PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CỦ CHI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
Ngày 04 tháng 04 năm 2016
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*
(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ BÀI

Câu 1 (2 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - x - 6$

b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$

Câu 2 (3 điểm): Cho biểu thức A = $\dfrac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

a) Tìm giá trị của x để biểu thức A xác định.

b) Tìm giá trị của x để biểu thức A có giá trị bằng 0.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Câu 3 (5 điểm): Giải phương trình:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\dfrac{x+1}{2008} + \dfrac{x+2}{2007} + \dfrac{x+3}{2006} = \dfrac{x+4}{2005} + \dfrac{x+5}{2004} + \dfrac{x+6}{2003}$

c) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ (phương trình có hệ số đối xứng bậc 4)

Câu 4 (4 điểm):

a) Tìm GTNN: $x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$

b) Tìm GTLN: $\dfrac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$

Câu 5 (6 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'}$

b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN.IC.AM.

c) Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB.

HẾT

thuvientoanhoc.com

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CỦ CHI

ĐÁP ÁN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
Ngày 04 tháng 04 năm 2016
Môn thi: TOÁN

Câu 1 (2 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - x - 6$ (1 điểm)

$= x^2 + 2x - 3x - 6$

$= x(x+2) - 3(x+2)$

$= (x-3)(x+2)$

b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$ (1 điểm)

$= x^3 - 2x^2 + x^2 - 2x - 12x + 24$

$= x^2(x-2) + x(x-2) - 12x(x-2)$

$= (x-2)(x^2 + x - 12)$

$= (x-2)(x^2 + 4x - 3x - 12)$

$= (x-2)(x+4)(x-3)$

Câu 2 (3 điểm): Cho biểu thức A = $\dfrac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

a) ĐKXĐ: $3x^3 - 19x^2 + 33x - 9 \neq 0$ (1 điểm)

$\Leftrightarrow x \neq \dfrac{1}{3}$ và $x \neq 3$

b) $\dfrac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$ (1 điểm)

$= \dfrac{(x-3)^2(3x+4)}{(3x-1)(x-3)^2}$

$= \dfrac{3x+4}{3x-1}$

A = 0 $\Leftrightarrow$ 3x + 4 = 0

$\Leftrightarrow$ x = $\dfrac{-4}{3}$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy với x = $\dfrac{-4}{3}$ thì A = 0.

c) A = $\dfrac{3x+4}{3x-1} = \dfrac{3x-1+5}{3x-1} = 1 + \dfrac{5}{3x-1}$ (1 điểm)

Vì $x \in Z \Leftrightarrow A \in Z \Leftrightarrow \dfrac{5}{3x-1} \in Z \Leftrightarrow$ 3x – 1 $\in$ Ư(5)

mà Ư(5) = {-5;-1;1;5}

3x – 1	-5	-1	1	5
x	-4/3 (loại)	0 (nhận)	2/3 (loại)	2 (nhận)

thuvientoanhoc.com

Vậy tại x $\in$ {0;2} thì A $\in$ Z.

Câu 3 (5 điểm): Giải phương trình:

a) $(x^2+x)^2+4(x^2+x)=12$ (1 điểm)

Giải phương trình ta được tập nghiệm S = {-2;1}

b) $\frac{x+1}{2008}+\frac{x+2}{2007}+\frac{x+3}{2006}=\frac{x+4}{2005}+\frac{x+5}{2004}+\frac{x+6}{2003}$ (2 điểm)

$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2008}+1+\frac{x+2}{2007}+1+\frac{x+3}{2006}+1=\frac{x+4}{2005}+1+\frac{x+5}{2004}+1+\frac{x+6}{2003}+1$

$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008}+\frac{x+2009}{2007}+\frac{x+2009}{2006}=\frac{x+2009}{2005}+\frac{x+2009}{2004}+\frac{x+2009}{2003}$

$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008}+\frac{x+2009}{2007}+\frac{x+2009}{2006}-\frac{x+2009}{2005}-\frac{x+2009}{2004}-\frac{x+2009}{2003}=0$

$\Leftrightarrow (x+2009)(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2007}+\frac{1}{2006}-\frac{1}{2005}-\frac{1}{2004}-\frac{1}{2003})=0$

$\Leftrightarrow x+2009=0$ vì $(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2007}+\frac{1}{2006}-\frac{1}{2005}-\frac{1}{2004}-\frac{1}{2003}\neq 0)$

$\Leftrightarrow$ x = -2009

Vậy tập nghiệm của phương trình là S = {-2009}

c) $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$ (2 điểm)

$\Leftrightarrow$ Chia cả 2 vế cho x^2, ta được:

$6x^2-5x-38-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}=0$

$\Leftrightarrow 6(x^2+\frac{1}{x^2})-5(x+\frac{1}{x})-38=0$ (*)

$\Leftrightarrow$ Đặt $x+\frac{1}{x}=$ y => $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2$

Thay vào phương trình (*) rồi giải phương trình, ta được

Tập nghiệm của phương trình là: $\{-2;\frac{-1}{2};0;\frac{1}{3}\}$

Câu 4 (4 điểm):

a) Tìm GTNN: P= $x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2015$

b) Tìm GTLN: Q= $\frac{3(x+1)}{x^3+x^2+x+1}$

a) P = $x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2015$ (2 điểm)

P = $x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2015$

P = $(x^2+y^2+2xy)-4(x+y)+4+4y^2-4y+1+2010$

P = $(x+y-2)^2+(2y-1)^2+2010 \geq 2010$

=> Giá trị nhỏ nhất của P = 2010 khi $x=\frac{3}{2}; y=\frac{1}{2}$

b) Q = $\frac{3(x+1)}{x^3+x^2+x+1}$ (2 điểm)

thuvientoanhoc.com

$$= \frac{3(x+1)}{x^2(x+1)+(x+1)}$$
$$= \frac{3(x+1)}{(x^2+1)(x+1)}$$
$$= \frac{3}{x^2+1}$$

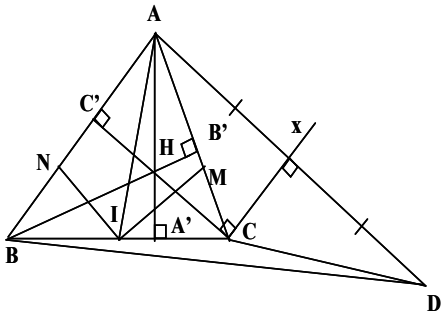
Q đạt GTLN $\Leftrightarrow$ x^2+1 đạt GTNN

Mà $x^2+1 \geq 1$

=> x^2+1 đạt GTNN là 1 khi x = 0.

=> GTLN của C là 3 khi x = 0.

Câu 5 (6 điểm): Vẽ hình đúng (0,5điểm)



a) $\frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}.HA'.BC}{\frac{1}{2}.AA'.BC} = \frac{HA'}{AA'}$; (0,5điểm)

Tương tự: $\frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HC'}{CC'}$; $\frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{BB'}$ (0,5điểm)

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$$ (0,5điểm)

b) Áp dụng tính chất phân giác vào các tam giác ABC, ABI, AIC:

$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI}$ (0,5điểm)

$\frac{BI}{IC}.\frac{AN}{NB}.\frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC}.\frac{AI}{BI}.\frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC}.\frac{IC}{BI} = 1$ (0,5điểm)

$\Rightarrow$ BI.AN.CM = BN.IC.AM

c)Vẽ Cx $\perp$ CC'. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx (0,5điểm)

-Chứng minh được góc BAD vuông, CD = AC, AD = 2CC' (0,5điểm)

- Xét 3 điểm B, C, D ta có: BD $\leq$ BC + CD (0,5điểm)

- Δ BAD vuông tại A nên: $AB^2+AD^2 = BD^2$

$\Rightarrow$ $AB^2 + AD^2 \leq (BC+CD)^2$ (0,5điểm)

thuvientoanhoc.com

$AB^2 + 4CC'^2 \le (BC+AC)^2$

$4CC'^2 \le (BC+AC)^2 - AB^2$

Tương tự: $4AA'^2 \le (AB+AC)^2 - BC^2$

$4BB'^2 \le (AB+BC)^2 - AC^2$ (0,5điểm)

-Chứng minh được : $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \le (AB+BC+AC)^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{(AB+BC+CA)^2}{AA'^2+BB'^2+CC'^2} \ge 4$ (0,5điểm)

(Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ BC = AC, AC = AB, AB = BC $\Leftrightarrow$ AB = AC =BC

$\Leftrightarrow$ Δ ABC đều)

thuvientoanhoc.com