....

.....

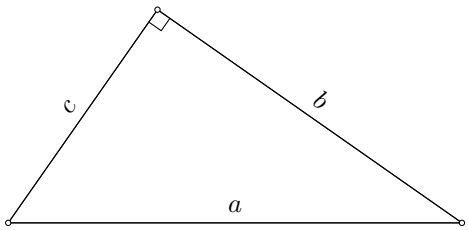
.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Câu nào thể hiện đúng định lí Pythagore cho Hình 6.



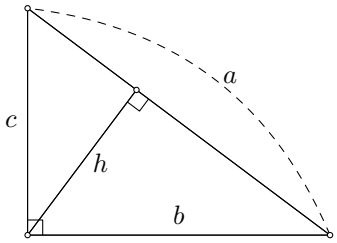
Hình 6

A. $a^2 = b^2 + c^2$.
B. $b^2 = a^2 + c^2$.
C. $c^2 = a^2 + b^2$.
D. $a^2 + c^2 = 2a^2$.

Câu 2. Chọn câu đúng trong các câu sau

A. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác vuông.
B. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác cân.
C. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác đều.
D. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tất cả các tam giác.

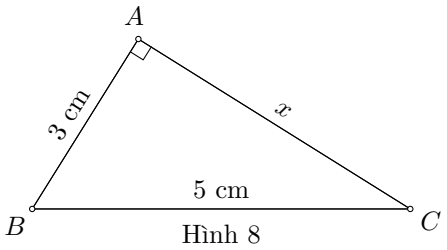
Câu 3. Cho Hình 7. Công thức đúng để tính chiều cao h là



Hình 7

A. $h^2 = b^2 + a^2$.
B. $h^2 = b^2 + c^2$.
C. $h^2 = a^2 + c^2$.
D. $h = \dfrac{b \cdot c}{a}$.

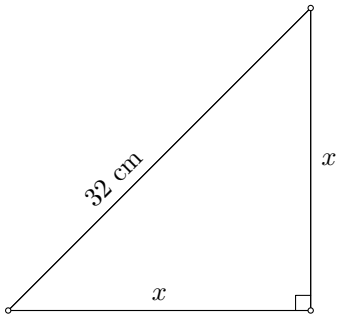
Câu 4. Độ dài x trong Hình 8 là



Hình 8

A. 4 cm.
B. 5 cm.
C. 3 cm.
D. 6 cm.

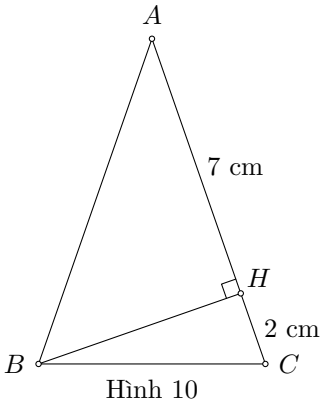
Câu 5. Độ dài x trong Hình 9 là



Hình 9

A. 16 cm.
B. $\sqrt{512}$ cm.
C. 20 cm.
D. $\sqrt{32}$ cm.

Câu 6. Độ dài cạnh BC trong $\triangle ABC$ cân tại A ở Hình 10 là:



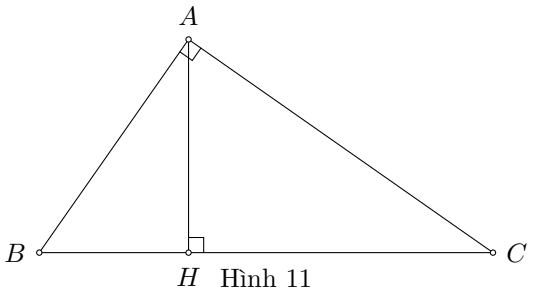
Hình 10

A. 7 cm. B. 5 cm. C. 6 cm. D. 4 cm.

Câu 7. Độ dài đường cao trong tam giác đều cạnh a cm là

A. $\frac{a}{2}$ (cm). B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ (cm). C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (cm). D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ (cm).

Câu 8. Cho Hình 11. Chọn hệ thức sai



Hình 11

A. $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$. B. $AH^2 = AC^2 - HC^2$.
C. $AB^2 - AC^2 = BH^2 - HC^2$. D. $BC^2 = BH^2 + HC^2$.

Bài 4

CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

I Tóm tắt lý thuyết

1 Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

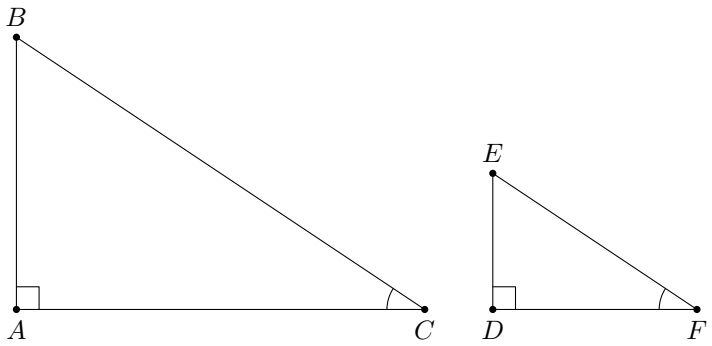
ĐỊNH LÝ 1

Nếu một góc nhọn của tam giác vuông này bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau. (Hình 1)

Cụ thể: ΔABC và ΔDEF có

$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \\ \widehat{C} = \widehat{F} \text{ (kí hiệu)} \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (g-g).



Hình 1

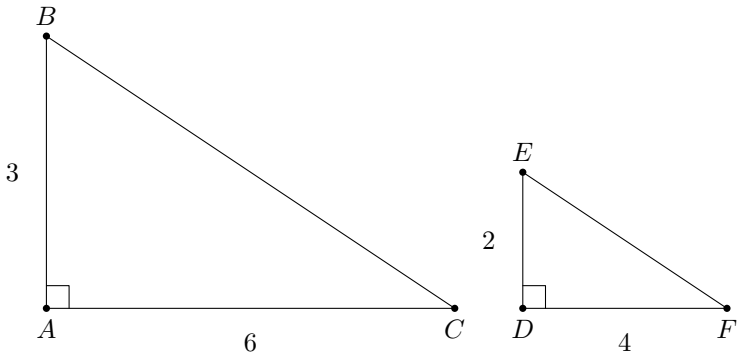
ĐỊNH LÝ 2

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau. (Hình 2)

Cụ thể: ΔABC và ΔDEF có

$\begin{cases} \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{3}{2} \\ \widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (c-g-c).



Hình 2

2 Trường hợp đặc biệt của hai tam giác vuông

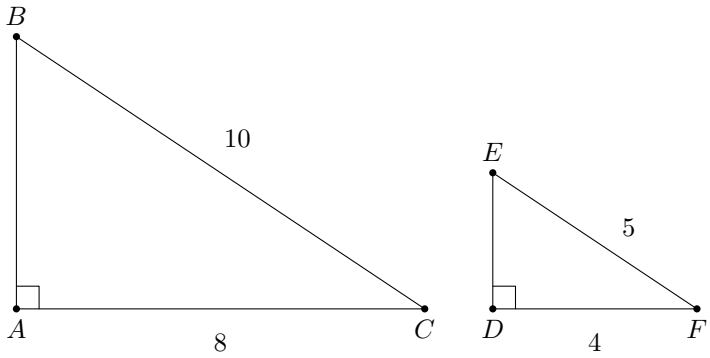
ĐỊNH LÝ 1

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

Cụ thể: ΔABC và ΔDEF có

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \\ \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{AC}{DF} = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông).



Hình 4

Nhận xét: Nếu $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số k và AH, $A'H'$ lần lượt là các đường cao của ΔABC và $\Delta A'B'C'$ thì $\Delta ABH \backsim \Delta A'B'H'$ theo tỉ số k và $\dfrac{AH}{A'H'} = k$.

II Các dạng bài tập thường gặp

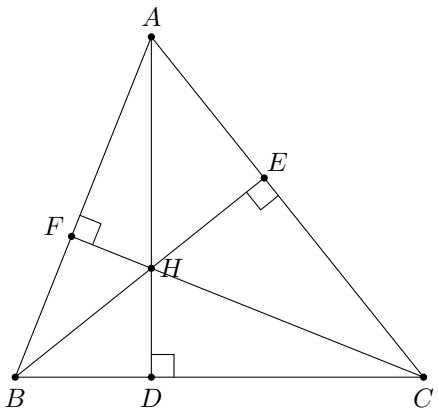
Dạng 1 Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

VÍ DỤ 1

Cho ΔABC có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $\Delta BEA \backsim \Delta BFH$.

b) Chứng minh $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$.



Hình 3

Lời giải. .....

.....

.....

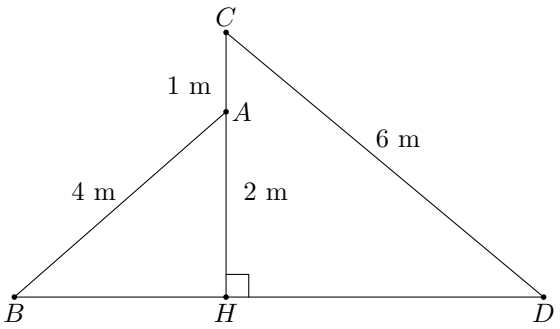
.....

.....

Dạng 2 Trường hợp đồng dạng đặc biệt của hai tam giác vuông

VÍ DỤ 1

Một ngôi nhà mái lệch AB, CD được thiết kế như Hình 5 sao cho $CD = 6$ m, $AB = 4$ m, $HA = 2$ m, $AC = 1$ m. Chứng minh rằng $\widehat{ABD} = \widehat{CDB}$.



Hình 5

Lời giải.

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Điều kiện nào dưới đây chứng tỏ rằng hai tam giác vuông đồng dạng?

a) Một góc nhọn của một tam giác này bằng một góc nhọn của tam giác kia.

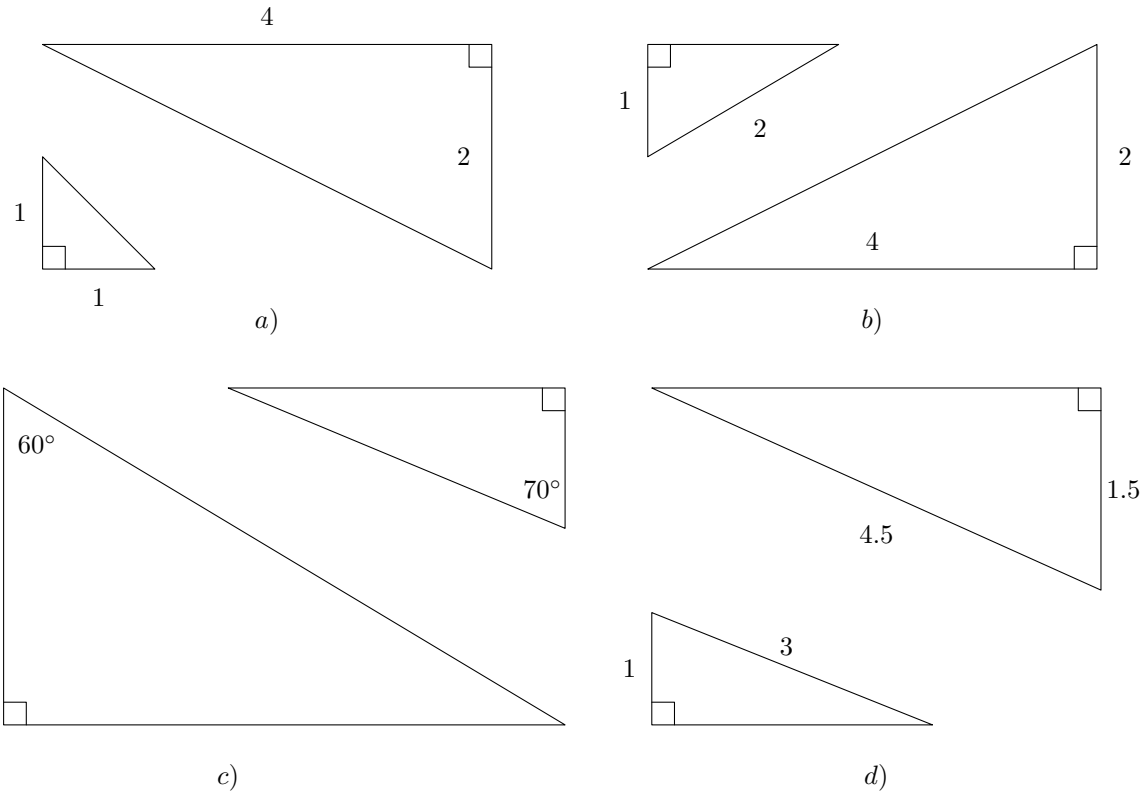
b) Cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác kia.

c) Một cạnh góc vuông của tam giác này bằng một cạnh góc vuông của tam giác kia.

d) Hai cạnh góc vuông của tam giác này tỉ lên với hai cạnh góc vuông của tam giác kia.

Lời giải.

Câu 2. Cặp tam giác nào đồng dạng với nhau trong Hình 6?



Lời giải.

Câu 3. Cho góc nhọn $\widehat{xOy}$, các điểm A, N nằm trên tia Ox, các điểm B, M nằm trên tia Oy sao cho AM, BN lần lượt vuông góc với Oy, Ox. Chứng minh rằng $\Delta OAM \backsim \Delta OBN$.

Lời giải.

Câu 4. Cho hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ thỏa mãn $AC = 3AB$ và $B'D' = 3A'B'$.

a) Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

b) Nếu $A'B' = 2AB$ và diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là 2 m^2 thì diện tích hình chữ nhật $A'B'C'D'$ là bao nhiêu?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k. Gọi $A'H'$ và AH lần lượt là các đường cao đỉnh A' và A của $\Delta A'B'C'$ và ΔABC. Chứng minh rằng

a) $\dfrac{A'H'}{AH} = k$.

b) Diện tích $\Delta A'B'C'$ bằng k^2 lần diện tích ΔABC.

Lời giải. .....

.....

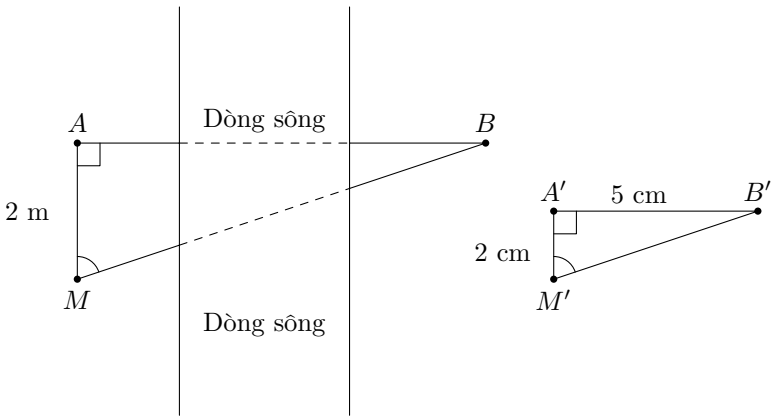
.....

.....

.....

.....

Câu 6. Một người ở vị trí điểm A muốn đo khoảng cách đến điểm B ở bên kia sông mà không thể qua sông được. Sử dụng giác kế, người đó xác định được một điểm M trên bờ sông sao cho $AM = 2$ m và $AM \perp AB$ và đo được số đo $\widehat{AMB}$. Tiếp theo, người đó vẽ trên giấy $\Delta A'M'B'$ vuông tại A' có $A'M' = 1$ cm, $\widehat{A'M'B'} = \widehat{AMB}$ và đo được $A'B' = 5$ cm. Hỏi khoảng cách từ A đến B là bao nhiêu mét?



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

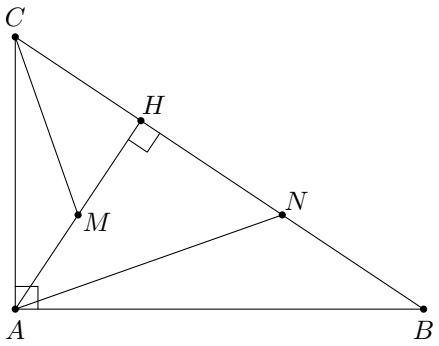
.....

Câu 7. Cho ΔABC có $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm, $BC = 5$ cm. Cho AH là đường cao của ΔABC. Chứng minh rằng (Hình 14)

a) $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot BC$.

b) $AH^2 = BH \cdot CH$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH. Chứng minh rằng $\Delta ANB \backsim \Delta CMA$.



Hình 14

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

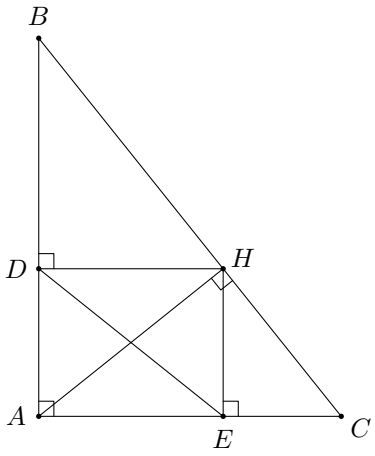
Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. (Hình 15)

a) Chứng minh $\triangle AHB \backsim \triangle CAB$ và $AH.CB = AB.AC$.

b) Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Tứ giác $DHEA$ là hình gì? Vì sao?

c) Giả sử với $AB = 9$cm, $AC = 12$cm. Tính DE.

d) Chứng minh rằng $AH^2 = DA.DB + EA.EC$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

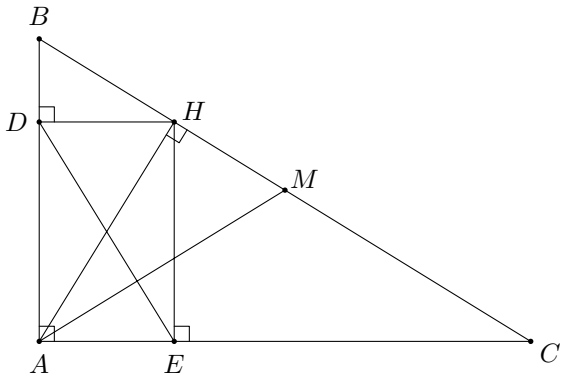
.....

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. (Hình 16)

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$.

b) Giả sử $HB = 4$cm, $HC = 9$cm. Tính AB, DE.

c) Chứng minh $AD.AB = AE.AC$ và $AM \perp DE$



Lời giải. .....

.....

.....

.....

. . . . . .

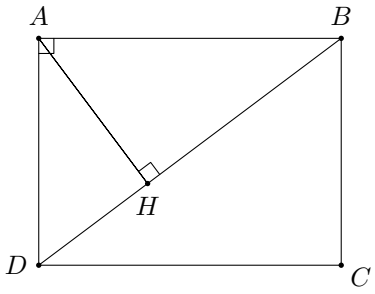
. . . . . .

Câu 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$cm, $BC = 6$cm. Vẽ đường cao AH của $\triangle ABD$ (Hình 17)

a) Chứng minh $\triangle AHB \backsim \triangle BCD$.

b) Chứng minh $AD^2 = DH.DB$.

c) Tính độ dài đoạn AH.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

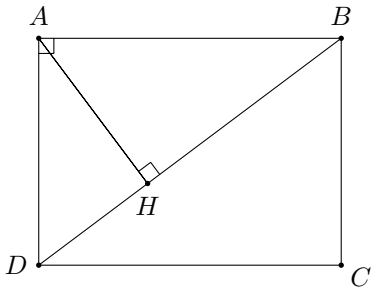
. . . . . .

Câu 11. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$cm, $AD = 3$cm. Vẽ đường cao AH của $\triangle ADB$ (Hình 18)

a) Chứng minh $\triangle AHB \backsim \triangle BCD$.

b) Chứng minh $AD^2 = DH.DB$.

c) Tính độ dài đoạn thẳng DH và AH



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

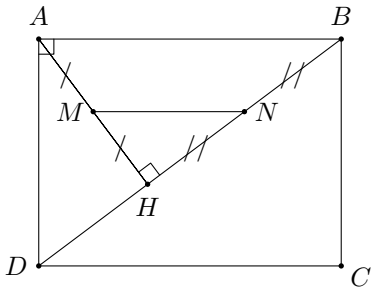
. . . . . .

Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ $AH \perp BD$ tại H. Cho biết $HD = 4$cm, $BD = 16$cm (Hình 19)

a) Chứng minh $\triangle AHD \backsim \triangle BAD$

b) Tính AD

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH. Chứng minh $MH.CD = AH.MN$



✍ *Lời giải.* . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

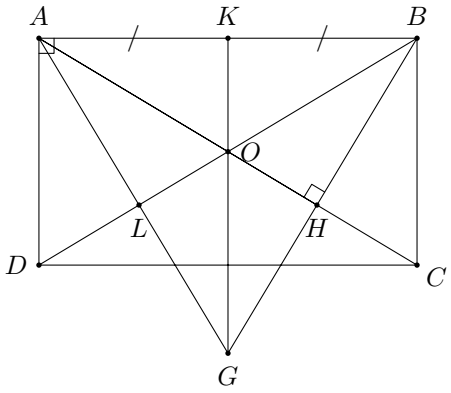
. . . . . .

. . . . . .

Câu 13. Cho hình chữ nhật $ABCD$ vẽ $BH \perp AC$ tại H. (Hình 20)

a) Chứng minh $\triangle ABH \backsim \triangle ACB$.

b) Gọi O là giao điểm AC và BD, K là trung điểm của AB, BH cắt OK tại G, đường thẳng AG cắt OB tại L. Chứng minh $LH // AB$



Lời giải. .....

.....

.....

.....

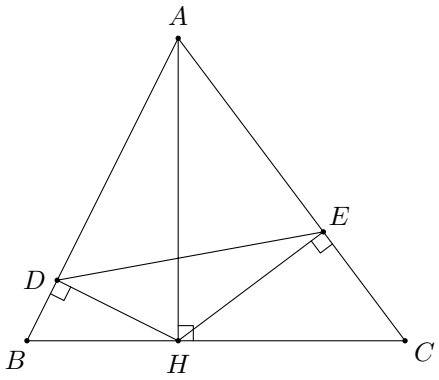
.....

.....

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao AH. Kẻ $HI \perp AB$ và $HK \perp AC$.

a) Chứng minh $AH^2 = AI.AB$.

b) Chứng minh $\triangle AIK \backsim \triangle ACB$.



Lời giải. .....

.....

.....

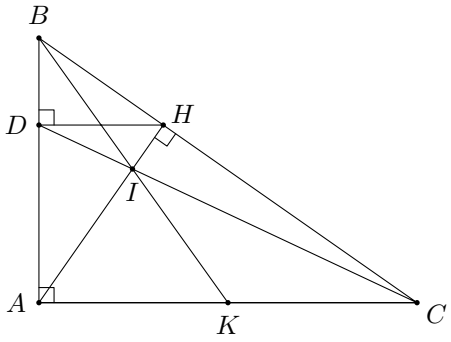
.....

.....

Câu 15. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Kẻ $HD \perp AB$ tại D. Gọi I là giao điểm của AH và CD. Đường thẳng BI cắt AC tại K. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ADH \backsim \triangle AHB$.

b) $AD.AB = HB.HC$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

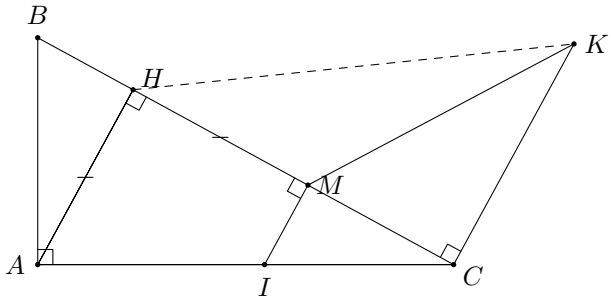
.....

Câu 16. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ tại H.

a) Chứng minh $\triangle HBA \backsim \triangle ABC$.

b) Tính độ dài các cạnh BC và AH nếu $AB = 9$cm, $AC = 12$cm

c) Trên HC lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại I. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt tia phân giác $\widehat{IMC}$ tại K. Chứng minh H, I, K thẳng hàng.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

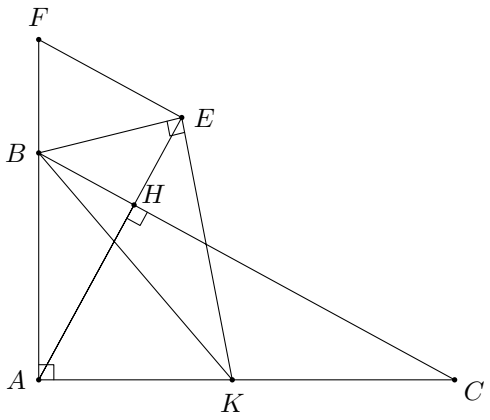
. . . . . .

. . . . . .

Câu 17. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên tia AH lấy điểm E sao cho H nằm giữa A và E. Qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia AB kéo dài tại F.

a) Chứng minh $\triangle BHA \backsim \triangle BAC$ và $AB^2 = BH.BC$.

b) Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với EB cắt AC tại K (K nằm giữa A và C). Chứng minh $AF.BE = BK.EF$



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

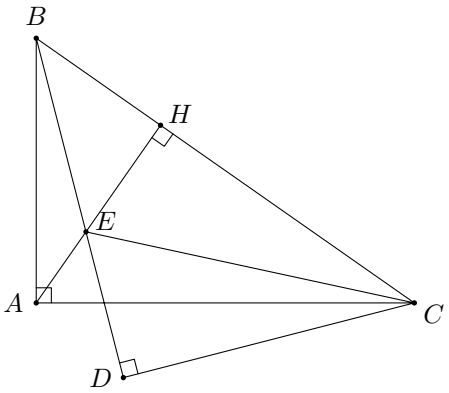
. . . . . .

. . . . . .

Câu 18. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$ và đường cao AH.

a) Chứng minh $\triangle BHA \backsim \triangle BAC$.

b) Trên AH lấy điểm E. Gọi D là hình chiếu của C trên BE. Chứng minh $BH.BC = BE.BD$.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

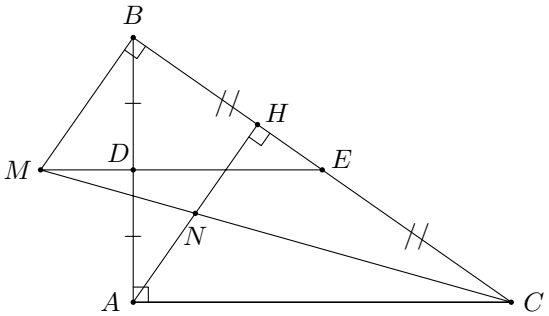
Câu 19. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. (Hình 27)

a) Chứng minh $\triangle HAC \backsim \triangle ABC$.

b) Chứng minh $HA^2 = HB.HC$.

c) Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB, BC. Chứng minh $CH.CB = 4.DE^2$.

d) Gọi M là giao điểm của đường thẳng vuông góc với BC tại B và đường thẳng DE. Gọi N là giao điểm của AH và CM. Chứng minh N là trung điểm của AH.



✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

.....

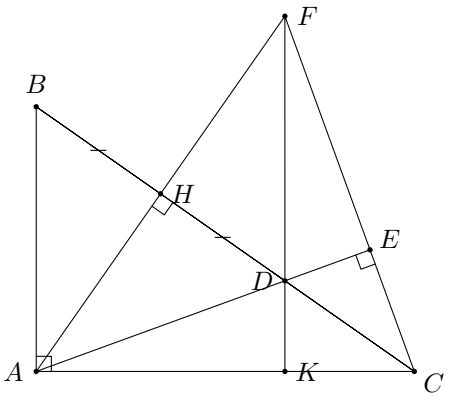
Câu 20. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Lấy D trên HC sao cho $HB = HD$. (Hình 28)

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$.

b) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AD tại E. Chứng minh $AH.CD = CE.AD$.

c) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$.

d) Biết AH cắt CE tại F. Tia FD cắt cạnh AC tại K. Chứng minh KD là tia phân giác của $\widehat{HKE}$.



✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

.....

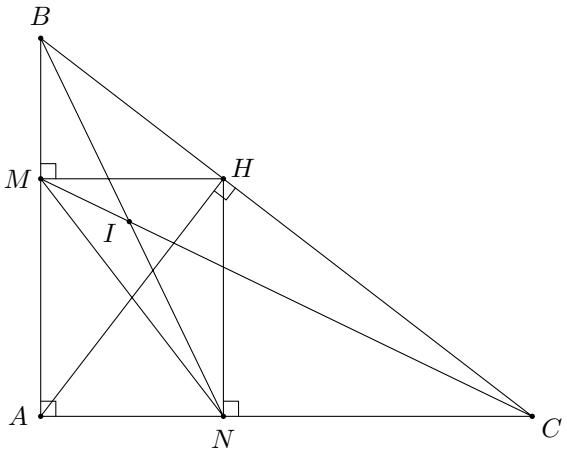
.....

Câu 21. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. (Hình 29)

a) Chứng minh $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ và $AB^2 = BH.BC$

b) Chứng minh $\dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{BM}{AM}$.

c) Gọi I là giao điểm của BN và CM. Chứng minh $S_{BIC} = S_{AMIN}$



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

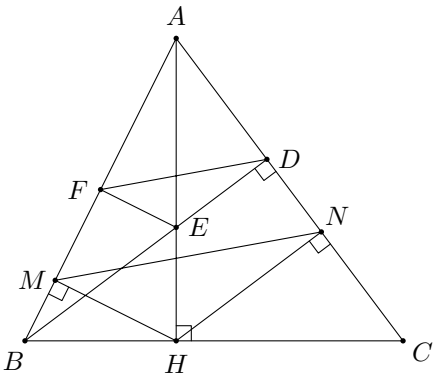
.....

Câu 22. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Đường cao AH. Qua H vẽ $HM \perp AB$ và $HN \perp AC$.

a) Chứng minh $\triangle AMH \backsim \triangle AHB$

b) Chứng minh $AN.AC = AH^2$.

c) Vẽ đường cao BD cắt AH tại E. Qua D vẽ đường thẳng song song với MN cắt AB tại F. Chứng minh $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

. . . . . .

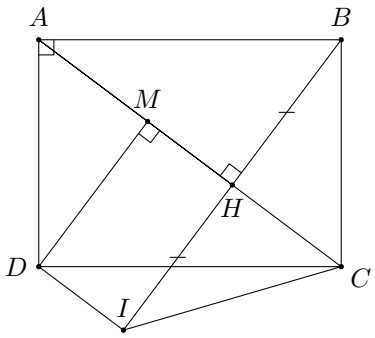
. . . . . .

Câu 23. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$cm, $BC = 6$cm. Kẻ $BH \perp AC$ và $DM \perp AC$ (Hình 32)

a) Chứng minh $\triangle ABH \backsim \triangle ACB$ và suy ra $AN.AH = AB^2$.

b) Tính độ dài AC, BH, CH.

c) Gọi I sao cho H là trung điểm của BI. Chứng minh $DM = IH$ và $ACID$ là hình thang cân.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

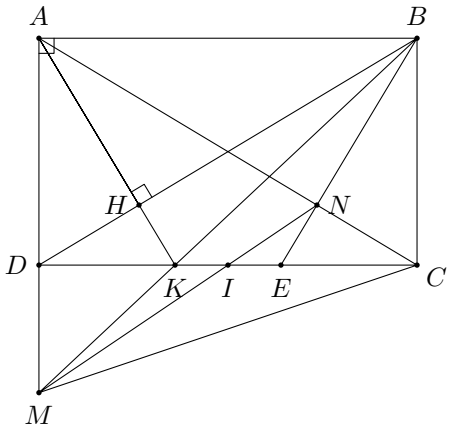
. . . . . .

Câu 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ $AH \perp BD$, AH cắt CD tại K.

a) Chứng minh $\triangle AHD \backsim \triangle BAD$. Tính AB biết $AD = 5$cm, $AH = 4$cm.

b) Chứng minh $HA^2 = HB.HD$.

c) Gọi I là trung điểm của CD. Tia BK cắt AD tại M, tia MI cắt AC tại N, tia BN cắt CD tại E. Chứng minh $DK = CE$.



Lời giải. .....

.....

.....

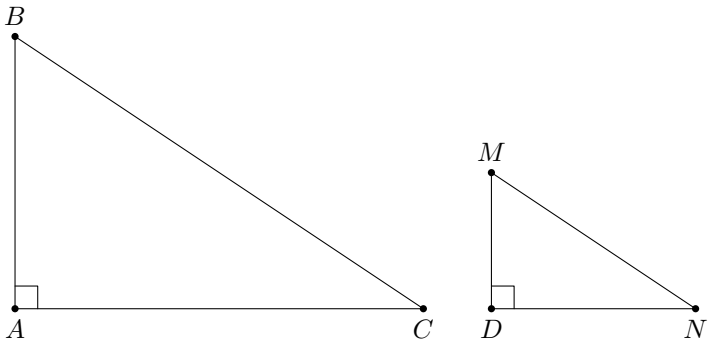
.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho Hình 8. ΔABC và ΔDMN cần thêm yếu tố nào để $\Delta ABC \backsim \Delta DMN$.



Hình 8

A. $AB = DM$. B. $BC = MN$. C. $\widehat{B} = \widehat{M}$. D. $\dfrac{AC}{DN} = 2$.

Câu 2. Cho Hình 8. $\Delta ABC \backsim \Delta DMN$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) thì cần thêm yếu tố nào sau đây?

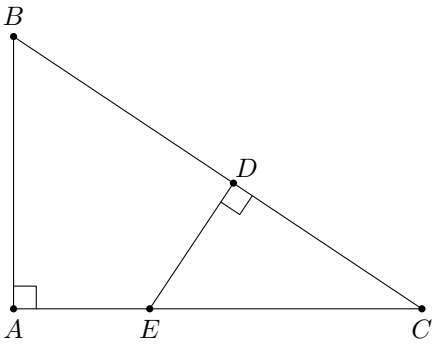
A. $\dfrac{AB}{DM} = \dfrac{AC}{DN}$.
B. $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{MN}{DN}$.
C. $\widehat{B} = \widehat{M}$.
D. Cả ba câu trên đều đúng.

Câu 3. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $k = 3$ thì tỉ số chiều cao h của ΔABC với chiều cao h' của $\Delta A'B'C'$ là

A. $\dfrac{h}{h'}=\dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{h}{h'}=6$. C. $\dfrac{h}{h'}=-3$. D. $\dfrac{h}{h'}=3$.

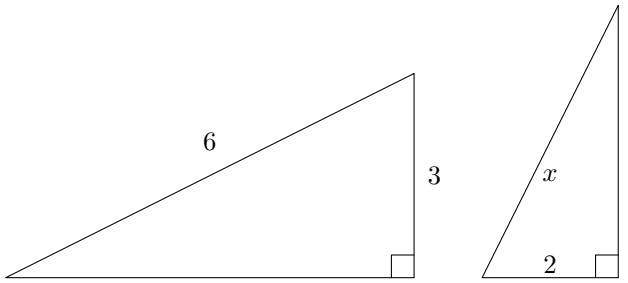
Câu 4. Cho Hình 9. $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$ theo trường hợp nào?

A. Góc – góc. B. Cạnh – góc – cạnh.
C. Góc – cạnh. D. Cạnh – cạnh – cạnh.



Hình 9

Câu 5. Hình 10. Độ lớn x bằng bao nhiêu để hai tam giác đồng dạng

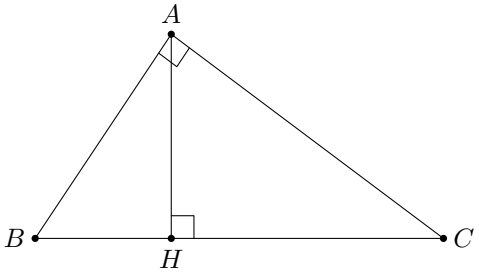


Hình 10

A. $x=3$. B. $x=4$. C. $x=\dfrac{5}{2}$. D. $x=\dfrac{3}{2}$.

Câu 6. Cho Hình 11. Có những cặp tam giác đồng dạng là

A. $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$. B. $\Delta ABC \backsim \Delta HAC$.
C. $\Delta HBA \backsim \Delta HAC$. D. Cả ba câu A, B, C đều đúng.

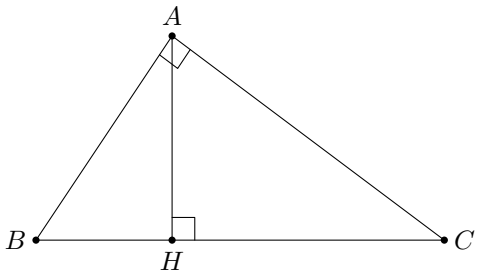


Hình 11

Câu 7. Cho Hình 11. Biết $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Khi đó AH là

A. $AH=\dfrac{20}{3}$. B. $AH=\dfrac{12}{5}$. C. $AH=2$. D. $AH=6$.

Câu 8. Ở Hình 12. Cần thêm điều kiện gì để $AH^2=BH\cdot CH$?



Hình 12

A. $\widehat{BAC} = 90°$.

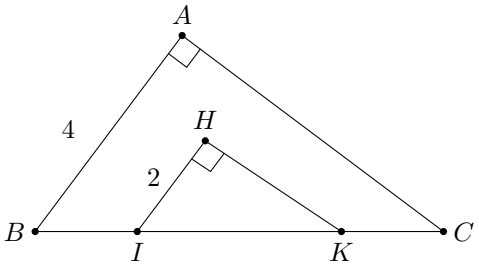
B. $\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$.

C. $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AH}{BH}$.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 9. Cho Hình 13. Biết $AC//HK$. Tỉ số $\dfrac{S_{ABC}}{S_{HIK}}$ bằng

A. 2. B. 4. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{1}{4}$.



Hình 13

Bài 5

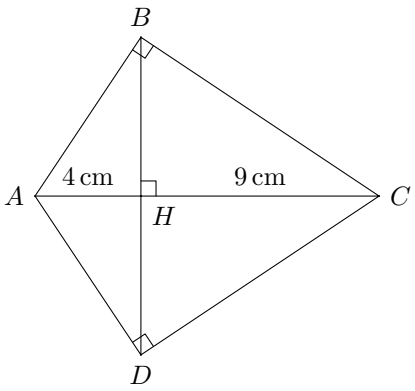
ÔN TẬP CHƯƠNG IX

I Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình vẽ. Chứng minh

a) $\triangle HAB \backsim \triangle HBC$;

b) $HB = HD = 6\,\text{cm}$.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

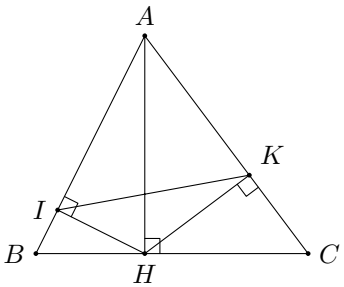
.....

.....

Câu 2. Cho Hình 106. Chứng minh

a) $AH^2 = AB \cdot AI = AC \cdot AK$;

b) $\widehat{AIK} = \widehat{ACH}$.



Hình 106

Lời giải. .....

.....

.....

.....

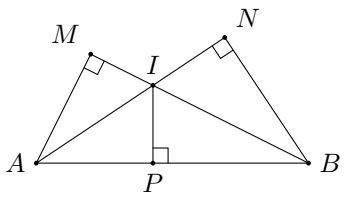
.....

.....

Câu 3. Cho hình vẽ. Chứng minh

a) $\triangle ABN \backsim \triangle AIP$ và $AI \cdot AN = AP \cdot AB$;

b) $AI \cdot AN + BI \cdot BM = AB^2$.



Lời giải. .....

.....

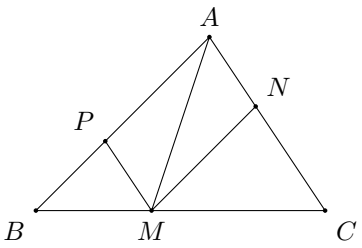
.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hình vẽ, biết rằng $MN // AB$, $MP // AC$. Hãy liệt kê ba cặp hai tam giác (khác nhau) đồng dạng có trong hình.



Lời giải. .....

.....

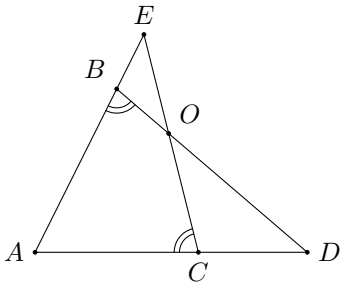
.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hình vẽ, biết rằng $\overset{\frown}{ABD} = \overset{\frown}{ACE}$. Chứng minh rằng $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ và $\triangle BOE \backsim \triangle COD$.



Lời giải. .....

.....

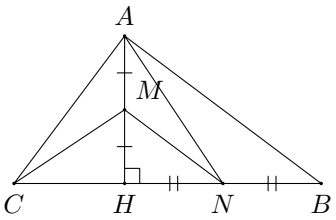
.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Cho tam giác ABC có đường cao AH. Biết $AH = 12\,\text{cm}$, $CH = 9\,\text{cm}$, $BH = 16\,\text{cm}$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm AH, BH.



a) Chứng minh rằng ABC là tam giác vuông tại A;

b) Chứng minh rằng $MN \perp AC$ và $CM \perp AN$;

c) Tính diện tích tam giác AMN.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

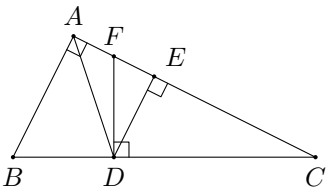
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A và điểm D, E, F như Hình 9.80 sao cho AD là phân giác của góc BAC, DE và DF lần lượt vuông góc với AC và BC. Chứng minh rằng



a) $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{AB}{AB + AC}$, từ đó suy ra $AE = \dfrac{AB \cdot AC}{AB + AC}$;

b) $\triangle DFC \backsim \triangle ABC$;

c) $DF = DB$.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

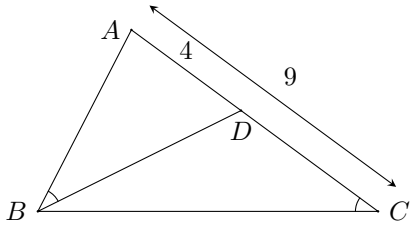
. . . . . .

. . . . . .

Câu 8. Trong Hình 1, cho biết $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$, $AC = 9\,\text{cm}$, $AD = 4\,\text{cm}$.

a) Chứng minh $\triangle ABD \backsim \triangle ACB$.

b) Tính độ dài cạnh AB.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

CHƯƠNG 10

MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Mục lục của chương

1. Hình chóp tam giác đều 245
2. Hình chóp tứ giác đều 258
3. Ôn tập chương X 271

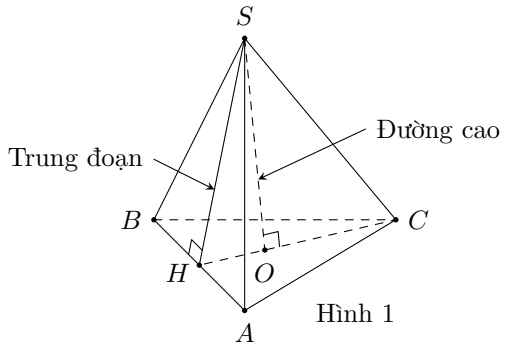
Bài 1

HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

I Tóm tắt lý thuyết

1 Hình chóp tam giác đều

- Hình chóp tam giác đều có đáy là một tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau, chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là đỉnh của hình chóp tam giác.
- Trong Hình 1. $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.



Hình 1

⋆ Đoạn thẳng nối từ đỉnh và trọng tâm của tam giác đáy gọi là đường cao của hình chóp tam giác đều.

⋆ Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên gọi là trung đoạn của tam giác đều.

Nhận xét: Hình chóp tam giác đều có

- Đáy là tam giác đều.
- Mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.
- Chân đường cao kẻ từ đỉnh tới mặt đáy là điểm các đều các đỉnh của tam giác đáy.

2 Diện tích xung quanh hình chóp tam giác đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn:

$$S_{xq} = p \cdot d,$$

trong đó p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn.

3 Thể tích của hình chóp tam giác đều bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích mặt đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h,$$

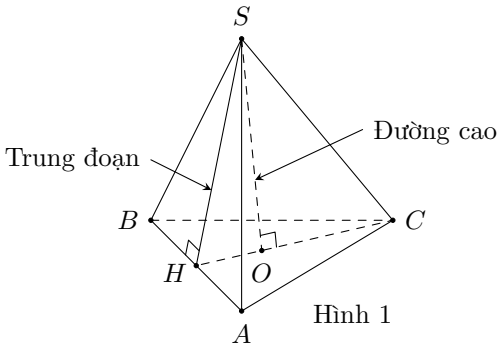
trong đó S_d là diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Nhận diện các yếu tố cơ bản trong hình chóp tam giác đều

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như Hình 1.



Hình 1

a) Kể tên các mặt bên, cạnh đáy.

b) Kể tên đường cao và trung đoạn.

Lời giải. .....

.....

.....

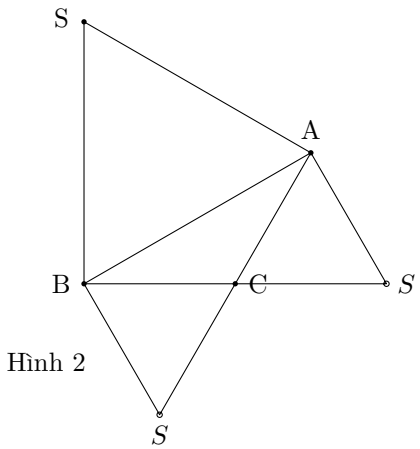
.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Hình 2 là hình khai triển một hình chóp tam giác đều



Hình 2

a) Cho biết các mặt bên là hình gì, mặt đáy là hình gì?

b) Các mặt bên có bằng nhau hay không?

Lời giải. .....

.....

.....

.....

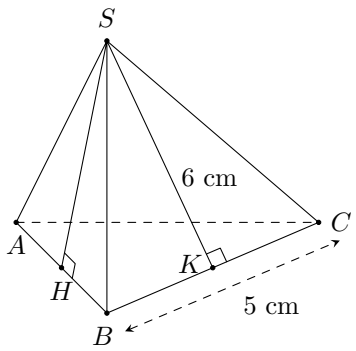
.....

.....

Dạng 2 Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tam giác đều có kích thước như Hình 3.



Hình 3

a) Hãy tính diện tích một mặt bên.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.

Lời giải. .....

.....

.....

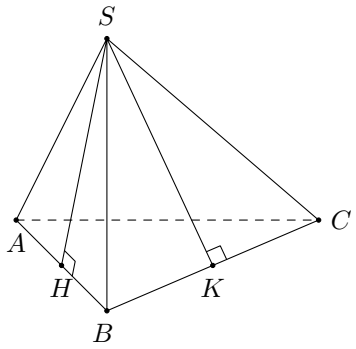
.....

.....

.....

VÍ DỤ 2

Cho Hình 4. Tìm công thức tính diện tích xung quanh hình chóp tam giác đều.



Hình 4

Lời giải. .....

.....

.....

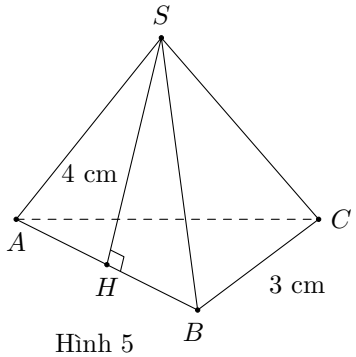
.....

.....

.....

VÍ DỤ 3

Cho hình chóp tam giác đều có kích thước như Hình 5. Tính diện tích xung quanh hình chóp đó.



Hình 5

Lời giải. .....

.....

.....

.....

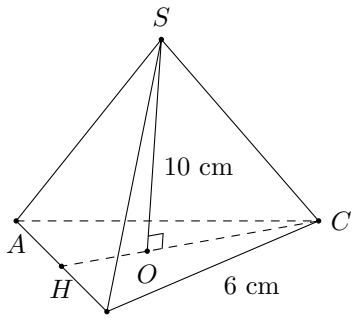
.....

.....

Dạng 3 Tính thể tích của hình chóp tam giác đều

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tam giác đều có kích thước như Hình 6. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều $S.ABC$.



Hình 6

Lời giải. .....

.....

.....

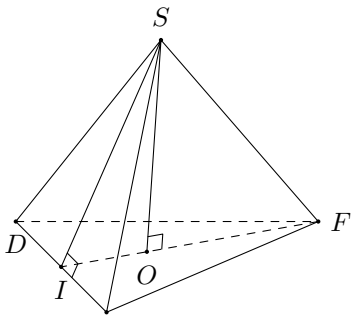
.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Gọi tên đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tam giác đều trong Hình 7.



Hình 7

Lời giải. .....

.....

.....

.....

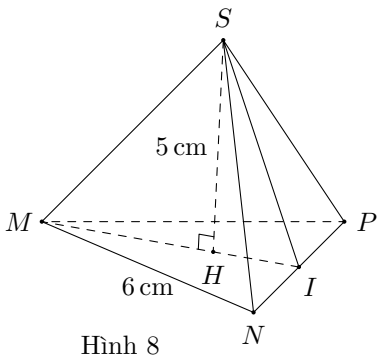
.....

.....

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều $S.MNP$ như Hình 8.

a) Tính diện tích tam giác MNP.

b) Tính thể tích hình chóp $S.MNP$ biết $\sqrt{27} \approx 5{,}19$.



Hình 8

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

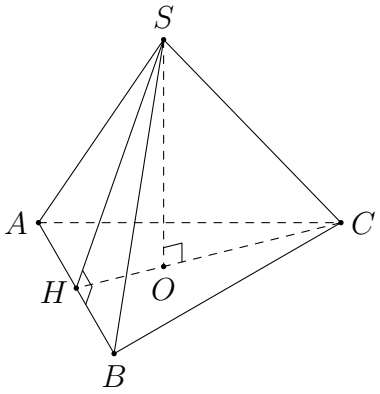
.....

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều như *Hình 14*.

a) Kể tên các mặt bên và cho biết mặt bên là hình gì?

b) Kể tên đường cao và trung đoạn.

c) Viết công thức tính diện tích xung quanh, thể tích theo tên các cạnh có trong hình.



Hình 14

Lời giải. .....

.....

.....

.....

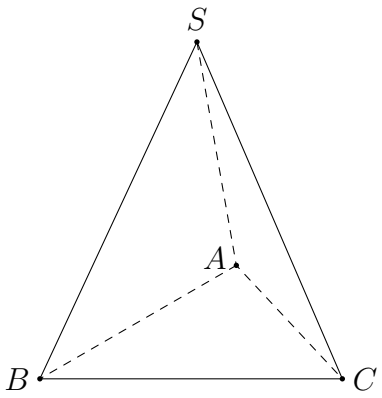
.....

.....

Câu 4. Hình chóp tam giác đều như *Hình 15*.

a) Vẽ thêm trung đoạn SH ở mặt SAB của hình chóp.

b) Vẽ thêm đường cao SO của hình chóp tam giác đều.



Hình 15

Lời giải. .....

.....

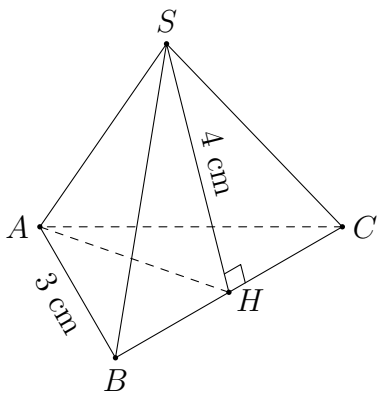
.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy dưới là 3 cm và trung đoạn là 4 cm (Hình 16). Tính diện tích xung quanh của hình chóp $S.ABC$.



Hình 16

Lời giải. .....

.....

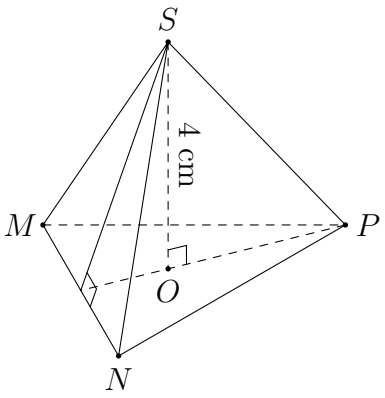
.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy là 12 m^2 và chiều cao là 4 cm (Hình 17). Tính thể tích của hình chóp tam giác đều đó.



Hình 17

Lời giải. .....

.....

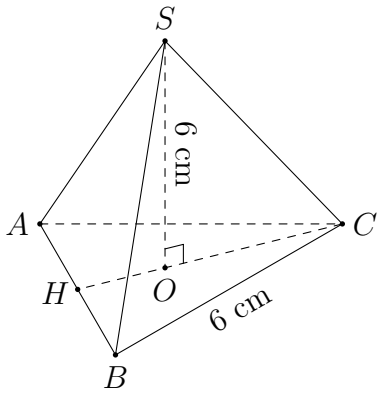
.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 18* có $BC = 6$ cm và chiều cao $SO = 6$ cm. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều.



Hình 18

Lời giải. .....

.....

.....

.....

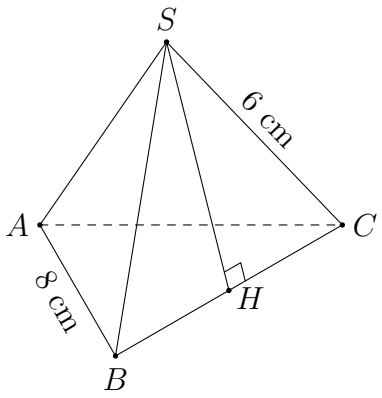
.....

.....

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên $SC = 6$ cm, cạnh đáy $AB = 8$ cm.

a) Tính trung đoạn của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ (Hình 19).

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.



Hình 19

Lời giải. .....

.....

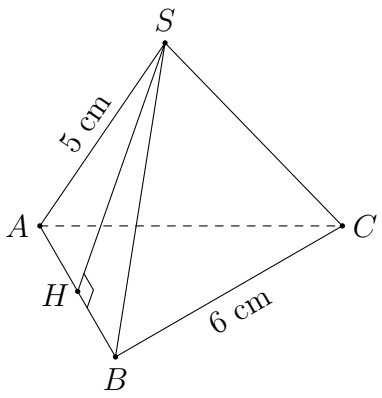
.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 6 cm, độ dài các cạnh bên là 5 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp đó.



Hình 20

Lời giải. .....

.....

.....

.....

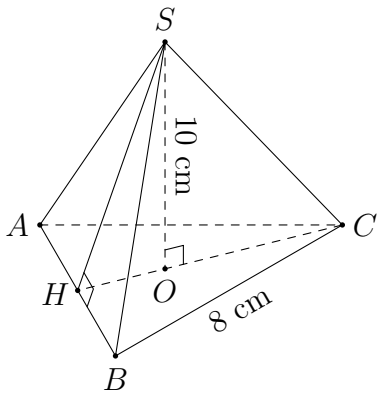
.....

.....

Câu 10. Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 21* có cạnh đáy $AC = 8$ cm và chiều cao $SO = 10$ cm.

a) Tính diện tích đáy của hình chóp $S.ABC$.

b) Tính thể tích của hình chóp $S.ABC$.



Hình 21

Lời giải. .....

.....

.....

.....

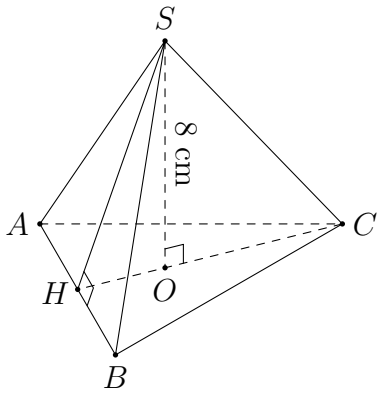
.....

.....

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 22*. Có diện tích đáy là $5\sqrt{75}$ cm^2 và chiều cao là $SO = 8$ cm.

a) Tính thể tích của hình chóp $S.ABC$.

b) Tính cạnh đáy của hình chóp tam giác đều.



Hình 22

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

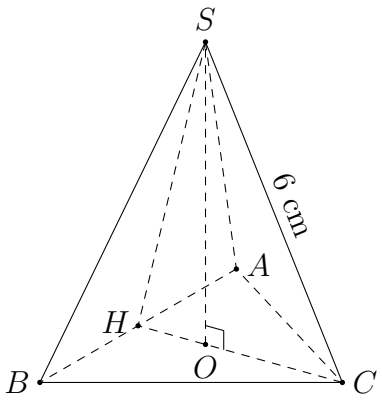
Câu 12. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng với cạnh đáy và đều bằng 6 cm (Hình 23).

a) Tính trung đoạn của hình chóp.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

c) Tính chiều cao SO của hình chóp.

d) Tính thể tích của hình chóp.



Hình 23

Lời giải. .....

.....

.....

.....

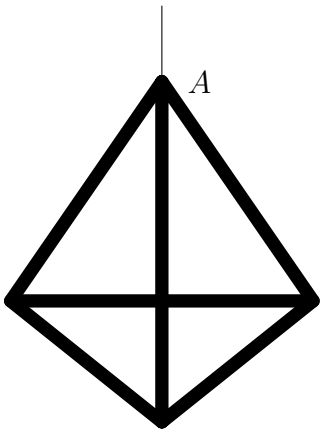
.....

.....

Câu 13. Một chiếc đèn thả trang trí như *Hình 24*. Bạn Nam đo và nhận thấy các cạnh đều có cùng độ dài là 20 cm.

a) Tính diện tích xung quanh của chiếc đèn.

b) Bạn Nam đọc và thấy rằng khi treo đèn thì khoảng cách từ đáy của đèn cách mặt trần là 1 m là tốt nhất. Vậy bạn Nam cần đưa đoạn dây điện từ đầu đèn (Vị trí A) tới mặt trần là bao nhiêu?



Hình 24

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hình chóp tam giác đều có đáy là hình gì?

A. Hình thoi.
B. Hình vuông.
C. Tam giác đều.
D. Tam giác.

Câu 2. Thể tích của hình chóp tam giác đều bằng

A. Diện tích đáy nhân với chiều cao.
B. $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.
C. $\frac{1}{2}$ chiều cao nhân với diện tích đáy.
D. $\frac{3}{2}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng

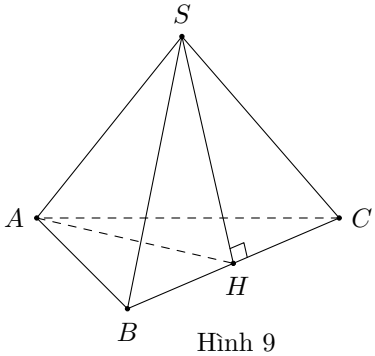
A. Nửa chu vi đáy nhân với đường cao.
B. Chu vi đáy nhân với trung đoạn.
C. Nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn.
D. Chu vi đáy nhân với chiều cao.

Câu 4. Các mặt bên của hình chóp tam giác đều có diện tích như thế nào?

A. Bằng nhau.
B. Khác nhau.
C. Đều bằng 3.
D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều như Hình 9

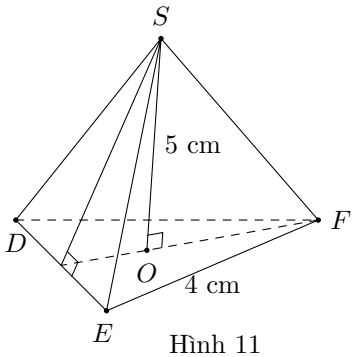
A. SH là đường cao.
B. SH là trung đoạn.
C. AH là đường cao.
D. AH là trung đoạn.



Hình 9

Câu 6. Hình chóp tam giác đều $S.DEF$ có kích thước như Hình 11. Thể tích của hình chóp $S.DEF$ là

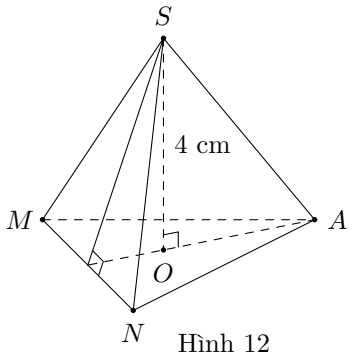
A. $V = \frac{20}{3}$ cm^3.
B. $\frac{10}{3}$ cm^3.
C. 20 cm^3.
D. 10 cm^3.



Hình 11

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều như Hình 12. Biết thể tích là 12 lít. Diện tích $\triangle AMN$ bằng

A. 3 dm^2. B. 9 dm^2. C. 6 dm^2. D. 12 dm^3.

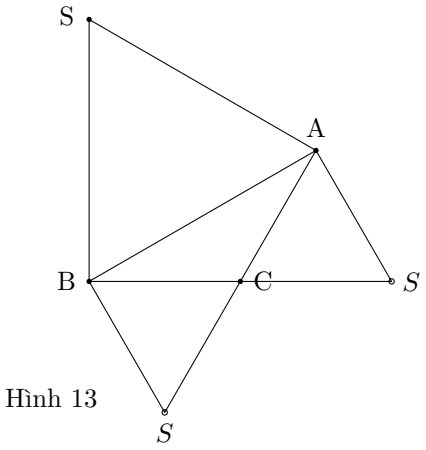


Hình 12

Câu 8. Một hình chóp tam giác đều có các mặt bên cũng là các tam giác đều với cạnh bằng 6 cm. Vậy khi ghép lại thành hình chóp tam giác thì thể tích là bao nhiêu? (Hình 13)

A. $\dfrac{\sqrt{27}\cdot\sqrt{24}}{2}$ cm^3. B. $\dfrac{\sqrt{27}}{3}$ cm^3.

C. $\dfrac{\sqrt{24}}{2}$ cm^3. D. $\dfrac{\sqrt{27}\cdot\sqrt{24}}{3}$ cm^3.



Hình 13

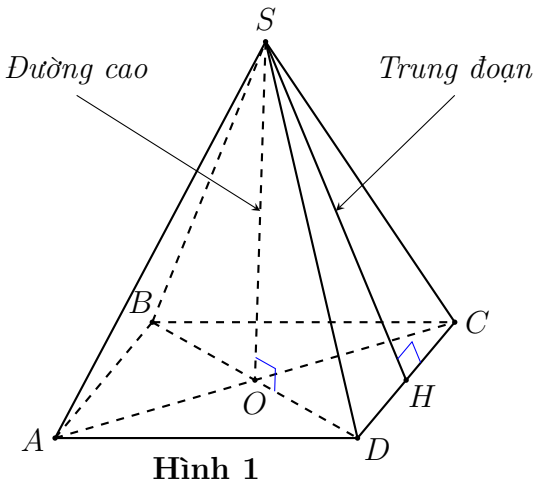
Bài 2

HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

I Tóm tắt lý thuyết

1 Hình chóp tứ giác đều

- Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh. Đỉnh chung này là đỉnh của hình chóp tứ giác.
- *Hình 1.* Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$



Hình 1

Nhận xét: Hình chóp tứ giác đều có:

- Mặt đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.
- Chân đường cao kẻ từ đỉnh đến mặt đáy là điểm cách đều các đỉnh của mặt đáy (giao điểm của hai đường chéo).

2 Diện tích xung quanh và thể của hình chóp tứ giác đều

- Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn.
  $S_{xq} = p \cdot d$ Trong đó p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn.
- Thể tích của hình chóp tứ giác đều bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.
  $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ Trong đó S là diện tích đáy, h là chiều cao.

II Các dạng bài tập thường gặp

Dạng 1 Nhận diện các yếu tố cơ bản trong hình chóp tứ giác đều

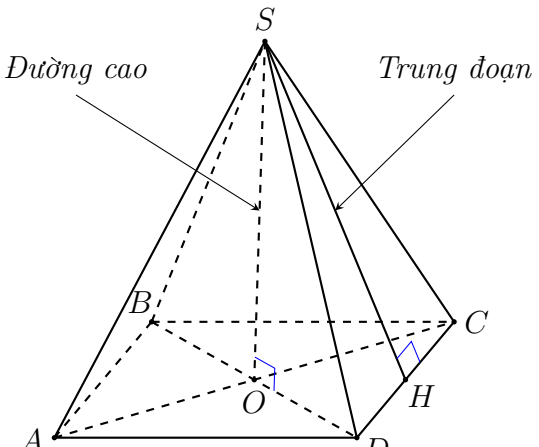
VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ ở *Hình 1*.

a) Kể tên các cạnh bên của hình chóp tứ giác đều.

b) Cho biết đường cao, trung đoạn.

c) Gọi tên các mặt bên và mặt đáy.



Hình 1

Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

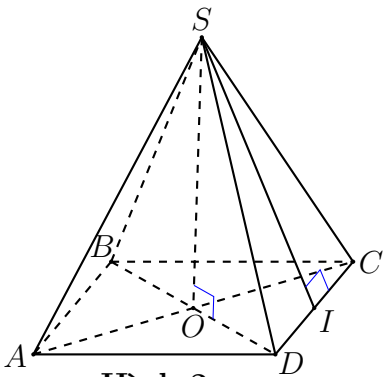
VÍ DỤ 2

Cho hình chóp tứ giác đều ở *Hình 2*.

a) Kể tên các cạnh bên, mặt bên.

b) Cho biết mặt đáy là hình gì?

c) Chỉ ra đường cao, trung đoạn.



Hình 2

Lời giải. .....

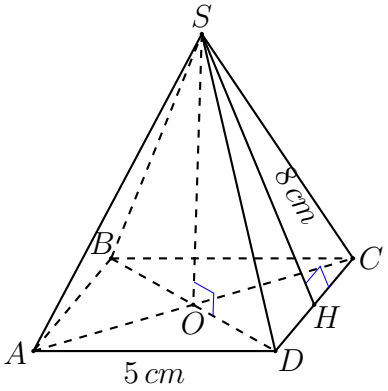
Dạng 2 Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp đều

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như *Hình 3*. Biết $SO = 6$ cm, $AD = 5$ cm, $SH = 8$ cm.

a) Tính diện tích xung quanh.

b) Tính thể tích.

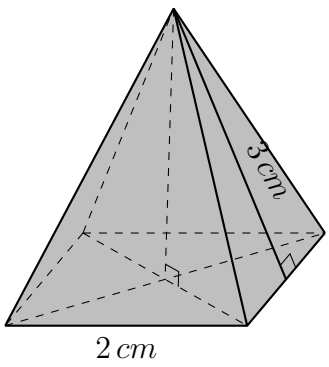


Hình 3

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Bác Khôi làm một chiếc hộp gỗ có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy hình chóp là $2m$, trung đoạn của hình chóp là $3m$. Bác Khôi muốn sơn bốn mặt xung quanh của hộp gỗ. Cứ mỗi mét vuông sơn cần trả 30 000 đồng (tiền sơn và tiền công). Hỏi bác Khôi phải trả chi phí là bao nhiêu?



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

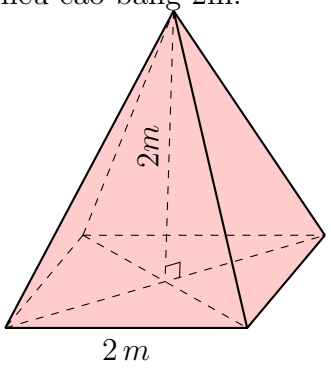
.....

VÍ DỤ 3

Một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 2m, chiều cao bằng 2m.

a) Thể tích không khí bên trong lều là bao nhiêu?

b) Biết lều phủ vải bốn phía và cả mặt tiếp đất. Tính diện tích vải bạt cần dùng (*coi mép nối không đáng kể*). Biết $\sqrt{5} \approx 2,24$.
(làm trong kết quả tới hàng phần mười)



Lời giải. .....

.....

.....

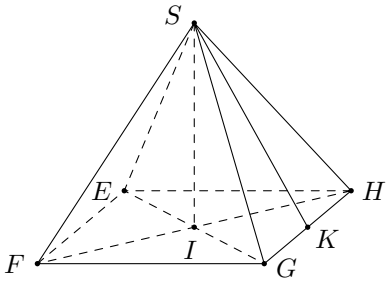
.....

.....

.....

III Bài tập tự luyện

Câu 1. Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tứ giác đều $S.EFGH$ như hình vẽ.



Lời giải. .....

.....

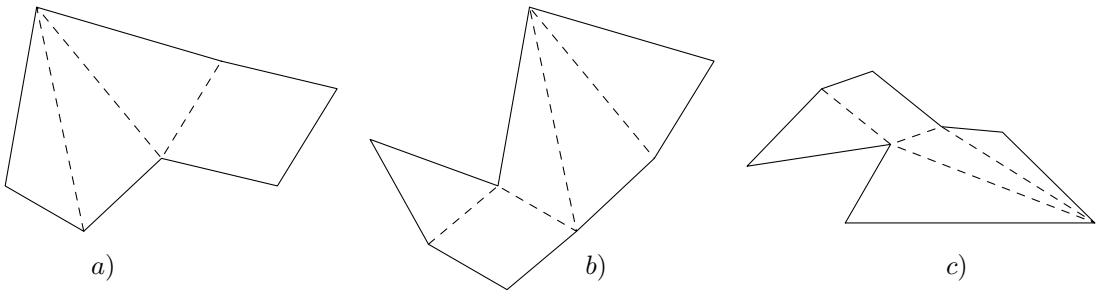
.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2. Trong các miếng bìa ở hình vẽ. Hình nào gấp lại cho ta một hình chóp tứ giác đều?



a) *b)* *c)*

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

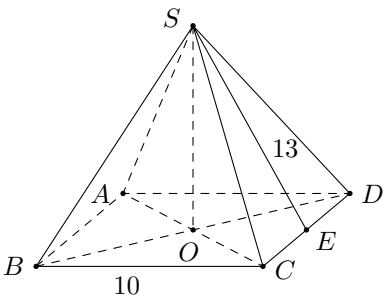
. . . . . .

. . . . . .

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

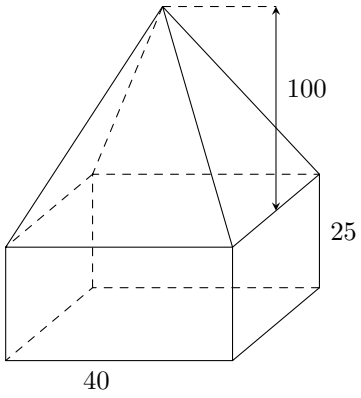
. . . . . .

. . . . . .

Câu 4. Bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh 3 cm, cao 3 cm. Tính thể tích một chiếc bánh ít.

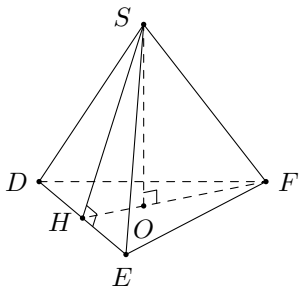
Lời giải. . . . . . .

Câu 5. Một khối bê tông có dạng như hình vẽ. Phần đáy dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh 40 cm, chiều cao 25 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 100 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó.

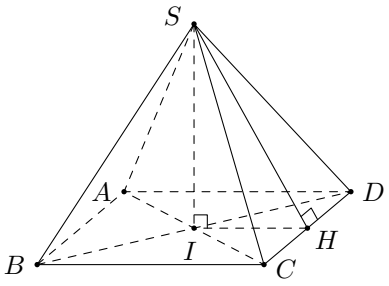


Lời giải.

Câu 6. Gọi tên đỉnh, cạnh bên, cạnh đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều trong hình vẽ.



Hình 1



Hình 2

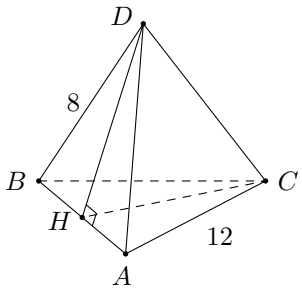
Lời giải.

. . . . . .

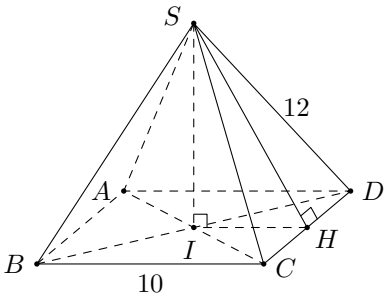
. . . . . .

. . . . . .

Câu 7. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều trong hình vẽ



Hình 1



Hình 2

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều, biết chiều cao bằng 9 cm và chu vi đáy bằng 12 cm.

Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

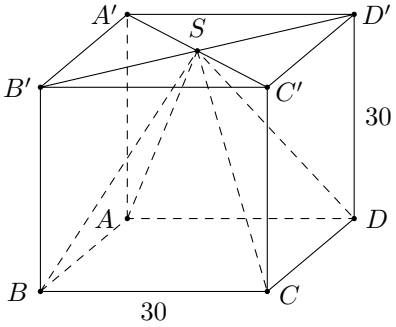
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Từ một khúc gỗ hình lập phương cạnh 30 cm. Người ta cắt đi một phần gỗ để được phần còn lại là một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh 30 cm và chiều cao của hình chóp cũng bằng 30 cm. Tính thể tích của phần gỗ bị cắt đi.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

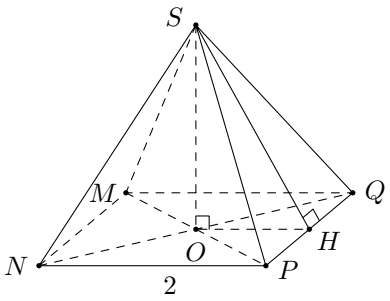
.....

.....

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều có kích thước như hình vẽ

a) Chỉ ra trung đoạn, chiều cao của hình chóp tứ giác đều

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp $S.ABCD$. Biết $SH = 4$ cm.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

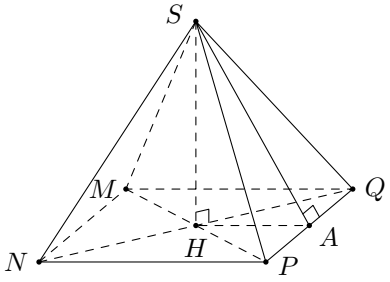
.....

.....

Câu 11. Hình chóp tứ giác đều như hình vẽ có cạnh đáy là 8 cm và trung đoạn là 10 cm.

a) Tính chu vi đáy của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.



✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

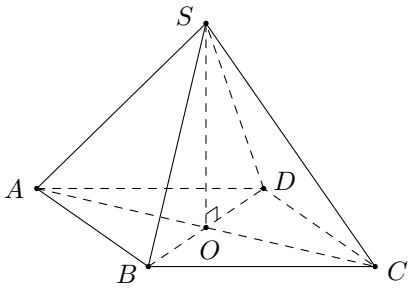
.....

.....

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là 10 cm, chiều cao là 8 cm như hình vẽ.

a) Tính diện tích đáy của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều.



✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

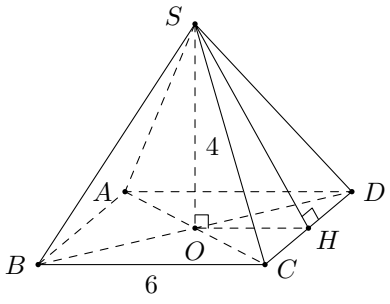
.....

.....

Câu 13. Hình chóp tứ giác đều như hình vẽ có cạnh đáy $BC = 6$ cm, chiều cao $SO = 4$ cm.

a) Tính trung đoạn SH của hình chóp $S.ABCD$.

b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp.



✍ *Lời giải.* .....

.....

.....

.....

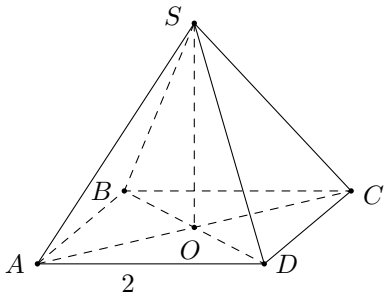
.....

.....

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều như hình vẽ. Biết $AB = 5$ cm, $SO = 4$ cm.

a) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

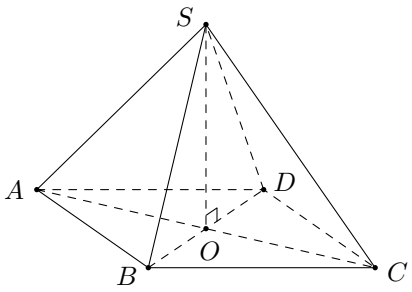
.....

.....

Câu 15. Hình chóp tứ giác đều như hình vẽ. Biết diện tích xung quanh là $12\sqrt{34}$ cm^2, trung đoạn $d = \sqrt{34}$ cm.

a) Tính cạnh đáy của hình chóp tứ giác $S.ABCD$

b) Tính thế tích của hình chóp tứ giác đều.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

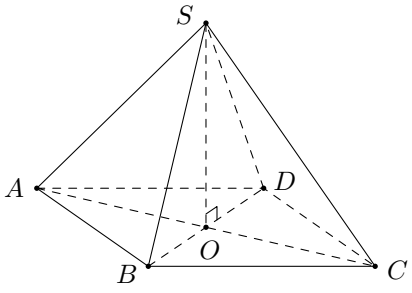
.....

.....

Câu 16. Hình chóp tứ giác đều ở hình vẽ có thể tích là $\dfrac{64}{3}$ cm^3 Chiều cao bằng cạnh đáy.

a) Tính chiều cao SO của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.



Lời giải. .....

.....

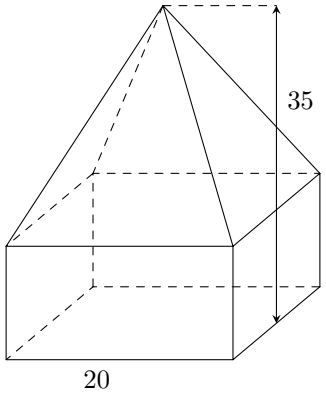
.....

.....

.....

.....

Câu 17. Tính thể tích của khối gỗ như hình bên, biết rằng khối gỗ gồm một hình lập phương cạnh 20 cm và một hình chóp tứ giác đều. Biết chiều cao của cả khối gỗ là 35 cm.



Lời giải. .....

.....

.....

.....

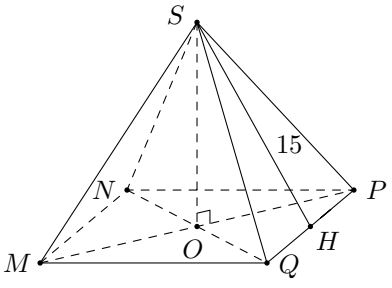
.....

.....

Câu 18. Hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ như hình vẽ có diện tích đáy là 100 cm^2. Trung đoạn $SH = 15$ cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều



Lời giải. .....

.....

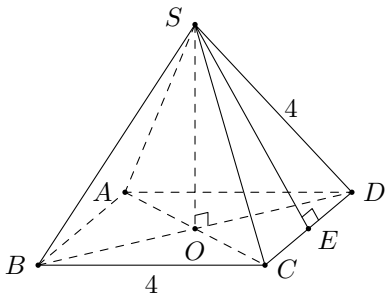
.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 4 cm.



Lời giải. . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

IV Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình gì?

A. Hình vuông.
B. Tam giác đều.
C. Hình thoi.
D. Hình bình hành.

Câu 2. Thể tích của hình chóp tứ giác đều được tính như thế nào?

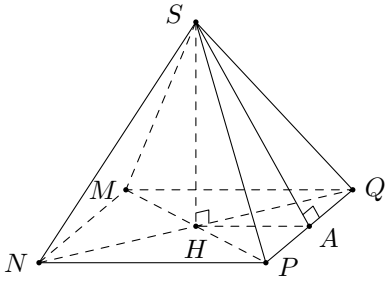
A. Bằng ba lần diện tích đáy nhân với chiều cao.
B. Bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.
C. Bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.
D. Cả ba câu trên đều **sai**.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là $S_{\text{xq}} = pd$. Trong đó d là gì?

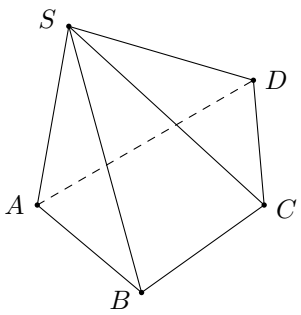
A. Chiều cao.
B. Nửa chu vi đáy.
C. Cạnh đáy.
D. Trung đoạn.

Câu 4. Trung đoạn của hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ là

A. SH.
B. SA.
C. HA.
D. NQ hoặc MP.

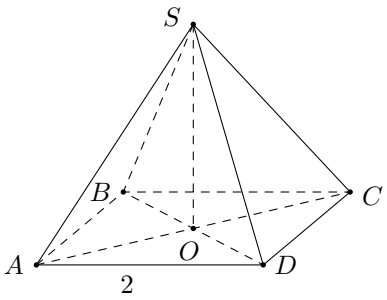


Câu 5. Diện tích xung quanh hình chóp tứ giác $S.ABCD$ ở hình bên gồm diện tích của những mặt nào?



A. Mặt SBC, $ABCD$, SAB.
B. Mặt SAB, SBC, SCD, SDA.
C. Mặt SAB, SAD, SBC, $ABCD$.
D. Mặt $ABCD$.

Câu 6. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ, có $SO = 3$ cm, $AD = 2$ cm. Thể tích của hình chóp này là

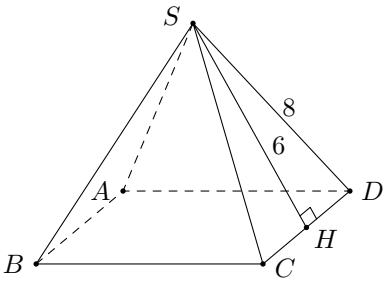


A. 12 cm^3. B. 4 cm^3. C. 3 cm^3. D. 6 cm^3.

Câu 7. Một hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh là 20 cm^2, chu vi đáy là 6 cm. Khi đó trung đoạn của hình chóp là

A. $\dfrac{20}{3}$ cm. B. $\dfrac{10}{3}$ cm. C. $\dfrac{3}{20}$ cm. D. $\dfrac{3}{10}$ cm.

Câu 8. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có kích thước như vẽ. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là



A. $12\sqrt{28}$. B. $28\sqrt{24}$. C. $28\sqrt{12}$. D. $24\sqrt{28}$.

Câu 9. Hình chóp tứ giác đều và hình chóp tam giác đều có chiều cao bằng nhau. Biết rằng đáy của hình chóp tứ giác đều có cạnh là 4 cm và đáy của hình chóp tam giác đều có cạnh là 3 cm. Khi đó tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ là bao nhiêu? Với S_1 là diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều, S_2 là diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.

A. $\dfrac{16}{9}$. B. $\dfrac{9}{16}$.

C. $\dfrac{8}{9}$. D. Cả A, B, C đều **sai**.

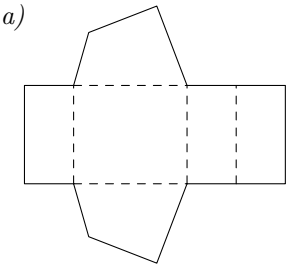
Bài 3

ÔN TẬP CHƯƠNG X

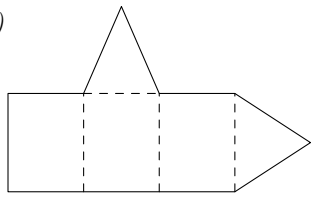
I Bài tập tự luyện

Câu 1. Trong các hình vẽ bên dưới hình nào có thể gấp được hình chóp tam giác đều, hình nào có thể gấp được hình chóp tứ giác đều?

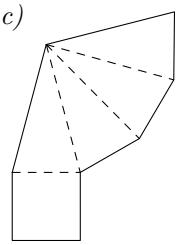
a)



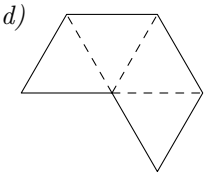
b)



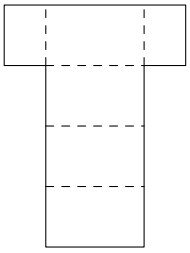
c)



d)



e)



Lời giải. .....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2.

a) Tính thể tích của hình chóp tam giác đều, biết diện tích đáy bằng $6\,\text{cm}^2$ và chiều cao bằng $4\,\text{cm}$.

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều, biết chiều cao bằng $10\,\text{cm}$ và cạnh đáy bằng $4\,\text{cm}$.

c) Tính độ dài trung đoạn của hình chóp tứ giác đều biết diện tích xung quanh của hình chóp là $60\,\text{cm}^2$, độ dài cạnh đáy $6\,\text{cm}$.

d) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều biết cạnh đáy là $12\,\text{cm}$, chiều cao mặt bên là $8\,\text{cm}$.

e) Tính chu vi đáy của hình chóp tứ giác đều biết thể tích của hình chóp là $125\,\text{cm}^3$, chiều cao của hình chóp là 15 cm.

f) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều biết độ dài cạnh đáy là 10 cm, trung đoạn của hình chóp là 12 cm.

Lời giải. .....

.....

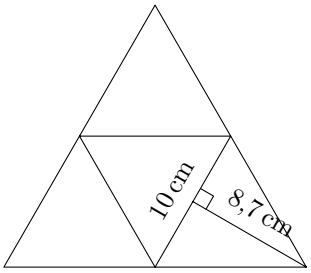
.....

.....

.....

.....

Câu 3. Một tấm bìa như hình bên gấp thành hình chóp tam giác đều với các mặt đều là hình tam giác đều. Với số đo trên hình vẽ, hãy tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình này.



Lời giải. .....

.....

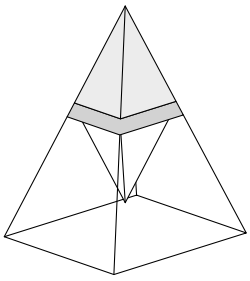
.....

.....

.....

.....

Câu 4. Đèn để bàn hình kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 25 cm, chiều cao của đèn để bàn dài 35 cm.



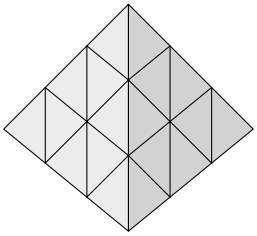
a) Tính thể tích của chiếc đèn để bàn hình kim tự tháp này.

b) Bạn Kim định dán các mặt bên của đèn bằng tấm giấy màu. Tính diện tích giấy màu bạn Kim cần sử dụng *(coi như mép dán không đáng kể)*, biết độ dài trung đoạn chiếc đèn hình chóp này là 37 cm.

c) Nếu mỗi mét vuông giấy màu là 120 000 đồng. Hỏi bạn Kim cần chuẩn bị ít nhất bao nhiêu tiền để mua đủ giấy màu để dán được các mặt bên của chiếc đèn để bàn này?

Lời giải. .....

.....



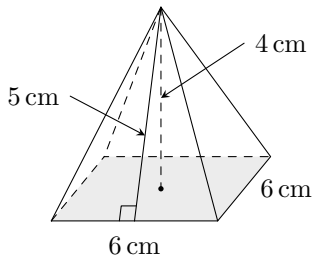
Câu 5. Một khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều *(các mặt khối rubik là các tam giác đều bằng nhau)*, có chu vi đáy bằng 234 mm, đường cao của mặt bên hình chóp là 67,5 mm.

a) Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần *(tổng diện tích các mặt)* của khối rubik đó.

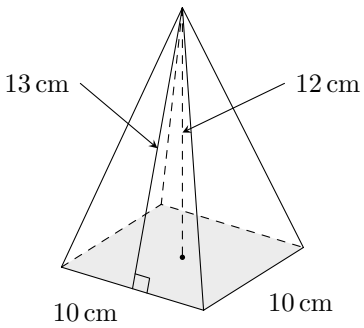
b) Biết chiều cao của khối rubik là 63,7 mm. Tính thể tích của khối rubik đó.

Lời giải.

Câu 6. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần *(tổng diện tích các mặt)*, thể tích của hình chóp tứ giác đều dưới đây *(theo các kích thước cho trên hình vẽ)*.



Hình 1



Hình 2

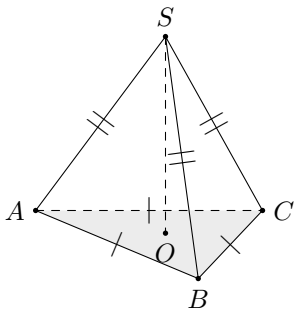
Lời giải.

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao SO *(hình vẽ bên)*.

a) Cho biết các mặt bên của hình chóp có dạng hình gì? Nêu tên đỉnh của hình chóp.

b) Kể tên các cạnh bên.

c) Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.



Lời giải.

Câu 8.

a) Một khối Rubic có dạng hình chóp tam giác đều. Biết chiều cao khoảng 5,88 cm, thể tích của khối Rubic là 44,002 cm^3. Tính diện tích đáy của khối Rubic.

b) Một hình chóp tam giác đều có thể tích là $12\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, diện tích đáy là $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. Tính chiều cao của hình chóp tam giác đều đó.

Lời giải.