PHÒNG GD&ĐT KIM THÀNH
TRƯỜNG THCS PHÚ THÁI

ĐỀ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG LỚP 8
Năm học 2022-2023
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: (x - 1)(x + 1)(x + 3)(x + 5) + 15.

2) Cho xyz = 1. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a+b+c)^3$

Áp dụng tìm x biết: $(x^2+x+2)^3 - (x+1)^3 = x^6 + 1$

2) Tìm số dư trong phép chia của đa thức: $(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)+2023$ cho đa thức x^2+5x+7

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Cho a, b, c là các số tự nhiên.

Chứng minh rằng A = 4a(a + b)(a + b + c)(a + c) + b^2c^2 là một số chính phương.

(Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên)

2) Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn 3xy + 2y – 2x + 1 = 0.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho AE = AF. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng:

1) AM = BF;

2) Tứ giác AEMD là hình chữ nhật;

3) $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$.

Câu 5 (1,0 điểm)

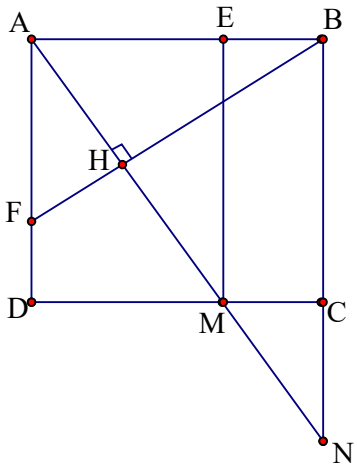
Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}$ với $x \neq -1$

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm	Tổng điểm
1	a) $(x - 1)(x + 1)(x + 3)(x + 5) + 15$ $= (x^2 + 4x – 5)(x^2 + 4x + 3) +15$	0,25	1,00
	$= [(x^2 + 4x -1) – 4][(x^2 + 4x – 1) + 4] + 15$	0,25	
	$= (x^2 + 4x – 1)^2 – 16 + 15$ $= (x^2 + 4x – 1)^2 – 1$	0,25	
	$= (x^2 + 4x – 2)(x^2 + 4x)$ $= x(x + 4)(x^2 + 4x – 2)$	0,25	
	$P = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$ $P = \frac{z}{z+xz+xyz} + \frac{zx}{zx+yzx+yzzx} + \frac{1}{1+z+zx}$	0,25	1,00
	Thay xyz = 1 và biểu thức P ta có: $P = \frac{z}{z+xz+1} + \frac{zx}{zx+1+z} + \frac{1}{1+z+zx}$	0,25	
	$P = \frac{z+zx+1}{z+zx+1}$	0,25	
	$P = 1$. Vậy P = 1	0,25	
2	Phân tích đa thức thành nhân tử: $a^3+b^3+c^3-(a+b+c)^3$ Ta có $a^3+b^3+c^3-(a+b+c)^3=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b)-(a+b+c)^3$	0,25	1,00
	$=(a+b+c)^3-3c(a+b)(a+b+c)-3ab(a+b)-(a+b+c)^3$ $=-3(a+b)\left[c(a+b+c)+ab\right]$ $=-3(a+b)\left[a(b+c)+c(b+c)\right]=-3(a+b)(b+c)(a+c)(*)$	0,25	
	Tìm x biết: $(x^2+x+2)^3-(x+1)^3=x^6+1$ Ta có: $(x^2)^3+(x+1)^3+1^3-(x^2+x+2)^3=0$ $\Leftrightarrow -3(x^2+x+1)(x^2+1)(x+2)=0$ (Theo (*)).	0,25	
	Vì $x^2+x+1=0$; $x^2+1=0$ vô nghiệm . KL: x = -2	0,25	
	$P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)+2023$ $P=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)+2023$	0,25	1,00
	Đặt $x^2 + 5x + 7 = t$ Ta có P = (t – 13)(t - 1) + 2023	0,25	
	$P = t^2 – 14t + 13 + 2023$	0,25	

thuvientoanhoc.com

	$P = t^2 - 14t + 2036$		
	Do đó khi chia $P = t^2 - 14t + 2036$ cho t ta có số dư là 2036	0,25	
3	1) $A = 4a(a + b)(a + b + c)(a + c) + b^2c^2$ $A = 4(a^2 + ab + ac)(a^2 + ac + ab + bc) + b^2c^2$	0,25	**1,00**
	Đặt $a^2 + ab + ac = t$ Ta có $A = 4t(t + bc) + b^2c^2$ $A = 4t^2 + 4t.bc + b^2c^2$	0,25	
	$A = (2t + bc)^2 = [2(a^2 + ab + ac) + bc]^2 = (2a^2 + 2ab + 2ac + bc)^2$	0,25	
	Vì a, b, c là các số tự nhiên nên A là một số chính phương.	0,25	
	1) $3xy + 2y - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (3x + 2)y = 2x - 1$ $y = \frac{2x-1}{3x+2}, x \neq \frac{-2}{3}$	0,25	**1,00**
	$y = \frac{2x-1}{3x+2} \Rightarrow 3y = \frac{6x-3}{3x+2} = \frac{2(3x+2)-7}{3x+2} = 2 - \frac{7}{3x+2}$	0,25	
	y là số nguyên thì 3y cũng là số nguyên. Để 3y nhận giá trị là số nguyên khi 7 chia hết cho 3x + 2 Hay $3x + 2 \in Ư(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$	0,25	
	$x \in \{-1; -3\}$ Với x = -1 thì y = 3; với x = -3 thì y = 1. Vậy $(x; y) \in \{(-1; 3), (-3; 1)\}$	0,25	
			
4.1	Xét ΔADM và ΔBAF có: $\widehat{ADM} = \widehat{BAF} = 90^0$	0,25	**1,00**
	AD = AB (cạnh hình vuông) $\widehat{DAM} = \widehat{ABF}$ (cùng phụ với góc HAB)	0,25	
	Do đó $\Delta ADM = \Delta BAF$ (g.c.g)	0,25	
	Suy ra AM = BF (2 cạnh tương ứng)	0,25	
4.2	Do $\Delta ADM = \Delta BAF$ (g.c.g) chứng minh câu a Suy ra DM = AF (2 cạnh tương ứng)	0,25	**1,00**
	Mà DM // AF (Do AB//CD, E thuộc AB, M thuộc CD)	0,25	

thuvientoanhoc.com

	Suy ra AEMD là hình bình hành.	0,25	
	Mặt khác $\widehat{DAE} = 90^0$ (Do $\widehat{DAB} = 90^0$ và E thuộc AB). Do đó tứ giác AEMD là hình chữ nhật.	0,25	
4.3	Vì AD//CN $\Rightarrow \frac{AD}{CN} = \frac{AM}{MN}$ (Hệ quả định lý Ta lét) $\Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{CN}{MN}$	0,25	**1,00**
	Vì MC//AB $\Rightarrow \frac{MN}{AN} = \frac{CM}{AB}$ (Hệ quả định lý Ta lét) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{CM}{MN}$	0,25	
	Suy ra $\frac{AD^2}{AM^2} + \frac{AB^2}{AN^2} = \frac{CM^2 + CN^2}{MN^2} = 1$ (Vì $CM^2 + CN^2 = MN^2$ theo Định lý Pytago áp dụng trong tam giác vuông CMN)	0,25	
	Suy ra $\frac{AB^2}{AM^2} + \frac{AB^2}{AN^2} = 1$ (vì AD = AB) $\Rightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$	0,25	
5	$P = \frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1} = \frac{(x+1)^2 - x}{(x+1)^2} = 1 - \frac{x}{(x+1)^2} = 1 - \frac{(x+1)-1}{(x+1)^2}$	0,25	**1,00**
	$P = 1 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}\right] + \frac{3}{4}$	0,25	
	$P = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}\right) + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}, \forall x \neq -1$	0,25	
	Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{4}$ khi $\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)	0,25	

thuvientoanhoc.com