PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN Ý YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI THCS
NĂM HỌC 2015 - 2016

MÔN : TOÁN – LỚP 7
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1. *(6 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức

$$A = (-1)^3 . \left(-\frac{7}{8}\right)^3 . \left(-\frac{2}{7}\right)^2 . (-7) . \left(-\frac{1}{14}\right)$$

$$B = 2016 : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right)$$

2) Cho đa thức $Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c ,d $\in Z$. Biết Q(x) chia hết cho 3 với mọi x $\in Z$. Chứng tỏ các hệ số a, b, c, d đều chia hết cho 3.

Bài 2. *(4 điểm)*

1) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ (với $a,\ b,\ c \neq 0$).

Chứng minh rằng: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

2) Số M được chia thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 5; 6. Biết rằng tổng các lập phương của ba phần đó là 10728. Hãy tìm số M.

Bài 3. *(6 điểm)* Cho tam giác ABC đều. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $BD = \frac{1}{3}AB$. Tại D kẻ đường vuông góc với AB cắt cạnh BC tại E. Tại E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC tại F.

1) Chứng minh DF $\perp$ AC. Biết trong tam giác vuông cạnh đối diện với góc 30^0 thì bằng nửa cạnh huyền.
2) Chứng minh tam giác DEF đều.
3) Gọi G là trọng tâm của tam giác DEF. Chứng minh GA = GB = GC.

Bài 4. *(2 điểm)* Cho tam giác ABC, trung tuyến AM và BE cắt nhau tại G. Chứng minh rằng nếu $\widehat{AGB} \leq 90^0$ thì $AC + BC > 3AB$.

Bài 5. *(2 điểm)*

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức C= $\frac{22 - 3x}{4 - x}$ có giá trị lớn nhất.

Họ và tên thí sinh: …… Họ, tên chữ ký GT 1: …….

Số báo danh:…… Họ, tên chữ ký GT 2: …….

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7

I. Hướng dẫn chung:

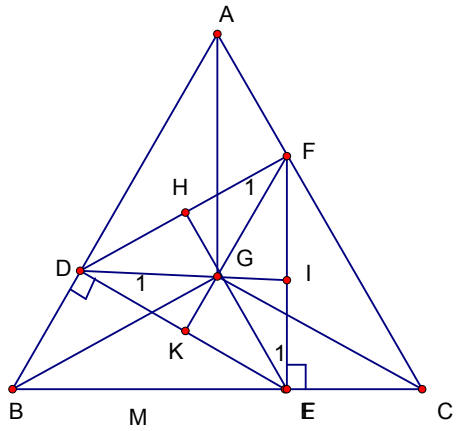
1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì vẫn cho điểm tối đa.

2) Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm:

Bài	ý	Nội dung đáp án	Điểm
1 (6,0đ)	1) (4đ)	$A=(-1).\frac{(-7)^3}{8^3}.\frac{(-2)^2}{7^2}.\frac{1}{2}$	0,5
		$=\frac{(-1).(-7)^3.(-2)^2}{2^9.7^2.2}$	0,5
		$=\frac{(-1).(-7).(-1)}{2^8}$	0,5
		$=\frac{-7}{256}$	0,5
		Tính: *) $\frac{0,4-\frac{2}{9}+\frac{2}{11}}{1,4-\frac{7}{9}+\frac{7}{11}}=\frac{2.\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)}{7.\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)}$	0,25
		$=\frac{2}{7}$ (vì $\frac{1}{5}-\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\neq 0$)	0,25
		*) $\frac{-1\frac{1}{6}+0,875-0,7}{\frac{1}{3}-0,25+\frac{1}{5}}=\frac{-7.\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)}{2.\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)}$	0,25
		$=\frac{-7}{2}$ (vì $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\neq 0$)	0,25
		$B=2016:\left(\frac{2}{7}.\frac{-7}{2}\right)=-2016$	1,0
	2) (2,0đ)	Cho đa thức $Q(x)=ax^3+bx^2+cx+d$	
		Vì Q(x) ⋮ 3 với mọi x ∈ Z , nên Với x = 0, ta có $Q(0)=d$ ⋮ 3	0,5
		Với x = 1, ta có $Q(1)=a+b+c+d$ ⋮3 mà d ⋮ 3 => a + b +c ⋮ 3 (1)	0,25
		Với x = -1, ta có $Q(-1)=-a+b-c+d$ ⋮3 mà d ⋮ 3 => $-a+b-c$ ⋮ 3 (2)	0,25
		$Q(1)+Q(-1)=2b$ ⋮ 3 mà (2 ; 3) =1 nên b ⋮ 3	0,25
		$Q(1)-Q(-1)=2(a+c)$ ⋮3 mà (2 ; 3) =1 nên a+c ⋮ 3 (3)	0,25
		Với x = 2 , ta có $Q(2)$= 8a+ 4b+ 2c +d ⋮3 hay 7a + (a + c) + 2b + d ⋮ 3	0,25

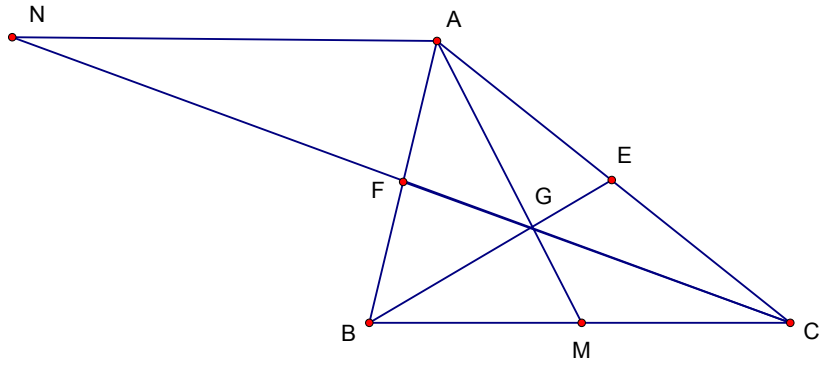
thuvientoanhoc.com

		Mà d ⋮ 3, a + c ⋮ 3, b ⋮ 3 nên 7a ⋮ 3 mà (7; 3) = 1 => a ⋮ 3 Từ (3) suy ra c ⋮ 3=> đpcm	*0,25*
2 ***(4,0đ)***	***1*** *(2,0đ)*	Với a, b, c ≠ 0, ta có $\frac{bz-cy}{a}=\frac{cx-az}{b}=\frac{ay-bx}{c}=\frac{bza-cya}{a^2}=\frac{bcx-baz}{b^2}=\frac{acy-bcx}{c^2}$	*0,25*
		$=\frac{bza-cya+bcx-baz+acy-bcx}{a^2+b^2+c^2}=\frac{0}{a^2+b^2+c^2}=0$	*0,25*
		Suy ra $\frac{bz-cy}{a}=0$, do đó bz = cy $\Rightarrow \frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ (1)	*0,5*
		$\frac{cx-az}{b}=0$, do đó cx = az $\Rightarrow \frac{x}{a}=\frac{z}{c}$ (2)	*0,5*
		Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{c}{z}$	*0,5*
	2 *(2,0đ)*	Gọi ba phần được chia của số M là x, y, z. , ta được x + y + z = M	*0,25*
		Theo đề bài ta có $x:y:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$ và $x^3+y^3+z^3=10728$ (1)	*0,25*
		Hay $\frac{x}{10}=\frac{y}{6}=\frac{z}{5}=k$ và $x^3+y^3+z^3=10728$	*0,25*
		Suy ra $x^3=10^3.k^3;\ y^3=6^3.k^3;\ z=5^3.k^3$	*0,5*
		Thay vào (1), được $1341k^3=8\Rightarrow k=2$	*0,25*
		suy ra 20; y = 12; z =10 Vậy M = 42.	*0,5*
3. *(6,0đ)*			
	1) *(3,0đ)*	ΔABC đều nên AB =AC = BC = a và ∠ A = ∠ B = ∠ C = 60^0	*0,25*
		BD = $\frac{1}{3}$a (gt) $\Rightarrow$ AD = $\frac{2}{3}$a	*0,25*
		Xét ΔBDE vuông tại D có ∠B = 60^0 $\Rightarrow$ ∠DEB = 30^0	*0,25*

thuvientoanhoc.com

		Xét ΔBDE vuông tại D có $\angle DEB = 30^0 \Rightarrow BD = \frac{1}{2} BE$ hay $BE = 2\ BD = 2 . \frac{1}{3}a = \frac{2}{3}a$ mà $BC = a$ nên $EC = \frac{1}{3}a$	*0,5*
		Tương tự, xét ΔECF vuông tại E có $\angle C = 60^0 \Rightarrow \angle EFC = 30^0$ $\Rightarrow$ $AF = \frac{1}{3}a$	*0,75*
		Xét ΔADF và ΔBED có: $AD = BE (= \frac{2}{3} a)$ $\angle A = \angle B\ (= 60^0)$ $AF = BD (= \frac{1}{3}a)$ $\Rightarrow$ ΔADF = ΔBED (c. g. c)	*0,5*
		$\Rightarrow \angle AFD = \angle BDE$ (hai góc tương ứng) Mà $\angle BDE = 90^0 \Rightarrow \angle AFD = 90^0$ hay $DF \perp AC$	*0,5*
	2.. *(1,5đ)*	*) Chứng minh tương tự cũng có . Δ DBE = ΔECF (c.g.c) $\Rightarrow$ DE = EF (hai cạnh tương ứng)	*0, 5*
		Có ΔADF = ΔBED (c. g. c) (cmt) $\Rightarrow$DF = DE (hai cạnh tương ứng)	*0,5*
		$\Rightarrow$ DE = DF = EF $\Rightarrow$ΔDEF là tam giác đều.	*0,5*
	3) (1,5 đ)	Xét△DEF đều có G là trọng tâm của tam giác $\Rightarrow$G là giao điểm của ba đường phân giác $\Rightarrow$ GD, GE, GF là các đường phân giác của các góc $\angle$ EDF; $\angle$ DEF; $\angle$ DFE	*0,25*
		Có △DEF đều nên $\angle D = \angle E = \angle F = 60^0$ $\Rightarrow \angle D_1 = \angle E_1 = \angle F_1 = 30^0$ (cùng bằng nửa góc $\angle$ D, $\angle$ E, $\angle$ F = 60^0)	*0,25*
		Suy ra $\angle BDG = 90^0 + 30^0 = 120^0$ $\angle CEG = 90^0 + 30^0 = 120^0$ $\angle AFG = 90^0 + 30^0 = 120^0$	*0,25*
		Xét△DEF đều có G là trọng tâm của tam giác $\Rightarrow$G là giao điểm của ba đường trung trực $\Rightarrow$GD = GE = GF	*0,25*
		*) Xét ΔAGF và ΔBGD có GF = GD	*0,25*

thuvientoanhoc.com

		$\angle AFG = \angle BDG\ (= 120^0)$ $AF = BD$ $\Rightarrow \Delta AGF = \Delta BGD$ (c. g. c) $\Rightarrow$ GA = GB (hai cạnh tương ứng)	
		Tương tự, có $\Delta AGF = \Delta CGE$ (c. g. c) $\Rightarrow$ AG = GC (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow$ AG = BG = CG (đpcm)	*0,25*
4. ***(2,0đ)***			
		Vẽ trung tuyến CF của Tam giác ABC, Trên tia đối của tia FC lấy điểm N sao cho FN = FC.	*0,25*
		C/M được : $\Delta ANF = \Delta BCF$ (c-g- c) $\Rightarrow$ AN = BC	*0,25*
		Xét ΔCAN có AN + AC > NC (bất đẳng thức tam giác) $\Rightarrow$ AC + BC > NC	*0,25*
		Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên CF = 3 GF $\Rightarrow$NC = 6 GF (1)	*0,25*
		Ta sẽ chứng minh: nếu $\angle AGB \le 90^0$ thì $GF \ge \frac{AB}{2}$ Giả sử $GF < \frac{AB}{2}$ hay GF < AF = BF thì $\angle FAG < \angle AGF$; $\angle FBG < \angle BGF$ (quan hệ góc và cạnh tương ứng trong tam giác)	*0,25*
		$\Rightarrow \angle ABG + \angle BAG < \angle FGB + \angle FGA = \angle AGB \le 90^0$	*0,25*
		Xét tam giác AGB có $\angle ABG + \angle BAG + \angle AGB < 90^0 + 90^0 = 180^0$ vô lí. Vậy nếu $\angle AGB \le 90^0$ thì $GF \ge \frac{AB}{2}$ (2)	*0,25*
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow NC \ge 3AB$ suy ra AC + BC > 3AB (đpcm)	*0,25*
5. ***(2,0đ)***		Biến đổi $C = \frac{22-3x}{4-x} = \frac{3(4-x)+10}{4-x} = 3 + \frac{10}{4-x}$	*0,5*
		C có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{10}{4-x}$ có giá trị lớn nhất	*0,25*

thuvientoanhoc.com

	Có $x \in Z$, ta xét các trường hợp sau Với $x > 4 \Rightarrow 4 - x < 0$ thì $\frac{10}{4-x} < 0$ (1)	*0,25*
	Với $x > 4 \Rightarrow 4 - x > 0$. Phân số $\frac{10}{4-x}$ có tử và mẫu đều dương, tử không đổi nên có giá trị lớn nhất khi mẫu nhỏ nhất Có $x \in Z$ Suy ra $4 - x \in Z$ Suy ra $4 - x$ là số nguyên dương nhỏ nhất $\Rightarrow 4 - x = 1 \Rightarrow x = 3$ khi đó $\frac{10}{4-x}$ có giá trị là 10 (2)	*0,5*
	Từ (1) và (2) , phân số $\frac{10}{4-x}$ lớn nhất bằng 10	*0,25*
	Vậy GTLN của C bằng 13 khi và chỉ khi $x = 3$	*0,25*

thuvientoanhoc.com