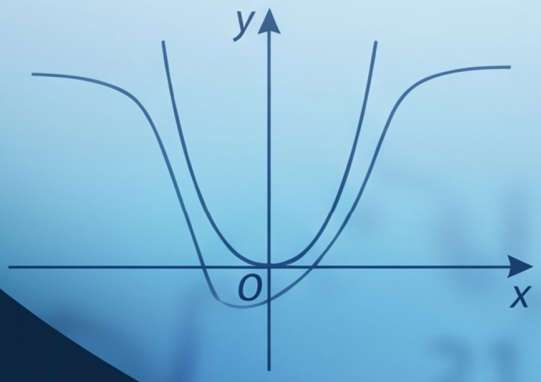
• GIÁO VIÊN: **ĐẶNG VIỆT ĐÔNG** •

KẾ HOẠCH BÀI DẠY
ÔN THI TỐT NGHIỆP
MÔN TOÁN

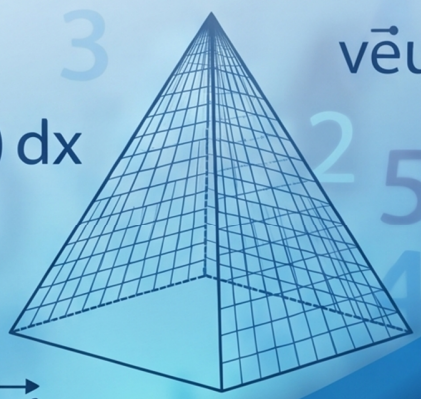
NĂM HỌC 2026 - 2027

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH 35 TUẦN

(Bám sát chương trình học chính khóa)



$\int_{-0}^{b} f(xx)\,dx$



vẽu

$\int_{0}^{b}$ véc-tơ

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

KẾ HOẠCH
ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2026 -2027
Môn: TOÁN

1. Xây dựng các chuyên đề, bố trí thời lượng, thời gian ôn tập phù hợp

a) Thời gian, thời lượng dự kiến

- Tổng thời gian: 35 tuần học.
- Tổng thời lượng: 70 tiết.
- Thời lượng mỗi tuần: 2 tiết/tuần.
- Lịch học: Theo thời khóa biểu của nhà trường.

b) Tổ chức ôn tập các chuyên đề ôn tập

*** Giai đoạn I:** Tổng số tiết dự kiến: 30 tiết từ ngày 7 tháng 9 năm 2026

STT	Số tiết	Tiết theo PPCT	Chủ đề/bài học	Thời gian thực hiện
1	4	1- 4	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	Tháng 9+10
2	2	5 - 6	Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.	
3	2	7 - 8	Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	
4	2	9 - 10	Vectơ trong không gian	
5	2	11 - 12	Hệ trục toạ độ trong không gian	
6	2	13 - 14	**Luyện đề tổng hợp kiến thức chuyên đề 1- 5 theo định dạng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT**	
7	2	15 - 16	Phương trình lượng giác, phương trình, bất phương trình mũ, logarit lớp 11	Tháng 11+12
8	2	17 - 18	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số	
9	2	19 - 20	Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn	
10	2	21 - 22	Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ	
11	2	23 - 24	Các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm	
12	2	25 - 26	Quan hệ song song, vuông góc trong không gian	
13	2	27 - 28	Hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn và ứng dụng trong bài toán tối ưu	
14	2	29 - 30	**Luyện đề tổng hợp kiến thức chuyên đề 1- 13 theo định dạng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT**	
TỔNG SỐ TIẾT DỰ KIẾN: 30 tiết				

*** Giai đoạn II:** Tổng số tiết dự kiến: 30, từ ngày 2 tháng 1 năm 2027

STT	Số tiết	Tiết theo PPCT	Tên chuyên đề	Thời gian thực hiện
15	2	31 - 32	Nguyên hàm	

thuvientoanhoc.com

16	2	33 - 34	Tích phân	Tháng 1+2
17	4	35 - 38	Phương trình mặt phẳng	
18	4	39 - 42	Ứng dụng hình học của tích phân	
19	2	43 - 44	**Luyện đề tổng hợp kiến thức chuyên đề 1- 18 theo định dạng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT**	
20	4	45 - 48	Phương trình đường thẳng trong không gian. Công thức tính góc trong không gian	Tháng 3+4
21	4	49 - 52	Phương trình mặt cầu	
22	2	53 - 54	Xác suất có điều kiện	
23	4	55 - 58	Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes	
24	2	59 - 60	**Luyện đề tổng hợp kiến thức chuyên đề 1- 23 theo định dạng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT**	
TỔNG SỐ TIẾT DỰ KIẾN: 30 tiết				

*** Giai đoạn III:** Tổng ôn

Tổng số tiết dự kiến: 10, từ ngày 1 tháng 5 năm 2027

STT	Số tiết	Tiết theo PPCT	Tên chuyên đề	Thời gian thực hiện
25	10	61 - 70	**Luyện đề tổng hợp kiến thức theo định dạng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT**	Tháng 5+6
TỔNG SỐ TIẾT DỰ KIẾN: 10 tiết				

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Thời gian thực hiện: 04 tiết (Tiết 1 - 4)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Nắm vững định nghĩa tính đơn điệu (đồng biến, nghịch biến) của hàm số trên một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng; mối liên hệ mật thiết giữa dấu của đạo hàm cấp một $f'(x)$ và chiều biến thiên của hàm số ($f'(x) \geq 0 \Rightarrow$ đồng biến; $f'(x) \leq 0 \Rightarrow$ nghịch biến, dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm).

• Nắm vững định nghĩa cực đại, cực tiểu, giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số; phân biệt rõ điểm cực trị của hàm số (x_0), giá trị cực trị của hàm số ($y_0 = f(x_0)$) và điểm cực trị của đồ thị hàm số ($M(x_0; y_0)$).

• Nắm chắc điều kiện cần và điều kiện đủ để hàm số có cực trị: đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua điểm x_0; hiểu sâu sắc trường hợp hàm số đạt cực trị tại điểm không có đạo hàm (như hàm $y = |x|$ tại $x = 0$, hàm $y = \sqrt[3]{(x^2-4)^2}$).

• Đọc thành thạo và phân biệt chính xác bản chất giữa bảng biến thiên, đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm đạo hàm $y = f'(x)$.

• Vận dụng đạo hàm giải quyết các bài toán mô hình hóa thực tế trong SGK Kết nối tri thức: chuyển động thẳng của chất điểm $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$ (Hình 1.1), ném vật thẳng đứng $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (Vận dụng 2), tốc độ tăng trưởng dân số thị trấn $N(t) = \frac{25t+10}{t+5}$ (Bài 1.5), quy luật bán hàng logistic $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$ (Bài 1.9), bài toán tối ưu chi phí, doanh thu, lợi nhuận và thể tích hộp carton.

2. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Khả năng quan sát đồ thị, bảng biến thiên để suy luận chiều biến thiên và điểm cực trị; phân tích bản chất nghiệm đơn, nghiệm bội chẵn, bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

• Năng lực mô hình hóa toán học: Biết toán học hóa các bài toán thực tiễn (vận tốc tức thời, gia tốc, thời điểm đạt độ cao cực đại, tốc độ bán hàng lớn nhất, kích thước tối ưu thể tích) thành bài toán khảo sát hàm số và tìm cực trị trên một khoảng xác định.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Phân tích nhanh đề bài trắc nghiệm Đúng/Sai, nhận diện bẫy kết luận khoảng đồng biến (bẫy kí hiệu hợp ∪ hoặc dấu phẩy \), bẫy cực đại nhỏ hơn cực tiểu ở hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất.

• Năng lực giao tiếp toán học: Sử dụng chuẩn xác các thuật ngữ giải tích: 'điểm cực đại của hàm số', 'giá trị cực đại', 'khoảng đồng biến'.

thuvientoanhoc.com

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Khai thác phần mềm GeoGebra: Vẽ đồ thị hàm số, hiển thị tiếp tuyến động, dựng đồng thời đồ thị $f(x)$ và $f'(x)$ để đối chiếu trực quan nghiệm của đạo hàm với các điểm cực trị; mô phỏng hộp carton.

• Làm chủ máy tính cầm tay (Casio fx-580VNX / 880BTG): Dùng chức năng `MENU 8` (Table) quét dấu đạo hàm và kiểm tra tính đơn điệu; dùng `MENU 9` giải phương trình $y' = 0$; dùng `CALC` tính giá trị cực trị $y_{CĐ}, y_{CT}$; khai thác chức năng đạo hàm `SHIFT d/dx` tại một điểm.

• Năng lực tự học và kiểm tra số hóa: Tham gia làm bài khảo sát mini-test 5 phút trên Azota / Onluyen.vn qua quét mã QR, tự đối chiếu báo cáo phân tích lỗi sai tức thì.

3. Về phẩm chất

• Chăm chỉ và Kiên trì: Rèn luyện tính cẩn thận khi tính đạo hàm, xét dấu tam thức bậc hai và lập bảng biến thiên.

• Trung thực và Trách nhiệm: Nghiêm túc tự giác làm bài tập, phối hợp tích cực trong thảo luận nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), slide bài giảng PowerPoint/Canva tương tác.

• Bộ hình vẽ toán học trực quan chính xác cao được chèn trực tiếp vào đề bài các bài toán có hình:

1) Hình 1.1: Trục số toạ độ biểu diễn vị trí chất điểm $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$ (Tiết 1 HĐ2 Dạng 1 Câu 7).

2) Hình 1.5: Đồ thị hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (Tiết 1 HĐ2 Dạng 1 Câu 3).

3) Hình 1.4: Đồ thị hàm số $y = |x|$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy (Tiết 2 HĐ2 Dạng 1 Câu 6).

4) Đồ thị hàm số độ cao chuyển động ném vật thẳng đứng $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (Tiết 2 HĐ2 Dạng 2 Câu 3).

5) Hình 1.12: Đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2-4)^2}$ (Tiết 2 HĐ2 Dạng 2 Câu 4).

6) Hình 1.13: Đồ thị hàm đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ (Tiết 3 HĐ2 Dạng 1 Câu 3).

7) Đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định số giao điểm với đường thẳng $y = 4$ (Tiết 4 HĐ2 Dạng 1 Câu 5).

8) Mô hình hình học: Cắt 4 góc vuông tấm tôn và gập hộp carton không nắp (Tiết 4 HĐ2 Dạng 1 Câu 6).

9) Đồ thị hàm số nồng độ thuốc trong máu $C(t) = rac4tt^2 + 4$ (Tiết 4 HĐ2 Dạng 2 Câu 2).

• Tệp GeoGebra (.ggb) lập trình sẵn mô phỏng: tiếp tuyến động khảo sát đơn điệu, tương quan $f(x)$ và $f'(x)$, mô hình ném vật và thể tích hộp.

• vở ghi bài, 2, 3, 4 in sẵn cho từng bàn học sinh.

• Mã QR liên kết bài khảo sát trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bộ Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp, thước kẻ, bút màu.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG.

• Điện thoại thông minh hoặc thiết bị có kết nối Internet phục vụ hoạt động số hóa.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Ôn tập tính đơn điệu của hàm số và ứng dụng đạo hàm trong chuyển động chất điểm.

thuvientoanhoc.com

- Tiết 2: Ôn tập cực trị của hàm số và bài toán chuyển động ném vật thẳng đứng.

- Tiết 3: Kỹ năng đọc đồ thị hàm số và đồ thị đạo hàm bậc nhất.

- Tiết 4: Ứng dụng thực tế: Bài toán nồng độ thuốc, tối ưu hóa thể tích hộp carton và số giao điểm đồ thị.

TIẾT 1: ÔN TẬP TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Bản chất định lý đạo hàm, quy tắc xét tính đơn điệu, bảng biến thiên, hàm đa thức, phân thức, căn thức và bài toán chuyển động chất điểm.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa đồng biến, nghịch biến, định lý dấu của đạo hàm và ý nghĩa cơ học của đạo hàm qua chuyển động chất điểm.

b) Nội dung: Trả lời câu hỏi khởi động về Hình 1.1 SGK và hoàn thiện khung kiến thức cốt lõi.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức trọng tâm Tiết 1 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 1.1 SGK (Chất điểm chuyển động ngang $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t, t \geq 0$). GV đặt 3 câu hỏi vấn đáp nhanh: 1. 'Vận tốc tức thời của chất điểm liên hệ như thế nào với quãng đường $s(t)$?' 2. 'Khi nào chất điểm chuyển động sang phải (theo chiều dương), khi nào chuyển động sang trái?' 3. 'Phát biểu định lý về mối quan hệ giữa dấu của đạo hàm $f'(x)$ và tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát hình ảnh chất điểm chuyển động, nhớ lại kiến thức Vật lý 10 và Đạo hàm Toán 11.
Theo dõi & Gợi mở: GV quan sát học sinh suy nghĩ, mời 2 học sinh trả lời tại chỗ; khắc sâu ý nghĩa: chuyển động sang phải khi $v(t) = s'(t) > 0$ (quãng đường tăng theo thời gian), chuyển động sang trái khi $v(t) < 0$.	**Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: 1. Vận tốc tức thời là đạo hàm của quãng đường: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 18t + 15$. 2. Chuyển động sang phải khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow t \in (0;1) \cup (5;+\infty)$; sang trái khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow t \in (1;5)$. 3. $f'(x) > 0$ trên $K \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên K; $f'(x) < 0$ trên $K \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên K.
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp tóm tắt kiến thức trọng tâm Tiết 1, yêu cầu học sinh ghi chép vào vở ghi bài.	**Ghi nhận & Đúc kết:** HS hoàn thiện các công thức và điều kiện dấu vào khung tóm tắt của vở ghi bài.

📌 HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1 (SGK TRANG 5 - 9)

thuvientoanhoc.com

1. Khái niệm tính đơn điệu: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K:
• Đồng biến trên $K \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ (đồ thị đi lên từ trái sang phải).
• Nghịch biến trên $K \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ (đồ thị đi xuống từ trái sang phải).

2. Định lý về dấu của đạo hàm:
• Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.
• Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.
• Mở rộng: Nếu $f'(x) \geq 0$ (hoặc $f'(x) \leq 0$), $\forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K.

3. Quy trình 4 bước xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$:
• Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.
• Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i \in D$ tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không tồn tại.
• Bước 3: Sắp xếp các điểm theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên (xét dấu $f'(x)$).
• Bước 4: Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến (tuyệt đối không dùng kí hiệu ∪ hoặc \).

4. Ý nghĩa thực tiễn: Đạo hàm $s'(t) = v(t)$ là vận tốc tức thời. Quá trình vật lý tăng trưởng hay suy giảm gắn liền với tính đồng biến hay nghịch biến của hàm mô hình.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng xét tính đơn điệu hàm đa thức, phân thức, căn thức và giải bài toán thực tế chuyển động chất điểm qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Hoạt động nhóm giải quyết bộ bài tập trên vở ghi bài.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng nhóm và phiếu cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 1, Câu 2). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 1, Câu 2, Câu 3, Câu 4) và Dạng 3 (Câu 3, Câu 4). Quy định thời gian làm việc nhóm 15 phút, sau đó báo cáo và tranh biện 7 phút.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS phân công nhóm trưởng điều phối, thư ký ghi chép bảng phụ.
Quan sát & Hướng dẫn: GV đi lại quan sát, hướng dẫn học sinh nhận diện bẫy kết luận khoảng đồng biến của hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (không được dùng dấu hợp ∪). Hướng dẫn nhóm giải bài toán chuyển động chất điểm $s(t)$.	**Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1, 2 tính nhanh đạo hàm, lập bảng xét dấu, giải các câu hỏi trắc nghiệm nhiều lựa chọn. • Nhóm 3, 4 phân tích kỹ 4 mệnh đề a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận về việc hàm số gián đoạn

thuvientoanhoc.com

	tại mẫu số triệt tiêu. • Tính toán chuẩn xác các kết quả điền số cho Dạng 3.
Chốt kết quả: GV gọi đại diện nhóm lên bảng báo cáo, chuẩn hóa kết quả, nhận xét tinh thần học tập và phân tích các lỗi sai phổ biến.	**Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm trình bày, các nhóm còn lại nhận xét chéo, ghi chép đáp án chuẩn vào vở.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K. Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số đồng biến trên K?

A. Với mọi $x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.

B. Với mọi $x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 \neq x_2$ thì $f(x_1) \neq f(x_2)$.

D. Với mọi $x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khẳng định nào sau đây là điều kiện đủ để hàm số đồng biến trên $(a; b)$?

A. $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

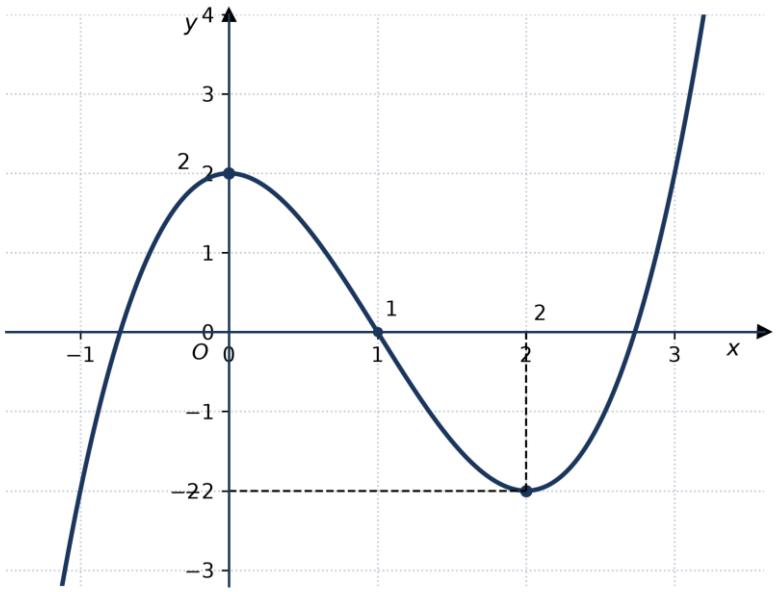
B. $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

C. $f'(x) = 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

D. $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khoảng nghịch biến của hàm số là:

Hình 1.5: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$



Hình 1.5: Đồ thị hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (Luyện tập 1, SGK Toán 12 Tập 1, trang 6)

A. $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

thuvientoanhoc.com

A. $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

C. $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+5}{x-1}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên những khoảng nào?

A. $(-1;1)$ và $(1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

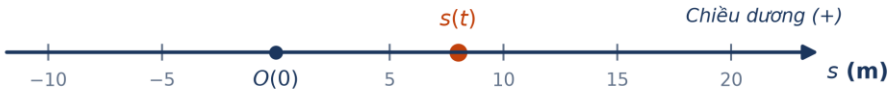
C. $(-1;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 7. Một chất điểm chuyển động trên trục số nằm ngang với phương trình vị trí $s(t)=t^3-9t^2+15t$ (mét), trong đó thời gian $t\geq 0$ (giây). Chất điểm chuyển động sang phía bên trái (ngược chiều dương) trong khoảng thời gian nào?

Hình 1.1: Trục toạ độ biểu diễn vị trí chất điểm $s(t)$



Hình 1.1: Trục toạ độ biểu diễn vị trí chất điểm $s(t)$ chuyển động trên phương ngang (SGK Toán 12 Tập 1, trang 5)

A. $t\in(1;5)$. **B.** $t\in(0;1)$.

C. $t\in(5;+\infty)$. **D.** $t\in(0;5)$.

Câu 8. Dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô hình hóa bởi hàm số $N(t)=\frac{25t+10}{t+5}$ (nghìn người, $t\geq 0$). Khẳng định nào sau đây là đúng về sự biến thiên dân số thị trấn?

A. Dân số thị trấn luôn luôn tăng theo thời gian vì $N'(t)>0,\forall t\geq 0$.

B. Dân số thị trấn luôn giảm theo thời gian vì $N'(t)<0,\forall t\geq 0$.

C. Dân số thị trấn tăng trong 5 năm đầu rồi sau đó giảm dần.

D. Dân số thị trấn không thay đổi theo thời gian.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=3x^2-6x$.

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

d) Hàm số đồng biến trên toàn bộ khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x-2}{x+1}$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}$ với mọi $x\neq -1$.

c) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

d) Có thể kết luận hàm số đồng biến trên tập hợp $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Câu 3. Một chất điểm chuyển động theo phương ngang có vị trí xác định bởi $s(t)=t^3-9t^2+15t$ (mét) với $t\geq 0$ (giây). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

thuvientoanhoc.com

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $v(t) = 3t^2 - 18t + 15$ (m/s).

b) Tại các thời điểm $t = 1$ s và $t = 5$ s, chất điểm tạm thời dừng lại để đổi chiều chuyển động.

c) Chất điểm chuyển động sang phía bên phải trong khoảng thời gian $t \in (0;1)$ và $t \in (5;+\infty)$.

d) Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ s bằng 6 m/s^2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x = -1$ và $x = 3$.

d) Hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;3]$.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của x thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ nghịch biến?

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$ (mét) với $t \geq 0$ (giây). Tại thời điểm t (giây) nào thì vận tốc của chất điểm triệt tiêu ($v(t) = 0$) lần đầu tiên?

Câu 3. Tính độ dài của khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$.

Câu 4. Dân số một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 là $N(t) = \frac{25t+10}{t+5}$ (nghìn người). Tính tốc độ gia tăng dân số của thị trấn vào thời điểm năm 2000 (tức tại $t = 0$) theo đơn vị nghìn người/năm.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SỐ (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng Casio fx-580VNX quét dấu đạo hàm và quan sát đồ thị hàm số trên GeoGebra.

b) Nội dung: Thao tác tính năng `MENU 8` (Table) của Casio và quan sát tiếp tuyến động trên GeoGebra.

c) Sản phẩm: Bảng giá trị đạo hàm trên màn hình máy tính và hình ảnh trực quan hệ số góc tiếp tuyến.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Hướng dẫn Casio fx-580VNX: GV trình chiếu giả lập máy tính Casio fx-580VNX: 1. Bấm `MENU 8` (Table). Nhập hàm đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x$. 2. Thiết lập: `Start: -1`, `End: 3`, `Step: 0.5`. 3. Quan sát cột $f(x)$: Giá trị dương trên $[-1;0)$, chuyển sang âm trên $(0;2)$ và dương trở lại khi $x > 2$. Kết luận nhanh khoảng đơn điệu.	**Thực hành bấm máy:** HS đồng loạt bấm máy tính Casio fx-580VNX/880BTG, theo dõi sự đổi dấu của đạo hàm trên bảng giá trị Table cá nhân.
Trực quan hóa GeoGebra: GV mở file GeoGebra: Vẽ đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 2$, cho một điểm M chạy trên đồ thị kèm tiếp tuyến. Nhấn mạnh: khi hàm đồng biến, tiếp tuyến dốc lên ($k > 0$); khi nghịch biến, tiếp tuyến dốc xuống ($k < 0$).	**Khắc sâu bản chất hình học:** HS quan sát chuyển động của tiếp tuyến trên màn chiếu GeoGebra, hiểu sâu sắc liên hệ giữa hệ số góc tiếp tuyến và tính đơn điệu.

thuvientoanhoc.com

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 2 (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố nội dung Tiết 1, giao bài tập về nhà và định hướng chuẩn bị bài Tiết 2 về cực trị hàm số.

b) Nội dung: Hoàn thiện vở ghi bài và đọc trước phần Cực trị (trang 9 - 13 SGK).

c) Sản phẩm: Vở tự học hoàn thành bài tập về nhà.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao nhiệm vụ cụ thể: 1. Hoàn thành ghi chép và lời giải chi tiết trong vở ghi bài. 2. Quét mã QR cuối vở ghi bài làm bài tự luyện 10 câu trắc nghiệm đơn điệu trên Azota / Onluyen.vn. 3. Đọc trước mục 2: Cực trị của hàm số (SGK trang 9 - 13), đặc biệt xem kỹ Vận dụng 2 về bài toán ném vật thẳng đứng.	**Ghi nhận nhiệm vụ:** HS ghi nhiệm vụ vào vở, quét mã QR lưu đường link bài tập online về nhà.
Nhận xét tiết học: GV tuyên dương các nhóm thảo luận sôi nổi, nhắc nhở học sinh chuẩn bị tốt cho Tiết 2.	**Chuẩn bị bài mới:** Ghi nhớ yêu cầu đọc trước SGK trang 9 - 13 về cực trị hàm số.

TIẾT 2: ÔN TẬP CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Định nghĩa cực trị, dấu hiệu đổi dấu đạo hàm, phân thức bậc hai/bậc nhất, trường hợp cực trị không có đạo hàm và bài toán ném vật thẳng đứng.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (7 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa cực đại, cực tiểu, quy tắc đổi dấu của đạo hàm và bài toán thực tế ném vật thẳng đứng (Vận dụng 2 tr. 12 SGK).

b) Nội dung: Trả lời câu hỏi gợi mở về chuyển động ném vật và hoàn thiện khung lý thuyết cực trị.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức cốt lõi Tiết 2 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu bài toán Vận dụng 2 SGK trang 12 (Ném vật thẳng đứng với vận tốc ban đầu 24,5 m/s từ độ cao 2 m: $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$). GV nêu 2 câu hỏi: 1. 'Khi vật lên đến độ cao lớn nhất thì vận tốc tức thời bằng bao nhiêu? Thời điểm đó là gì?' 2. 'Nêu điều kiện để một điểm x_0 là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát phương trình chuyển động ném vật, nhớ lại kiến thức chuyển động ném đứng trong Vật lý.
Theo dõi & Gợi ý: GV mời 1 học sinh trả lời, phân tích ý nghĩa: tại đỉnh quỹ đạo, vật dừng lại trước khi rơi xuống nên	**Trả lời câu hỏi:** Đại diện HS trả lời: 1. Tại độ cao lớn nhất, $v(t) =$

thuvientoanhoc.com

$v(t) = h'(t) = 0$. Đạo hàm đổi dấu từ dương (đi lên) sang âm (rơi xuống) chính là điểm cực đại.	$h'(t) = 24{,}5 - 9{,}8t = 0 \Leftrightarrow t = 2{,}5$ s. Độ cao cực đại là $h(2{,}5) = 32{,}625$ m. 2. Đạo hàm đổi dấu từ $(+) \to (-)$ khi qua x_0 thì đạt cực đại; đổi dấu từ $(-) \to (+)$ thì đạt cực tiểu.
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 2, yêu cầu học sinh ghi chép vào vở ghi bài.	**Ghi nhận kiến thức:** HS ghi lại các định lý và chú ý sư phạm vào vở ghi bài.

📌 HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2 (SGK TRANG 9 - 13)

1. Khái niệm cực trị của hàm số:

• Điểm cực đại x_0: Tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0), \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$. Giá trị cực đại $y_{CĐ} = f(x_0)$.

• Điểm cực tiểu x_0: Tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0), \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$. Giá trị cực tiểu $y_{CT} = f(x_0)$.

• Điểm cực trị của đồ thị hàm số là điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ trong mặt phẳng toạ độ.

2. Định lý dấu hiệu cực trị (Đạo hàm cấp một):

• Nếu $f'(x) > 0$ trên $(a; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; b)$ thì x_0 là điểm cực đại.

• Nếu $f'(x) < 0$ trên $(a; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; b)$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

3. Chú ý sư phạm cực kì quan trọng (Tránh bẫy đề thi):

• Nếu $f'(x_0) = 0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi qua x_0 (nghiệm bội chẵn) thì x_0 KHÔNG phải là điểm cực trị (Ví dụ hàm $y = x^3$ tại $x = 0$, Hình 1.10).

• Hàm số có thể đạt cực trị tại điểm x_0 mà tại đó đạo hàm KHÔNG TỒN TẠI (miễn là hàm số liên tục tại x_0, ví dụ $y = |x|$ đạt cực tiểu tại $x = 0$, Hình 1.4).

• Giá trị cực đại $y_{CĐ}$ có thể nhỏ hơn giá trị cực tiểu y_{CT} (Ví dụ hàm $y = \frac{x^2 - 2x + 9}{x - 2}$ có $y_{CĐ} = -4 < y_{CT} = 8$, SGK trang 12).

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU CỰC TRỊ THEO 3 DẠNG THỨC 2025 (28 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh xác định thành thạo cực trị các hàm số đa thức, phân thức, giải bài toán cực trị không có đạo hàm và bài toán ném vật thẳng đứng.

b) Nội dung: Học sinh hoạt động nhóm giải quyết các câu hỏi trên vở ghi bài.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng nhóm và vở cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ theo nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm chuyên gia: • Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) - chú trọng phân biệt điểm cực trị của hàm số vs giá trị cực trị. • Nhóm 2 & 3: Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4) - phân tích 4 khẳng	**Nhận nhiệm vụ:** HS di chuyển về nhóm chuyên gia, mở vở ghi bài, phân công người tính đạo hàm, người lập bảng biến thiên.

thuvientoanhoc.com

định Đúng/Sai về hàm bậc ba, phân thức $y_{CĐ} < y_{CT}$, bài toán ném vật và hàm không có đạo hàm. • Nhóm 4: Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4) - tính toán chính xác độ cao lớn nhất 32,625 m, khoảng cách hai điểm cực trị $AB^2 = 20$ và các giá trị cực trị.	
Hỗ trợ sư phạm: GV lưu ý học sinh bẫy hỏi 'giá trị cực đại' (là y) khác với 'điểm cực đại của hàm số' (là x); hướng dẫn cách dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả.	**Thảo luận & Giải toán:** • Nhóm 1 làm việc với các câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn, chú ý câu $y = \|x\|$ và hàm phân thức bậc nhất không có cực trị. • Nhóm 2, 3 giải thích chi tiết vì sao $y_{CĐ} = -4$ lại nhỏ hơn $y_{CT} = 8$; chứng minh thời điểm $t = 2{,}5$ s đạt cực đại độ cao. • Nhóm 4 tính toạ độ hai điểm cực trị $A(0;2), B(2;-2)$ và tính $AB^2 = 20$.
Tổng kết & Đánh giá: GV điều hành báo cáo, nhận xét, đối chiếu đáp án chuẩn và phân tích nguyên nhân học sinh hay chọn sai.	**Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm lên bảng trình bày, các nhóm nhận xét chéo và ghi nhận lời giải chuẩn.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Khẳng định nào sau đây đúng về điểm cực đại của hàm số?

A. Tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$.

B. Tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$.

C. $f(x) \le f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b)$.

D. $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$.

Câu 2. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua x_0 thì điểm x_0 là:

A. Điểm cực đại của hàm số.

B. Điểm cực tiểu của hàm số.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số.

D. Điểm uốn của đồ thị hàm số.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 30$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x = 3$.

B. $x = 1$.

C. $y = 30$.

D. $y = 34$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 9}{x - 2}$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. -4.

B. 8.

C. -1.

D. 5.

Câu 5. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. 0.

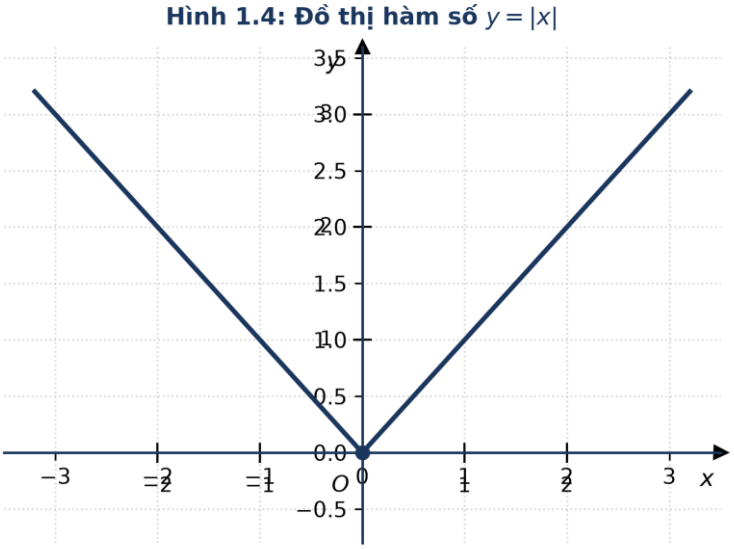
B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

thuvientoanhoc.com

Câu 6. Cho hàm số $y = |x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng về cực trị của hàm số?



Hình 1.4: Đồ thị hàm số $y = |x|$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy (SGK Toán 12 Tập 1, trang 6)

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ mặc dù không có đạo hàm tại $x = 0$.

B. Hàm số không có cực trị vì không có đạo hàm tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và có đạo hàm $f'(0) = 0$.

Câu 7. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 2$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 8. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s. Bỏ qua sức cản không khí, độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$. Tại thời điểm nào thì vật đạt độ cao lớn nhất?

A. $t = 2{,}5$ s. **B.** $t = 5$ s. **C.** $t = 2$ s. **D.** $t = 3$ s.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 30$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

b) Điểm cực đại của hàm số là $x = 1$ và giá trị cực đại tương ứng là $y_{CĐ} = 34$.

c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là điểm $M(3; 30)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số lớn hơn giá trị cực đại của hàm số.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-2x+9}{x-2}$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$ với mọi $x \neq 2$.

b) Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 5$.

c) Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = -4$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = 8$.

d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Câu 3. Một vật chuyển động ném thẳng đứng có độ cao $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (mét) với thời gian $t \geq 0$ (giây). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

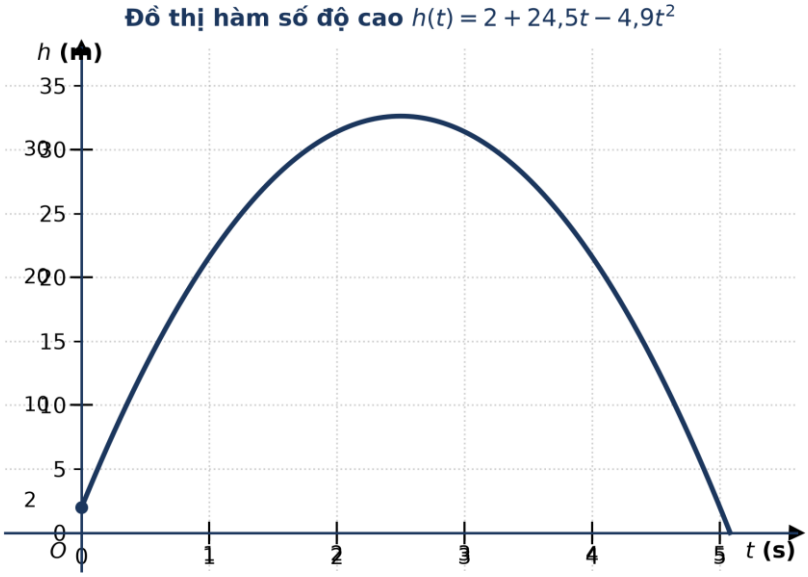
a) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm t là $v(t) = 24{,}5 - 9{,}8t$ (m/s).

b) Vật đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 2{,}5$ s.

thuvientoanhoc.com

c) Độ cao cực đại mà vật đạt được bằng 32,625 m.

d) Tại thời điểm $t = 3$ s, vật vẫn đang tiếp tục bay lên cao.



Đồ thị hàm số độ cao $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ theo thời gian t (Vận dụng 2, SGK Toán 12 Tập 1, trang 12)

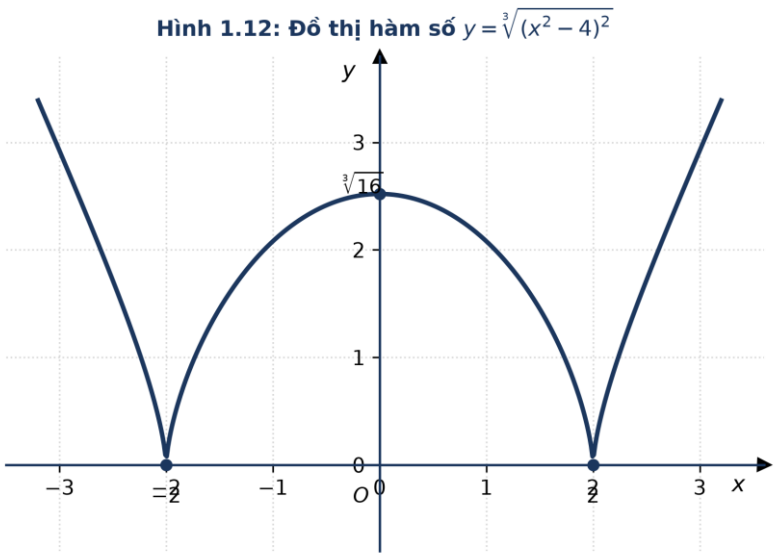
Câu 4. Xét các tính chất cực trị của hàm số. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $y = x^3$ có đạo hàm $y'(0) = 0$ nhưng điểm $x = 0$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

b) Hàm số $y = |x|$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ mặc dù không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

c) Đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2-4)^2}$ (Hình 1.12 SGK trang 13) có đúng 3 điểm cực trị.

d) Mọi hàm số có đạo hàm bằng 0 tại x_0 thì chắc chắn phải đạt cực trị tại x_0.



Hình 1.12: Đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2-4)^2}$ (Bài 1.1b, SGK Toán 12 Tập 1, trang 13)

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Một vật ném thẳng đứng lên trên có độ cao $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (mét). Tính độ cao lớn nhất mà vật đạt được theo đơn vị mét.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Gọi A và B lần lượt là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính bình phương khoảng cách giữa hai điểm A và B (nghĩa là tính giá trị AB^2).

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 4. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = \frac{x^2-2x+9}{x-2}$.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SỐ (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng máy tính Casio giải nhanh phương trình đạo hàm và dùng GeoGebra hiển thị điểm cực trị tự động qua lệnh `Extremum`.

b) Nội dung: Quy trình bấm máy `MENU 9 2 3` trên Casio fx-580VNX và nhập hàm trên GeoGebra.

c) Sản phẩm: Kết quả toạ độ cực trị trên màn hình máy tính cầm tay và điểm cực trị trên đồ thị GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Hướng dẫn Casio fx-580VNX: GV hướng dẫn trên máy chiếu giả lập: 1. Bấm `MENU 9 2 3` (Giải phương trình bậc ba). Nhập hệ số: $a = 1, b = -6, c = 9, d = 30$. 2. Nhấn phím `=` liên tiếp qua các nghiệm, máy tính hiển thị trực tiếp: • `Cực đại của hàm số: x = 1, y = 34`. • `Cực tiểu của hàm số: x = 3, y = 30`. Phương pháp này giúp học sinh kiểm tra độc lập kết quả bài tự luận trong 5 giây.	**Thực hành bấm máy Casio:** HS thực hiện các thao tác trên máy tính cá nhân, kiểm tra nhanh kết quả Câu 1, Câu 3 Dạng 3.
Hướng dẫn GeoGebra: GV mở GeoGebra: Nhập hàm $f(x) = (x^2 - 2x + 9)/(x - 2)$. Gõ lệnh `Extremum(f)`. GeoGebra hiển thị ngay 2 điểm cực trị $A(-1; -4)$ và $B(5; 8)$. Xoay trục toạ độ để học sinh thấy rõ $y_{CĐ} = -4$ nằm thấp hơn $y_{CT} = 8$.	**Quan sát trực quan GeoGebra:** HS theo dõi màn chiếu, ghi nhớ tính chất đặc biệt: cực đại chỉ mang tính chất địa phương (trong lân cận), không nhất thiết phải lớn hơn cực tiểu toàn cục.

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 3 (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố nội dung Tiết 2, định hướng chuẩn bị bài Tiết 3 về kỹ năng đọc đồ thị đạo hàm $f'(x)$.

b) Nội dung: Giao bài tập về nhà và nghiên cứu trước Bài 1.6 Hình 1.13 SGK trang 14.

c) Sản phẩm: Vở tự học hoàn thành bài tập Tiết 2.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao nhiệm vụ: 1. Hoàn thành toàn bộ lời giải vở ghi bài. 2. Quét mã QR làm bài luyện tập trực tuyến về cực trị trên Azota.	**Ghi nhận nhiệm vụ:** HS ghi nhiệm vụ vào vở, quét mã QR lưu liên kết bài tập trực tuyến.

thuvientoanhoc.com

3. Xem trước Bài 1.6 và Hình 1.13 SGK trang 14 về đồ thị của hàm đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$.	
Đánh giá tiết học: GV tuyên dương học sinh tích cực xây dựng bài, nhắc nhở chuẩn bị tốt cho Tiết 3.	**Chuẩn bị bài mới:** Ghi nhớ xem trước Bài 1.6 Hình 1.13 về đồ thị đạo hàm $f'(x)$.

TIẾT 3: KỸ NĂNG ĐỌC ĐỒ THỊ ĐẠO HÀM f'(x) VÀ CÁC DẠNG TOÁN KẾT HỢP

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Phân biệt bản chất đồ thị f(x) vs f'(x), nghiệm bội chẵn/lẻ, bài toán hàm hợp cơ bản và bài toán tốc độ bán hàng logistic.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh nắm vững nguyên tắc đọc đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$, phân biệt với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

b) Nội dung: Quan sát Hình 1.13 SGK trang 14 và trả lời các câu hỏi nhận diện.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt quy tắc đọc đồ thị $f'(x)$ ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 1.13 SGK trang 14 (Đồ thị của đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$). GV nêu vấn đề: 1. 'Làm thế nào để xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ khi đề bài cho đồ thị của hàm đạo hàm $y = f'(x)$?' 2. 'Các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ tương ứng với đặc điểm hình học nào trên đồ thị của $y = f'(x)$?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 1.13, tập trung phân tích toạ độ các giao điểm với trục hoành.
Điều phối thảo luận: GV gọi 1 học sinh trả lời, nhấn mạnh sự khác biệt: với đồ thị $f'(x)$, ta không nhìn vào nhánh đi lên hay đi xuống, mà nhìn vào PHẦN NẰM PHÍA TRÊN hay PHÍA DƯỚI trục hoành Ox.	**Trả lời câu hỏi:** Đại diện HS trả lời: 1. Đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên Ox ($f'(x) > 0$) $\Rightarrow f(x)$ đồng biến; nằm phía dưới Ox ($f'(x) < 0$) $\Rightarrow f(x)$ nghịch biến. 2. Điểm cực trị là các giao điểm mà đồ thị $f'(x)$ cắt xuyên qua trục hoành (đổi dấu).
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp bí quyết đọc đồ thị $f'(x)$, yêu cầu học sinh ghi chép vào vở ghi bài.	**Ghi nhận kiến thức:** HS ghi lại quy tắc vào vở ghi bài.

> 📌 **HỘP TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP ĐỌC ĐỒ THỊ ĐẠO HÀM F'(X) (SGK HÌNH 1.13 TRANG 14)**
>
> 1. Xác định tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ từ đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$:
> • Khoảng đồng biến của $f(x)$: Ứng với các khoảng của x mà đồ thị $y = f'(x)$ NẰM PHÍA

thuvientoanhoc.com

TRÊN trục hoành Ox ($f'(x) > 0$).

• Khoảng nghịch biến của $f(x)$: Ứng với các khoảng của x mà đồ thị $y = f'(x)$ NẰM PHÍA DƯỚI trục hoành Ox ($f'(x) < 0$).

2. Xác định cực trị của hàm số $y = f(x)$ từ đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$:

• Hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(x)$ với trục hoành Ox ($f'(x) = 0$) là các điểm tới hạn.

• Điểm cực đại $x_{CĐ}$: Là điểm mà đồ thị $f'(x)$ cắt trục hoành từ PHÍA TRÊN XUỐNG PHÍA DƯỚI (đạo hàm đổi dấu từ $+$ sang $-$).

• Điểm cực tiểu x_{CT}: Là điểm mà đồ thị $f'(x)$ cắt trục hoành từ PHÍA DƯỚI LÊN PHÍA TRÊN (đạo hàm đổi dấu từ $-$ sang $+$).

• Điểm tiếp xúc (nghiệm bội chẵn): Nếu đồ thị $f'(x)$ chỉ tiếp xúc với Ox mà không cắt qua thì đạo hàm không đổi dấu ⇒ KHÔNG phải điểm cực trị.

3. Ứng dụng thực tiễn (Bài 1.9 trang 14): Tốc độ bán hàng là $f'(t)$. Tốc độ bán hàng đạt cực đại khi đạo hàm cấp hai $f''(t) = 0$ và đổi dấu từ dương sang âm.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU ĐỒ THỊ f'(x) VÀ BÀI TOÁN KẾT HỢP THEO 3 DẠNG THỨC 2025 (28 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh đọc chuẩn xác các yếu tố đơn điệu, cực trị từ đồ thị đạo hàm $f'(x)$ và giải bài toán tốc độ bán hàng logistic.

b) Nội dung: Thảo luận nhóm giải quyết hệ thống bài tập trên vở ghi bài.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng phụ nhóm và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: • Nhóm 1 & 2: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 1, Câu 2). • Nhóm 3 & 4: Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4) và Dạng 3 (Câu 3, Câu 4). Quy định thời gian làm việc nhóm 15 phút, sau đó báo cáo và tranh biện 7 phút.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS phân công nhóm trưởng, thư ký ghi chép bảng phụ.
Hỗ trợ kỹ năng đọc đồ thị: GV quan sát, lưu ý học sinh tuyệt đối không nhầm đỉnh lồi của đồ thị $f'(x)$ thành điểm cực đại của $f(x)$; hướng dẫn giải bài toán bán hàng logistic $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$.	**Thảo luận & Thực hiện:** • Nhóm 1, 2 xác định dấu của $f'(x)$ dựa vào vị trí so với trục Ox, loại bỏ các nghiệm bội chẵn. • Nhóm 3, 4 phân tích kỹ 4 mệnh đề Đúng/Sai của từng câu, giải thích rõ bài toán logistic đạt tốc độ cực đại tại $t = \ln 5 \approx 1{,}61$ năm. • Nhóm tính toán chính xác đáp số cho Dạng 3.

thuvientoanhoc.com

Tổng kết & Chốt đáp án: GV gọi đại diện nhóm lên bảng báo cáo, chuẩn hóa kết quả, nhận xét tinh thần học tập và phân tích các lỗi sai phổ biến.	**Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm trình bày trên bảng, các nhóm chất vấn, phản biện và ghi chép lời giải.

⭐ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 3:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Cho đồ thị của hàm đạo hàm $y = f'(x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. Khoảng mà trên đó đồ thị $y = f'(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành Ox.

B. Khoảng mà trên đó đồ thị $y = f'(x)$ có hướng đi lên từ trái sang phải.

C. Khoảng mà trên đó đồ thị $y = f'(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành Ox.

D. Khoảng mà trên đó đồ thị $y = f'(x)$ có hướng đi xuống từ trái sang phải.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm đạo hàm $y = f'(x)$. Điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ tương ứng với:

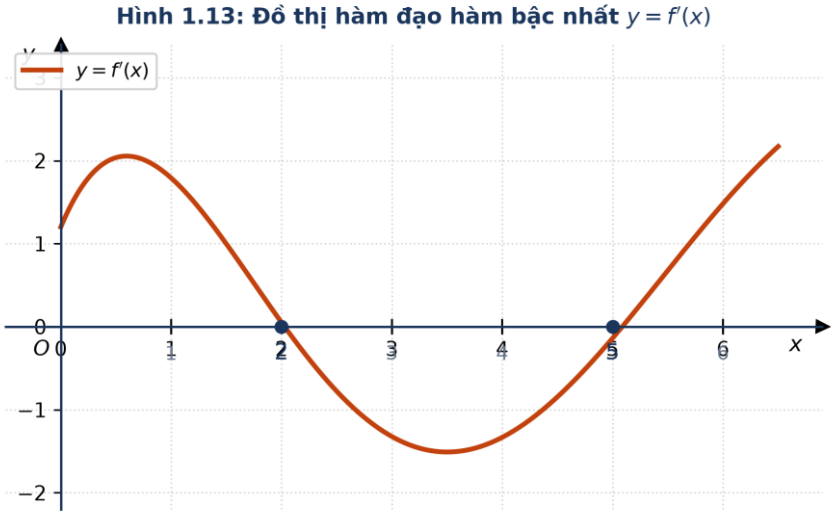
A. Hoành độ các giao điểm mà tại đó đồ thị $f'(x)$ cắt xuyên qua trục hoành Ox.

B. Các điểm đỉnh cao nhất và thấp nhất của đồ thị $f'(x)$.

C. Giao điểm của đồ thị $f'(x)$ với trục tung Oy.

D. Các điểm tiếp xúc của đồ thị $f'(x)$ với trục hoành Ox.

Câu 3. Cho đồ thị hàm số đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ như Hình 1.13 SGK cắt trục hoành tại các điểm $x = 2$ và $x = 5$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



Hình 1.13: Đồ thị hàm đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ (Bài 1.6 SGK Toán 12 Tập 1, trang 14)

A. $(0; 2)$. **B.** $(2; 5)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 5)$.

Câu 4. Dựa vào đồ thị hàm đạo hàm $y = f'(x)$ ở Hình 1.13 SGK trang 14, hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào?

A. $x = 2$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 4$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x+2)(x-3)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

thuvientoanhoc.com

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x+2)^2$. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 7. Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong bậc ba cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3$. Biết hệ số cao nhất của $f'(x)$ dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực đại.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 8. Doanh số bán hàng (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới tuân theo quy luật logistic $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$ với thời gian $t \geq 0$ tính bằng năm. Tốc độ bán hàng được biểu thị bởi đạo hàm $f'(t)$. Sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng của sản phẩm là lớn nhất?

A. $t = \ln 5$ năm $\approx 1{,}61$ năm.

B. $t = 5$ năm.

C. $t = 1$ năm.

D. $t = 2{,}5$ năm.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ như Hình 1.13 SGK (cắt trục hoành tại $x = 2$ và $x = 5$). Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;5)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 5$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x+3)^3$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm là $x = 0, x = 2, x = -3$.

b) Đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu khi x đi qua điểm $x = 0$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

Câu 3. Doanh số bán hàng của một loại sản phẩm mới tuân theo hàm logistic $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$ với $t \geq 0$ tính bằng năm. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Doanh số bán hàng tại thời điểm phát hành ($t = 0$) xấp xỉ bằng 833 sản phẩm.

b) Doanh số bán hàng luôn luôn tăng theo thời gian vì đạo hàm $f'(t) > 0$ với mọi $t \geq 0$.

c) Tốc độ bán hàng $f'(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = \ln 5$ năm (khoảng 1,61 năm).

d) Sau thời gian dài ($t \to +\infty$), doanh số bán hàng của sản phẩm sẽ vượt quá 10000 sản phẩm.

Câu 4. kết hợp đơn điệu và cực trị): Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

• $f'(x) > 0$ khi $x \in (-\infty;-1) \cup (1;4)$;

• $f'(x) < 0$ khi $x \in (-1;1) \cup (4;+\infty)$;

• $f'(x) = 0$ tại $x = -1, x = 1, x = 4$.

Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;4)$.

d) Điểm $x = 4$ là một điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

thuvientoanhoc.com

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng $f'(t)$ của sản phẩm mới $f(t)=\frac{5000}{1+5e^{-t}}$ đạt giá trị lớn nhất? (Lấy $\ln 5 \approx 1{,}61$ và làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần mười).

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong bậc ba cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $x=-2, x=1, x=4$. Biết hệ số của số hạng chứa x^3 trong $f'(x)$ là số dương. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Câu 4. Tìm điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ biết đạo hàm của nó là $f'(x)=-x^2+4x-3$.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SỐ (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh dùng GeoGebra hiển thị đồng thời hai đồ thị $f(x)$ và $f'(x)$, hiểu sâu sắc mối liên hệ giữa giao điểm của $f'(x)$ với cực trị của $f(x)$.

b) Nội dung: Trực quan hóa tương quan giữa hàm bậc bốn và đạo hàm bậc ba trên GeoGebra.

c) Sản phẩm: Đồ thị kép trên màn hình máy chiếu và nhận thức bản chất hình học.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Mô phỏng đồ thị kép trên GeoGebra: GV mở file GeoGebra: Vẽ hàm số $f(x)=x^4-4x^2+2$ (màu xanh dương). Vẽ hàm đạo hàm $g(x)=f'(x)=4x^3-8x$ (màu đỏ cam). GV nhấn mạnh trên màn hình: 1. Tại 3 điểm $g(x)=0$ (cắt trục hoành Ox), đồ thị $f(x)$ đổi chiều chuyển động (đạt cực trị). 2. Khi $g(x)>0$ (nhánh đỏ phía trên Ox), đồ thị xanh đi lên (đồng biến). 3. Khi $g(x)<0$ (nhánh đỏ phía dưới Ox), đồ thị xanh đi xuống (nghịch biến).	**Quan sát trực quan:** HS theo dõi hình ảnh động, liên hệ tức thì giữa dấu của đồ thị $f'(x)$ và chiều biến thiên của $f(x)$.
Tương tác học sinh: GV gọi 1 học sinh lên bảng chỉ ra trên GeoGebra điểm cực đại và điểm cực tiểu tương ứng khi đạo hàm cắt từ trên xuống và từ dưới lên.	**Khắc phục sai lầm:** HS hiểu rõ tại sao không nhìn vào đỉnh của $f'(x)$ mà phải nhìn vào giao điểm của $f'(x)$ với trục Ox.

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 4 (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng đọc đồ thị $f'(x)$, chuẩn bị bài Tiết 4 về ứng dụng thực tế và tổng ôn chuyên đề.

b) Nội dung: Giao bài tập về nhà và chuẩn bị các bài toán thực tiễn tối ưu kinh tế, y học.

c) Sản phẩm: Vở tự học hoàn thành bài tập Tiết 3.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao nhiệm vụ: 1. Hoàn thành ghi chép và giải lại các bài tập trong vở ghi bài. 2. Quét mã QR tham gia luyện tập 10 câu trắc nghiệm đọc đồ thị $f'(x)$ trên Azota. 3. Đọc trước các bài toán thực tiễn tối ưu: bài toán nồng độ thuốc trong máu, bài toán tối ưu thể tích hộp carton, tối ưu lợi nhuận kinh tế chuẩn bị cho Tiết 4.	**Ghi nhận nhiệm vụ:** HS ghi nhiệm vụ vào vở, quét mã QR lưu liên kết bài tập online.
Nhận xét tiết học: GV tuyên dương các nhóm thảo luận sôi nổi, nhắc nhở cả lớp chuẩn bị tốt cho tiết tổng ôn cuối cùng.	**Chuẩn bị bài mới:** Ghi nhớ xem trước các bài toán tối ưu thực tiễn cho Tiết 4.

TIẾT 4: ỨNG DỤNG THỰC TẾ VÀ TỔNG ÔN CHUYÊN ĐỀ 2025

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Mô hình hóa toán học thực tế (nồng độ thuốc, tối ưu hộp carton, lợi nhuận doanh nghiệp) và tổng ôn rèn luyện phản xạ đề thi 2025.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (7 phút)

a) Mục tiêu: Hệ thống hóa toàn bộ phương pháp giải bài toán thực tế bằng đạo hàm và sơ đồ tư duy tổng kết Chuyên đề Đơn điệu - Cực trị.

b) Nội dung: Nêu các bước mô hình hóa bài toán thực tiễn và hoàn thiện khung phương pháp.

c) Sản phẩm: Sơ đồ tư duy tổng quan chuyên đề ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu sơ đồ tư duy tổng kết Chuyên đề: Đạo hàm → Tính đơn điệu & Cực trị → Ứng dụng thực tiễn. GV nêu câu hỏi: 'Khi gặp một bài toán thực tế yêu cầu tìm mức sản lượng để lợi nhuận lớn nhất, hoặc kích thước hộp để thể tích cực đại, hoặc thời điểm nồng độ thuốc đạt đỉnh, ta thực hiện theo các bước toán học nào?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát sơ đồ tư duy, liên kết các kiến thức đã học ở 3 tiết trước.
Điều phối thảo luận: GV mời 1 học sinh trả lời, chuẩn hóa quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu thực tế.	**Trả lời câu hỏi:** Đại diện HS trả lời: • Bước 1: Chọn biến số x (hoặc t) và xác định điều kiện thực tế của biến. • Bước 2: Thiết lập hàm mục tiêu $f(x)$ (thể tích, lợi nhuận, nồng độ). • Bước 3: Tìm đạo hàm $f'(x)$, giải $f'(x) = 0$ và lập bảng biến thiên tìm điểm cực trị tối ưu.
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp phương pháp mô hình hóa	**Ghi nhận kiến thức:** HS ghi lại quy

thuvientoanhoc.com

toán học thực tế, yêu cầu học sinh ghi nhớ.	trình vào vở ghi bài.

HỘP PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC THỰC TẾ BẰNG ĐẠO HÀM

1. Quy trình giải bài toán ứng dụng thực tế bằng Đơn điệu & Cực trị:

• Bước 1 (Mô hình hóa): Xác định đại lượng cần tối ưu (thể tích V, chi phí C, lợi nhuận P, nồng độ $C(t)$). Đặt biến số độc lập x hoặc t và tìm tập xác định thực tế (thường là khoảng $(0;a)$ hoặc $[0;+\infty)$).

• Bước 2 (Giải tích hóa): Thiết lập công thức hàm số $y=f(x)$ biểu diễn đại lượng cần tối ưu theo biến số đã chọn.

• Bước 3 (Khảo sát đạo hàm): Tính $f'(x)$, tìm nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ thuộc tập xác định. Lập bảng biến thiên để xác định điểm cực đại (hoặc cực tiểu).

• Bước 4 (Kết luận thực tế): Đối chiếu điều kiện, chuyển đổi kết quả toán học thành câu trả lời thực tế kèm theo đơn vị đo (cm, lít, triệu đồng, giờ, sản phẩm).

2. Một số mô hình thực tế kinh điển:

• Gấp hộp chữ nhật từ tấm tôn vuông cạnh a: Cắt 4 góc cạnh $x \Rightarrow V(x)=x(a-2x)^2$, thể tích lớn nhất khi $x=\frac{a}{6}$.

• Nồng độ thuốc trong máu: $C(t)=\frac{kt}{t^2+a^2}$, đạt cực đại tại thời điểm $t=a$.

• Lợi nhuận kinh tế: $P(x)=R(x)-C(x)$ (Doanh thu trừ Chi phí).

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP TỔNG HỢP THỰC TIỄN VÀ MA TRẬN 2025 THEO 3 DẠNG THỨC (28 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh giải quyết thành thạo các bài toán tối ưu thực tế và rèn luyện phản xạ làm bài thi tốt nghiệp THPT chuẩn cấu trúc 2025.

b) Nội dung: Hoạt động nhóm giải quyết bộ đề thi trên vở ghi bài.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng nhóm và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ thi đua: GV chia lớp thành 4 nhóm thi đua giải đề tổng hợp: • Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) - các câu hỏi phân hóa thực tế và đồ thị. • Nhóm 2 & 3: Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4) - bài toán hàm phân thức, nồng độ thuốc, lợi nhuận doanh nghiệp và hàm căn thức. • Nhóm 4: Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4) - tính toán chính xác giá trị tối ưu: hộp tôn $x=10$ cm, nồng độ thuốc $t=2$ h, lợi nhuận 732 triệu và $y_{CĐ}=3$.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS phân công nhóm trưởng điều phối, các thành viên tích cực giải toán.
Quan sát & Hỗ trợ: GV đi lại quan sát, hướng dẫn học sinh thiết lập hàm mục tiêu và phân biệt yêu cầu tìm 'thời điểm' (biến t) hay 'giá trị lớn nhất' (hàm $f(t)$).	**Thảo luận & Thực hiện:** • Nhóm 1 làm bài nhanh chóng, chọn đáp án Dạng 1.

thuvientoanhoc.com

	• Nhóm 2, 3 lập hàm lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$, tính đạo hàm tìm nghiệm $x = 8$, tính lợi nhuận 732 triệu đồng; phân tích nồng độ thuốc đạt đỉnh sau 2 giờ. • Nhóm 4 tính toán số học chuẩn xác cho các câu trả lời ngắn.
Tổng kết & Đánh giá thi đua: GV điều hành báo cáo, chấm điểm thi đua các nhóm, công bố đáp án chuẩn và phân tích các bẫy thường gặp.	**Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm trình bày trên bảng phụ, các nhóm chất vấn chéo và ghi chép lời giải hoàn chỉnh vào vở.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 4:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Chi phí sản xuất x sản phẩm của một xưởng may được mô hình hóa bởi $C(x) = 2x^3 - 30x^2 + 1000x + 5000$ (nghìn đồng, $x \geq 0$). Tốc độ gia tăng chi phí biên $C'(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại mức sản lượng nào?

A. $x = 5$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 15$. **D.** $x = 0$.

Câu 2. Sau khi một người bệnh uống một liều thuốc, nồng độ của thuốc trong máu sau t giờ được xác định bởi hàm số $C(t) = \frac{0{,}2t}{t^2+1}$ (mg/L) với $t \geq 0$. Nồng độ thuốc trong máu cao nhất sau khi uống bao nhiêu giờ?

A. 1 giờ. **B.** 2 giờ. **C.** 0,5 giờ. **D.** 3 giờ.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên với $f'(x) = 0$ tại $x = -1$ và $x = 3$. Giá trị cực đại $y_{CĐ} = 5$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -2$. Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 5$. **B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

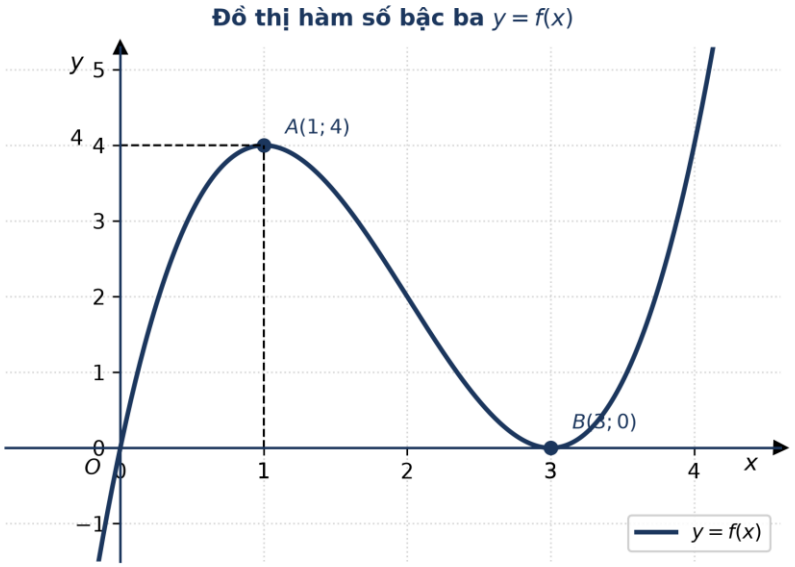
C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 5. **D.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(-1; 5)$.

Câu 4. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{-x^2+2x-1}{x+2}$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ với điểm cực đại là $A(1; 4)$ và điểm cực tiểu là $B(3; 0)$. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với đường thẳng nằm ngang $y = 4$ là:

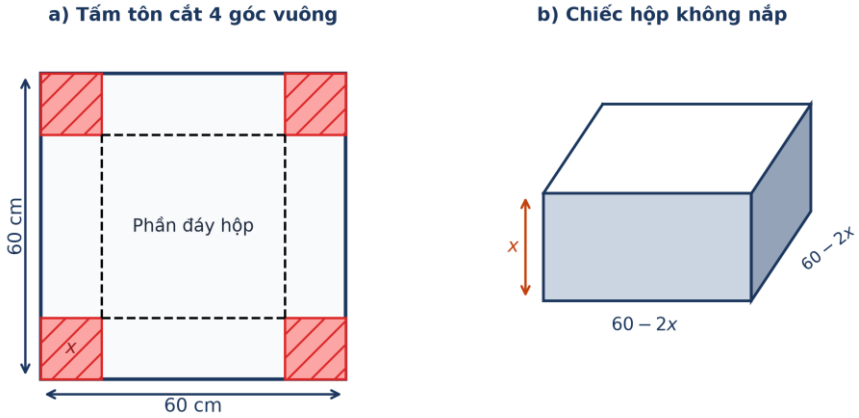
thuvientoanhoc.com



Đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Một tấm tôn hình vuông cạnh 60 cm. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc có cạnh là x (cm) rồi gập các mép lại để tạo thành một chiếc hộp không nắp. Để thể tích của khối hộp thu được là lớn nhất thì cạnh x của hình vuông cắt bỏ phải bằng:



Mô hình hình học: Cắt 4 góc vuông cạnh x từ tấm tôn hình vuông $60 imes 60$ extcm và gập thành chiếc hộp không nắp

A. 10 cm. **B.** 15 cm. **C.** 20 cm. **D.** 12 cm.

Câu 7. Doanh thu bán một loại hàng hóa phụ thuộc vào đơn giá bán p (nghìn đồng) theo công thức $R(p) = -2p^2 + 120p$ (triệu đồng). Đơn giá bán p để doanh thu đạt cực đại là:

A. 30 nghìn đồng. **B.** 60 nghìn đồng. **C.** 40 nghìn đồng. **D.** 20 nghìn đồng.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên với giá trị cực đại $y_{CĐ} = 2$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+x+4}{x-3}$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

thuvientoanhoc.com

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2-6x-7}{(x-3)^2}$.

c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và giá trị cực đại tương ứng là $y_{CĐ} = -1$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 7$ và giá trị cực tiểu tương ứng là $y_{CT} = 15$.

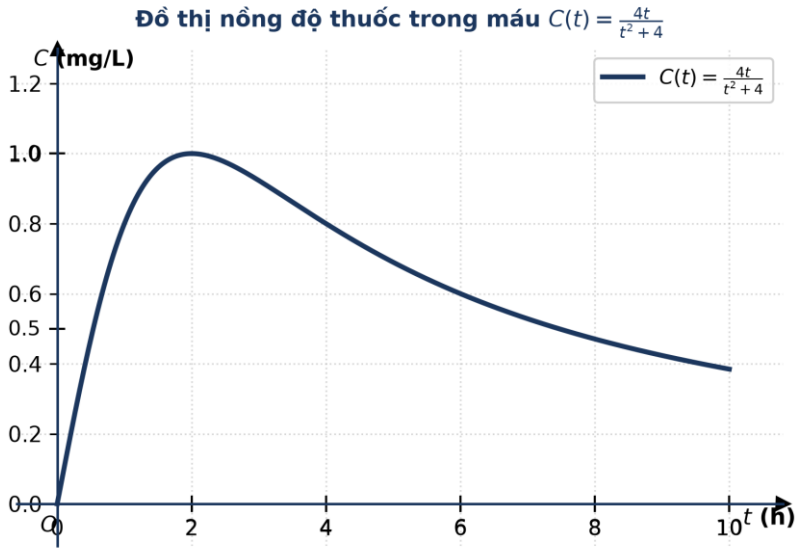
Câu 2. Sau khi uống thuốc, nồng độ của một loại kháng sinh trong máu của bệnh nhân biến thiên theo thời gian t (giờ, $t \geq 0$) theo công thức $C(t) = \frac{4t}{t^2+4}$ (mg/L). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Nồng độ thuốc trong máu ngay khi uống thuốc ($t = 0$) bằng 0 mg/L.

b) Đạo hàm của hàm nồng độ thuốc là $C'(t) = \frac{4(4-t^2)}{(t^2+4)^2}$.

c) Nồng độ thuốc trong máu tăng trong 2 giờ đầu và giảm dần sau 2 giờ.

d) Nồng độ thuốc trong máu đạt mức cao nhất tại thời điểm $t = 2$ giờ với giá trị cực đại bằng 1 mg/L.



Đồ thị hàm số nồng độ thuốc trong máu $C(t) = rac4tt^2 + 4ext(mg/L)$ theo thời gian t

Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất một loại sản phẩm với hàm tổng chi phí $C(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 100$ và hàm doanh thu $R(x) = 156x - 3x^2$ (triệu đồng, với x là số trăm sản phẩm, $0 \leq x \leq 12$). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Hàm lợi nhuận của doanh nghiệp là $P(x) = R(x) - C(x) = -x^3 + 9x^2 + 96x - 100$ (triệu đồng).

b) Đạo hàm của hàm lợi nhuận là $P'(x) = -3x^2 + 18x + 96$.

c) Lợi nhuận của doanh nghiệp tăng khi sản lượng x tăng từ 0 đến 8 (trăm sản phẩm).

d) Doanh nghiệp đạt lợi nhuận tối đa khi sản xuất 800 sản phẩm với mức lợi nhuận cực đại bằng 732 triệu đồng.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{4x - 2x^2}$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là đoạn $[0; 2]$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{2-2x}{\sqrt{4x-2x^2}}$ với mọi $x \in (0; 2)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và giá trị cực đại bằng $\sqrt{2}$.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Một tấm tôn hình vuông cạnh 60 cm. Người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau có cạnh bằng x (cm) rồi gập các mép lại để tạo thành một chiếc hộp hình hộp chữ nhật không nắp. Tìm x (theo đơn vị xentimét) để thể tích của chiếc hộp thu được là lớn nhất.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Sau khi uống thuốc, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được mô hình hóa bởi $C(t) = \frac{4t}{t^2+4}$ (mg/L) ($t \geq 0$ tính bằng giờ). Hỏi sau khi uống thuốc bao nhiêu giờ thì nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân đạt giá trị cao nhất?

Câu 3. Một công ty sản xuất sản phẩm có hàm lợi nhuận $P(x) = -x^3 + 9x^2 + 96x - 100$ (triệu đồng), trong đó x là số trăm sản phẩm sản xuất ($0 \leq x \leq 12$). Tính mức lợi nhuận cực đại mà công ty có thể đạt được theo đơn vị triệu đồng.

Câu 4. Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = \frac{-x^2+5x-7}{x-2}$.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ KHẢO SÁT SỐ HÓA TRỰC TUYẾN (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh quét mã QR tham gia bài mini-test số hóa 5 phút trên nền tảng Azota / Onluyen.vn củng cố toàn bộ chuyên đề 4 tiết.

b) Nội dung: Trực quan hóa hộp carton trên GeoGebra 3D và quét mã QR làm bài kiểm tra trực tuyến.

c) Sản phẩm: Bảng phổ điểm và biểu đồ phân tích năng lực số của cả lớp trên màn hình máy chiếu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Mô phỏng bài toán hộp trên GeoGebra: GV chiếu mô phỏng 3D bài toán hộp carton: Dùng thanh trượt `Slider x` chạy từ 0 đến 30. Khi x thay đổi, hình hộp 3D tự động gấp mở và điểm toạ độ $(x; V(x))$ vẽ nên đồ thị parabol ngược có đỉnh cực đại tại $x = 10$ cm, $V_{max} = 16000$ cm^3.	**Quan sát GeoGebra 3D:** HS quan sát mô hình 3D động, hiểu trực quan tại sao $x = 10$ là kích thước tối ưu nhất cho thể tích hộp.
Khởi động mini-test trực tuyến: GV trình chiếu mã QR bài khảo sát tổng kết 5 phút trên Azota / Onluyen.vn (gồm 4 câu hỏi trắc nghiệm thực tế phân hóa). GV bấm nút Bắt đầu, theo dõi bảng xếp hạng trực tiếp theo thời gian thực.	**Quét mã QR làm bài:** HS dùng điện thoại quét mã QR, làm bài kiểm tra trong 4 phút, bấm Nộp bài và nhận điểm số cùng phản hồi chi tiết.
Phân tích kết quả: GV công bố danh sách học sinh đạt điểm tối đa, giải đáp nhanh câu hỏi có tỉ lệ sai nhiều nhất trên hệ thống báo cáo.	**Tự đánh giá năng lực:** HS đối chiếu sai lầm của bản thân với phân tích trực tiếp của GV trên màn hình lớp học.

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT CHUYÊN ĐỀ VÀ CÔNG BỐ RUBRIC ĐÁNH GIÁ (3 phút)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn bộ tiến trình 4 tiết học, công bố yêu cầu cần đạt Rubric và định hướng ôn tập tiếp theo.

b) Nội dung: GV chốt lại các nguyên tắc cốt tử và hướng dẫn tự học.

c) Sản phẩm: Bảng Rubric đánh giá năng lực học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Tổng kết & Đánh giá sư phạm: GV nhấn mạnh thông điệp ôn tập thi tốt nghiệp 2025:	**Lắng nghe & Khắc sâu:** HS lắng nghe, ghi chép các lưu ý cốt tử và

thuvientoanhoc.com

1. Bám chắc bản chất định lý đạo hàm: Dấu của đạo hàm quyết định chiều biến thiên; sự đổi dấu của đạo hàm quyết định cực trị. 2. Tuyệt đối không sa đà vào các bài toán chứa tham số m cồng kềnh, tập trung vào kỹ năng đọc bảng biến thiên, đồ thị $f'(x)$ và giải bài toán thực tế. 3. Phân biệt rõ các thuật ngữ: điểm cực trị của hàm số (x), giá trị cực trị (y) và điểm cực trị của đồ thị $(M(x;y))$.	ghi nhớ thang đo Rubric đánh giá năng lực.
Giao nhiệm vụ dự án: GV giao bài tập tổng hợp và dự án nhóm: 'Tìm kiếm một hiện tượng thực tế trong đời sống có thể mô hình hóa bằng hàm số bậc ba hoặc phân thức và thuyết trình trong 3 phút'.	**Nhận nhiệm vụ dự án:** HS ghi nhiệm vụ dự án nhóm và chuẩn bị cho chủ đề tiếp theo: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

IV. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH CẢ 4 TIẾT HỌC

1. Đáp án Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Mỗi tiết 8 câu - Tổng 32 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Tiết 1	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 2	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 3	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 4	A	A	A	A	A	A	A	A

2. Đáp án Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Mỗi tiết 4 câu lớn = 16 ý - Tổng 64 ý)

Tiết học	Câu hỏi	Lựa chọn a)	Lựa chọn b)	Lựa chọn c)	Lựa chọn d)
Tiết 1	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 1	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 1	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 1	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 2	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 2	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

thuvientoanhoc.com

Tiết 2	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 2	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 3	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 3	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 3	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 3	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 4	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 4	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 4	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 4	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

3. Đáp án Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Mỗi tiết 4 câu - Tổng 16 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Tiết 1	**3**	**1**	**2**	**4,6**
Tiết 2	**32,625**	**20**	**3**	**8**
Tiết 3	**1,6**	**2**	**2**	**3**
Tiết 4	**10**	**2**	**732**	**3**

V. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP (COMMON MISCONCEPTIONS)

A. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 1

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 1)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo định nghĩa trong SGK Toán 12 trang 6: Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn dấu bất đẳng thức (chọn B - nghịch biến) hoặc nhầm với hàm không giảm (chọn D có dấu $\leq$).

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo định lý SGK trang 7: Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

thuvientoanhoc.com

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh chọn D ($f'(x) \le 0$) do nhầm với nghịch biến hoặc nhầm điều kiện cần và đủ.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$. Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Bảng xét dấu: $y' < 0$ khi $x \in (0;2)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa khoảng đồng biến và nghịch biến, chọn B hoặc C.

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Đạo hàm $y' = \frac{2(2)-(-1)(1)}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$. Do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Bẫy kinh điển: Học sinh chọn B $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ hoặc dùng kí hiệu hợp ∪. Quy tắc sư phạm bắt buộc phải kết luận đồng biến trên từng khoảng rời nhau.

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{(2x-2)(x-1)-(x^2-2x+5)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$. Vì $(x-1)^2 > 0, \forall x \neq 1$ nên dấu của y' là dấu của tử số $x^2 - 2x - 3$. Tử số mang dấu âm khi $x \in (-1;3)$. Kết hợp điều kiện $x \neq 1$, hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ và $(1;3)$ (Ví dụ 3 SGK trang 8).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh chọn C $(-1;3)$ mà quên loại trừ điểm gián đoạn $x = 1$.

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định $D = [-2;2]$. Với $x \in (-2;2)$, ta có $y' = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Xét dấu: $y' < 0 \Leftrightarrow -x < 0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm dấu trừ ở tử số nên nghĩ rằng hàm nghịch biến trên $(-2;0)$ (chọn B).

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Vận tốc tức thời của chất điểm là $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 18t + 15$. Chất điểm chuyển động sang phía bên trái (ngược chiều dương) khi và chỉ khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 18t + 15 < 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 5$. Vậy trong khoảng thời gian $t \in (1;5)$ chất điểm chuyển động sang trái (Vận dụng 1 SGK trang 9).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh giải nhầm sang điều kiện chuyển động sang phải $v(t) > 0$ chọn B.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định với $t \ge 0$. Ta có đạo hàm: $N'(t) = \frac{25(5)-10(1)}{(t+5)^2} = \frac{115}{(t+5)^2} > 0, \forall t \ge 0$. Do đạo hàm luôn mang dấu dương nên hàm số $N(t)$ luôn đồng biến, nghĩa là số dân của thị trấn luôn luôn tăng theo thời gian (Bài 1.5 SGK trang 13).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh tính sai đạo hàm tử số dẫn đến nghĩ rằng dân số có lúc giảm.

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 1)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Hàm số đa thức bậc ba xác định trên toàn bộ $\mathbb{R}$.
• Ý b) ĐÚNG: $f'(x) = (x^3)' - (3x^2)' + (2)' = 3x^2 - 6x$.
• Ý c) ĐÚNG: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.
• Ý d) SAI: Trên khoảng $(0;2)$ đạo hàm $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến chứ không thể đồng biến trên toàn bộ $(-\infty;2)$.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Mẫu số $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
• Ý b) ĐÚNG: $f'(x) = \frac{1(1)-(-2)(1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.
• Ý c) ĐÚNG: Do $f'(x) > 0$ trên từng khoảng xác định nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
• Ý d) SAI: Đây là sai lầm nghiêm trọng trong toán học: không được dùng kí hiệu hợp ∪ hoặc phép trừ \ để kết luận khoảng đồng biến.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: Theo định nghĩa cơ học, $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 18t + 15$.
• Ý b) ĐÚNG: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3(t-1)(t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 5$. Tại các thời điểm này vận tốc bằng 0

thuvientoanhoc.com

và $v(t)$ đổi dấu nên chất điểm đổi chiều chuyển động.

• Ý c) ĐÚNG: Chất điểm chuyển động sang phải khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow t \in (0;1) \cup (5;+\infty)$.

• Ý d) SAI: Gia tốc tức thời là $a(t) = v'(t) = 6t - 18$. Tại $t = 2$ s, ta có $a(2) = 6(2) - 18 = -6$ m/s^2 chứ không phải 6 m/s^2.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Mẫu số $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Ý b) ĐÚNG: Tính đạo hàm phân thức bậc 2 trên bậc 1 ra đúng $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

• Ý c) ĐÚNG: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$.

• Ý d) SAI: Hàm số gián đoạn tại $x = 1 \in [-1;3]$ nên không thể nghịch biến trên cả đoạn $[-1;3]$, chỉ nghịch biến trên $[-1;1)$ và $(1;3]$.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 1)

Câu 1: Đáp số: 3. Lời giải chi tiết: Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$. Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$. Các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-5;5)$ thỏa mãn điều kiện này là $x \in \{1;2;3\}$. Có tất cả 3 giá trị nguyên.

Câu 2: Đáp số: 1. Lời giải chi tiết: Phương trình vận tốc $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 18t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 5$. Thời điểm vận tốc triệt tiêu lần đầu tiên là tại $t = 1$ s.

Câu 3: Đáp số: 2. Lời giải chi tiết: Hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ xác định trên đoạn $[0;4]$. Đạo hàm $y' = \frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}} < 0 \Leftrightarrow x \in (2;4)$. Khoảng nghịch biến là $(2;4)$, độ dài khoảng là $4 - 2 = 2$.

Câu 4: Đáp số: 4,6. Lời giải chi tiết: Đạo hàm biểu diễn tốc độ gia tăng dân số: $N'(t) = \frac{115}{(t+5)^2}$. Tại thời điểm $t = 0$ (năm 2000), tốc độ gia tăng dân số là $N'(0) = \frac{115}{(0+5)^2} = \frac{115}{25} = 4{,}6$ nghìn người/năm.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 2

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 2)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo định nghĩa cực đại SGK Toán 12 trang 9: x_0 là điểm cực đại nếu tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm với giá trị lớn nhất toàn cục trên cả khoảng $(a;b)$ chọn C.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo Định lý dấu hiệu cực trị SGK trang 10: Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn thứ tự đổi dấu chọn điểm cực tiểu (B).

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$. Bảng xét dấu: y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 3$, do đó điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$ (Ví dụ 6 SGK trang 11).

⚠ Sai lầm thường gặp: Bẫy ngôn ngữ: Đề bài hỏi 'điểm cực tiểu của hàm số' (tức tìm x) nhưng học sinh nhầm sang 'giá trị cực tiểu' chọn C ($y = 30$) hoặc chọn điểm cực đại $x = 1$.

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: $y' = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 5$. Điểm cực đại là $x = -1$, thay vào hàm số ta được giá trị cực đại: $y_{CĐ} = y(-1) = \frac{(-1)^2-2(-1)+9}{-1-2} = \frac{12}{-3} = -4$ (Ví dụ 7 SGK trang 12).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh thấy $-4 < 8$ nên nghĩ rằng -4 phải là cực tiểu, dẫn đến chọn nhầm B là giá trị cực đại.

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đạo hàm $y' = \frac{1(-1)-1(1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$. Vì y' không triệt tiêu và không đổi dấu nên hàm số không có cực trị (Ví dụ 8 SGK trang 12).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn mẫu số bằng 0 là điểm cực trị.

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Với $x > 0, y = x \Rightarrow y' = 1 > 0$. Với $x < 0, y = -x \Rightarrow y' = -1 < 0$. Tại $x = 0$, đạo hàm không tồn tại nhưng hàm số liên tục và $f(x) = |x| > 0 = f(0)$ với mọi $x \neq 0$. Do đó $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số (Bài 1.8 SGK trang 14).

⚠ Sai lầm thường gặp: Quan niệm sai lầm phổ biến: Nghĩ rằng hàm số phải có đạo hàm thì mới có cực trị, dẫn đến chọn B.

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có $ab = 1(-4) = -4 < 0$ nên luôn có đúng 3 điểm cực trị.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh giải sai phương trình $y' = 4x^3 - 8x = 0$ quên nghiệm $x = 0$ chọn C.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Vận tốc $v(t) = h'(t) = 24{,}5 - 9{,}8t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{24{,}5}{9{,}8} = 2{,}5$ s. Bảng biến thiên cho thấy $h(t)$ đạt cực đại tại $t = 2{,}5$ s (Vận dụng 2 SGK trang 12).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh giải nhầm phương trình $h(t) = 0$ tìm thời điểm chạm đất.

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 2)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$.
• Ý b) ĐÚNG: $f'(x)$ đổi dấu từ $(+) \to (-)$ tại $x = 1 \Rightarrow x_{CĐ} = 1$ và $y_{CĐ} = 1 - 6 + 9 + 30 = 34$.
• Ý c) ĐÚNG: Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 27 - 54 + 27 + 30 = 30$. Điểm cực tiểu của đồ thị là $M(3; 30)$.
• Ý d) SAI: $y_{CT} = 30 < y_{CĐ} = 34$, giá trị cực tiểu nhỏ hơn giá trị cực đại.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$.
• Ý b) ĐÚNG: Tử số triệt tiêu tại $x = -1$ và $x = 5$ (đều khác 2).
• Ý c) ĐÚNG: $y_{CĐ} = y(-1) = -4$ và $y_{CT} = y(5) = 8$.
• Ý d) SAI: Vì $-4 < 8$ nên hàm số này có giá trị cực đại nhỏ hơn giá trị cực tiểu.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: $v(t) = h'(t) = 24{,}5 - 9{,}8t$ (m/s).
• Ý b) ĐÚNG: Độ cao cực đại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2{,}5$ s.
• Ý c) ĐÚNG: $h(2{,}5) = 2 + 24{,}5(2{,}5) - 4{,}9(2{,}5)^2 = 32{,}625$ m.
• Ý d) SAI: Tại $t = 3$ s $> 2{,}5$ s, vận tốc $v(3) = 24{,}5 - 9{,}8(3) = -4{,}9$ m/s < 0 nên vật đang rơi xuống chứ không phải bay lên.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0$ không đổi dấu nên không có cực trị.
• Ý b) ĐÚNG: $y = |x|$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ dù không có đạo hàm tại đây.
• Ý c) ĐÚNG: Đồ thị Hình 1.12 có 2 điểm cực tiểu tại $x = \pm 2$ và 1 điểm cực đại tại $x = 0$.
• Ý d) SAI: Đạo hàm bằng 0 chưa đủ để khẳng định cực trị, đạo hàm phải ĐỔI DẤU khi đi qua điểm đó.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 2)

Câu 1: Đáp số: 32,625. Lời giải chi tiết: Hàm số $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$. Đạo hàm $h'(t) = 24{,}5 - 9{,}8t = 0 \Leftrightarrow t = 2{,}5$ s. Độ cao cực đại: $h(2{,}5) = 2 + 24{,}5(2{,}5) - 4{,}9(2{,}5)^2 = 32{,}625$ m.

Câu 2: Đáp số: 20. Lời giải chi tiết: Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 2)$ và $B(2; -2)$. Khi đó $AB^2 = (2-0)^2 + (-2-2)^2 = 4 + 16 = 20$.

Câu 3: Đáp số: 3. Lời giải chi tiết: Đạo hàm $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$. Bảng biến thiên: y' đổi dấu từ $(+) \to (-)$ tại $x = 1$, do đó $x_{CĐ} = 1$. Giá trị cực đại $y_{CĐ} = y(1) = -1 + 3 + 1 = 3$.

Câu 4: Đáp số: 8. Lời giải chi tiết: $y' = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 5$. Điểm cực tiểu là $x = 5$, giá trị cực tiểu: $y_{CT} = y(5) = \frac{5^2-2(5)+9}{5-2} = \frac{24}{3} = 8$.

thuvientoanhoc.com

C. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 3

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 3)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến khi $f'(x) > 0$, tương ứng phần đồ thị $y = f'(x)$ nằm phía trên trục hoành Ox.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn với nhánh đi lên của đồ thị $f'(x)$ (chọn B). Nhánh đi lên của $f'(x)$ chỉ thể hiện $f''(x) > 0$ chứ không phải $f'(x) > 0$.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Điểm cực trị của $f(x)$ là điểm mà tại đó $f'(x) = 0$ và đổi dấu, tương ứng với hoành độ giao điểm mà đồ thị $f'(x)$ cắt xuyên qua trục hoành Ox.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhìn vào đỉnh lồi, lõm của đồ thị $f'(x)$ chọn B.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị $f'(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành Ox nên $f'(x) > 0$, do đó $f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$ (Hình 1.13 SGK trang 14).

⚠ Sai lầm thường gặp: Nhìn thấy đồ thị $f'(x)$ đi xuống trên $(1;2)$ nên tưởng nghịch biến.

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tại $x = 2$, đồ thị $f'(x)$ cắt trục hoành từ phía trên xuống phía dưới (đổi dấu từ $+$ sang $-$), nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm với điểm cực tiểu $x = 5$ (đổi dấu từ $-$ sang $+$).

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: $f'(x) = (x-1)^2(x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -2, x = 3$. Trong đó nghiệm $x = 1$ có số mũ chẵn (bội 2) nên đạo hàm không đổi dấu khi qua $x = 1$. Đạo hàm chỉ đổi dấu khi qua $x = -2$ và $x = 3$. Vậy có đúng 2 điểm cực trị.

⚠ Sai lầm thường gặp: Đếm cả nghiệm bội chẵn $x = 1$ thành 3 điểm cực trị (chọn B).

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Nghiệm $x = -2$ là bội chẵn (mũ 2) nên không đổi dấu. Xét dấu trên khoảng $(0;1)$: $x > 0$ và $(x-1)^3 < 0 \Rightarrow f'(x) < 0$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Nhầm dấu lũy thừa bậc ba.

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Do hệ số cao nhất của $f'(x)$ dương nên khi $x \to +\infty, f'(x) > 0$. Bảng xét dấu của $f'(x)$: âm trên $(-\infty; x_1)$, dương trên $(x_1; x_2)$, âm trên $(x_2; x_3)$, dương trên $(x_3; +\infty)$. Đổi dấu $(-)$ sang $(+)$ tại x_1, x_3 (2 điểm cực tiểu) và $(+)$ sang $(-)$ tại x_2 (1 điểm cực đại).

⚠ Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn số lượng cực đại và cực tiểu.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tốc độ bán hàng là $f'(t) = \frac{5000 \cdot 5e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2} = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}$. Đặt $u = e^{-t} > 0$, ta khảo sát hàm $g(u) = \frac{u}{(1+5u)^2}$. Lấy đạo hàm theo u: $g'(u) = \frac{1-5u}{(1+5u)^3} = 0 \Leftrightarrow u = \frac{1}{5}$. Suy ra $e^{-t} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow -t = -\ln 5 \Leftrightarrow t = \ln 5 \approx 1{,}61$ năm (Bài 1.9 SGK trang 14).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh giải nhầm đạo hàm cấp một bằng 0 thay vì tìm cực trị của hàm tốc độ.

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 3)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên $Ox \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến.
• Ý b) ĐÚNG: Trên khoảng $(2;5)$, đồ thị $f'(x)$ nằm phía dưới $Ox \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ nghịch biến.
• Ý c) ĐÚNG: Khi qua $x = 2$, $f'(x)$ đổi dấu từ $(+) \to (-) \Rightarrow x = 2$ là điểm cực đại.
• Ý d) SAI: Khi qua $x = 5$, $f'(x)$ đổi dấu từ $(-) \to (+) \Rightarrow x = 5$ là điểm CỰC TIỂU chứ không phải cực đại.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2; (x+3)^3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.
• Ý b) ĐÚNG: Vì $x^2 \geq 0, \forall x$ nên khi qua $x = 0$ đạo hàm không đổi dấu.
• Ý c) ĐÚNG: Đạo hàm chỉ đổi dấu tại 2 nghiệm bội lẻ $x = -3$ và $x = 2$ nên có đúng 2 điểm cực trị.
• Ý d) SAI: Vì $x = 0$ làm $f'(0) = 0$ và trên $(-3;2) \setminus \{0\}$ đạo hàm đều mang dấu âm, nên hàm số nghịch biến trên $(-3;2)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: Tại $t = 0, f(0) = \frac{5000}{1+5(1)} = \frac{5000}{6} \approx 833{,}33$ sản phẩm.

• Ý b) ĐÚNG: Đạo hàm $f'(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2} > 0, \forall t \geq 0$ nên doanh số luôn tăng.

• Ý c) ĐÚNG: Khảo sát hàm tốc độ $f'(t)$ cho thấy $f'(t)$ đạt cực đại tại $t = \ln 5 \approx 1{,}61$ năm.

• Ý d) SAI: Khi $t \to +\infty, e^{-t} \to 0 \Rightarrow lim_{t\to+\infty} f(t) = \frac{5000}{1+0} = 5000$ sản phẩm. Doanh số bị chặn trên bởi ngưỡng 5000 sản phẩm, không thể vượt quá 10000 sản phẩm.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Đạo hàm đổi dấu 3 lần tại $x = -1, x = 1, x = 4$ nên hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

• Ý b) ĐÚNG: Tại $x = 1$, đạo hàm đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu.

• Ý c) SAI: Trên $(-1; 4)$, đạo hàm đổi dấu tại $x = 1$ (âm trên $(-1; 1)$, dương trên $(1; 4)$) nên không thể nghịch biến trên cả khoảng $(-1; 4)$.

• Ý d) ĐÚNG: Tại $x = 4$, đạo hàm đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ nên $x = 4$ là điểm cực đại.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 3)

Câu 1: Đáp số: 1,6. Lời giải chi tiết: Tốc độ bán hàng đạt cực đại tại $t = \ln 5 \approx 1{,}6094$ năm. Làm tròn đến hàng phần mười được 1,6.

Câu 2: Đáp số: 2. Lời giải chi tiết: Các nghiệm của $f'(x) = 0$ là $x = 1$ (bội 1), $x = 2$ (bội 2), $x = 3$ (bội 3), $x = 4$ (bội 4). Điểm cực trị chỉ xuất hiện tại các nghiệm bội lẻ là $x = 1$ và $x = 3$. Vậy có tất cả 2 điểm cực trị.

Câu 3: Đáp số: 2. Lời giải chi tiết: Do hệ số cao nhất dương nên $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ tại $x = -2$ và $x = 4$. Do đó hàm số $f(x)$ có đúng 2 điểm cực tiểu.

Câu 4: Đáp số: 3. Lời giải chi tiết: $f'(x) = -x^2 + 4x - 3 = -(x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$. Bảng biến thiên: $f'(x) > 0$ trên $(1; 3)$ và $f'(x) < 0$ trên $(3; +\infty)$. Đạo hàm đổi dấu từ $(+) \to (-)$ tại $x = 3$, do đó điểm cực đại là $x_{CĐ} = 3$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 4

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 4)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tốc độ tăng chi phí biên là $C'(x) = 6x^2 - 60x + 1000$. Đây là một tam thức bậc hai có hệ số $a = 6 > 0$, đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh parabol: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-60}{2(6)} = 5$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn tính đạo hàm lần nữa giải $C''(x) = 12x - 60 = 0 \Rightarrow x = 5$ nhưng chọn nhầm phương án.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Đạo hàm $C'(t) = \frac{0{,}2(t^2+1) - 0{,}2t(2t)}{(t^2+1)^2} = \frac{0{,}2(1-t^2)}{(t^2+1)^2}$. Cho $C'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (do $t \geq 0$). Bảng biến thiên cho thấy $C(t)$ đạt cực đại tại $t = 1$ giờ.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm sai đạo hàm thương số.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: $f'(x) = 0$ tại $x = -1$ và $y(-1) = 5$. Do đó $x = -1$ là 'điểm cực đại của hàm số', còn 5 là 'giá trị cực đại'. Khẳng định A bảo 'Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 5$' là SAI do nhầm giữa x và y.

⚠ Sai lầm thường gặp: Bẫy ngôn ngữ giải tích: nhầm lẫn giữa điểm cực đại của hàm số (x) và giá trị cực đại (y).

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{(-2x+2)(x+2) - (-x^2+2x-1)}{(x+2)^2} = \frac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -5$ (đều khác -2). Vì y' đổi dấu qua 2 nghiệm phân biệt này nên hàm số có đúng 2 điểm cực trị.

⚠ Sai lầm thường gặp: Tính nhầm dấu tử số ra vô nghiệm chọn C.

thuvientoanhoc.com

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Điểm cực đại là $A(1;4)$. Đường thẳng $y=4$ đi qua điểm cực đại của đồ thị, do đó nó tiếp xúc với đồ thị tại điểm $A(1;4)$ và cắt đồ thị tại 1 điểm phân biệt khác ở nhánh còn lại. Vậy có đúng 2 giao điểm.

⚠ Sai lầm thường gặp: Nhớ công thức cắt giữa 2 cực trị là 3 nghiệm nên chọn B.

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hộp có đáy hình vuông cạnh $60-2x$ và chiều cao x (với $0<x<30$). Thể tích khối hộp: $V(x)=x(60-2x)^2=4x(30-x)^2$. Đạo hàm: $V'(x)=(60-2x)^2+x\cdot 2(60-2x)(-2)=(60-2x)[(60-2x)-4x]=(60-2x)(60-6x)$. Cho $V'(x)=0\Leftrightarrow x=30$ (loại) hoặc $x=10$ cm. Bảng biến thiên cho thấy thể tích cực đại tại $x=10$ cm.

⚠ Sai lầm thường gặp: Quên nhân hệ số 2 ở cạnh cắt hai bên, viết nhầm $60-x$.

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: $R(p)=-2p^2+120p$ là hàm bậc hai có $a=-2<0$. Doanh thu cực đại tại đỉnh parabol: $p=-\frac{b}{2a}=-\frac{120}{2(-2)}=30$ nghìn đồng.

⚠ Sai lầm thường gặp: Lấy $120/2=60$ chọn B.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Đồ thị hàm bậc ba có $y_{CĐ}=2>0$ và $y_{CT}=-3<0$, suy ra đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. Số điểm cực trị của hàm $y=|f(x)|$ bằng tổng số điểm cực trị của $f(x)$ (là 2) cộng với số giao điểm cắt qua trục hoành (là 3): $2+3=5$ điểm cực trị.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh chỉ lấy số điểm cực trị ban đầu là 2 hoặc nhầm thành 3.

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 4)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Mẫu số $x-3\neq 0\Leftrightarrow x\neq 3\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

• Ý b) ĐÚNG: Tính đạo hàm phân thức ra đúng $f'(x)=\frac{x^2-6x-7}{(x-3)^2}$.

• Ý c) ĐÚNG: $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=7$. Điểm cực đại là $x=-1$, thay vào hàm số: $y_{CĐ}=\frac{(-1)^2+(-1)+4}{-1-3}=\frac{4}{-4}=-1$.

• Ý d) ĐÚNG: Điểm cực tiểu là $x=7$, thay vào hàm số: $y_{CT}=\frac{7^2+7+4}{7-3}=\frac{60}{4}=15$.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Tại $t=0, C(0)=\frac{0}{0+4}=0$ mg/L.

• Ý b) ĐÚNG: $C'(t)=\frac{4(t^2+4)-4t(2t)}{(t^2+4)^2}=\frac{16-4t^2}{(t^2+4)^2}=\frac{4(4-t^2)}{(t^2+4)^2}$.

• Ý c) ĐÚNG: $C'(t)>0$ khi $4-t^2>0\Leftrightarrow 0\leq t<2$ (tăng) và $C'(t)<0$ khi $t>2$ (giảm).

• Ý d) ĐÚNG: Đạt đỉnh tại $t=2$ giờ, nồng độ cực đại là $C(2)=\frac{4(2)}{2^2+4}=\frac{8}{8}=1$ mg/L.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: $P(x)=R(x)-C(x)=(156x-3x^2)-(x^3-12x^2+60x+100)=-x^3+9x^2+96x-100$.

• Ý b) ĐÚNG: $P'(x)=-3x^2+18x+96$.

• Ý c) ĐÚNG: $P'(x)=-3(x^2-6x-32)=-3(x-8)(x+4)=0\Leftrightarrow x=8$ (do $x\geq 0$). Trên khoảng $(0;8)$ đạo hàm $P'(x)>0$ nên lợi nhuận tăng.

• Ý d) ĐÚNG: Lợi nhuận cực đại tại $x=8$ (tức 800 sản phẩm), giá trị cực đại: $P(8)=-(8)^3+9(8)^2+96(8)-100=-512+576+768-100=732$ triệu đồng.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Điều kiện $4x-2x^2\geq 0\Leftrightarrow 2x(2-x)\geq 0\Leftrightarrow 0\leq x\leq 2\Rightarrow D=[0;2]$.

• Ý b) ĐÚNG: Đạo hàm $f'(x)=\frac{4-4x}{2\sqrt{4x-2x^2}}=\frac{2-2x}{\sqrt{4x-2x^2}}$ với $x\in(0;2)$.

• Ý c) ĐÚNG: $f'(x)>0\Leftrightarrow 2-2x>0\Leftrightarrow x<1\Rightarrow$ đồng biến trên $(0;1)$, nghịch biến trên $(1;2)$.

• Ý d) ĐÚNG: Điểm cực đại là $x=1$, giá trị cực đại $y_{CĐ}=f(1)=\sqrt{4(1)-2(1)^2}=\sqrt{2}$.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 4)

Câu 1: Đáp số: 10. Lời giải chi tiết: Hàm thể tích khối hộp $V(x)=x(60-2x)^2$. Đạo hàm $V'(x)=(60-2x)(60-6x)=0\Leftrightarrow x=10$ cm (thuộc $(0;30)$). Vậy thể tích lớn nhất khi cạnh hình vuông cắt bỏ là $x=10$ cm.

thuvientoanhoc.com

Câu 2: Đáp số: 2. Lời giải chi tiết: Hàm nồng độ thuốc $C(t) = \frac{4t}{t^2+4}$. Đạo hàm $C'(t) = \frac{4(4-t^2)}{(t^2+4)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 2$ (do $t \geq 0$). Nồng độ thuốc cao nhất sau khi uống 2 giờ.

Câu 3: Đáp số: 732. Lời giải chi tiết: Hàm lợi nhuận $P(x) = -x^3 + 9x^2 + 96x - 100$. Đạo hàm $P'(x) = -3x^2 + 18x + 96 = 0 \Leftrightarrow x = 8$. Mức lợi nhuận cực đại đạt được là: $P(8) = -(8)^3 + 9(8)^2 + 96(8) - 100 = 732$ triệu đồng.

Câu 4: Đáp số: 3. Lời giải chi tiết: $y = \frac{-x^2+5x-7}{x-2}$. Đạo hàm $y' = \frac{(-2x+5)(x-2)-(-x^2+5x-7)}{(x-2)^2} = \frac{-x^2+4x-3}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$. Bảng biến thiên cho thấy điểm cực đại là $x = 1$. Giá trị cực đại: $y_{CĐ} = y(1) = \frac{-(1)^2+5(1)-7}{1-2} = \frac{-3}{-1} = 3$.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Kết luận khoảng đơn điệu bằng ký hiệu hợp ($(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$) hoặc phép trừ ($\mathbb{R} \setminus \{1\}$)	Học sinh ghi $D = (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$ hoặc $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ khi kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ hoặc hàm số có tập xác định rời rạc.	Khắc sâu định nghĩa: Tính đơn điệu chỉ xét trên từng khoảng độc lập. Bắt buộc kết luận bằng từ nối 'và' hoặc dấu chấm phẩy ';': 'đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$', tuyệt đối không dùng ký hiệu hợp $\cup$ hay trừ tập hợp $\setminus$.
Nhầm lẫn giữa các khái niệm Cực trị (x_0, $M(x_0;y_0)$, y_0)	Nhầm lẫn giữa 'Điểm cực trị của hàm số' (hoành độ x_0), 'Điểm cực trị của đồ thị hàm số' (toạ độ điểm $M(x_0;y_0)$) và 'Giá trị cực trị / Cực trị' (tung độ $y_0 = f(x_0)$).	Phân biệt dứt khoát 3 khái niệm: Điểm cực trị của hàm số là x; Điểm cực trị của đồ thị là $M(x;y)$; Giá trị cực trị (hoặc cực trị) là $y = f(x)$. Khi đề hỏi điểm cực trị của hàm số thì chỉ khoanh giá trị của x.
Quên kiểm tra điều kiện đạo hàm đổi dấu qua điểm dừng ($f'(x_0) = 0$)	Thấy $f'(x_0) = 0$ liền vội vàng kết luận x_0 là điểm cực trị mà không kiểm tra xem đạo hàm $f'(x)$ có đổi dấu qua x_0 hay không (trường hợp nghiệm bội chẵn).	Điều kiện cần và đủ để x_0 là điểm cực trị: $f'(x)$ phải đổi dấu khi đi qua x_0. Nếu x_0 là nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x) = 0$ thì qua đó $f'(x)$ không đổi dấu nên x_0 không phải là điểm cực trị.
Đọc nhầm đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ thành đồ thị hàm số $y = f(x)$	Khi đề bài cho đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$, học sinh tìm khoảng đồng biến bằng cách nhìn vào các nhánh đồ thị đi lên thay vì nhìn phần đồ thị nằm phía trên trục hoành Ox.	Quy tắc đọc đồ thị $f'(x)$: Phần đồ thị nằm phía trên Ox tương ứng $f'(x) > 0$ (hàm số $f(x)$ đồng biến); phần nằm dưới Ox tương ứng $f'(x) < 0$ (hàm số $f(x)$ nghịch biến); giao điểm cắt xuyên qua Ox là điểm cực trị của $f(x)$.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 5 - 6)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

• Củng cố định nghĩa giá trị lớn nhất (GTLN - max), giá trị nhỏ nhất (GTNN - min) của hàm số trên một tập hợp số D. Phân biệt rõ cực trị và GTLN/GTNN.

• Nắm vững định lí về sự tồn tại Max/Min của hàm số liên tục trên một đoạn $[a;b]$ và quy tắc 3 bước tìm GTLN, GTNN trên đoạn không cần lập bảng biến thiên.

• Thành thạo phương pháp lập bảng biến thiên để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một khoảng hoặc nửa khoảng $(a;b), [a;b), (a;b]$.

• Nắm vững 3 bước mô hình hóa toán học để giải quyết các bài toán tối ưu hóa thực tiễn: (1) Thiết lập hàm số và xác định miền xác định; (2) Khảo sát tìm Max/Min bằng đạo hàm hoặc bất đẳng thức; (3) Kết luận ý nghĩa thực tiễn.

2. Về năng lực

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Biết chuyển đổi các bài toán thực tiễn (cắt gấp hộp carton 60cm, nồng độ muối, nồng độ thuốc trong máu, tốc độ lây lan virus $N(t)$, dao động điều hòa, chi phí sản xuất gốm sứ, thiết kế hộp đáy vuông diện tích 108 cm^2, thiết kế bình hình trụ 1000 cm^3, tối ưu chi phí vận chuyển xe tải, doanh thu khách sạn, áp phích in chữ...) thành bài toán tìm cực trị và Max/Min.

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Phân tích, tổng hợp thông tin, thiết lập bảng biến thiên chính xác, phân biệt giữa giá trị lớn nhất của đại lượng với tốc độ thay đổi nhanh nhất.

• **Năng lực số và công nghệ thông tin:** Sử dụng thành thạo máy tính Casio fx-580VNX/880BTG chức năng Menu 8 (Table) để quét bảng dò tìm nhanh GTLN, GTNN; khai thác phần mềm GeoGebra 3D để trực quan hóa không gian gấp hộp và bình hình trụ; thực hành luyện tập trên các nền tảng khảo thí số trực tuyến.

• **Năng lực giao tiếp toán học:** Tự tin trình bày lời giải, bảo vệ quan điểm giải toán trước lớp, lắng nghe và phản biện tích cực.

3. Về phẩm chất

• **Chăm chỉ và kiên trì:** Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác khi thực hiện các phép tính đạo hàm, giải phương trình $y' = 0$ và so sánh các giá trị biên.

• **Trách nhiệm và yêu thích môn học:** Nhận thức rõ vai trò thiết thực của Giải tích và Tối ưu hóa trong sản xuất, kinh doanh và đời sống hàng ngày.

thuvientoanhoc.com

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên đề 2 tiết; Bộ slide trình chiếu PowerPoint bóc tách các hình vẽ SGK (Hình 1.14 tấm bìa carton, Hình 1.15 đồ thị hàm số, Hình 1.17 chiếc hộp không nắp); File mô phỏng 3D GeoGebra bài toán gấp hộp và bình hình trụ; Máy tính kết nối máy chiếu; vở ghi bài và số 2.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Kết nối tri thức tập 1 trang 15 - 19); Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG; Vở ghi bài và bút dạ viết bảng nhóm; Điện thoại thông minh/máy tính bảng kết nối internet để làm bài đánh giá trực tuyến.

3. Hệ thống hình vẽ & sơ đồ toán học trực quan (12 hình chuẩn gắn liền đề bài): Bộ 12 sơ đồ, mô hình hình học và đồ thị giải tích độ phân giải cao gắn liền trực tiếp với đề bài các bài toán có hình (không lộ kết quả): (1) Đồ thị virus N(t) (SGK tr. 18); (2) Tấm bìa carton 60cm cắt góc gập hộp (SGK tr. 15); (3) Máng trượt nước Luyện tập 1a (SGK tr. 17); (4) Rào vườn 60m giáp bờ tường; (5) Bố cục tấm áp phích 300 cm²; (6) Hộp đáy vuông diện tích 108 cm² (SGK tr. 19); (7) Bình hình trụ 1000 cm³ (SGK tr. 19); (8) Bể bơi 288 m³ đáy dài gấp đôi rộng; (9) Sơ đồ tuyến ống ngầm ven biển ra đảo; (10) Lon nước ngọt 330ml; (11) Đồ thị hàm số liên tục trên [0; 3] (SGK tr. 16, Câu 1 Phần I); (12) Rào đất 2 ngăn 120m giáp bờ tường (Câu 6 Phần III).

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Định nghĩa, định lý hàm liên tục và quy tắc 3 bước tìm GTLN, GTNN trên một đoạn.

- Tiết 2: Mô hình hóa tối ưu hóa thực tiễn (gấp hộp carton, bể bơi, rào đất, máng trượt nước).

TIẾT 1: ĐỊNH NGHĨA & QUY TẮC TÌM GTLN, GTNN TRÊN MỘT ĐOẠN - CÁC DẠNG TOÁN THỰC TẾ

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ ÔN TẬP LÝ THUYẾT NỀN TẢNG (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh tái hiện chính xác định nghĩa GTLN, GTNN, phân biệt với cực trị; nắm vững định lý Weierstrass về hàm liên tục trên đoạn và thành thạo thuật toán 3 bước tìm Max/Min trên đoạn $[a; b]$.

b) Nội dung: Học sinh hoàn thành nhiệm vụ khởi động trên vở ghi bài (Nhiệm vụ 1: Nhận diện đồ thị SGK Hình 1.15; Nhiệm vụ 2: Điền khuyết quy tắc 3 bước).

c) Sản phẩm: Câu trả lời đúng của học sinh trên bảng nhóm và vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu slide Đồ thị Hình 1.15 (SGK trang 16) và đặt 2 câu hỏi phát vấn: 1. Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$, hãy chỉ ra điểm có tung độ cao nhất và điểm có tung độ thấp nhất? Suy ra $max_{[0;3]} f(x)$ và $min_{[0;3]} f(x)$? 2. Nhắc lại quy tắc 3 bước tìm GTLN, GTNN của hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ mà không cần lập bảng biến thiên?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát màn hình máy chiếu, theo dõi đồ thị Hình 1.15 và đọc vở ghi bài.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV quan sát học sinh suy nghĩ cá nhân trong 2 phút, gợi ý chú ý đến các điểm đầu mút $x = 0, x = 3$ và điểm cực trị $x = 1$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm việc cá nhân, đối chiếu đồ thị: Điểm cao nhất là $(3; 3)$, điểm

thuvientoanhoc.com

	thấp nhất là $(1;-1)$. Viết nhanh 3 bước quy tắc vào vở nháp.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: GV chỉ định 1 học sinh trả lời câu hỏi 1 và 1 học sinh lên bảng viết tóm tắt 3 bước của quy tắc. Cho học sinh khác nhận xét, bổ sung.	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** HS đại diện phát biểu: Trên đoạn $[0;3]$, $maxy = 3$ (đạt tại $x = 3$) và $miny = -1$ (đạt tại $x = 1$). HS 2 viết 3 bước quy tắc lên bảng.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại kiến thức cốt lõi: - Max/Min có thể đạt tại điểm cực trị hoặc tại hai đầu mút. - Mọi hàm số liên tục trên đoạn đóng $[a;b]$ đều luôn luôn có cả GTLN và GTNN. - Nhấn mạnh: Nếu khoảng mở $(a;b)$ thì hàm số có thể không có Max hoặc không có Min!	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh lắng nghe GV nhận xét, ghi nhớ định lý tồn tại Max/Min trên đoạn đóng và chuẩn bị bước vào Hoạt động 2.

📌 TÓM TẮT QUY TẮC TÌM GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ F(X) LIÊN TỤC TRÊN ĐOẠN [A; B]

- Bước 1: Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a;b)$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
- Bước 2: Tính các giá trị $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ và hai đầu mút $f(a), f(b)$.
- Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số vừa tính:

  $M = max_{[a;b]} f(x); m = min_{[a;b]} f(x)$.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (25 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán Max/Min qua cả 3 dạng thức trắc nghiệm mới của Bộ GD&ĐT (MCQ 4 lựa chọn, Trắc nghiệm Đúng/Sai, Trả lời ngắn), tập trung vào các bài toán thực tiễn và hạn chế tối đa tham số.

b) Nội dung: Học sinh làm việc cá nhân và theo nhóm hoàn thành hệ thống bài toán phân hóa trong vở ghi bài (gồm 7 câu MCQ, 5 câu Đúng/Sai lớn, 5 câu Trả lời ngắn):

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (07 CÂU PHÂN HÓA):

• **Câu 1.** . Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$ là:

A. 3. **B.** -1. **C.** 195. **D.** 0.

• **Câu 2.** . Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$ bằng:

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

• **Câu 3.** . Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 24 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 36 cm^2. **B.** 24 cm^2. **C.** 48 cm^2. **D.** 32 cm^2.

• **Câu 4.** . Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 2 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

• **Câu 5.** . Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x+1)e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

thuvientoanhoc.com

A. $2e$. **B.** e. **C.** 0. **D.** 2.

• **Câu 6.** . Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng:

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

• **Câu 7.** . Nồng độ của một loại thuốc trong máu của bệnh nhân sau t giờ tiêm vào cơ thể được xác định bởi hàm số $C(t) = \frac{2t}{t^2+1}$ (mg/lít) với $t \geq 0$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị cao nhất bằng:

A. 1 mg/lít. **B.** 2 mg/lít. **C.** 0,5 mg/lít. **D.** 1,5 mg/lít.

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (05 CÂU LỚN = 20 Ý):

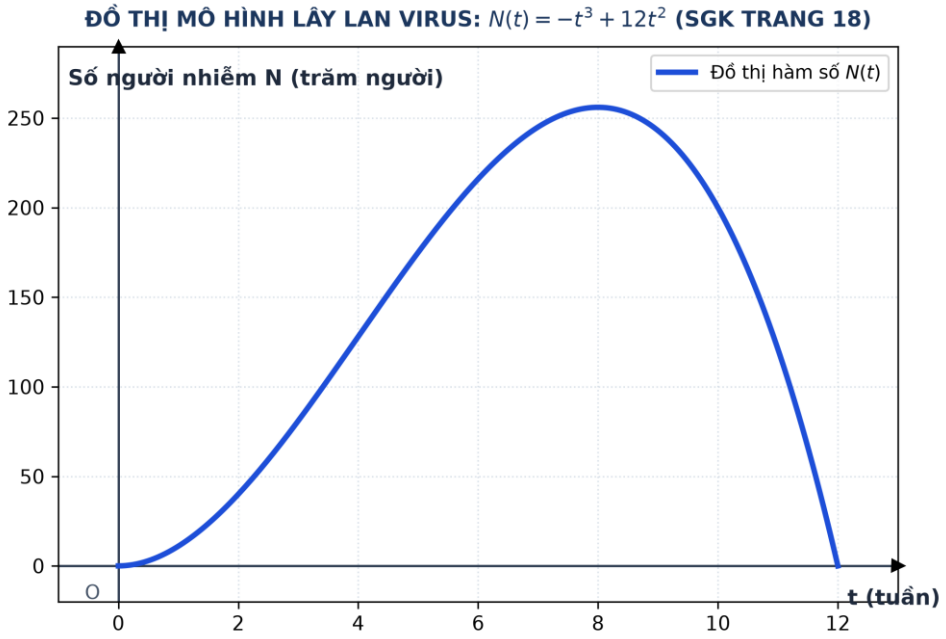
• **Câu 8.** . Sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tính bằng tuần).

a) Số người bị nhiễm bệnh sau 2 tuần kể từ khi bùng phát là 40 trăm người (4 000 người).

b) Đạo hàm biểu thị tốc độ lây lan của virus tại thời điểm t là $N'(t) = -3t^2 + 24t$ (trăm người/tuần).

c) Số người bị nhiễm bệnh đạt tối đa là 256 trăm người (25 600 người) tại thời điểm $t = 8$ tuần.

d) Tốc độ lây lan của virus là nhanh nhất tại thời điểm $t = 6$ tuần.



Hình 1: Đồ thị hàm số mô hình hoá sự lây lan của virus N(t) = -t³ + 12t² (SGK Toán 12 KNTT tr. 18, Câu 8 Dạng 2)

• **Câu 9.** . Cho hàm số $y = \frac{x^2-2x+3}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

a) Biểu thức hàm số có thể viết lại dưới dạng $y = x - 1 + \frac{2}{x-1}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 1 - \frac{2}{(x-1)^2}$ với mọi $x > 1$.

c) Trên khoảng $(1;+\infty)$, phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1 + \sqrt{2}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng $2\sqrt{2}$.

• **Câu 10.** . Nồng độ muối $C(t)$ (tính theo g/lít) trong một bể chứa sau t phút kể từ lúc bắt đầu bơm nước muối vào bể được xác định bởi hàm số $C(t) = \frac{40t}{10+t}$ với $t \geq 0$.

a) Tại thời điểm bắt đầu bơm ($t = 0$), nồng độ muối trong bể bằng 0 g/lít.

b) Đạo hàm $C'(t) = \frac{400}{(10+t)^2} > 0, \forall t \geq 0$, do đó nồng độ muối trong bể luôn tăng theo thời gian.

c) Sau 30 phút, nồng độ muối trong bể đạt giá trị bằng 30 g/lít.

d) Nồng độ muối trong bể có thể vượt quá 45 g/lít nếu thời gian bơm đủ lâu.

thuvientoanhoc.com

• **Câu 11.** . Một vật dao động điều hòa có li độ phụ thuộc vào thời gian t (giây) theo phương trình $x(t) = 4\cos(2t + \frac{\pi}{3}) + 3$ (cm) với $t \in [0; \pi]$.

a) Tập giá trị của hàm số $\cos(2t + \frac{\pi}{3})$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $[-1; 1]$.

b) Li độ lớn nhất của vật đạt được là $max_{[0;\pi]}x(t) = 7$ cm.

c) Li độ nhỏ nhất của vật đạt được là $min_{[0;\pi]}x(t) = -1$ cm.

d) Vận tốc tức thời của vật là $v(t) = x'(t) = -8\sin(2t + \frac{\pi}{3})$ (cm/s). Vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian trên bằng 4 cm/s.

• **Câu 12.** . Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất gốm sứ có hàm tổng chi phí sản xuất x sản phẩm (chiếc) mỗi ngày là $C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 500$ (nghìn đồng) với $0 \le x \le 25$.

a) Chi phí cố định khi xưởng chưa sản xuất sản phẩm nào ($x = 0$) là 500 nghìn đồng.

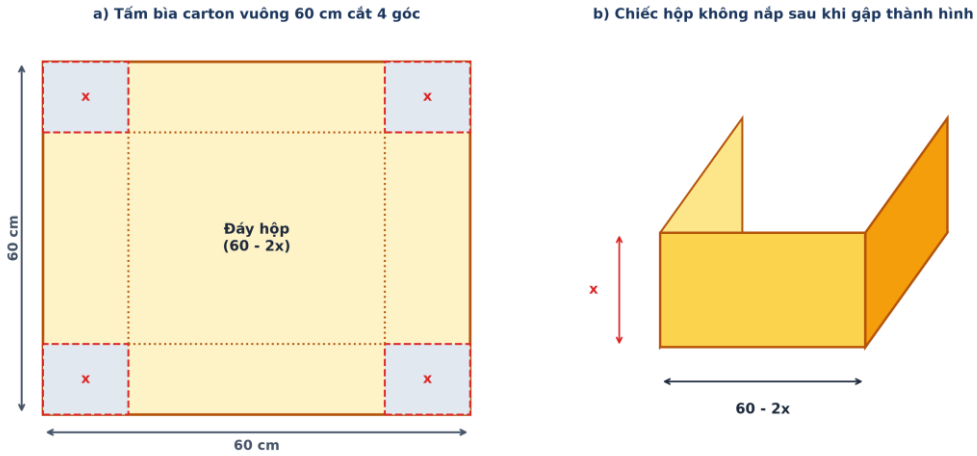
b) Tốc độ thay đổi chi phí (chi phí biên) tại mức sản lượng x là $C'(x) = 3x^2 - 60x + 400$ (nghìn đồng/sản phẩm).

c) Chi phí biên $C'(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi sản xuất $x = 10$ sản phẩm.

d) Chi phí biên nhỏ nhất của xưởng gốm sứ là 50 nghìn đồng/sản phẩm.

DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (05 CÂU VẬN DỤNG THỰC TẾ):

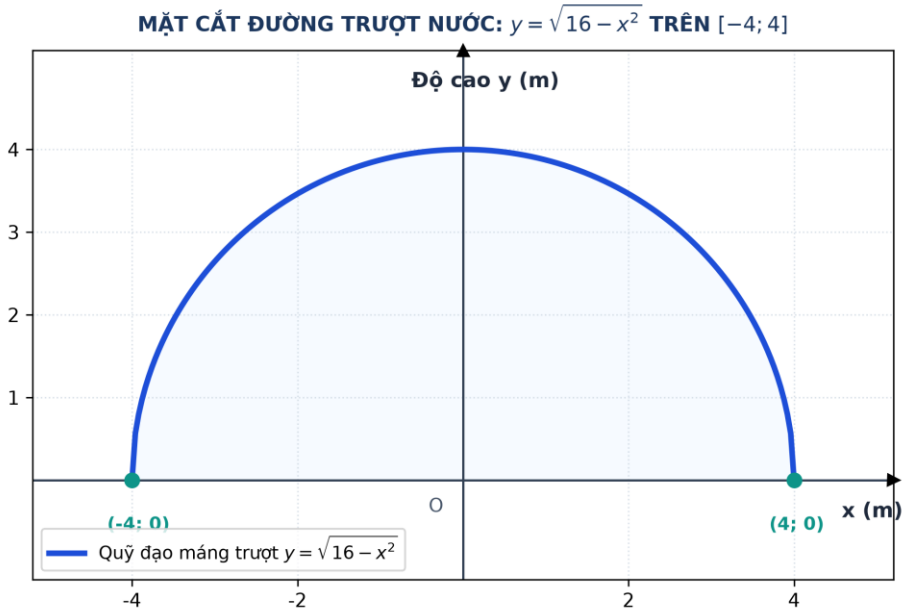
• **Câu 13.** . Từ một tấm bìa carton hình vuông có cạnh dài 60 cm, người ta cắt bỏ bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc có cạnh là x (cm) rồi gập lại thành một chiếc hộp chữ nhật không nắp (Hình 1.14 SGK). Để chiếc hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh x của hình vuông bị cắt phải bằng bao nhiêu centimét?



Hình 2: Tấm bìa carton vuông 60 cm cắt 4 góc và mô hình chiếc hộp không nắp sau khi gập (SGK Toán 12 KNTT tr. 15, 17, Câu 13)

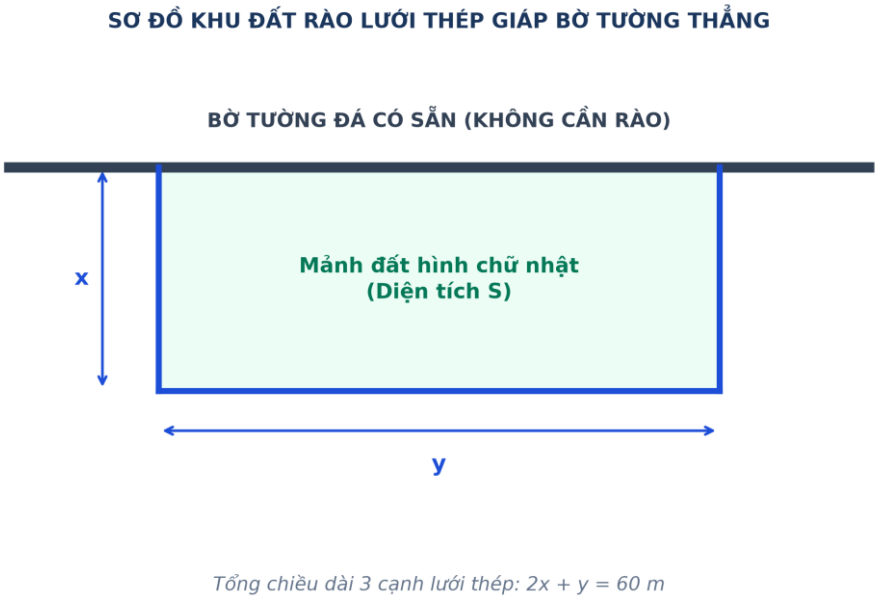
• **Câu 14.** . Một khu vui chơi thiết kế đường trượt có quỹ đạo cắt ngang mô phỏng bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ với $x \in [-4; 4]$ (đơn vị: mét). Điểm cao nhất của đường trượt so với mặt đất bằng bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Mặt cắt đường trượt máng nước theo đường cong y = √(16 - x²) trên [-4; 4] (SGK Toán 12 KNTT tr. 17, Câu 14)

• **Câu 15.** . Một bác nông dân muốn dùng 60 m lưới thép để rào thành một khu đất hình chữ nhật có một cạnh giáp bờ tường nhà kiên cố (không phải rào cạnh này). Để diện tích khu đất rào được là lớn nhất thì diện tích đó bằng bao nhiêu mét vuông?



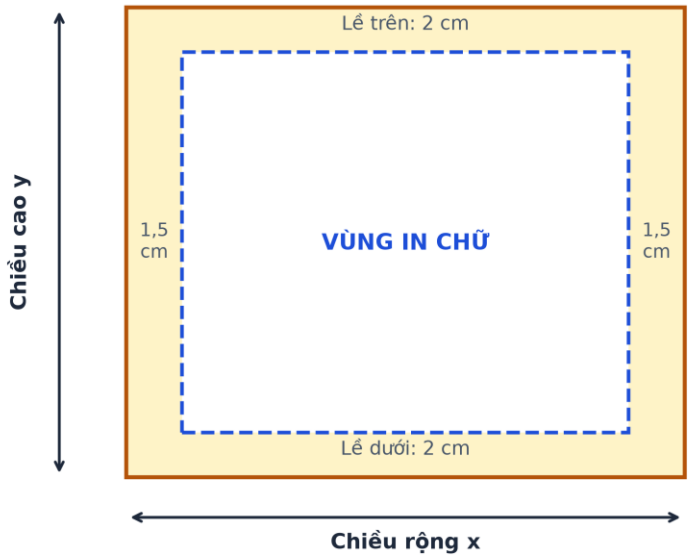
Hình 4: Sơ đồ mảnh đất hình chữ nhật rào bằng 60 m lưới thép giáp bờ tường có sẵn (Câu 15 Dạng 3 Tiết 1)

• **Câu 16.** . Cho hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

• **Câu 17.** . Một trang áp phích quảng cáo hình chữ nhật có tổng diện tích bằng 300 cm^2. Phần in chữ nằm ở giữa với lề trên và lề dưới mỗi bên rộng 2 cm, lề trái và lề phải mỗi bên rộng 1,5 cm. Gọi x (cm) là chiều rộng của toàn bộ tờ áp phích ($x > 3$). Diện tích phần in chữ lớn nhất bằng bao nhiêu centimét vuông?

thuvientoanhoc.com

QUY CÁCH BỐ CỤC TẤM ÁP PHÍCH QUẢNG CÁO



Hình 5: Bố cục kích thước tấm áp phích quảng cáo 300 cm² có lề trên/dưới 2 cm, trái/phải 1,5 cm (Câu 17 Dạng 3 Tiết 1)

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và phiếu bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập lớn giải quyết 17 câu hỏi phân hóa: - Nhóm 1: Giải quyết Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 7 - MCQ phân hóa). - Nhóm 2: Giải quyết Dạng 2 (Câu 8 - Virus, Câu 9 - Phân thức $x-1+2/(x-1)$, Câu 10 - Nồng độ muối). - Nhóm 3: Giải quyết Dạng 2 (Câu 11 - Dao động điều hòa, Câu 12 - Chi phí biên) và Dạng 3 (Câu 13 - Hộp carton 60cm, Câu 14 - Máng trượt). - Nhóm 4: Giải quyết Dạng 3 (Câu 15 - Rào vườn 60m lưới, Câu 16 - Hàm $x+9/x$, Câu 17 - Áp phích quảng cáo 300 cm²). GV trình chiếu mô hình 3D GeoGebra minh họa gấp hộp cho nhóm 3 và đường cong nồng độ thuốc cho nhóm 1.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các nhóm nhận vở ghi bài, phân công nhiệm vụ giải toán cho từng thành viên theo chuyên môn.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát các nhóm, hướng dẫn học sinh dùng máy tính Casio fx-580VNX/880BTG Menu 8 (Table) để quét nhanh Max/Min và kiểm chứng lời giải tự luận. Nhắc nhở nhóm 3 và 4 áp dụng bất đẳng thức Cô-si để tìm cực trị nhanh.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm việc tích cực, thực hiện đạo hàm, lập bảng biến thiên, áp dụng BĐT Cô-si và sử dụng máy tính Casio để dò giá trị Max/Min.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi đại diện 4 nhóm lên bảng trình bày:	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày lời

thuvientoanhoc.com

+ Nhóm 1: C1: $min = -1$ (B). C2: $max = 1$ (A). C3: $S_{max} = 36$ cm^2 (A). C4: $min = 0$ tại $x = 1$ (A). C5: $max = 2e$ (A). C6: $y' = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow max = 2$ (A). C7: $C'(t) = \frac{2(1-t^2)}{(t^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow C_{max} = 1$ mg/lít (A). + Nhóm 2: C8: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (đỉnh parabol tại $t = 4$ tuần). C9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ (BĐT Cô-si $x - 1 + 2/(x-1) \geq 2\sqrt{2}$). C10: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (tiệm cận ngang $C = 40$ g/lít nên không thể vượt quá 45). + Nhóm 3: C11: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (vận tốc cực đại $v_{max} = 8$ cm/s do $v(t) = -8\sin(2t + \pi/3)$). C12: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (chi phí biên nhỏ nhất $C'(10) = 3(100) - 60(10) + 400 = 100$ nghìn đồng). C13: $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ cm. Điền 10. C14: $max = 4$ m. Điền 4. + Nhóm 4: C15: $S(x) = x(60 - 2x) \Rightarrow x = 15 \Rightarrow S_{max} = 450$ m^2. Điền 450. C16: Cô-si $x + 9/x \geq 6 \Rightarrow min = 6$. Điền 6. C17: $S(x) = (x-3)(300/x - 4) = 312 - (4x + 900/x) \leq 312 - 120 = 192$ cm^2 tại $x = 15$ cm. Điền 192.	giải chi tiết. Học sinh dưới lớp đối chiếu kết quả, tranh luận sôi nổi về cách tìm đỉnh parabol của tốc độ lây lan virus ở Câu 8d, BĐT Cô-si ở Câu 9d và thiết kế lề áp phích ở Câu 17.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét và biểu dương khả năng phân tích toán học thực tế của các nhóm. Nhấn mạnh: Cần phân biệt rõ giữa 'giá trị lớn nhất của đại lượng' với 'tốc độ thay đổi (đạo hàm)'!	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh sửa bài, ghi nhớ phương pháp lập hàm thực tiễn, phân biệt hàm số gốc với hàm đạo hàm tốc độ thay đổi và chuẩn bị kỹ năng Casio Table.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO FX-580VNX/880BTG (7 phút)

a) Mục tiêu: Hướng dẫn học sinh sử dụng chức năng Bảng giá trị (Table) và Đạo hàm tại một điểm để tìm nhanh và kiểm tra GTLN, GTNN trong các bài thi trắc nghiệm tốt nghiệp.

b) Nội dung: Thực hành bấm máy Casio fx-580VNX tìm Max/Min của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ (Luyện tập 2a SGK trang 18).

c) Sản phẩm: Thao tác bấm máy thành thạo của học sinh: Menu 8 → Nhập hàm số → Start: 0, End: 2, Step: $2/29$ hoặc $2/40$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu hướng dẫn các phím bấm Casio fx-580VNX/880BTG chức năng Menu 8 (Table). Yêu cầu HS tìm Max, Min của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 2$ trên $[0; 2]$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh cầm máy tính Casio, theo dõi thao tác mẫu trên màn hình máy chiếu.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát màn hình máy tính của các bàn, nhắc nhở quy tắc chọn Step: Step $= \frac{\text{End}-\text{Start}}{29}$ hoặc 40 để không bị lọt điểm cực trị.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS nhập hàm số, thiết lập khoảng $[0; 2]$ với Step $= 2/29 \approx 0{,}0689$, quan sát cột $f(x)$.

thuvientoanhoc.com

Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi 1 học sinh đọc kết quả dò được trên màn hình Casio: $min = 2$ (tại $x = 0$), $max = 16$ (tại $x = 2$).	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Học sinh báo cáo kết quả quét bảng: Giá trị nhỏ nhất là $f(0) = 2$, giá trị lớn nhất là $f(2) = 16$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét và lưu ý: Máy tính cầm tay là công cụ hỗ trợ tuyệt vời, tuy nhiên cần nắm chắc bản chất tự luận để tránh sai số khi điểm đạt Max/Min là số vô tỉ.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh ghi quy tắc thiết lập bảng Casio vào sổ tay công nghệ.

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC & GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 2 (3 phút)

• **Nội dung:** GV dặn dò học sinh hoàn thành các bài tập 1.10, 1.12 trong SGK trang 19. Giao nhiệm vụ chuẩn bị trước Bài 1.14 (thiết kế hộp chữ nhật) và Bài 1.15 (thiết kế bình hình trụ) cho Tiết 2.

TIẾT 2: MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC TỐI ƯU HÓA THỰC TIỄN & LUYỆN ĐỀ CHUẨN FORM 2025

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ TRỰC QUAN HÓA BÀI TOÁN TỐI ƯU KHÔNG GIAN (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh nhận thức được ý nghĩa kinh tế và kỹ thuật của việc tối ưu hóa chi phí sản xuất và thể tích vật thể trong thực tiễn.

b) Nội dung: Trực quan hóa Bài 1.14 và 1.15 SGK trang 19 bằng mô hình động 3D GeoGebra.

c) Sản phẩm: Nhận thức của học sinh về mối quan hệ giữa biến số kích thước và hàm mục tiêu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu mô hình 3D chiếc hộp chữ nhật không nắp có diện tích bề mặt 108 cm^2 và chiếc bình hình trụ 1000 cm^3. GV kéo thanh trượt bán kính r và cạnh đáy x để HS thấy thể tích và diện tích bề mặt thay đổi liên tục.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát mô hình chuyển động 3D trên màn hình chiếu, nhận thấy hình hộp khi đáy quá rộng thì chiều cao bị ép lùn lại làm thể tích giảm, khi đáy quá hẹp thì thể tích cũng bé.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đặt câu hỏi: Làm thế nào tìm được kích thước chính xác để thể tích hộp là lớn nhất hoặc chi phí làm bình hình trụ là ít nhất? Nêu 3 bước mô hình hóa toán học?	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh suy nghĩ về các công thức hình học liên quan ($V = x^2h, S = x^2 + 4xh, V = \pi r^2 h$).
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi 1 học sinh nêu 3 bước: (1) Đặt ẩn và lập hàm mục tiêu; (2) Tìm tập xác định và khảo sát hàm số; (3) Kết luận kết quả thực tế.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Học sinh nêu rõ 3 bước mô hình hóa bài toán thực tế.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại sơ đồ tư duy mô hình hóa toán học và chuyển sang Hoạt động 2.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh chuẩn bị bước vào Hoạt động 2 để giải quyết trọn vẹn các bài toán thực tiễn.

thuvientoanhoc.com

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU BÀI TOÁN TỐI ƯU THỰC TIỄN THEO 3 DẠNG THỨC 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo giải quyết các bài toán tối ưu hóa thực tiễn bám sát SGK Kết nối tri thức (kinh tế, kỹ thuật, vật lý, đời sống) theo đầy đủ 3 dạng thức đề thi Tốt nghiệp THPT 2025.

b) Nội dung: Học sinh giải quyết hệ thống bài toán thực tế phong phú trong vở ghi bài:

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (06 CÂU THỰC TẾ):

• **Câu 1.** Một công ty sản xuất bán sản phẩm với hàm lợi nhuận theo sản lượng x (chiếc) là $P(x) = -x^3 + 30x^2 + 7200x - 10000$ (nghìn đồng, $x \geq 0$). Để lợi nhuận thu được là lớn nhất thì công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

A. 60 chiếc. **B.** 50 chiếc. **C.** 40 chiếc. **D.** 70 chiếc.

• **Câu 2.** Một quả bóng được ném thẳng đứng từ độ cao 2 m với phương trình độ cao $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (m) ($t \geq 0$). Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được là:

A. 32,625 m. **B.** 30 m. **C.** 24,5 m. **D.** 35 m.

• **Câu 3.** Chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm của xưởng mộc là $AC(x) = x + 10 + \frac{100}{x}$ (nghìn đồng) với $x > 0$ là số sản phẩm. Giá trị nhỏ nhất của chi phí trung bình là:

A. 30 nghìn đồng. **B.** 20 nghìn đồng. **C.** 25 nghìn đồng. **D.** 35 nghìn đồng.

• **Câu 4.** Một chiếc xe tải chạy quãng đường 120 km với vận tốc không đổi v (km/h) ($40 \leq v \leq 90$). Chi phí nhiên liệu cho mỗi giờ chạy xe là $C_1(v) = 20 + \frac{v^2}{45}$ (nghìn đồng/giờ). Chi phí cố định trả cho tài xế là 60 nghìn đồng/giờ. Vận tốc xe cần chạy để tổng chi phí chuyến đi là nhỏ nhất là:

A. 60 km/h. **B.** 50 km/h. **C.** 70 km/h. **D.** 80 km/h.

• **Câu 5.** Một khách sạn có 50 phòng. Khi giá thuê mỗi phòng là 400 nghìn đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết. Cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 nghìn đồng/phòng/ngày thì có thêm 2 phòng bị bỏ trống. Giá thuê mỗi phòng phải bằng bao nhiêu để tổng doanh thu một ngày của khách sạn đạt mức tối đa?

A. 450 nghìn đồng. **B.** 480 nghìn đồng. **C.** 420 nghìn đồng. **D.** 500 nghìn đồng.

• **Câu 6.** Phản ứng của cơ thể với liều lượng x mg của một loại thuốc đặc trị được mô tả bởi hàm số $R(x) = 9x^2 - \frac{x^3}{2}$ với $0 \leq x \leq 18$. Liều lượng thuốc x bằng bao nhiêu miligam để phản ứng của cơ thể là mạnh nhất?

A. 12 mg. **B.** 9 mg. **C.** 6 mg. **D.** 15 mg.

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý):

• **Câu 7.** . Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 (Hình 1.17 SGK). Gọi x (cm) là độ dài cạnh đáy và h (cm) là chiều cao của chiếc hộp ($x > 0, h > 0$).

a) Diện tích bề mặt của chiếc hộp được tính bởi công thức $S = x^2 + 4xh = 108$ cm^2.

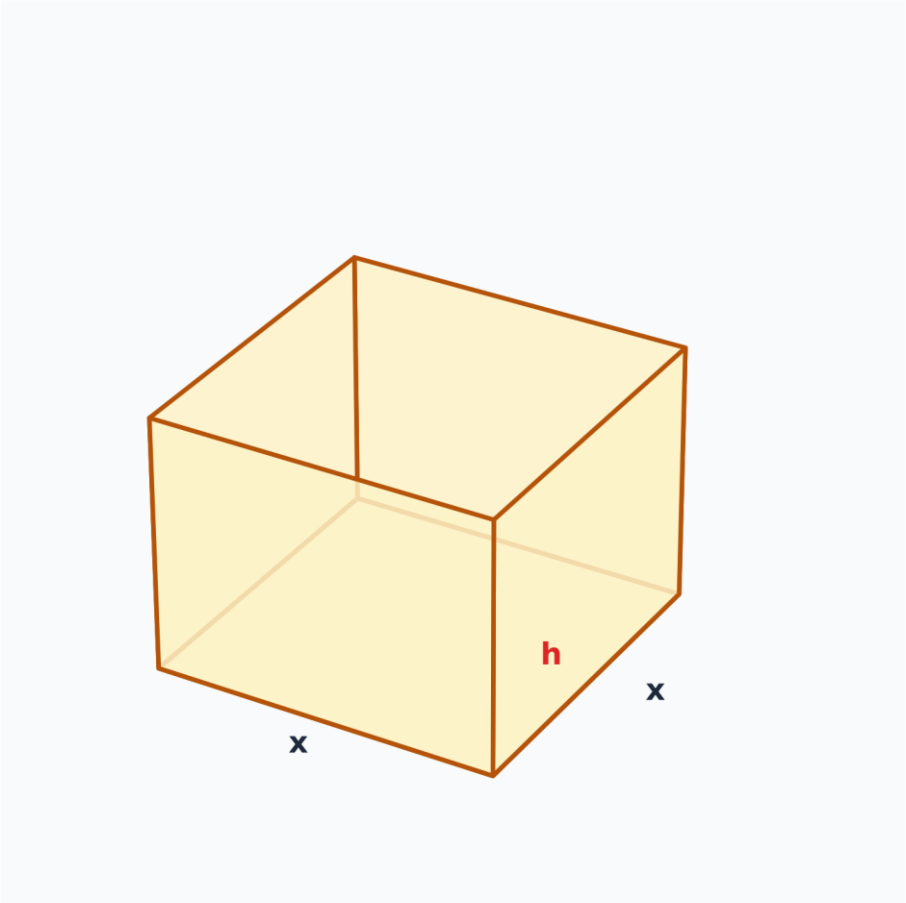
b) Chiều cao h của chiếc hộp biểu diễn theo x là $h = \frac{108 - x^2}{4x}$.

c) Thể tích của chiếc hộp là hàm số $V(x) = 27x - \frac{x^3}{4}$ xác định trên khoảng $(0; 6\sqrt{3})$.

d) Để thể tích chiếc hộp là lớn nhất thì cạnh đáy phải bằng $x = 6$ cm và thể tích cực đại là 108 cm^3.

thuvientoanhoc.com

MÔ HÌNH HỘP HÌNH HỘP CHỮ NHẬT KHÔNG NẮP ĐÁY VUÔNG



Hình 6: Mô hình chiếc hộp hình hộp chữ nhật không nắp đáy vuông diện tích toàn phần 108 cm² (SGK Toán 12 KNTT tr. 19, Câu 7 Dạng 2)

• **Câu 8.** . Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích $V = 1000$ cm^3. Mặt trên và mặt dưới của bình làm bằng vật liệu giá 1,2 nghìn đồng/cm^2, mặt bên làm bằng vật liệu giá 0,75 nghìn đồng/cm^2. Gọi r, h là bán kính đáy và chiều cao bình $(r > 0, h > 0)$.

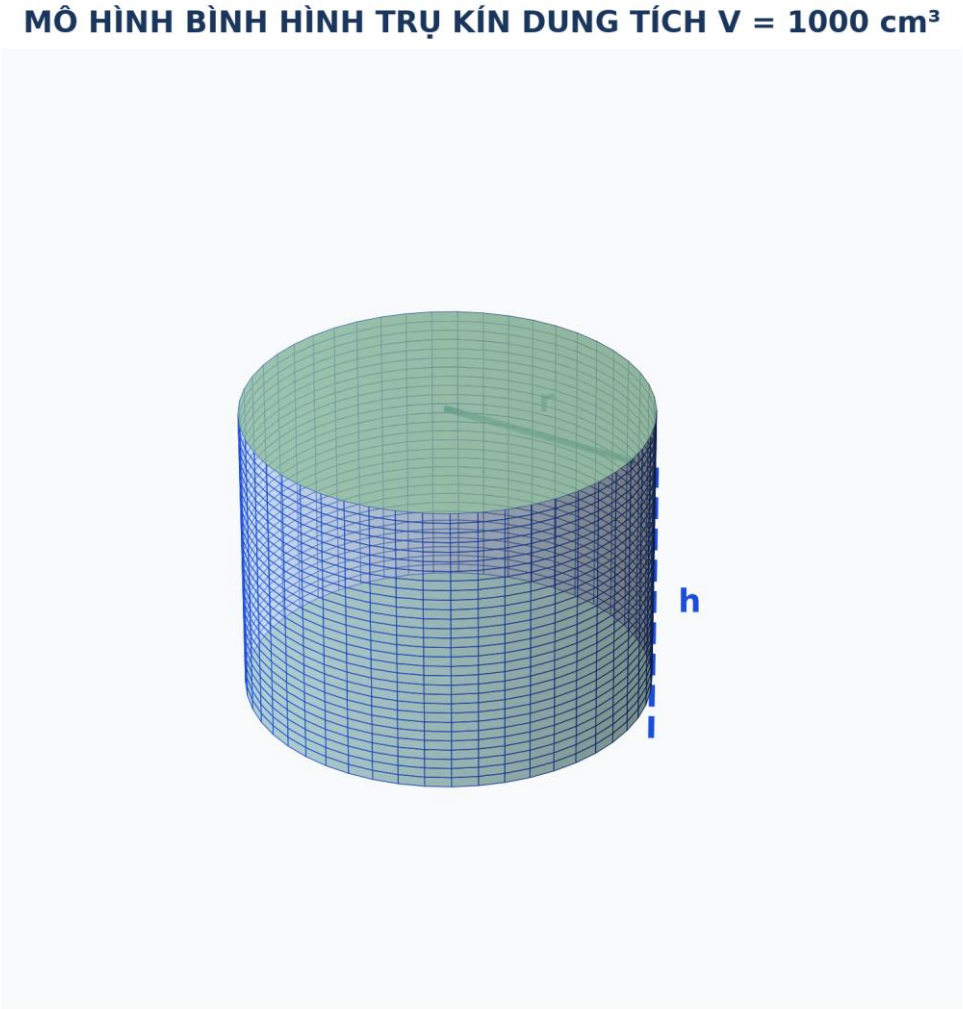
a) Chiều cao h của bình biểu diễn theo bán kính đáy r là $h = \frac{1000}{\pi r^2}$ (cm).

b) Tổng diện tích hai mặt đáy bình là $2\pi r^2$ và diện tích mặt bên là $2\pi rh = \frac{2000}{r}$ (cm^2).

c) Hàm số biểu thị tổng chi phí vật liệu sản xuất bình là $C(r) = 2{,}4\pi r^2 + \frac{1500}{r}$ (nghìn đồng).

d) Chi phí vật liệu sản xuất chiếc bình là nhỏ nhất khi bán kính đáy bằng $r \approx 4{,}6$ cm.

thuvientoanhoc.com



Hình 7: Mô hình chiếc bình hình trụ kín dung tích 1000 cm³ (SGK Toán 12 KNTT tr. 19, Câu 8 Dạng 2)

• **Câu 9.** . Một khu nghỉ dưỡng muốn xây một hồ bơi ngoài trời không nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 288 m³. Đáy hồ bơi có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng gạch men để ốp toàn bộ bề mặt bên trong hồ (gồm 1 mặt đáy và 4 mặt xung quanh). Gọi x (m) là chiều rộng đáy hồ ($x > 0$).

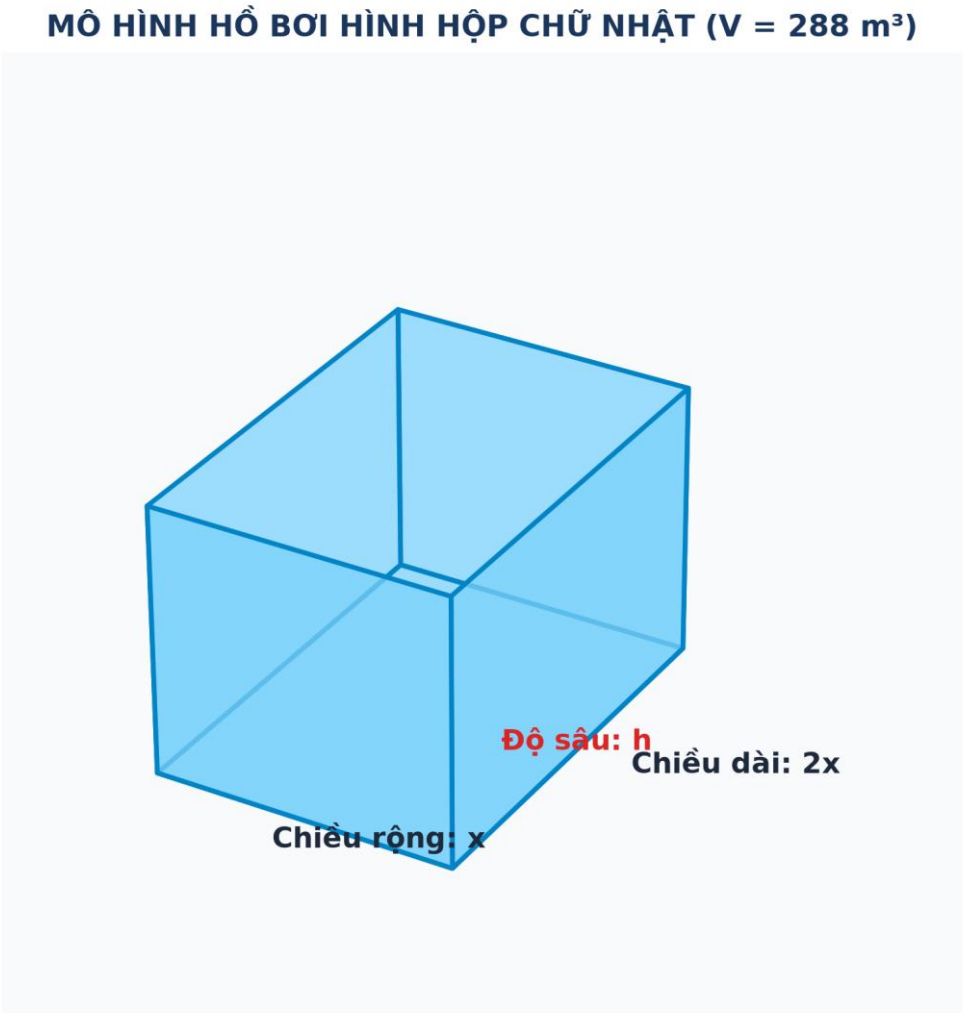
a) Diện tích mặt đáy của hồ bơi là $S_{\text{đáy}} = 2x^2$ (m^2).

b) Chiều sâu của hồ bơi là $h = \frac{144}{x^2}$ (m).

c) Tổng diện tích bề mặt cần lát gạch men là hàm số $S(x) = 2x^2 + \frac{864}{x}$ (m^2).

d) Diện tích lát gạch men là nhỏ nhất khi chiều rộng đáy hồ bằng $x = 8$ m.

thuvientoanhoc.com



Hình 8: Mô hình hồ bơi hình hộp chữ nhật thể tích 288 m³ có chiều dài đáy gấp đôi chiều rộng (Câu 9 Dạng 2 Tiết 2)

• **Câu 10.** . Một trạm kiểm lâm S nằm trên bờ biển thẳng, một hòn đảo I nằm cách bờ biển một khoảng $IH = 4$ km (H là hình chiếu vuông góc của I lên bờ biển). Khoảng cách $SH = 9$ km. Người ta cần lắp đặt đường ống dẫn nước ngọt từ trạm S đến đảo I qua một điểm trung chuyển M nằm giữa S và H trên bờ biển. Chi phí đặt 1 km ống trên bờ là 30 triệu đồng, chi phí đặt 1 km ống ngầm dưới biển là 50 triệu đồng. Đặt $MH = x$ km $(0 \le x \le 9)$.

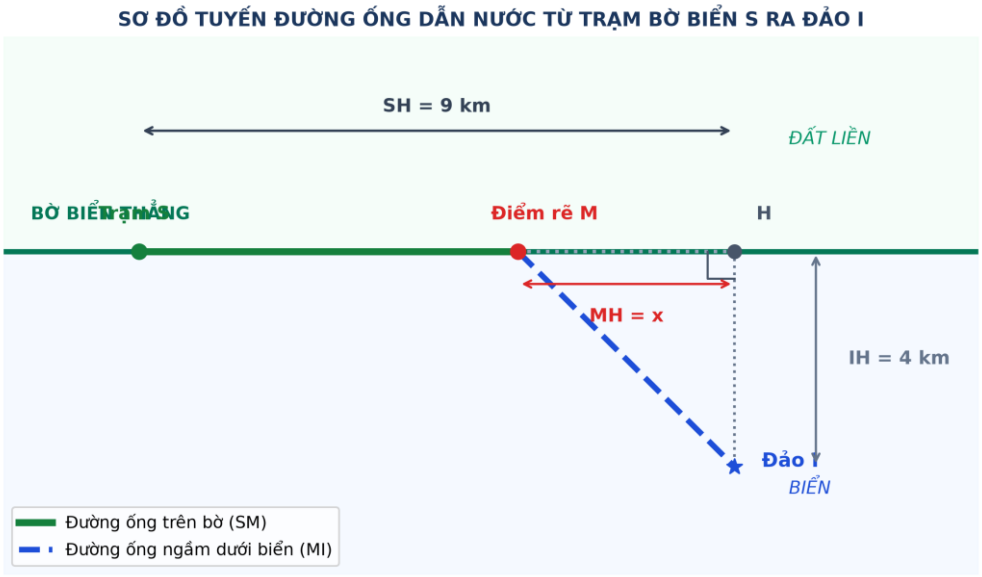
a) Chiều dài đường ống đặt trên bờ là $SM = 9 - x$ (km).

b) Chiều dài đường ống ngầm dưới đáy biển là $MI = \sqrt{x^2 + 16}$ (km).

c) Hàm tổng chi phí lắp đặt là $f(x) = 30(9 - x) + 50\sqrt{x^2 + 16}$ (triệu đồng).

d) Chi phí lắp đặt toàn bộ đường ống là nhỏ nhất khi chọn vị trí điểm M cách H một khoảng $x = 3$ km.

thuvientoanhoc.com



Hình 9: Sơ đồ tuyến lắp đặt đường ống dẫn nước ngọt từ trạm bờ biển S ra đảo I (Câu 10 Dạng 2 Tiết 2)

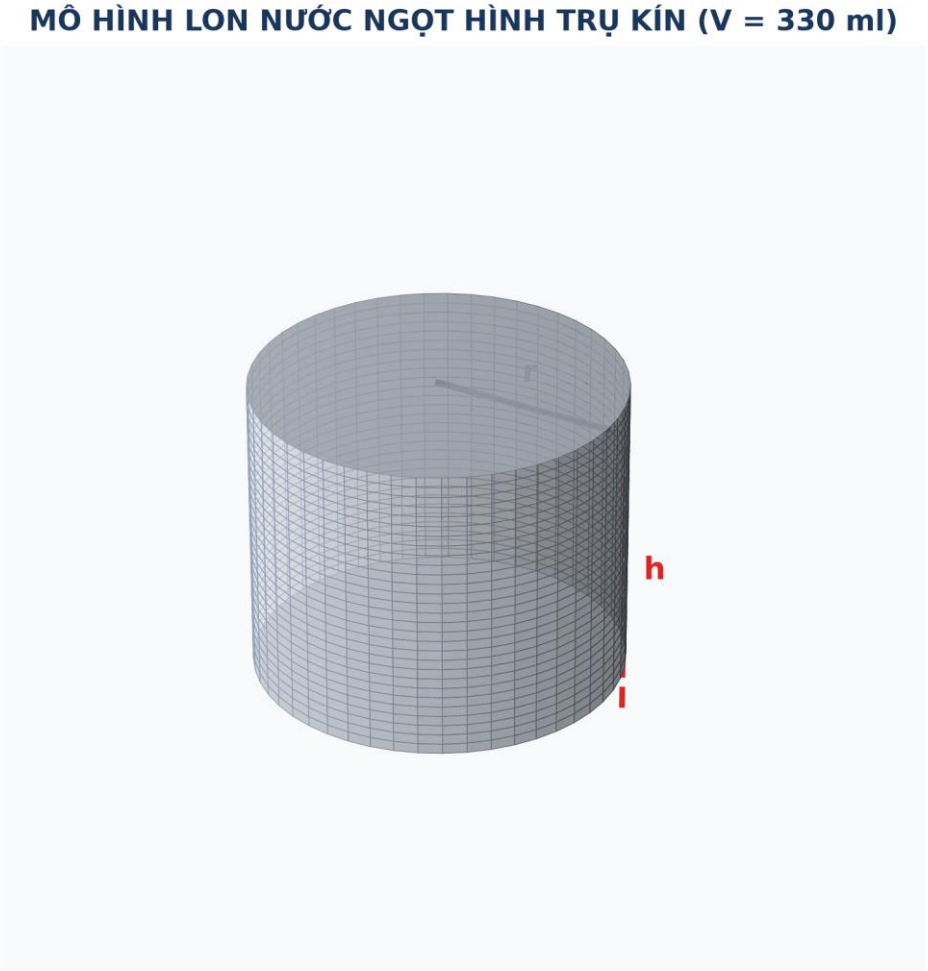
DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (05 CÂU VẬN DỤNG THỰC TẾ):

• **Câu 11.** . Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích $V = 1000\ \text{cm}^3$. Mặt trên và mặt dưới của bình được làm bằng vật liệu có giá 1,2 nghìn đồng/cm^2, trong khi mặt bên của bình được làm bằng vật liệu có giá 0,75 nghìn đồng/cm^2. Hãy tính bán kính đáy r (cm) của chiếc bình để chi phí vật liệu sản xuất mỗi chiếc bình là nhỏ nhất. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười, ví dụ: 4.6)

• **Câu 12.** Bác thợ rào một khu đất hình chữ nhật có diện tích 800 m^2 nằm dọc theo một bờ sông thẳng (phía giáp bờ sông không cần rào). Bác chỉ cần dùng lưới rào 3 cạnh còn lại (2 chiều rộng và 1 chiều dài). Chiều rộng của khu đất cần chọn bằng bao nhiêu mét để tổng chiều dài hàng rào là ngắn nhất?

• **Câu 13.** Một nhà máy sản xuất lon nước ngọt bằng nhôm hình trụ kín có dung tích $V = 330\ \text{cm}^3$. Bán kính đáy r (cm) của lon nước ngọt phải bằng bao nhiêu để diện tích toàn phần của lon là nhỏ nhất (tiết kiệm vỏ nhôm nhất)? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười, ví dụ: 3.7)

thuvientoanhoc.com



Hình 10: Mô hình lon nước ngọt bằng nhôm hình trụ kín dung tích 330 ml (Câu 13 Dạng 3 Tiết 2)

• **Câu 14.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 24t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét, $0 \le t \le 8$). Vận tốc tức thời của chất điểm là $v(t) = s'(t)$. Vận tốc lớn nhất mà chất điểm đạt được trong 8 giây đầu bằng bao nhiêu mét/giây?

• **Câu 15.** Một rạp chiếu phim có sức chứa 400 chỗ ngồi. Khi giá vé là 80 nghìn đồng thì rạp luôn bán hết vé. Nghiên cứu thị trường cho thấy: Cứ mỗi lần tăng giá vé thêm 10 nghìn đồng thì lượng vé bán ra sẽ giảm đi 20 vé. Hỏi rạp chiếu phim nên ấn định giá vé bằng bao nhiêu nghìn đồng để tổng doanh thu một buổi chiếu đạt mức lớn nhất?

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và phiếu làm bài của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp làm việc theo nhóm 6 học sinh: - Bàn 1, 2: Giải Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 6). - Bàn 3, 4: Giải Dạng 2 (Câu 7 - Chiếc hộp đáy vuông; Câu 8 - Bình hình trụ; Câu 9 - Bể bơi; Câu 10 - Đường ống ngầm). - Bàn 5, 6: Giải Dạng 3 (Câu 11 đến Câu 15 - Bình trụ, Rào đất, Lon nhôm 330ml, Vận tốc max, Vé xem phim). GV yêu cầu các nhóm mô hình hóa rõ: Đặt ẩn là gì? Điều kiện của ẩn? Hàm mục tiêu là gì? Khảo sát đạo hàm ra sao?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các bàn thảo luận phân công nhiệm vụ, mở vở ghi bài.

thuvientoanhoc.com

Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi kiểm tra từng bàn, nhắc nhở các em: + Chú ý đơn vị tính và điều kiện thực tế của biến. + Sử dụng máy tính Casio quét Table để dự đoán nhanh đáp án trước khi tính đạo hàm chính xác. + Khi giải phương trình $C'(r) = 0$, có thể dùng lệnh SHIFT SOLVE để tìm nghiệm xấp xỉ.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thiết lập phương trình, rút đại lượng phụ thuộc theo ẩn chính, tính đạo hàm và lập bảng biến thiên. Kiểm tra lại bằng phím SOLVE và Table trên Casio.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Đại diện các bàn lên bảng trình bày: + Bàn 1, 2: Câu 1: $P'(x) = 0 \Rightarrow x = 60$. Câu 2: $h'(t) = 0 \Rightarrow t = 2{,}5 \Rightarrow h_{max} = 32{,}625$ m. Câu 3: $AC'(x) = 0 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow min = 30$. Câu 4: $C'(v) = -9600/v^2 + 8/3 = 0 \Rightarrow v = 60$ km/h. Câu 5: $R'(x) = 200 - 80x = 0 \Rightarrow x = 2{,}5 \Rightarrow$ Giá phòng 450k (A). Câu 6: $R'(x) = 18x - 1{,}5x^2 = 0 \Rightarrow x = 12$ mg. + Bàn 3, 4: Câu 7: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($x = 6$ cm, $V = 108$ cm^3). Câu 8: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($r \approx 4{,}6$ cm). Câu 9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (vì $x = 6$ m chứ không phải 8 m). Câu 10: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($x = 3$ km). + Bàn 5, 6: Câu 11: Điền 4.6. Câu 12: $2x + y = 800/x \Rightarrow x =$ 20 m. Điền 20. Câu 13: $r = \sqrt[3]{165/\pi} \approx 3{,}7$ cm. Điền 3.7. Câu 14: $v(t) = -3t^2 + 18t + 24 \Rightarrow v_{max} = 51$ m/s. Điền 51. Câu 15: $R'(x) = 2400 - 400x = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow$ Giá vé 140k. Điền 140.	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** Đại diện học sinh lên bảng trình bày chi tiết các bước thiết lập hàm mục tiêu và đạo hàm. Học sinh cả lớp chú ý lắng nghe, so sánh các cách giải và phản biện.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng kết: Dù bài toán thực tế có vỏ bọc phức tạp (kinh tế, kỹ thuật, vật lý) thì cốt lõi toán học đều quy về 3 bước: (1) Biểu diễn đại lượng cần tối ưu theo 1 biến số duy nhất; (2) Tìm tập xác định thực tế; (3) Khảo sát tìm Max/Min bằng đạo hàm hoặc Casio Table.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh hoàn thiện các bài toán vào vở, nắm vững thuật toán mô hình hóa tối ưu hóa thực tiễn để vận dụng cho mọi đề thi tốt nghiệp.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ & NĂNG LỰC SỐ MÔ HÌNH HÓA GEOGEBRA 3D (7 phút)

a) Mục tiêu: Khai thác phần mềm hình học động GeoGebra 3D để trực quan hóa sự phụ thuộc giữa các kích thước trong không gian và kiểm chứng kết quả bài toán tối ưu.

b) Nội dung: Quan sát mô hình 3D biến đổi chiếc hộp chữ nhật $S = 108$ cm^2 và bình hình trụ $V = 1000$ cm^3.

c) Sản phẩm: Học sinh hiểu sâu sắc tại sao khi $x = 6$ cm thì hộp có thể tích lớn nhất và khi $r \approx 4{,}6$ cm thì diện tích vỏ bình nhỏ nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV mở file GeoGebra 3D trực quan, thay đổi giá trị của thanh trượt x từ 1 đến 10 trên màn hình máy chiếu, cho học sinh quan sát đồ thị thể tích $V(x)$	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát màn hình mô phỏng 3D, theo dõi điểm cực trị chuyển

thuvientoanhoc.com

đạt đỉnh tại điểm $(6;108)$.	động trên đồ thị.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV hướng dẫn học sinh cách tải app GeoGebra 3D trên điện thoại thông minh để tự mô phỏng các bài toán hình học không gian tối ưu.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh ghi chép lại địa chỉ web GeoGebra để về nhà thực hành trên máy tính cá nhân.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Học sinh phát biểu cảm nhận về sự kết nối giữa hình học trực quan và đại số giải tích.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Học sinh khẳng định sự trùng khớp tuyệt đối giữa kết quả giải tích tự luận và mô phỏng số.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhấn mạnh: Công nghệ số giúp chúng ta nhìn thấy hình ảnh cụ thể của toán học trừu tượng, tăng cường trực giác không gian.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh nâng cao năng lực ứng dụng công nghệ trong học tập môn Toán.

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT BÀI HỌC & HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VỀ NHÀ (3 phút)

• **Hướng dẫn số:** GV quét mã QR Code trên màn hình để học sinh tham gia làm Bộ đề ôn tập rèn luyện đánh giá năng lực gồm 20 câu hỏi trên nền tảng Azota / Google Forms. Hạn nộp bài trước 22h00 cùng ngày.

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Bộ đề được thiết kế chuẩn cấu trúc định dạng đề thi Tốt nghiệp THPT từ năm 2025 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, hạn chế tối đa tham số, tập trung toàn diện vào năng lực tư duy toán học và năng lực mô hình hóa thực tiễn.

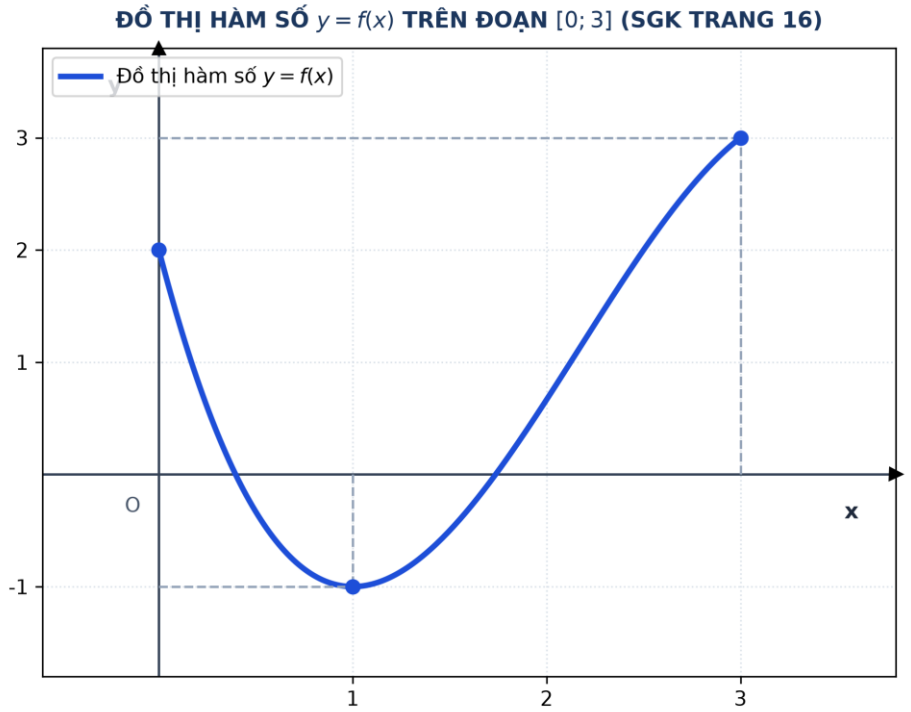
PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$ có đồ thị như Hình 1.15 (SGK trang 16). Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ bằng:

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

thuvientoanhoc.com



Hình 11: Đồ thị hàm số y = f(x) trên đoạn [0; 3] (SGK Toán 12 KNTT tr. 16, Câu 1 Phần I)

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

A. 16. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên tập số thực $\mathbb{R}$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 5. Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 24 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 36 cm^2. **B.** 24 cm^2. **C.** 48 cm^2. **D.** 32 cm^2.

Câu 6.Một công ty sản xuất một loại bóng đèn với hàm lợi nhuận theo giá bán p (nghìn đồng) là $L(p) = -10p^2 + 1200p - 20000$ (nghìn đồng). Để lợi nhuận đạt mức tối đa thì giá bán mỗi chiếc bóng đèn phải là:

A. 60 nghìn đồng. **B.** 50 nghìn đồng. **C.** 70 nghìn đồng. **D.** 80 nghìn đồng.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$ bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9.Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình quãng đường $s(t) = -t^3 + 6t^2 + 15t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét, $t \geq 0$). Vận tốc tức thời của vật đạt giá trị lớn nhất bằng:

A. 27 m/s. **B.** 15 m/s. **C.** 24 m/s. **D.** 30 m/s.

Câu 10.Một chiếc hộp sữa chua có dạng hình trụ tròn kín dung tích V không đổi. Để diện tích toàn phần của vỏ hộp là nhỏ nhất (tiết kiệm vật liệu nhựa nhất) thì tỉ số giữa chiều cao h và đường kính đáy $2r$ của hộp sữa chua phải bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 0,5. **D.** $\sqrt{2}$.

thuvientoanhoc.com

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Sự lây lan của một loại virus ở một địa phương được mô hình hoá bởi hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \le t \le 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tính bằng tuần).

a) Ngay tại thời điểm bùng phát dịch ($t = 0$), số người bị nhiễm bệnh là 0 người.

b) Đạo hàm biểu thị tốc độ lây lan của virus tại thời điểm t là $N'(t) = -3t^2 + 24t$ (trăm người/tuần).

c) Số người bị nhiễm bệnh tại địa phương đạt tối đa là 256 trăm người (tương đương 25 600 người) sau 8 tuần.

d) Tốc độ lây lan của virus đạt giá trị lớn nhất sau 6 tuần kể từ khi dịch bùng phát.

Câu 2. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp hình hộp chữ nhật không nắp có đáy hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 (Hình 1.17 SGK). Gọi độ dài cạnh đáy là x (cm) và chiều cao là h (cm) $(x > 0, h > 0)$.

a) Diện tích toàn phần bề mặt chiếc hộp là $S = x^2 + 4xh = 108$ cm^2.

b) Chiều cao của hộp biểu diễn theo x là $h = \frac{108 - x^2}{4x}$.

c) Thể tích của hộp là hàm số $V(x) = 27x - \frac{x^3}{4}$ với $0 < x < 6\sqrt{3}$.

d) Chiếc hộp có thể tích lớn nhất khi cạnh đáy bằng $x = 6$ cm và thể tích lớn nhất đó bằng 108 cm^3.

Câu 3. Một công ty cần sản xuất bình đựng hình trụ kín dung tích $V = 1000$ cm^3. Chi phí làm 2 nắp đáy là 1,2 nghìn đồng/cm^2, làm mặt bên là 0,75 nghìn đồng/cm^2. Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao chiếc bình $(r > 0, h > 0)$.

a) Chiều cao h của bình biểu diễn theo bán kính đáy r là $h = \frac{1000}{\pi r^2}$ (cm).

b) Tổng diện tích hai mặt đáy bình là $S_{\text{đáy}} = 2\pi r^2$ (cm^2) và diện tích mặt bên là $S_{\text{bên}} = \frac{2000}{r}$ (cm^2).

c) Hàm số biểu thị tổng chi phí vật liệu sản xuất một chiếc bình là $C(r) = 2{,}4\pi r^2 + \frac{1500}{r}$ (nghìn đồng).

d) Chi phí vật liệu sản xuất chiếc bình là nhỏ nhất khi bán kính đáy bằng $r = 6{,}5$ cm.

Câu 4. Một đoàn tàu hỏa chạy tuyến đường dài 200 km với vận tốc không đổi v (km/h) $(30 \le v \le 120)$. Chi phí nhiên liệu đốt than cho mỗi giờ chạy tàu tỷ lệ thuận với bình phương vận tốc: $C_1(v) = 2v^2$ (nghìn đồng/giờ). Chi phí cố định cho nhân viên phục vụ và khấu hao thiết bị là 3200 nghìn đồng/giờ.

a) Thời gian tàu chạy hết quãng đường 200 km là $t = \frac{200}{v}$ (giờ).

b) Tổng chi phí cố định cho chuyến đi là $C_2(v) = \frac{640000}{v}$ (nghìn đồng).

c) Hàm số biểu diễn tổng chi phí vận hành chuyến tàu theo vận tốc v là $C(v) = 400v + \frac{640000}{v}$ (nghìn đồng).

d) Để chi phí chuyến đi nhỏ nhất thì vận tốc tàu cần chạy là $v = 40$ km/h và chi phí nhỏ nhất là 32000 nghìn đồng (32 triệu đồng).

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (06 CÂU THỰC TẾ)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Viết kết quả dưới dạng số.

Câu 1. Từ một tấm bìa carton hình vuông cạnh 60 cm, người ta cắt bỏ bốn hình vuông bằng nhau có cạnh x (cm) ở bốn góc rồi gập thành một chiếc hộp không nắp (Hình 1.14 SGK). Tìm x (cm) để thể tích hộp là lớn nhất.

Câu 2. Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích $V = 1000$ cm^3. Mặt trên và mặt dưới của bình làm bằng vật liệu giá 1,2 nghìn đồng/cm^2, mặt bên làm bằng vật liệu giá 0,75 nghìn đồng/cm^2. Hãy tính bán kính đáy r (cm) của chiếc bình để chi phí vật liệu là nhỏ nhất. (Làm tròn đến hàng phần mười, ví dụ: 4.6)

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Một bác nông dân cần làm hàng rào lưới thép quanh một khu đất hình chữ nhật có diện tích 800 m^2 (một cạnh dài của khu đất đã có sẵn bờ tường đá nên không cần rào). Bác chỉ rào 2 cạnh chiều rộng và 1 cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều rộng của khu đất cần rào bằng bao nhiêu mét để chiều dài lưới thép là ít nhất?

Câu 4. Một khách sạn có 60 phòng. Nếu giá thuê mỗi phòng là 500 nghìn đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết. Cứ mỗi lần tăng giá thuê thêm 20 nghìn đồng/phòng/ngày thì có thêm 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi giá thuê mỗi phòng nên đặt là bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của khách sạn trong một ngày đạt giá trị lớn nhất?

Câu 5. Một tên lửa mô hình bắn lên từ mặt đất chuyển động theo phương thẳng đứng với phương trình độ cao $h(t) = -t^3 + 15t^2 + 72t$ (t tính bằng giây, h tính bằng mét, $0 \le t \le 12$). Vận tốc tức thời của tên lửa là $v(t) = h'(t)$. Hỏi vận tốc lớn nhất của tên lửa đạt được trong khoảng thời gian trên bằng bao nhiêu mét/giây?

Câu 6. Bác Ba có một đoạn lưới thép dài 120 m muốn rào một khu đất hình chữ nhật giáp bờ tường đá (không cần rào cạnh bờ tường) và chia khu đất đó thành 2 ngăn bằng nhau bởi một vách ngăn lưới thép song song với chiều rộng của khu đất. Hỏi diện tích lớn nhất của toàn bộ khu đất rào được là bao nhiêu mét vuông?



Hình 12: Sơ đồ rào khu đất hình chữ nhật giáp bờ tường chia làm 2 ngăn bằng 120 m lưới thép (Câu 6 Phần III)

VI. ĐÁP ÁN & HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN

1. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH

Phần	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Phần I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
Phần II	C1: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ	C3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C4: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ						

thuvientoanhoc.com

Phần III	C1: 10	C2: 4.6	C3: 20	C4: 550	C5: 147	C6: 600				

2. LỜI GIẢI CHI TIẾT TỪNG PHẦN

PHẦN I (10 CÂU):

Câu 1: Nhìn đồ thị Hình 1.15 SGK, điểm thấp nhất trên đoạn $[0;3]$ có tọa độ $(1;-1)$, do đó $min_{[0;3]}y = -1$. Chọn A.

Câu 2: Ta có $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4}) \le \sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{\pi}{4} \in [0;2\pi]$. Vậy $max = \sqrt{2}$. Chọn A.

Câu 3: $y' = 6x^2 - 6x + 5 = 6(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{7}{2} > 0, \forall x$. Hàm số luôn đồng biến trên $[0;2]$ nên $max_{[0;2]}y = y(2) = 2(8) - 3(4) + 5(2) + 2 = 16$. Chọn A.

Câu 4: $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$. Ta có $y(0) = 3, y(\pm 1) = 2$. Khi $x \to \pm\infty, y \to +\infty$. Do đó $min_{\mathbb{R}}y = 2$. Chọn A.

Câu 5: Chu vi $2(x+y) = 24 \Rightarrow y = 12 - x$ $(0 < x < 12)$. Diện tích $S(x) = x(12-x) = -x^2 + 12x = 36 - (x-6)^2 \le 36$. Dấu bằng khi $x = 6$ cm (hình vuông). Chọn A.

Câu 6: $L'(p) = -20p + 1200 = 0 \Leftrightarrow p = 60$ nghìn đồng. Vì $a = -10 < 0$ nên tại $p = 60$ lợi nhuận đạt cực đại. Chọn A.

Câu 7: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0;2]$. Ta có $y(0) = 2, y(1) = 0, y(2) = 4$. Do đó $max_{[0;2]}y = 4$. Chọn A.

Câu 8: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [2;4]$. Hàm số luôn nghịch biến trên $[2;4]$ nên $min_{[2;4]}y = y(4) = \frac{2(4)+1}{4-1} = \frac{9}{3} = 3$. Chọn A.

Câu 9: Vận tốc $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t + 15 = -3(t-2)^2 + 27 \le 27$ m/s. Dấu bằng đạt được khi $t = 2$ s. Chọn A.

Câu 10: Thể tích $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$. Diện tích toàn phần $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$. Đạo hàm $S'_{tp} = 4\pi r - \frac{2V}{r^2} = 0 \Leftrightarrow 4\pi r^3 = 2V = 2(\pi r^2 h) \Leftrightarrow 2r = h \Leftrightarrow \frac{h}{2r} = 1$. Chọn A.

PHẦN II (4 CÂU LỚN = 16 Ý):

• Câu 1. a) ĐÚNG. Tại $t = 0$, $N(0) = 0$ người.

b) ĐÚNG. Tốc độ lây lan là đạo hàm $N'(t) = -3t^2 + 24t$ (trăm người/tuần).

c) ĐÚNG. $N'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t(t-8) = 0 \Leftrightarrow t = 8$ (do $t \in (0;12)$). Bảng biến thiên cho thấy $N(t)$ đạt cực đại tại $t = 8$. Số người nhiễm tối đa là $N(8) = -(8)^3 + 12(8)^2 = 256$ trăm người (25 600 người).

d) SAI. Tốc độ lây lan là $v(t) = N'(t) = -3t^2 + 24t$. Đây là hàm bậc hai có đỉnh parabol tại $t = -\frac{24}{2(-3)} = 4$ tuần. Tốc độ lây lan đạt đỉnh tại $t = 4$ tuần với $v(4) = 48$ trăm người/tuần (không phải $t = 6$).

• Câu 2. a) ĐÚNG. Chiếc hộp không nắp gồm 1 đáy hình vuông diện tích x^2 và 4 mặt bên diện tích $4xh$, tổng diện tích $S = x^2 + 4xh = 108$ cm^2.

b) ĐÚNG. Từ $x^2 + 4xh = 108 \Rightarrow 4xh = 108 - x^2 \Rightarrow h = \frac{108-x^2}{4x}$.

c) ĐÚNG. Thể tích $V(x) = x^2 h = x^2 \cdot \frac{108-x^2}{4x} = \frac{108x - x^3}{4} = 27x - \frac{x^3}{4}$. Điều kiện $h > 0 \Leftrightarrow 108 - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$.

d) ĐÚNG. Đạo hàm $V'(x) = 27 - \frac{3x^2}{4}$. Cho $V'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{4} = 27 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 6$ cm (vì $x > 0$).

thuvientoanhoc.com

Bảng biến thiên cho thấy $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 6$ cm. Thể tích cực đại: $V(6) = 27(6) - \frac{6^3}{4} = 162 - 54 = 108$ cm^3. Chiều cao tương ứng $h = \frac{108-36}{24} = 3$ cm.

• Câu 3. a) ĐÚNG. Dung tích $V = \pi r^2 h = 1000 \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2}$ (cm).

b) ĐÚNG. Hai mặt đáy có diện tích $S_{\text{đáy}} = 2\pi r^2$ (cm^2). Mặt bên xung quanh có diện tích $S_{\text{bên}} = 2\pi rh = 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = \frac{2000}{r}$ (cm^2).

c) ĐÚNG. Tổng chi phí là $C(r) = 1{,}2(2\pi r^2) + 0{,}75(\frac{2000}{r}) = 2{,}4\pi r^2 + \frac{1500}{r}$ (nghìn đồng).

d) SAI. $C'(r) = 4{,}8\pi r - \frac{1500}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r^3 = \frac{1500}{4{,}8\pi} \approx 99{,}47 \Rightarrow r = \sqrt[3]{99{,}47} \approx 4{,}63$ cm $\approx 4{,}6$ cm (không phải 6,5 cm).

• Câu 4. a) ĐÚNG. Thời gian đi hết quãng đường là $t = \frac{s}{v} = \frac{200}{v}$ (giờ).

b) ĐÚNG. Tổng chi phí cố định là $C_2(v) = 3200 \times t = 3200 \times \frac{200}{v} = \frac{640000}{v}$ (nghìn đồng).

c) ĐÚNG. Chi phí nhiên liệu cho chuyến đi là $C_1(v) \times t = 2v^2 \times \frac{200}{v} = 400v$ (nghìn đồng). Do đó tổng chi phí là $C(v) = 400v + \frac{640000}{v}$ (nghìn đồng).

d) ĐÚNG. $C'(v) = 400 - \frac{640000}{v^2} = 0 \Leftrightarrow v^2 = \frac{640000}{400} = 1600 \Leftrightarrow v = 40$ km/h. Chi phí nhỏ nhất là $C(40) = 400(40) + \frac{640000}{40} = 16000 + 16000 = 32000$ nghìn đồng (32 triệu đồng).

PHẦN III (6 CÂU TRẢ LỜI NGẮN):

Câu 1: Cắt bỏ 4 hình vuông cạnh x cm ($0 < x < 30$), đáy hộp là hình vuông cạnh $60 - 2x$ (cm), chiều cao x (cm). Thể tích hộp: $V(x) = x(60 - 2x)^2 = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$. Đạo hàm: $V'(x) = 12x^2 - 480x + 3600 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 40x + 300 = 0 \Leftrightarrow x = 10$ cm (nhận) hoặc $x = 30$ cm (loại). Vậy $x = 10$ cm. Đáp số điền: 10.

Câu 2: Như đã chứng minh ở Câu 3 Phần II, hàm chi phí $C(r) = 2{,}4\pi r^2 + \frac{1500}{r}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đạo hàm: $C'(r) = 4{,}8\pi r - \frac{1500}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1500}{4{,}8\pi}} \approx 4{,}633$ cm. Làm tròn đến hàng phần mười ta được $r = 4{,}6$ cm. Đáp số điền: 4.6.

Câu 3: Gọi chiều rộng khu đất là x (m) ($x > 0$). Chiều dài khu đất là $\frac{800}{x}$ (m). Do một cạnh dài đã có bờ tường nên chiều dài lưới rào cần dùng là $L(x) = 2x + \frac{800}{x}$ (m). Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương: $L(x) = 2x + \frac{800}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{800}{x}} = 2\sqrt{1600} = 80$ m. Dấu bằng xảy ra khi $2x = \frac{800}{x} \Leftrightarrow 2x^2 = 800 \Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow x = 20$ m. Đáp số điền: 20.

Câu 4: Gọi x là số lần tăng giá 20 nghìn đồng ($x \geq 0$). Khi đó giá thuê mỗi phòng là $500 + 20x$ (nghìn đồng), số phòng cho thuê được là $60 - 2x$ (phòng) ($0 \leq x < 30$). Tổng doanh thu của khách sạn là $R(x) = (500 + 20x)(60 - 2x) = 30000 + 200x - 40x^2$. Đạo hàm $R'(x) = 200 - 80x = 0 \Leftrightarrow x = 2{,}5$. Giá thuê mỗi phòng tối ưu là $500 + 20(2{,}5) = 550$ nghìn đồng. Đáp số điền: 550.

Câu 5: Vận tốc tức thời $v(t) = h'(t) = -3t^2 + 30t + 72$. Đây là tam thức bậc hai với hệ số $a = -3 < 0$. Ta viết lại: $v(t) = -3(t^2 - 10t) + 72 = -3(t - 5)^2 + 147 \leq 147$ m/s. Dấu bằng xảy ra khi $t = 5$ s $\in [0; 12]$. Vậy vận tốc lớn nhất là 147 m/s. Đáp số điền: 147.

Câu 6: Gọi chiều rộng khu đất là x (m) ($x > 0$). Vì khu đất chia thành 2 ngăn nên cần 3 đoạn lưới có chiều dài x (2 cạnh chiều rộng và 1 vách ngăn giữa). Chiều dài cạnh còn lại của khu đất là $y = 120 - 3x$ (m) ($0 < x < 40$). Diện tích toàn bộ khu đất là $S(x) = x(120 - 3x) = -3x^2 + 120x$. Đạo hàm $S'(x) = -6x + 120 = 0 \Leftrightarrow x = 20$ m. Diện tích cực đại tương ứng là $S(20) = 20(120 - 60) = 600$ m^2. Đáp số điền: 600.

thuvientoanhoc.com

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Quên kiểm tra điều kiện xảy ra dấu đẳng thức ($x_0 \in D$)	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy hoặc biến đổi hàm số tìm được $f(x) \geq m$ rồi vội vàng kết luận $min_D f(x) = m$ mà không kiểm tra xem dấu bằng $f(x) = m$ có nghiệm thuộc tập xác định hay không.	Bắt buộc chỉ ra giá trị $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$. Nếu không tồn tại $x_0 \in D$ thỏa mãn dấu bằng thì m không phải là GTNN của hàm số trên D.
Đồng nhất Giá trị cực trị với GTLN/GTNN trên khoảng mở $(a; b)$	Ngộ nhận rằng giá trị cực đại luôn là GTLN. Trên khoảng mở $(a; b)$, nếu giới hạn tại đầu mút tiến ra vô cực ($lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ hoặc $lim_{x \to b^-} f(x) = +\infty$) thì hàm số không tồn tại GTLN.	Luôn lập bảng biến thiên hoàn chỉnh trên $(a; b)$, tính giới hạn tại các đầu mút để so sánh giá trị cực trị với các giới hạn trước khi đưa ra kết luận GTLN/GTNN.
Bỏ quên giá trị tại hai đầu mút khi tìm GTLN/GTNN trên đoạn $[a; b]$	Khi tìm GTLN, GTNN trên đoạn $[a; b]$, học sinh chỉ giải phương trình $f'(x) = 0$ rồi so sánh các điểm cực trị mà bỏ qua việc tính giá trị $f(a)$ và $f(b)$.	Khắc sâu quy trình 3 bước chuẩn trên đoạn $[a; b]$: (1) Tìm các nghiệm $x_i \in (a; b)$ của $f'(x) = 0$; (2) Tính tập giá trị $\{f(x_i), f(a), f(b)\}$; (3) Số lớn nhất là Max, số nhỏ nhất là Min.
Bỏ qua điều kiện thực tế của biến số trong bài toán tối ưu hóa	Khi giải bài toán ứng dụng thực tế (cắt hộp tôn, rào vườn, chi phí), không đặt điều kiện chặt chẽ cho kích thước (như cạnh $x > 0, x < \frac{L}{2}$) dẫn đến chọn nghiệm cực trị ngoài khoảng thực tiễn.	Xác định rõ miền biến thiên thực tế $x \in (0; x_{max})$ trước khi lập hàm mục tiêu. Dùng tính năng Table (Menu 8 trên Casio fx-580VNX/880BTG) để rà soát điểm tối ưu thực tiễn.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 7 - 8)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

• Củng cố định nghĩa chính xác về đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thông qua ngôn ngữ giới hạn hàm số (lim).

• Thành thạo phương pháp xác định đường tiệm cận từ: (1) Bảng biến thiên có hình vẽ; (2) Đồ thị hàm số trực quan (Hình 1.18, 1.19, 1.21, 1.24, 1.26 SGK); (3) Công thức giải tích của hàm số (phân thức bậc 1/1, bậc 2/1, hàm chứa căn thức, hàm mũ).

• Nắm vững điều kiện tồn tại tiệm cận đứng: Nghiệm của mẫu số không làm triệt tiêu tử số (hoặc bậc của nghiệm dưới mẫu lớn hơn bậc nghiệm trên tử).

• Hiểu rõ ý nghĩa thực tiễn của các đường tiệm cận: Thể hiện trạng thái cân bằng dài hạn, ngưỡng bão hòa sinh học - hóa học, chi phí biên cố định khi quy mô sản xuất vô cùng lớn ($x \to +\infty$).

2. Về năng lực

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Biết mô hình hóa các bài toán thực tiễn (nồng độ dung dịch muối, khối lượng phóng xạ phân rã, chi phí loại bỏ tảo độc, chi phí bình quân sản xuất đồ gia dụng, chu vi mảnh vườn) thành bài toán khảo sát tiệm cận đứng, ngang, xiên.

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Nhận diện nhanh và chính xác số lượng đường tiệm cận; phân tích lập luận chặt chẽ tránh các bẫy trắc nghiệm (nghiệm triệt tiêu, tập xác định bị chặn).

• **Năng lực số và ứng dụng công nghệ:** Khai thác tối đa máy tính Casio fx-580VNX/880BTG phím CALC với $x = \pm 10^9$ (tiệm cận ngang) và $x = x_0 \pm 10^{-6}$ (tiệm cận đứng); sử dụng phần mềm GeoGebra nhập lệnh Asymptote trực quan hóa đồ thị; kiểm tra online qua nền tảng Azota / Onluyen.vn.

• **Năng lực giao tiếp toán học:** Diễn đạt rõ ràng, sử dụng ký hiệu toán học chính xác (phân biệt phương trình đường thẳng $x = a$ và $y = b$), chủ động trao đổi và phản biện trong hoạt động nhóm.

3. Về phẩm chất

• **Chăm chỉ và kiên trì:** Rèn luyện tính cẩn thận, tỉ mỉ khi tìm tập xác định, tính giới hạn và giải phương trình nghiệm mẫu.

• **Trách nhiệm:** Tự giác, trách nhiệm trong việc hoàn thành nhiệm vụ học tập cá nhân và hợp tác tích cực trong nhóm học tập.

• **Yêu thích môn học:** Cảm nhận được sự gắn kết mật thiết giữa giải tích toán học với các quy luật vận động trong tự nhiên và kinh tế.

thuvientoanhoc.com

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên đề 2 tiết; Slide trình chiếu PowerPoint bóc tách các đồ thị, bảng biến thiên SGK Kết nối tri thức (Hình 1.18 đến Hình 1.26); File mô phỏng GeoGebra trực quan hóa tiệm cận đứng, ngang, xiên; Đề khảo sát trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn; Hệ thống bài tập luyện tập chuyên đề.

- Danh mục 10 hình vẽ minh họa đồ thị, tiệm cận chuẩn bị sẵn (độ phân giải cao nhúng kèm hệ thống bài tập trực quan và thực tiễn, từ Hình 1 đến Hình 10).

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Tập 1 - Kết nối tri thức); Vở ghi bài, đồ dùng học tập; Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- Tiết 2: Đường tiệm cận xiên và bài toán thực tế (nồng độ muối, chi phí xử lý ô nhiễm).

A. TIẾN TRÌNH CÁC HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC TIẾT 1

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ ÔN TẬP ĐỊNH NGHĨA TIỆM CẬN ĐỨNG, NGANG (6 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang thông qua giới hạn hàm số; rèn luyện kỹ năng đọc bảng biến thiên và đồ thị SGK (Hình 1.18, 1.19).

b) Nội dung: Học sinh làm việc cá nhân thực hiện Nhiệm vụ khởi động (Đọc BBT nhận diện tiệm cận và điền khuyết định lý).

c) Sản phẩm: Câu trả lời miệng của học sinh và công thức ghi bảng chuẩn xác.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Slide Bảng biến thiên hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ và Hình 1.18 SGK. Đặt câu hỏi: 1. Khi $x \to +\infty$ và $x \to -\infty$, giá trị y tiến dần về số nào? Đồ thị tiến sát đường thẳng nào? 2. Khi $x \to -1^+$ và $x \to -1^-$, giá trị y biến thiên như thế nào? Đồ thị tiến sát đường thẳng nào? 3. Nhắc lại định nghĩa tổng quát của đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát màn hình máy chiếu, theo dõi Hình 1.18, 1.19 SGK và thực hiện yêu cầu khởi động.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV quan sát học sinh nhớ lại kiến thức lớp 11 về giới hạn hàm số vô cực và giới hạn một bên. Gợi ý cho học sinh yếu: Chú ý mũi tên tiến về $\pm\infty$ ở hàng y.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh suy nghĩ độc lập, ghi câu trả lời nhanh ra nháp: (1) $y \to 2$; (2) $y \to \pm\infty$; (3) Nêu định nghĩa.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Chỉ định 1 học sinh trả lời miệng câu 1 và 2. Mời 1 học sinh khác lên bảng viết công thức định nghĩa giới hạn của tiệm cận.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Học sinh đại diện đứng tại chỗ trả lời to, rõ ràng. Học sinh dưới lớp nhận xét, bổ sung: Khi tính giới hạn tiệm cận

thuvientoanhoc.com

	đứng phải xét giới hạn 1 bên $x \to x_0^+$ và $x \to x_0^-$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa kiến thức trên slide: - Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang nếu $lim_{x\to+\infty}f(x) = y_0$ hoặc $lim_{x\to-\infty}f(x) = y_0$. - Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng nếu ít nhất một trong các giới hạn một bên tiến về $\pm\infty$. - Lưu ý: Phân biệt rõ ràng $x = x_0$ (đứng) và $y = y_0$ (ngang)!	**Bước 4: Ghi nhận kiến thức:** Học sinh ghi chép vào vở tóm tắt trọng tâm hai định nghĩa đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

📌 TÓM TẮT LÝ THUYẾT CỐT LÕI TIẾT 1: TIỆM CẬN ĐỨNG VÀ TIỆM CẬN NGANG

1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG: Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$lim_{x\to+\infty}f(x) = y_0 \text{hoặc} lim_{x\to-\infty}f(x) = y_0$.

• Đồ thị hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ luôn có 1 tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

• Hàm số chứa căn thức bậc hai $y = \frac{\sqrt{ax^2+bx+c}}{dx+e}$ có thể có TỐI ĐA 2 tiệm cận ngang phân biệt khi $x \to +\infty$ và $x \to -\infty$.

2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG: Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$lim_{x\to x_0^+}f(x) = \pm\infty \text{hoặc} lim_{x\to x_0^-}f(x) = \pm\infty$.

• Đối với phân thức hữu tỉ $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$: Nếu x_0 là nghiệm của mẫu số $Q(x_0) = 0$ nhưng không là nghiệm của tử số $P(x_0) \neq 0$ thì $x = x_0$ chắc chắn là tiệm cận đứng.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tìm tiệm cận đứng và ngang qua cả 3 dạng thức trắc nghiệm mới của Bộ GD&ĐT (MCQ 4 lựa chọn, Trắc nghiệm Đúng/Sai, Trả lời ngắn), bám sát 100% các ví dụ, hình vẽ và bài tập SGK Kết nối tri thức (trang 20 - 25).

b) Nội dung: Học sinh làm việc cá nhân và thảo luận nhóm hoàn thành hệ thống bài toán phân hóa (gồm 8 câu MCQ, 4 câu Đúng/Sai lớn, 4 câu Trả lời ngắn):

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU):

Mỗi câu chỉ chọn một phương án đúng nhất (các phương án bố trí trên một dòng; trường hợp biểu thức dài bố trí cân đối trên hai dòng).

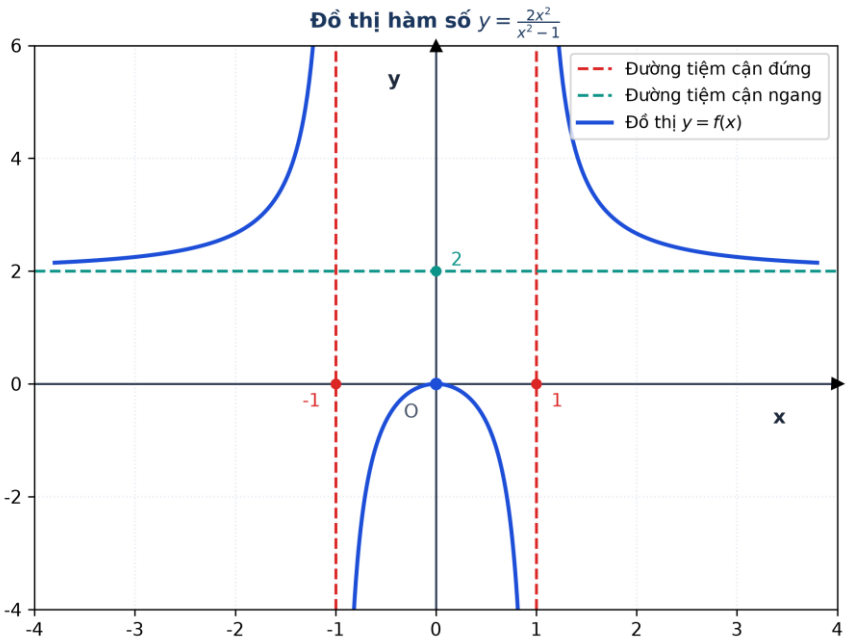
Câu 1. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-x}{2x+1}$ lần lượt là:

A. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$ **B.** $x = -\frac{1}{2}$ và $y = 3$

C. $x = 3$ và $y = -\frac{1}{2}$ **D.** $x = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x^2}{x^2-1}$ có đồ thị như Hình 1. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



Hình 1: Đồ thị hàm phân thức y = 2x²/(x² - 1) (Câu 2 Dạng 1 Tiết 1)

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 3. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ là đường thẳng:

A. $y = 3$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = -2$ **D.** $x = 3$

Câu 4. Đường thẳng $x = 1$ có phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x-1}$ hay không?

A. Không, vì tử số triệt tiêu tại $x = 1$ và $lim_{x\to 1} y = 4$ hữu hạn.

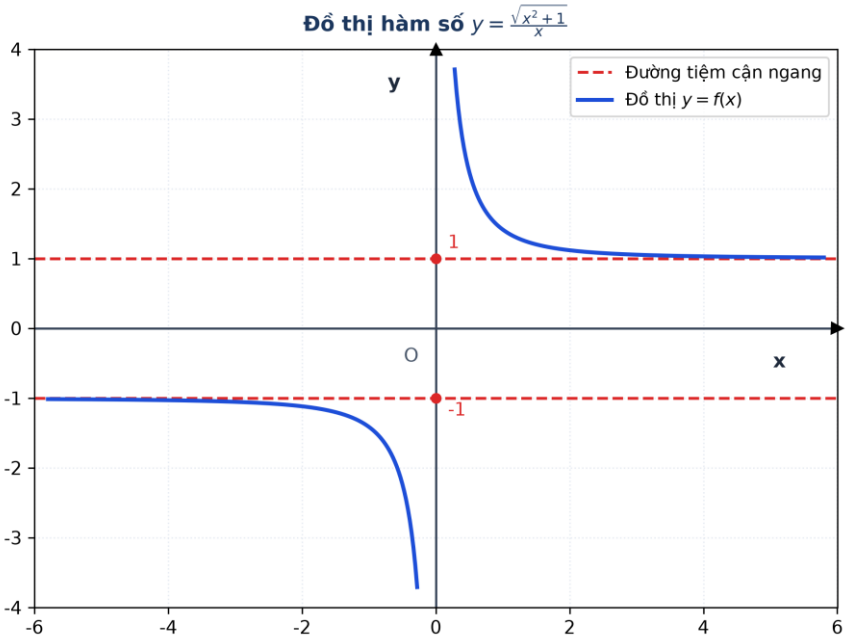
B. Có, vì mẫu số triệt tiêu tại $x = 1$.

C. Có, vì hàm số không xác định tại $x = 1$.

D. Không, vì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ bằng:

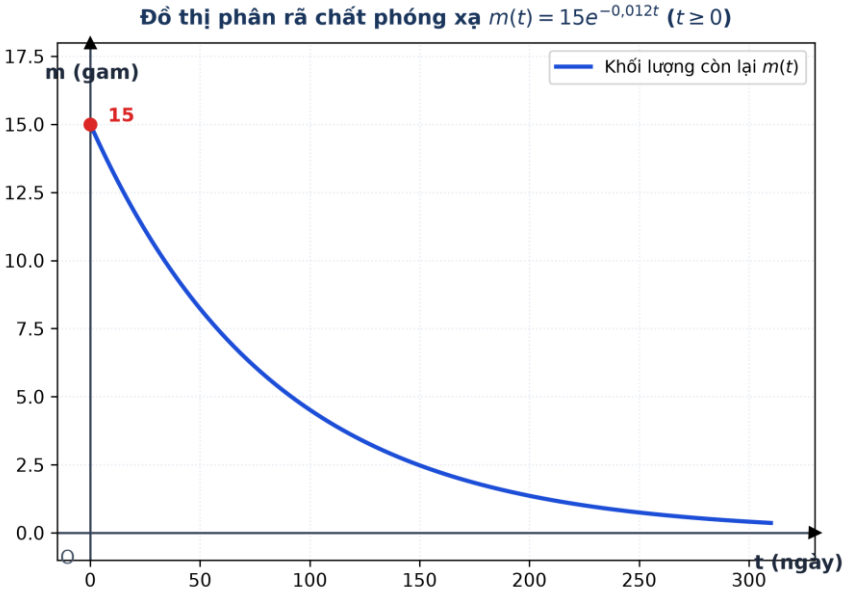
thuvientoanhoc.com



Hình 2: Đồ thị hàm số chứa căn y = √(x² + 1)/x (Câu 5 Dạng 1 Tiết 1)

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 3

Câu 6. Khối lượng còn lại của một chất phóng xạ (gam) sau t ngày phân rã được cho bởi hàm số $m(t) = 15e^{-0,012t}$ $(t \geq 0$, Hình 3). Khi thời gian $t \to +\infty$, khối lượng chất phóng xạ tiến dần về đường tiệm cận ngang nào?



Hình 3: Đồ thị phân rã của chất phóng xạ m(t) = 15e^(-0,012t) (Câu 6 Dạng 1 Tiết 1)

A. $m = 0$ **B.** $m = 15$ **C.** $m = -0,012$ **D.** $t = 0$

Câu 7. Để loại bỏ p% một loài tảo độc khỏi hồ nước, chi phí ước tính là $C(p) = \frac{45p}{100-p}$ (triệu đồng) với $0 \leq p < 100$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$ là:

A. $p = 100$ **B.** $C = 45$ **C.** $p = 45$ **D.** $C = 100$

thuvientoanhoc.com

Câu 8. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí sản xuất x sản phẩm là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x} = 2 + \frac{50}{x}\ (x > 0)$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ là:

A. $y = 2$ **B.** $y = 50$ **C.** $x = 0$ **D.** $y = 0$

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý):

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2}{x^2-1}$ có đồ thị như Hình 1.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

b) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

c) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận ngang là $y = 2$ vì $lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2}{x^2-1} = 2$.

d) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên.

Câu 2. Để loại bỏ p% một loài tảo độc khỏi hồ nước, chi phí ước tính là $C(p) = \frac{45p}{100-p}$ (triệu đồng) với $0 \le p < 100$.

a) Chi phí để loại bỏ 50% tảo độc khỏi hồ nước là 45 triệu đồng.

b) Chi phí để loại bỏ 90% tảo độc là 405 triệu đồng.

c) Khi tỉ lệ tảo độc cần loại bỏ càng gần đến 100% ($p \to 100^-$) thì chi phí tăng lên vô hạn, đường thẳng $p = 100$ là tiệm cận đứng.

d) Với ngân sách cố định 1 tỉ đồng, công ty môi trường chắc chắn có thể loại bỏ được 100% loài tảo độc khỏi hồ.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ có đồ thị như Hình 2.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

c) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang phân biệt là $y = 1$ (khi $x \to +\infty$) và $y = -1$ (khi $x \to -\infty$).

d) Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng 1.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$.

a) Mẫu số triệt tiêu tại hai điểm $x = 1$ và $x = -1$.

b) Tử số cũng triệt tiêu tại $x = 1$ vì $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$.

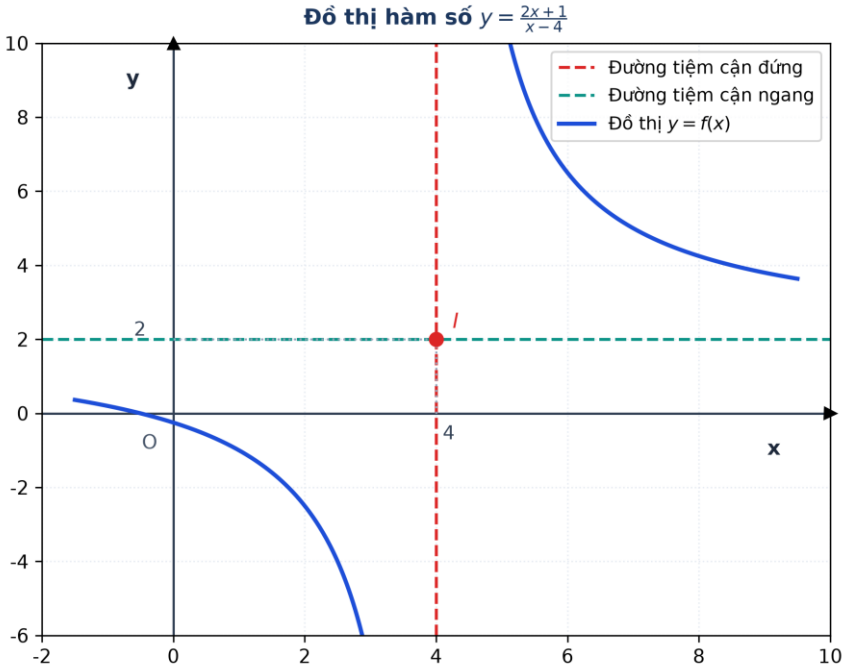
c) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC):

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-4}$ có đồ thị như Hình 4. Gọi $I(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Tính giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2$.

thuvientoanhoc.com



Hình 4: Đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất y = (2x + 1)/(x - 4) (Câu 1 Dạng 3 Tiết 1)

Câu 2. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{x^2}$.

Câu 3. Trong bài toán chất phóng xạ $m(t) = 15e^{-0,012t}$ $(t \geq 0)$, phương trình đường tiệm cận ngang của hàm số có dạng $m = a$. Giá trị của hằng số a bằng bao nhiêu?

Câu 4. Hàm chi phí sản xuất trung bình đồ gia dụng là $f(x) = 2 + \frac{50}{x}$ $(x > 0)$. Khi số lượng sản phẩm sản xuất vô cùng lớn $(x \to +\infty)$, giá trị đường tiệm cận ngang của chi phí trung bình bằng bao nhiêu (triệu đồng)?

c) Sản phẩm: Lời giải hoàn chỉnh các bài toán luyện tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 cụm nhóm học tập (mỗi cụm 2 bàn ghép đôi): - Cụm 1: Thực hiện Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 4). - Cụm 2: Thực hiện Dạng 1 (Câu 5 đến Câu 8 - Thực tế). - Cụm 3: Thực hiện Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4 - Đúng/Sai). - Cụm 4: Thực hiện Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4 - Trả lời ngắn). GV yêu cầu các nhóm ghi kết quả và bước giải then chốt lên bảng nhóm.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các nhóm tiếp nhận nhiệm vụ học tập, phân công nhiệm vụ giải toán cho từng thành viên theo chuyên môn.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát từng cụm, phát hiện các vướng mắc: - Nhắc nhở Cụm 1 và Cụm 3 về bẫy nghiệm triệt tiêu ở hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x-1}$. - Hướng dẫn Cụm 2 cách phân tích số mũ âm $e^{-0,012t} \to 0$ khi $t \to +\infty$. - Hỗ trợ Cụm 4 phương pháp tìm tọa độ giao điểm $I(x_0; y_0)$ của	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm việc tích cực, kết hợp tính tay và bấm máy tính Casio để kiểm tra. Thảo luận sôi nổi về việc phân tích nhân tử để khử điểm gián đoạn.

thuvientoanhoc.com

2 tiệm cận.	
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: GV tổ chức hoạt động 'Phòng tranh' (Gallery Walk): - Các nhóm treo bảng nhóm lên các góc lớp. - Đại diện Cụm 3 trình bày giải thích tại sao Câu 4 ý c SAI (nghiệm triệt tiêu). - Đại diện Cụm 4 báo cáo kết quả Dạng 3: Câu 1 điền 20, Câu 2 điền 1, Câu 3 điền 0, Câu 4 điền 2.	**Bước 3: Báo cáo, phản biện:** Học sinh di chuyển quan sát bài làm của nhóm bạn, dùng bút chì ghi nhận xét phản biện. Nhóm 1 chất vấn Nhóm 2 về cách tìm tiệm cận ngang khi $x \to -\infty$ của hàm chứa căn.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét tinh thần làm việc nhóm, chốt lại đáp án chuẩn xác. Nhấn mạnh kỹ năng cốt lõi: Luôn kiểm tra điều kiện triệt tiêu của nghiệm mẫu trước khi kết luận tiệm cận đứng!	**Bước 4: Hoàn thiện vở ghi:** Học sinh ghi nhận các sửa đổi của giáo viên, đánh dấu các bẫy thường gặp vào sổ tay ôn tập.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN LUYỆN NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO & KHẢO SÁT ONLINE (7 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo kỹ thuật bấm máy tính Casio fx-580VNX/880BTG phím CALC tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và hoàn thành bài kiểm tra trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn.

b) Nội dung: GV hướng dẫn bấm CALC tìm giới hạn vô cực và một bên; HS làm bài test 5 câu qua quét mã QR.

c) Sản phẩm: Thao tác bấm máy chính xác của học sinh; kết quả điểm số trực tuyến báo về máy chủ.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu màn hình Casio fx-580VNX qua phần mềm mô phỏng. Hướng dẫn kỹ thuật: 1. Nhập hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$. 2. Bấm `CALC` nhập $x = 10^9$ -> Màn hình hiện $0.999999999 \approx 1 \Rightarrow$ TCN $y = 1$. 3. Bấm `CALC` nhập $x = -10^9$ -> Màn hình hiện $-0.999999999 \approx -1 \Rightarrow$ TCN $y = -1$. 4. Bấm `CALC` kiểm tra TCĐ $x = 0$: Nhập $0 + 10^{-6} \to +\infty$; nhập $0 - 10^{-6} \to -\infty$. Yêu cầu cả lớp thực hành trên hàm số $y = \frac{2x^2}{x^2-1}$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh cầm máy tính Casio, theo dõi từng phím bấm hướng dẫn của thầy cô trên slide.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát thao tác bấm của học sinh, nhắc nhở lỗi cú pháp khi nhập số mũ quá lớn gây tràn bộ nhớ (Math ERROR).	**Bước 2: Thực hành bấm máy:** Học sinh đồng loạt thực hành: Bấm CALC với các giá trị thử nghiệm $10^9, -10^9, x_0 \pm 10^{-6}$. Quan sát và rút ra kết luận.
Bước 3: Báo cáo, đánh giá: Mời 1 học sinh lên thực hiện trực	**Bước 3: Trình diễn thao tác:** Học

thuvientoanhoc.com

tiếp trên máy tính giáo viên kết nối máy chiếu.	sinh được chỉ định lên thao tác thuần thục, giải thích ý nghĩa của các con số xấp xỉ hiển thị trên màn hình LCD.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại: Casio là công cụ hỗ trợ kiểm tra cực mạnh, nhưng học sinh phải hiểu bản chất giải tích để không bị bẫy kết quả làm tròn.	**Bước 4: Ghi nhớ thao tác:** Học sinh ghi vào lề vở quy ước: CALC 10^9 (tìm TCN khi $x \to +\infty$); CALC $x_0 \pm 10^{-6}$ (tìm TCĐ).

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG THỰC TẾ & GIAO NHIỆM VỤ VỀ NHÀ (5 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng ý nghĩa của đường tiệm cận để giải thích các hiện tượng thực tế; giao bài tập chuẩn bị cho Tiết 2 về đường tiệm cận xiên.

b) Nội dung: Khái quát ứng dụng tiệm cận trong nồng độ dung dịch muối (Bài toán mở đầu SGK) và giao nhiệm vụ xem trước Bài 3 mục 3 về tiệm cận xiên.

c) Sản phẩm: Lời giải bài toán nồng độ muối vào vở và phần chuẩn bị bài mới.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu bài toán nồng độ muối: 'Ban đầu có 10 lít nước ngọt. Bơm nước muối nồng độ 30 g/lít vào bể với tốc độ 2 lít/phút. Hàm số nồng độ muối là $C(t) = \frac{30t}{10+2t}$. Tìm TCN và nêu ý nghĩa thực tế'. Nhiệm vụ về nhà: Đọc trước mục Tiệm cận xiên (trang 23 SGK) và ôn lại phép chia đa thức.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh lắng nghe bài toán thực tế, ghi lại tóm tắt đề bài vào vở.
Bước 2: Hướng dẫn thực hiện: Gợi ý: Tìm $lim_{t\to+\infty} C(t) =$ 15 g/lít. Ý nghĩa: Dù bơm bao lâu thì nồng độ cũng không vượt quá 15 g/lít.	**Bước 2: Suy nghĩ, tính nhanh:** Học sinh tính nhẩm giới hạn $\frac{30}{2} = 15$ g/lít và hiểu ý nghĩa tiệm cận trong đời sống.
Bước 3: Báo cáo, giải đáp: Học sinh nêu nhận xét: Nồng độ muối trong bể tiến dần đến nồng độ bão hòa cân bằng.	**Bước 3: Trao đổi ngắn:** Thảo luận nhanh với bạn cùng bàn về sự tương đồng giữa bài toán nồng độ muối và chi phí loại bỏ tảo độc.
Bước 4: Kết luận, dặn dò: GV đánh giá chung tiết học, dặn dò học sinh chuẩn bị giấy A4 và thước kẻ cho Tiết 2.	**Bước 4: Ghi nhớ nhiệm vụ:** Ghi nhiệm vụ về nhà: Ôn lại phép chia đa thức lớp 8 để chuẩn bị tìm tiệm cận xiên ở tiết sau.

thuvientoanhoc.com

V. KẾ HOẠCH BÀI DẠY CHI TIẾT - TIẾT 2: ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN VÀ MÔ HÌNH TOÁN HỌC THỰC TIỄN

A. TIẾN TRÌNH CÁC HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC TIẾT 2

1. HOẠT ĐỘNG 1: TIẾP CẬN ĐỊNH NGHĨA TIỆM CẬN XIÊN & PHÉP CHIA ĐA THỨC (8 phút)

a) Mục tiêu: Nắm vững định nghĩa đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ qua giới hạn $lim_{x\to\pm\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$; thành thạo thuật toán chia đa thức tìm phần thương.

b) Nội dung: Khảo sát hàm phân thức bậc 2 trên bậc 1 $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$ (Ví dụ 6 SGK trang 24); thực hiện phép chia tử cho mẫu.

c) Sản phẩm: Kết quả phép chia đa thức $y = x - 2 + \frac{4}{x+1}$ và phương trình đường tiệm cận xiên $y = x - 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu đồ thị Hình 1.24 SGK. Đặt vấn đề: Khi bậc của tử số lớn hơn bậc mẫu đúng 1 bậc, đồ thị không còn tiệm cận ngang nữa mà tiến sát một đường thẳng xiên $y = ax + b$. Yêu cầu: Hãy đặt tính chia đa thức tử cho mẫu hàm số $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$, viết hàm số dưới dạng $y = (ax + b) + \frac{r}{x+1}$ và tính $lim_{x\to+\infty}[y - (ax + b)]$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát Hình 1.24 SGK, chú ý đường thẳng xiên màu đỏ nét đứt mà đồ thị tiến sát.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi kiểm tra thao tác chia đa thức của học sinh. Nhắc nhở cách đặt tính chia cột dọc hoặc dùng sơ đồ Horner.	**Bước 2: Thực hiện phép chia:** Học sinh thực hiện phép chia vào nháp: $(x^2 - x + 2) : (x + 1) = x - 2$, dư 4. Viết $y = x - 2 + \frac{4}{x+1}$.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi 1 học sinh lên bảng trình bày phép chia. Cả lớp quan sát phần dư $r = 4$ và phần thương $x - 2$.	**Bước 3: Tính giới hạn kiểm tra:** Học sinh nhận thấy khi $x \to \pm\infty$ thì $\frac{4}{x+1} \to 0$, do đó khoảng cách giữa đồ thị và đường thẳng $y = x - 2$ tiến về 0.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV kết luận định nghĩa: Đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là tiệm cận xiên của đồ thị $y = f(x)$ nếu $lim_{x\to+\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $lim_{x\to-\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$. Quy tắc vàng: Đối với phân thức bậc 2 trên bậc 1, tiệm cận xiên chính là PHẦN THƯƠNG của phép chia tử cho mẫu!	**Bước 4: Khắc sâu kiến thức:** Học sinh đóng khung công thức tiệm cận xiên và quy tắc tìm nhanh bằng phép chia đa thức vào vở.

📌 TÓM TẮT LÝ THUYẾT CỐT LÕI TIẾT 2: TIỆM CẬN XIÊN VÀ PHƯƠNG PHÁP

thuvientoanhoc.com

XÁC ĐỊNH

1. ĐỊNH NGHĨA: Đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$lim_{x\to+\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $lim_{x\to-\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0.$

2. CÔNG THỨC TÌM HỆ SỐ TỔNG QUÁT (Khi không chia đa thức được):

$a = lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}(a \neq 0), b = lim_{x\to\pm\infty}[f(x) - ax].$

3. ĐẶC BIỆT (HÀM PHÂN THỨC BẬC 2 / BẬC 1): $y = \frac{Ax^2+Bx+C}{Dx+E}$ $(A \neq 0, D \neq 0)$:

• Chia đa thức: $y = ax + b + \frac{R}{Dx+E}$ ⇒ Đường tiệm cận xiên là $y = ax + b$.

• Giao điểm I của tiệm cận đứng $x = -E/D$ và tiệm cận xiên $y = ax + b$ chính là TÂM ĐỐI XỨNG của đồ thị hàm số!

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

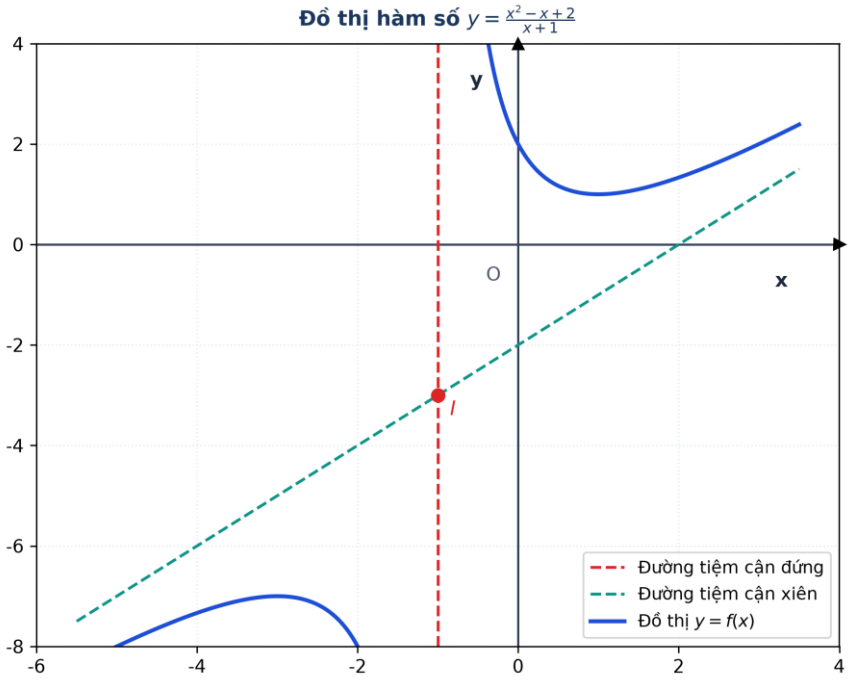
a) Mục tiêu: Củng cố thành thạo kỹ năng tìm tiệm cận xiên và ứng dụng mô hình hóa các bài toán kinh tế - đời sống - kỹ thuật (chu vi mảnh vườn, chi phí sản xuất gạch, chi phí đóng du thuyền, khoảng cách ảnh thấu kính).

b) Nội dung: Học sinh giải quyết hệ thống bài toán thực tế phong phú (gồm 8 câu MCQ, 4 câu Đúng/Sai lớn, 4 câu Trả lời ngắn):

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU):

Mỗi câu chỉ chọn một phương án đúng nhất (các phương án bố trí trên một dòng; trường hợp biểu thức dài bố trí cân đối trên hai dòng).

Câu 1. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$ là đường thẳng:



Hình 5: Đồ thị hàm số y = (x² - x + 2)/(x + 1) (Câu 1 Dạng 1 Tiết 2)

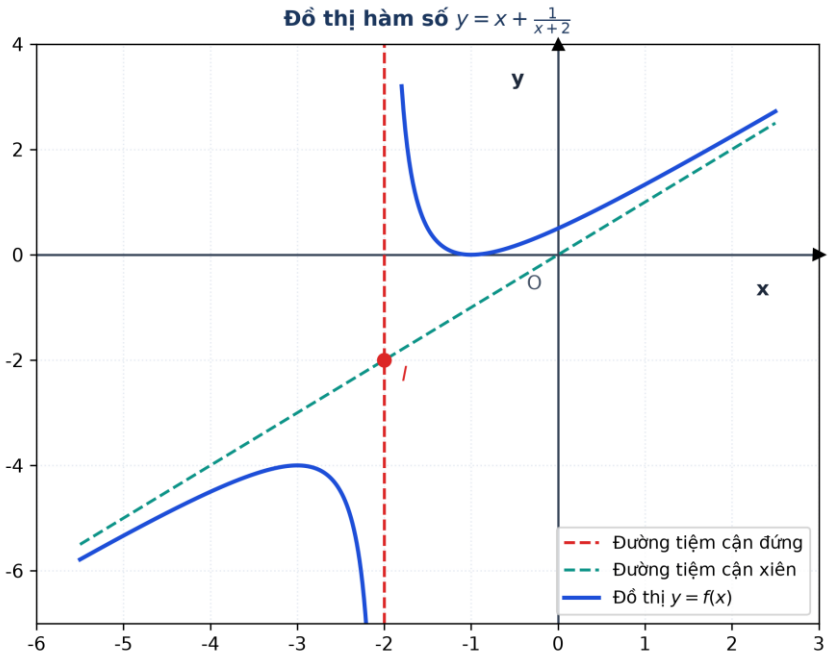
A. $y = x - 2$ **B.** $y = x + 2$ **C.** $y = -x + 2$ **D.** $y = 2x - 1$

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+x-1}{x+2}$ là:

A. $y = 2x - 3$ **B.** $y = 2x + 3$ **C.** $y = 2x - 1$ **D.** $y = x - 3$

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x+2}$ có đường tiệm cận xiên là:



Hình 6: Đồ thị hàm số y = x + 1/(x + 2) (Câu 3 Dạng 1 Tiết 2)

A. $y = x$ **B.** $y = x + 2$ **C.** $y = 2x$ **D.** $y = -x$

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-4x+2}{1-x}$ là:

A. $y = -x + 3$ **B.** $y = -x - 3$ **C.** $y = x - 3$ **D.** $y = -x + 4$

Câu 5. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 144 m^2, chiều dài một cạnh là x (m) ($x > 0$). Khi $x \to +\infty$, hàm chu vi $P(x) = 2x + \frac{288}{x}$ có đường tiệm cận xiên là:

A. $y = 2x$ **B.** $y = x$ **C.** $y = 2x + 144$ **D.** $y = 288x$

Câu 6. Trong bài toán mảnh vườn ở trên, đường tiệm cận xiên $y = 2x$ nói lên tính chất gì khi kích thước cạnh x trở nên rất lớn ($x \to +\infty$)?

A. Cạnh còn lại $144/x$ dần tiến về 0, chu vi tiến sát gấp đôi chiều dài cạnh x.

B. Chu vi mảnh vườn không đổi.

C. Diện tích mảnh vườn tăng lên vô hạn.

D. Mảnh vườn biến thành hình vuông.

Câu 7. Một nhà máy sản xuất gạch có hàm chi phí trung bình để sản xuất mỗi nghìn mét vuông gạch là $\overline{C}(x) = 3x + 60 + \frac{1200}{x}$ (triệu đồng, $x > 0$). Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm chi phí trung bình là:

A. $y = 3x + 60$ **B.** $y = 3x$ **C.** $y = 60x + 1200$ **D.** $y = x + 60$

thuvientoanhoc.com

Câu 8. Tọa độ giao điểm I của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$ là:

A. $I(-1;-3)$ **B.** $I(-1;3)$ **C.** $I(1;3)$ **D.** $I(-1;-2)$

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý):

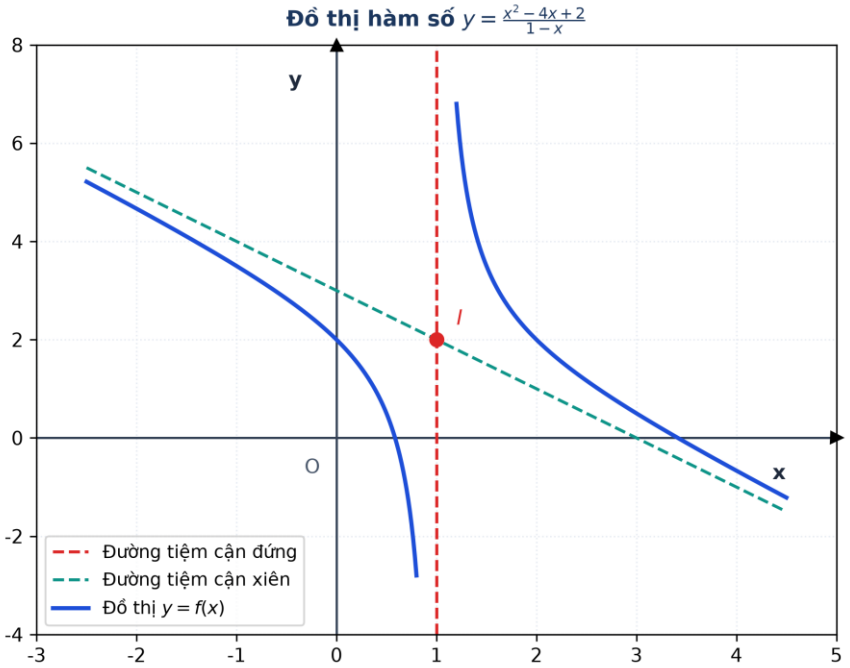
Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2-4x+2}{1-x}$.

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = -x + 3$.

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

d) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(1;2)$.



Hình 7: Đồ thị hàm số y = (x² - 4x + 2)/(1 - x) (Câu 1 Dạng 2 Tiết 2)

Câu 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144 m², một cạnh có độ dài là x (m) ($x > 0$).

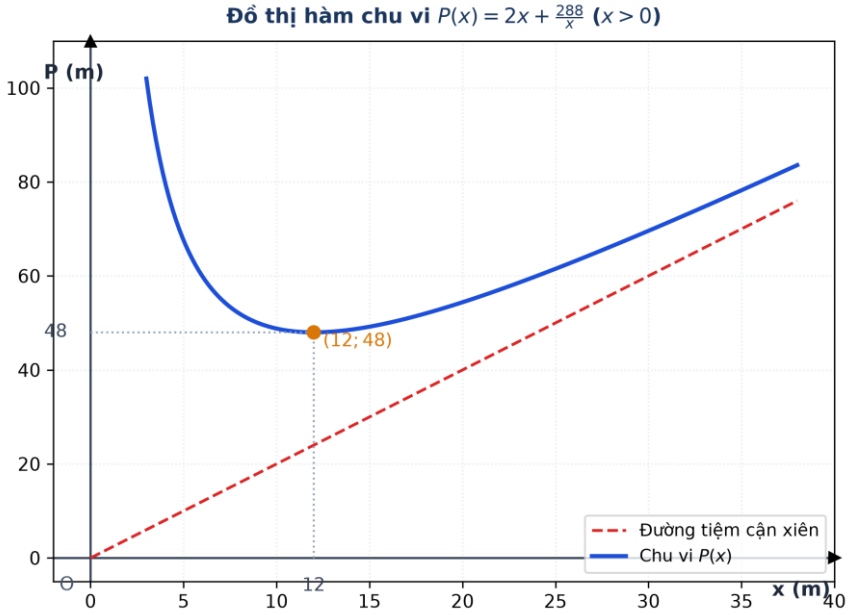
a) Biểu thức tính chu vi mảnh vườn là $P(x) = 2x + \frac{288}{x}$ (m).

b) Đồ thị hàm số $P(x)$ có đường tiệm cận đứng là trục tung $x = 0$.

c) Đồ thị hàm số $P(x)$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x$.

d) Chu vi nhỏ nhất của mảnh vườn bằng 48 m khi mảnh vườn có dạng hình vuông cạnh 12 m.

thuvientoanhoc.com



Hình 8: Đồ thị hàm chu vi mảnh vườn P(x) = 2x + 288/x (Câu 2 Dạng 2 Tiết 2)

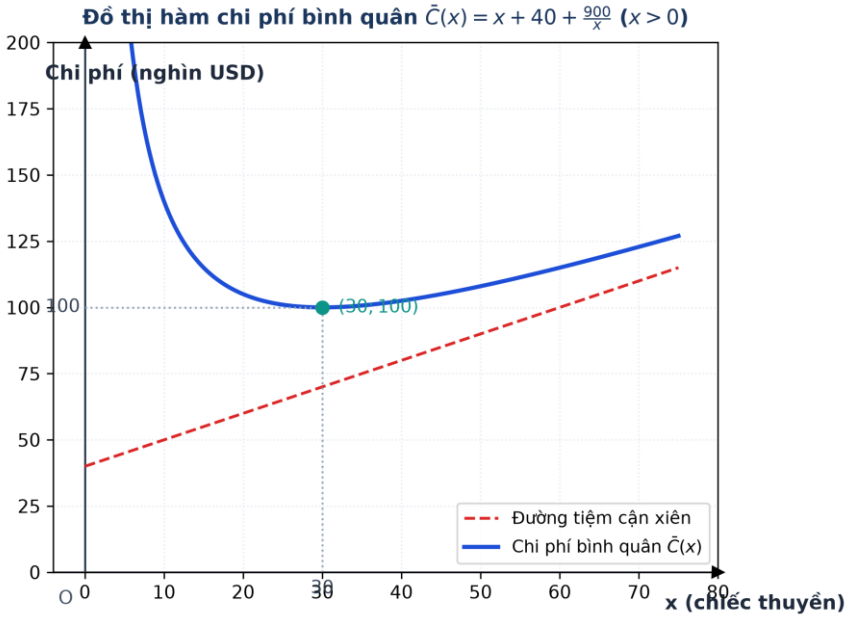
Câu 3. Một công ty đóng tàu nhận thấy chi phí để đóng x chiếc du thuyền (chiếc, $x > 0$) là $C(x) = x^2 + 40x + 900$ (nghìn USD). Chi phí bình quân cho mỗi chiếc thuyền là $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = x + 40 + \frac{900}{x}$.

a) Đồ thị hàm số chi phí bình quân $\overline{C}(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

b) Đồ thị hàm số chi phí bình quân $\overline{C}(x)$ có đường tiệm cận xiên là $y = x + 40$.

c) Chi phí bình quân đóng mỗi chiếc du thuyền đạt mức thấp nhất khi sản xuất $x = 30$ chiếc.

d) Mức chi phí bình quân thấp nhất cho mỗi chiếc du thuyền là 70 nghìn USD.



Hình 9: Đồ thị hàm chi phí bình quân đóng du thuyền C̄(x) = x + 40 + 900/x (Câu 3 Dạng 2 Tiết 2)

Câu 4. Một vật sáng đặt trước một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 10$ cm. Khoảng cách từ vật đến thấu kính là d (cm) ($d > 10$). Khoảng cách từ ảnh thật thu được đến thấu kính là $d' = \frac{10d}{d-10}$ (cm).

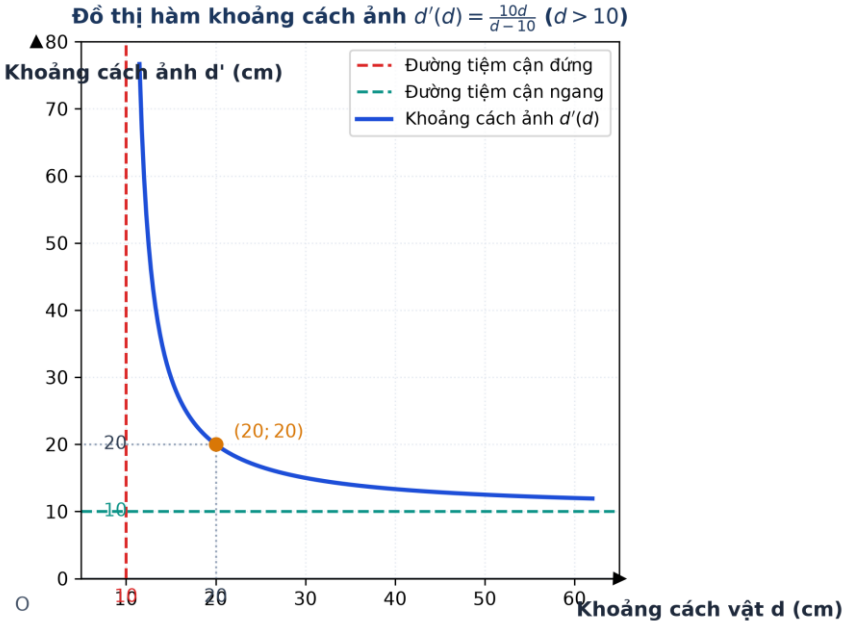
a) Khi đưa vật lại rất gần tiêu điểm ($d \to 10^+$), khoảng cách ảnh $d' \to +\infty$, tức là đường thẳng $d = 10$ là tiệm cận đứng.

b) Khi đưa vật ra rất xa thấu kính ($d \to +\infty$), khoảng cách ảnh $d' \to 10$ cm, tức là đường thẳng $d' = 10$ là tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số $d'(d)$ có đường tiệm cận xiên là $d' = d + 10$.

thuvientoanhoc.com

d) Khoảng cách giữa vật và ảnh $L(d) = d + d' = d + \frac{10d}{d-10}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 40 cm khi vật cách thấu kính $d = 20$ cm.



Hình 10: Đồ thị khoảng cách ảnh d'(d) qua thấu kính hội tụ tiêu cự f = 10 cm (Câu 4 Dạng 2 Tiết 2)

DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU THỰC TẾ & HÌNH HỌC):

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2+x-1}{x+2}$. Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của hiệu $T = a - b$.

Câu 2. Hệ số góc k của đường tiệm cận xiên của hàm số chu vi mảnh vườn $P(x) = 2x + \frac{288}{x}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một xưởng sản xuất hộp giấy có hàm chi phí bình quân là $\overline{C}(x) = 2x + 30 + \frac{50}{x}$ (triệu đồng/nghìn hộp). Chi phí bình quân đạt giá trị nhỏ nhất khi xưởng sản xuất bao nhiêu nghìn chiếc hộp?

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$. Gọi $I(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Tính giá trị của tích $x_0 \cdot y_0$.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và bài làm hoàn chỉnh của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp làm việc theo nhóm 6 học sinh: - Bàn 1, 2: Giải Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8 - Tiệm cận xiên & Thực tế). - Bàn 3, 4: Giải Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4 - Thấu kính, Đóng tàu, Mảnh vườn). - Bàn 5, 6: Giải Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4 - Tính giá trị số điền kết quả). GV trình chiếu mô hình GeoGebra minh họa tiệm cận xiên và bài toán mảnh vườn 144m².	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các bàn phân công nhiệm vụ, mở tài liệu hệ thống bài tập chuyên đề.

thuvientoanhoc.com

Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi kiểm tra từng bàn, nhắc nhở các em: + Khi bậc tử lớn hơn bậc mẫu đúng 1 bậc thì LUÔN CÓ tiệm cận xiên và KHÔNG CÓ tiệm cận ngang! + Với hàm chu vi $P(x) = 2x + 288/x$, dùng BĐT Cô-si để tìm cực tiểu nhanh chóng.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thực hiện phép chia đa thức, lập luận tính giới hạn, áp dụng BĐT Cô-si và sử dụng máy tính Casio để kiểm tra lại hệ số a, b của tiệm cận xiên.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Đại diện các nhóm lên bảng trình bày: + Nhóm 1: Câu 1: A ($y = x - 2$). Câu 2: A ($y = 2x - 3$). Câu 3: A ($y = x$). Câu 4: A ($y = -x + 3$). Câu 5: A ($y = 2x$). Câu 6: A. Câu 7: A ($y = 3x + 60$). Câu 8: A ($I(-1; -3)$). + Nhóm 2: Câu 1: a-Đ, b-Đ, c-S (không có TCN), d-Đ ($I(1; 2)$). Câu 2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($P_{min} = 48$ m). Câu 3: a-Đ, b-Đ, c-Đ ($x = 30$), d-S (chi phí min = 100). Câu 4: a-Đ, b-Đ, c-S (chỉ có TCĐ và TCN), d-Đ ($L_{min} = 40$ cm). + Nhóm 3: Câu 1: $\frac{2x^2+x-1}{x+2} = 2x - 3 + \frac{5}{x+2} \Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow a - b = 5$. Điền 5. Câu 2: $k = 2$. Điền 2. Câu 3: Cô-si $2x = 50/x \Rightarrow x = 5$. Điền 5. Câu 4: $x_0 = -1, y_0 = -3 \Rightarrow x_0 y_0 = 3$. Điền 3.	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** Đại diện học sinh lên bảng trình bày chi tiết các bước giải. Học sinh dưới lớp đối chiếu kết quả, tranh luận về phương pháp chia đa thức và BĐT Cô-si.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét và đúc kết: Đường tiệm cận xiên là một khái niệm rất thực tế, giúp doanh nghiệp định hình được đường xu hướng chi phí biên dài hạn khi quy mô mở rộng không ngừng.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh hoàn thiện các bài toán vào vở, ghi nhớ quy tắc chia đa thức tìm tiệm cận xiên.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ GEOGEBRA VÀ KHẢO SÁT SỐ TRỰC TUYẾN (7 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa đường tiệm cận xiên bằng phần mềm GeoGebra và tổ chức làm bài kiểm tra trắc nghiệm củng cố nhanh trên nền tảng Azota / Onluyen.vn.

b) Nội dung: GV trình chiếu GeoGebra vẽ đồ thị hàm phân thức $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$, dùng lệnh Asymptote(f) để phần mềm tự động vẽ đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận xiên $y = x - 2$. Học sinh quét mã QR làm bài khảo sát 5 câu.

c) Sản phẩm: Kết quả làm bài trực tuyến hiển thị phổ điểm thời gian thực trên màn hình máy chiếu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV mở file GeoGebra đã chuẩn bị trước: Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{x^2-x+2}{x+1}$. 1. Nhập lệnh `Asymptote(f)` -> Phần mềm tự động xuất hiện 2 đường tiệm cận nét đứt $x = -1$ và $y = x - 2$. 2. Kéo điểm $M(x; y)$ trên đồ thị chạy ra xa vô cực ($x =$	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh theo dõi màn hình GeoGebra, quan sát trực quan hiện tượng đồ thị 'tiệm cận' (tiến sát nhưng không chạm) vào đường thẳng xiên.

thuvientoanhoc.com

10,20,50...) -> Học sinh quan sát thấy điểm M hầu như trùng khít vào đường tiệm cận xiên. 3. Chiếu mã QR đề kiểm tra củng cố 5 câu trên hệ thống Azota / Onluyen.vn.	
Bước 2: Hướng dẫn, giám sát: GV hướng dẫn học sinh dùng điện thoại thông minh hoặc máy tính bảng kết nối Wifi lớp học để vào làm bài trong 5 phút.	**Bước 2: Thực hiện bài khảo sát:** Học sinh quét mã QR, đăng nhập tài khoản và làm bài kiểm tra 5 câu trắc nghiệm trực tuyến một cách độc lập.
Bước 3: Tổng hợp kết quả: Màn hình trực tuyến tự động hiển thị bảng xếp hạng, tỉ lệ trả lời đúng từng câu và các lỗi sai học sinh hay mắc phải.	**Bước 3: Nhìn nhận kết quả:** Học sinh tự đối chiếu điểm số của mình trên bảng tổng sắp trực tuyến, nhận diện câu sai để rút kinh nghiệm.
Bước 4: Nhận xét, tuyên dương: GV biểu dương các cá nhân đạt điểm tối đa (10/10), giải đáp nhanh câu hỏi có tỉ lệ sai nhiều nhất.	**Bước 4: Rút ra bài học:** Học sinh ghi nhớ thao tác kiểm tra đồ thị tiệm cận trên GeoGebra để tự học ở nhà.

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT BÀI HỌC VÀ GIAO BÀI TẬP DỰ ÁN (3 phút)

a) Mục tiêu: Hệ thống hóa toàn bộ kiến thức 3 loại tiệm cận (Đứng, Ngang, Xiên) và định hướng bài tập dự án thực tế.

b) Nội dung: Giáo viên chiếu Sơ đồ tư duy tổng hợp; giao bài tập tự luyện về nhà.

c) Sản phẩm: Sơ đồ tư duy vào vở và bài làm về nhà của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu slide Bảng so sánh 3 đường tiệm cận: - Tiệm cận đứng: $x = x_0$ khi $x \to x_0 \Rightarrow y \to \pm\infty$ (chỉ xét tại điểm gián đoạn). - Tiệm cận ngang: $y = y_0$ khi $x \to \pm\infty \Rightarrow y \to y_0$ (bậc tử $\leq$ bậc mẫu). - Tiệm cận xiên: $y = ax + b$ khi $x \to \pm\infty \Rightarrow [y - (ax + b)] \to 0$ (bậc tử lớn hơn bậc mẫu đúng 1 bậc). Nhiệm vụ về nhà: Hoàn thành các bài tập còn lại trong SGK và chuẩn bị bài mới: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.	**Bước 1: Tiếp nhận tổng kết:** Học sinh quan sát bảng so sánh 3 loại đường tiệm cận, ghi chép nhanh các điểm mấu chốt.
Bước 2: Lắng nghe, giải đáp: GV giải đáp thắc mắc cuối giờ của học sinh về phân biệt tiệm cận ngang và tiệm cận xiên.	**Bước 2: Tự đối chiếu kiến thức:** Học sinh tự đánh giá mức độ hiểu bài của bản thân qua 2 tiết học ôn tập chuyên đề.
Bước 3: Đánh giá tiết học: Đánh giá tinh thần học tập của cả	**Bước 3: Đặt câu hỏi:** Học sinh đặt

thuvientoanhoc.com

lớp, ghi nhận sự tiến bộ vượt bậc của các nhóm học sinh yếu trong việc chia đa thức.	câu hỏi nếu còn băn khoăn về trường hợp hàm chứa căn thức có tiệm cận xiên.
Bước 4: Kết thúc bài dạy: Giao bài tập về nhà và nhắc nhở học sinh nộp bài tập theo đúng hạn trên nhóm học tập.	**Bước 4: Ghi nhận nhiệm vụ:** Ghi bài tập về nhà và chuẩn bị cho chủ đề vẽ đồ thị hàm số ở tuần tiếp theo.

VI. BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CẢ 2 TIẾT

1. BẢNG ĐÁP ÁN TIẾT 1 (TIỆM CẬN ĐỨNG & NGANG)

Dạng thức	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Dạng 1 (MCQ)	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**
Dạng 2 (Đ/S)	C1: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C4: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ				
Dạng 3 (TLN)	C1: 20	C2: 1	C3: 0	C4: 2				

2. BẢNG ĐÁP ÁN TIẾT 2 (TIỆM CẬN XIÊN & MÔ HÌNH THỰC TẾ)

Dạng thức	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Dạng 1 (MCQ)	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**
Dạng 2 (Đ/S)	C1: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ	C2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ	C3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C4: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ				
Dạng 3 (TLN)	C1: 5	C2: 2	C3: 5	C4: 3				

3. LỜI GIẢI CHI TIẾT TIẾT 1 (TIỆM CẬN ĐỨNG & TIỆM CẬN NGANG)

Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (8 câu):

Câu 1. Mẫu số $2x+1=0 \Leftrightarrow x=-1/2 \Rightarrow$ TCĐ $x=-1/2$. Giới hạn $lim_{x\to\pm\infty}\frac{3-x}{2x+1}=-1/2 \Rightarrow$ TCN $y=-1/2$. Chọn A.

Câu 2. Nhìn Hình 1: Đồ thị có 1 TCN $y=2$ và 2 TCĐ $x=1, x=-1$. Tổng số đường tiệm cận là $1+2=3$. Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Ta có $lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x-2}{x+1}=3\Rightarrow$ Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$. Chọn A.

Câu 4. Ta có $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$. Khi đó $y=\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}=x+3$ với $x\neq 1$. Do đó $lim_{x\to 1}y=4$ hữu hạn, đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Chọn A.

Câu 5. Khi $x\to+\infty, y=\frac{\sqrt{x^2(1+1/x^2)}}{x}=\frac{x\sqrt{1+1/x^2}}{x}\to 1\Rightarrow$ TCN $y=1$. Khi $x\to-\infty, \sqrt{x^2}=-x\Rightarrow y\to-1\Rightarrow$ TCN $y=-1$. Đồ thị có 2 tiệm cận ngang. Chọn A.

Câu 6. Khi $t\to+\infty$, số mũ $-0{,}012t\to-\infty$ nên $e^{-0{,}012t}\to 0$, do đó $lim_{t\to+\infty}m(t)=0$. Tiệm cận ngang là $m=0$ (trục hoành). Chọn A.

Câu 7. Mẫu số $100-p=0\Leftrightarrow p=100$. Khi $p\to 100^-$, tử số tiến về $4500>0$, mẫu số tiến về 0^+ nên $lim_{p\to 100^-}C(p)=+\infty$. Tiệm cận đứng là $p=100$. Chọn A.

Câu 8. Ta có $lim_{x\to+\infty}f(x)=lim_{x\to+\infty}(2+\frac{50}{x})=2$. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$. Chọn A.

Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (4 câu lớn):

Câu 1. **a)** ĐÚNG. Mẫu số $x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm1\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}.b)$ĐÚNG.Tạix = \pm 1,tửsốbằng2 \ne 0nênc6́2TCĐlàx = 1vàx = -1.c)ĐÚNG.\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 2 \Rightarrow1TCNlày = 2.d)SAI.BậctửbằngbậcmẫunênchỉcóTCN, khôngcótiệmcậnxiên.

Câu 2. **a)** ĐÚNG. $C(50)=\frac{45\times50}{100-50}=\frac{2250}{50}=45$ triệu đồng.

b) ĐÚNG. $C(90)=\frac{45\times90}{100-90}=\frac{4050}{10}=405$ triệu đồng.

c) ĐÚNG. $lim_{p\to100^-}C(p)=+\infty\Rightarrow$ tiệm cận đứng là $p=100$.

d) SAI. Khi $p\to100^-$, chi phí $C(p)\to+\infty$, có thể vượt qua bất kỳ số tiền nào (kể cả 1 tỷ đồng).

Câu 3. **a)** ĐÚNG. Biểu thức $\sqrt{x^2+1}>0,\forall x$, mẫu số $x\neq0\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}.b)$ĐÚNG.\lim_{x \to 0^+} y = +\infty, \lim_{x \to 0^-} y = -\infty \RightarrowTCĐx = 0.c)ĐÚNG.\lim_{x \to +\infty} y = 1và\lim_{x \to -\infty} y = -1 \Rightarrow2TCNlày = 1vày = -1.d)SAI.Khoảngcáchgiữa2TCNlà|1 - (-1)| = 2chứkhôngphải1.

Câu 4. **a)** ĐÚNG. $x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

b) ĐÚNG. Tử số có nghiệm $x=1$ và $x=-3$, viết thành $(x-1)(x+3)$.

c) SAI. Tại $x=1$, ta có $lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}=lim_{x\to1}\frac{x+3}{x+1}=\frac{4}{2}=2$ hữu hạn nên $x=1$ không là TCĐ. Chỉ có $x=-1$ là TCĐ.

d) ĐÚNG. $lim_{x\to\pm\infty}y=1\Rightarrow$ duy nhất 1 TCN là $y=1$.

Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (4 câu):

Câu 1. TCĐ: $x-4=0\Leftrightarrow x=4$. TCN: $y=2/1=2$. Giao điểm là $I(4;2)\Rightarrow P=4^2+2^2=16+4=20$. Đáp số điền: 20.

Câu 2. Mẫu số triệt tiêu tại $x=0$, khi đó tử số $0^2+2=2\neq0$. Do đó đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng là $x=0$. Đáp số điền: 1.

Câu 3. Khi $t\to+\infty, e^{-0{,}012t}\to0\Rightarrow m(t)\to0$. Tiệm cận ngang là $m=0$. Đáp số điền: 0.

Câu 4. Khi $x\to+\infty, f(x)=2+50/x\to2$. Tiệm cận ngang có giá trị bằng 2. Đáp số điền: 2.

4. LỜI GIẢI CHI TIẾT TIẾT 2 (TIỆM CẬN XIÊN & MÔ HÌNH THỰC TẾ)

Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (8 câu):

Câu 1. Chia đa thức: $x^2-x+2=(x+1)(x-2)+4\Rightarrow y=x-2+\frac{4}{x+1}$. Phần thương là $y=x-2$. Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Chia đa thức: $2x^2+x-1=(x+2)(2x-3)+5 \Rightarrow y=2x-3+\frac{5}{x+2}$. Tiệm cận xiên là $y=2x-3$. Chọn A.

Câu 3. Ta có $y-x=\frac{1}{x+2}\to 0$ khi $x\to\pm\infty$. Tiệm cận xiên là $y=x$. Chọn A.

Câu 4. Chia đa thức: $x^2-4x+2=(1-x)(-x+3)-1 \Rightarrow y=-x+3-\frac{1}{1-x}$. Tiệm cận xiên là $y=-x+3$. Chọn A.

Câu 5. $P(x)=2x+\frac{288}{x}$. Khi $x\to+\infty, \frac{288}{x}\to 0 \Rightarrow$ Tiệm cận xiên là $y=2x$. Chọn A.

Câu 6. Khi $x\to+\infty$, cạnh thứ hai $144/x\to 0$, hình chữ nhật kéo dài dạng dải băng hẹp, chu vi $P(x)\approx 2x$ xấp xỉ gấp đôi cạnh dài. Chọn A.

Câu 7. $\overline{C}(x)=3x+60+\frac{1200}{x}$. Khi $x\to+\infty, \frac{1200}{x}\to 0 \Rightarrow$ Tiệm cận xiên là $y=3x+60$. Chọn A.

Câu 8. TCĐ $x=-1$. Thay $x=-1$ vào TCX $y=x-2$ ta được $y=-3$. Giao điểm $I(-1;-3)$. Chọn A.

Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (4 câu lớn):

Câu 1. **a)** ĐÚNG. Mẫu số $1-x=0\Leftrightarrow x=1$ không làm triệt tiêu tử số nên $x=1$ là TCĐ.
b) ĐÚNG. Phần thương phép chia là $-x+3$ nên TCX là $y=-x+3$.
c) SAI. Bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên không có tiệm cận ngang.
d) ĐÚNG. Thay $x=1$ vào TCX $y=-x+3$ được $y=2 \Rightarrow I(1;2)$.

Câu 2. **a)** ĐÚNG. Diện tích $xy=144 \Rightarrow y=144/x$. Chu vi $P(x)=2(x+144/x)=2x+288/x$.
b) ĐÚNG. Khi $x\to 0^+, P(x)\to+\infty \Rightarrow$ TCĐ $x=0$.
c) ĐÚNG. $lim_{x\to+\infty}[P(x)-2x]=0 \Rightarrow$ TCX $y=2x$.
d) ĐÚNG. Áp dụng BĐT Cô-si: $2x+\frac{288}{x}\geq 2\sqrt{2x\cdot\frac{288}{x}}=2\sqrt{576}=48$ m. Dấu bằng khi $2x=288/x\Leftrightarrow x^2=144\Leftrightarrow x=12$ m (hình vuông).

Câu 3. **a)** ĐÚNG. $lim_{x\to 0^+}\overline{C}(x)=+\infty \Rightarrow$ TCĐ $x=0$.
b) ĐÚNG. Khi $x\to+\infty, \frac{900}{x}\to 0 \Rightarrow$ TCX là $y=x+40$.
c) ĐÚNG. Cô-si: $x+900/x\geq 2\sqrt{900}=60 \Rightarrow x=30$ chiếc.
d) SAI. Chi phí bình quân nhỏ nhất là $\overline{C}(30)=30+40+30=100$ nghìn USD (không phải 70).

Câu 4. **a)** ĐÚNG. $lim_{d\to 10^+}d'=+\infty \Rightarrow$ TCĐ $d=10$.
b) ĐÚNG. $lim_{d\to+\infty}d'=10$ cm $\Rightarrow$ TCN $d'=10$.
c) SAI. Hàm phân thức bậc 1 trên bậc 1 không có tiệm cận xiên.
d) ĐÚNG. Khoảng cách vật ảnh $L(d)=d-10+\frac{100}{d-10}+20\geq 2\sqrt{100}+20=40$ cm. Đạt tại $d=20$ cm.

Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (4 câu):

Câu 1. Chia đa thức: $2x^2+x-1=(x+2)(2x-3)+5 \Rightarrow y=2x-3+\frac{5}{x+2}$. Tiệm cận xiên là $y=2x-3 \Rightarrow a=2, b=-3$. Do đó $T=a-b=2-(-3)=5$. Đáp số điền: 5.

Câu 2. Tiệm cận xiên của $P(x)=2x+\frac{288}{x}$ là đường thẳng $y=2x$. Hệ số góc là $k=2$. Đáp số điền: 2.

Câu 3. $\overline{C}(x)=2x+30+\frac{50}{x}$. Cô-si cho 2 số dương: $2x=\frac{50}{x}\Leftrightarrow x^2=25\Leftrightarrow x=5$ nghìn chiếc. Đáp số điền: 5.

Câu 4. Từ Ví dụ 6 SGK trang 24, TCĐ là $x=-1$, TCX là $y=x-2 \Rightarrow y=-3$. Giao điểm là $I(-1;-3)$. Tích $x_0y_0=(-1)(-3)=3$. Đáp số điền: 3.

thuvientoanhoc.com

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Sai lầm về nghiệm triệt tiêu của cả tử và mẫu ($x = x_0$)	Thấy mẫu số triệt tiêu tại $x = x_0$ liền vội vàng kết luận $x = x_0$ là tiệm cận đứng mà không kiểm tra xem x_0 có làm triệt tiêu tử số hay không. Nếu x_0 là nghiệm đơn của cả tử và mẫu thì điểm đó bị khử (điểm gián đoạn bỏ được), không có tiệm cận đứng.	Bắt buộc rút gọn hàm số hoặc dùng máy tính Casio tính giới hạn một bên: nhập biểu thức, bấm CALC gán $x = x_0 + 10^{-6}$ và $x = x_0 - 10^{-6}$. Nếu kết quả ra vô cực ($\pm\infty$) thì $x = x_0$ mới là tiệm cận đứng.
Sai lầm khi xác định tiệm cận ngang có chứa căn thức ($x \to -\infty$)	Với hàm chứa căn thức bậc hai $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$, khi đưa x ra ngoài căn ở nhánh $x \to -\infty$ học sinh quên dấu trừ ($\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert = -x$), dẫn đến chỉ tìm được 1 tiệm cận ngang $y = 1$ và bỏ sót tiệm cận ngang $y = -1$.	Khi hàm số chứa căn bậc hai, luôn tính riêng hai giới hạn khi $x \to +\infty$ (cho $x = 10^9$) và khi $x \to -\infty$ (cho $x = -10^9$). Khắc sâu quy tắc: $\sqrt{x^2} = -x$ khi $x \to -\infty$.
Nhầm lẫn giữa Tiệm cận đứng ($x = \text{const}$) và Tiệm cận ngang ($y = \text{const}$)	Viết phương trình tiệm cận đứng là $y = x_0$ và tiệm cận ngang là $x = y_0$ (đảo ngược biến số giữa hoành độ và tung độ).	Khẩu quyết: 'Đứng là đường thẳng song song trục tung (phương trình $x = \text{const}$); Ngang là đường thẳng song song trục hoành (phương trình $y = \text{const}$)'.
Sai lầm về điều kiện tồn tại tiệm cận xiên $y = ax + b$	Hàm số có bậc của tử số cao hơn bậc của mẫu số từ 2 bậc trở lên (ví dụ bậc 3 trên bậc 1) nhưng học sinh vẫn chia đa thức và kết luận phần thương là tiệm cận xiên.	Tiệm cận xiên chỉ tồn tại khi bậc tử lớn hơn bậc mẫu đúng 1 bậc ($a \neq 0$). Phương trình tiệm cận xiên $y = ax + b$ với $a = lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ và $b = lim_{x\to\pm\infty}[f(x) - ax]$.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 9 - 10)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Tái hiện chuẩn xác định nghĩa vectơ trong không gian, độ dài vectơ, vectơ cùng phương, cùng hướng, hai vectơ bằng nhau, hai vectơ đối nhau và vectơ-không $\vec{0}$.

• Nắm vững và vận dụng linh hoạt các quy tắc phép toán vectơ: Quy tắc ba điểm $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$, $\vec{AB}-\vec{AC}=\vec{CB}$; Quy tắc hình bình hành $\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AC}$; Quy tắc hình hộp $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA'}=\vec{AC'}$; Phép nhân vectơ với một số thực.

• Sử dụng nhuần nhuyễn các hệ thức quan trọng: Hệ thức trung điểm đoạn thẳng $\vec{OA}+\vec{OB}=2\vec{OM}$, hệ thức trọng tâm tứ diện $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}=\vec{0}$ và $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}+\vec{OD}=4\vec{OG}$.

• Hiểu rõ định nghĩa góc giữa hai vectơ trong không gian $(\vec{u},\vec{v})\in[0°;180°]$; định nghĩa và tính chất của tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u},\vec{v})$; điều kiện vuông góc $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

• Vận dụng vectơ giải quyết các mô hình thực tiễn phong phú từ SGK: cân bằng lực căng dây cáp cần cẩu (Hình 2.2), độ dịch chuyển thang máy (Vận dụng 1), vận tốc thang cuốn hai chiều (Vận dụng 2), máy bay chịu 4 lực (Vận dụng 3), tính công cơ học của lực kéo (Vận dụng 4), lực ép của bàn 4 chân xuống sàn (Bài 2.3), trọng tâm khối Rubik tứ diện (Bài 2.8), cân bằng cột điện neo 3 dây cáp (Bài 2.9), phân tích phản lực xuất phát điền kinh (Hình 2.32, 2.33).

2. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Khả năng quan sát hình vẽ không gian, chuyển đổi giữa quan hệ hình học thuần túy (song song, vuông góc, trung điểm, trọng tâm) sang ngôn ngữ đại số vectơ; phân tích mối quan hệ độc lập tuyến tính và đồng phẳng của các vectơ.

• Năng lực mô hình hóa toán học: Biết toán học hóa các hiện tượng cơ học thực tế (hợp lực kéo tàu/máy bay, sức căng dây cáp treo, công cơ học, chuyển động ca nô qua sông) thành bài toán vectơ không gian, giải quyết và đối chiếu kết quả thực tế.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Phân tích nhanh đề bài trắc nghiệm Đúng/Sai, nhận diện cấu trúc đối lập, dùng các đẳng thức cơ bản để kiểm tra nhanh mệnh đề, tránh bẫy phương hướng và góc tù.

• Năng lực giao tiếp toán học: Diễn đạt chuẩn xác các kí hiệu vectơ, quy tắc chèn điểm, đọc hiểu các thuật ngữ khoa học kỹ thuật trong đề thi.

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Năng lực khai thác phần mềm hình học trực quan GeoGebra 3D: Dựng hình khối không gian (hình hộp, hình chóp, tứ diện), dựng vectơ, hiển thị góc giữa hai vectơ và xoay không gian 3D để kiểm tra trực quan các đẳng thức vectơ.

• Năng lực làm chủ máy tính cầm tay (Casio fx-580VNX / 880BTG): Thiết lập hệ tọa độ giả định để bấm máy Mode 5 (Vector 3D): gán tọa độ các đỉnh hình hộp, tính tổng vectơ, tính độ dài vectơ (lệnh Abs), tính tích vô hướng (Dot Product) và đo góc tự động (lệnh Angle).

• Năng lực tự học và kiểm tra đánh giá trên nền tảng số: Quét mã QR tham gia phòng thi trực tuyến Azota / Onluyen.vn để làm bài khảo sát năng lực 5 phút, theo dõi phản hồi sai sót ngay lập tức.

thuvientoanhoc.com

3. Về phẩm chất

• Trách nhiệm và Chăm chỉ: Chủ động tự giác làm bài tập, phối hợp thảo luận nhóm giải quyết các bài toán liên môn Vật lý - Thực tế.

• Trung thực và Khách quan: Tự đánh giá đúng năng lực thông qua kết quả bài trắc nghiệm số hóa, nghiêm túc phân tích các sai lầm trong quá trình giải toán.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), slide bài giảng điện tử (PowerPoint / Canva) minh họa sắc nét các hình ảnh thực tế từ SGK (Hình 2.2, Hình 2.9, Hình 2.20, Hình 2.28, Hình 2.29, Hình 2.30, Hình 2.31, Hình 2.33).

• Tệp GeoGebra 3D (.ggb) được lập trình sẵn các mô hình: Quy tắc hình hộp chữ nhật, mô hình tứ diện đều và góc giữa 2 vectơ.

• vở ghi bài (Tiết 1) và vở ghi bài (Tiết 2) in sẵn cho từng bàn học sinh.

• Mã QR liên kết bài thi trắc nghiệm trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn phục vụ đánh giá năng lực số cuối mỗi tiết học.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bộ Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp, thước kẻ, bút màu.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG có sẵn pin và chức năng Vector hoạt động tốt.

• Điện thoại thông minh hoặc thiết bị có kết nối Internet (theo sự cho phép và quản lý của giáo viên ở hoạt động số hóa).

3. Hệ thống hình vẽ và học liệu trực quan toán học chất lượng cao (vẽ chỉ ở đề bài các bài toán có hình):

• Hình 1: Hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' (Bài 2.2 SGK trang 58, Câu 1 Dạng 1 Tiết 1).

• Hình 2: Mô hình chuyển động của hai thang máy thẳng đứng (Vận dụng 1 SGK trang 48, Câu 4 Dạng 1 Tiết 1).

• Hình 3: Tứ diện ABCD và vị trí trọng tâm G (SGK trang 53, Câu 5 Dạng 1 Tiết 1).

• Hình 4: Khối cấu kiện bê tông nâng bởi hai sợi dây cáp cẩu (Hình 2.2 SGK trang 46, Câu 7 Dạng 1 Tiết 1).

• Hình 5: Mô hình phân bổ lực ép của chiếc bàn 4 chân xuống sàn (Bài 2.3 SGK trang 58, Câu 8 Dạng 1 Tiết 1).

• Hình 6: Các lực tác dụng lên máy bay đang bay thẳng đều theo phương ngang (Vận dụng 3 SGK trang 54, Câu 2 Dạng 2 Tiết 1).

• Hình 7: Cột thu phát sóng neo bởi 3 sợi dây cáp giằng trên mặt đất (Bài 2.9 SGK trang 59, Câu 3 Dạng 2 Tiết 1).

• Hình 8: Khối đồ chơi Rubik hình tứ diện đều ABCD (Bài 2.8 SGK trang 58, Câu 4 Dạng 2 Tiết 1).

• Hình 9: Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (Ví dụ 9 SGK trang 55, Câu 3 Dạng 1 Tiết 2).

• Hình 10: Hình lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' có đáy vuông tại A (Bài 2.10 SGK trang 59, Câu 5 Dạng 1 Tiết 2).

• Hình 11: Mô hình lực kéo tác dụng lên vật chuyển động (Vận dụng 4 SGK trang 57, Câu 7 Dạng 1 Tiết 2).

• Hình 12: Lực chân đạp lên bàn đạp xuất phát của vận động viên điền kinh (Hình 2.32, 2.33 SGK trang 59, Câu 8 Dạng 1 Tiết 2).

• Hình 13: Hình chóp tam giác đều S.ABC (Bài 2.11 SGK trang 59, Câu 3 Dạng 2 Tiết 2).

• Hình 14: Mô hình ca nô chuyển động vượt khúc sông có dòng chảy (Vận dụng 2 SGK trang 52, Câu 4 Dạng 2 Tiết 2).

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- **Tiết 1:** Khái niệm vectơ, phép cộng, trừ vectơ, quy tắc hình hộp và các hệ thức điểm đặc biệt trong không gian.
- **Tiết 2:** Phép nhân vectơ với một số, tích vô hướng của hai vectơ và ứng dụng cân bằng lực trong vật lý.

TIẾT 1: KHÁI NIỆM VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Khái niệm, phép cộng, trừ vectơ, quy tắc hình hộp, nhân với một số, trọng tâm tứ diện và bài toán thực tế lực cân bằng.

thuvientoanhoc.com

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện nhanh các định nghĩa, quy tắc hình học vectơ trong không gian, tạo tâm thế tích cực thông qua hình ảnh thực tiễn SGK.

b) Nội dung: Trả lời câu hỏi gợi mở của GV, hoàn thiện nhánh sơ đồ tư duy về các quy tắc vectơ.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt hệ thống kiến thức trọng tâm Tiết 1 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu hình ảnh SGK Hình 2.2 (Kiện hàng treo bởi dây cáp cần cẩu) và Hình 2.9 (Thang máy di chuyển giữa các tầng). GV đặt 2 câu hỏi vấn đáp nhanh: 1. 'Khi kiện hàng đứng yên thăng bằng thì tổng lực căng của các sợi dây cáp và trọng lực thỏa mãn hệ thức vectơ nào?' 2. 'Nhắc lại Quy tắc hình hộp trong không gian và so sánh với Quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát máy chiếu, liên hệ thực tế kiện hàng được giữ thăng bằng bởi các sợi cáp và chuyển động thẳng đứng của thang máy.
Theo dõi & Gợi ý: GV quan sát học sinh suy nghĩ, mời 2 học sinh trả lời nhanh tại chỗ; chốt lại khái niệm vectơ trong không gian vẫn giữ nguyên các tính chất như trong mặt phẳng (cùng phương, cùng hướng, độ dài, vectơ-không).	**Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: 1. Do kiện hàng cân bằng nên hợp lực tác dụng bằng vectơ-không: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} = \vec{0}$. 2. Quy tắc hình bình hành: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$. Quy tắc hình hộp mở rộng ra 3 kích thước: $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ (đường chéo xuất phát từ đỉnh A).
Chốt kiến thức: GV chuẩn hóa kiến thức bằng Hộp tóm tắt kiến thức cốt lõi Tiết 1 trên máy chiếu, yêu cầu học sinh ghi nhớ các công thức then chốt.	**Ghi nhận & Đúc kết:** HS đối chiếu và ghi chép nhanh các công thức trọng tâm vào khung tóm tắt của vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1 (SGK TRANG 45 - 54)

1. Khái niệm vectơ trong không gian: Vectơ là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{AB}$. Độ dài là $|\vec{AB}| = AB$. Hai vectơ bằng nhau khi cùng hướng và cùng độ dài: $\vec{a} = \vec{b}$. Hai vectơ đối nhau: $\vec{b} = -\vec{a}$. Vectơ-không kí hiệu là $\vec{0}$.

2. Quy tắc cộng và trừ vectơ:

• Quy tắc 3 điểm: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ và $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$ (với mọi A, B, C).

• Quy tắc hình bình hành: Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

• Quy tắc hình hộp: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó: $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ (đường chéo xuất phát từ cùng một đỉnh).

3. Phép nhân vectơ với một số & Các hệ thức điểm đặc biệt:

• Tích $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ khi $k > 0$, ngược hướng khi $k < 0$; $|k\vec{a}| = |k||\vec{a}|$.

• Hệ thức trung điểm: M là trung điểm đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$ (với mọi điểm O).

• Hệ thức trọng tâm tứ diện: G là trọng tâm của tứ diện $ABCD \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{OG}$ (với mọi điểm O).

• Trọng tâm tứ diện G là trung điểm đoạn nối hai trung điểm của hai cạnh đối diện, hoặc G

thuvientoanhoc.com

nằm trên đoạn nối đỉnh với trọng tâm mặt đối diện: $\vec{GA} = -3\vec{GA'}$.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán vectơ không gian qua 3 dạng thức đề thi chuẩn Bộ GD&ĐT 2025 (8 câu MCQ, 4 câu lớn Đúng/Sai = 16 ý, 4 câu Trả lời ngắn), tăng cường bài toán thực tế, hạn chế tối đa tham số m phức tạp.
b) Nội dung: Học sinh hoạt động nhóm trên vở ghi bài, giải quyết hệ thống bài tập phân hóa.
c) Sản phẩm: Bài làm chi tiết của các nhóm trên bảng nhóm và vở ghi chép.
d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập lớn và phân công nhiệm vụ cụ thể: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 1, Câu 2). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 1, Câu 2, Câu 3, Câu 4) và Dạng 3 (Câu 3, Câu 4). GV phát vở ghi bài và quy định thời gian làm việc độc lập 15 phút, sau đó thảo luận chéo 7 phút.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS các nhóm nhanh chóng nhận nhiệm vụ, phân công nhóm trưởng điều phối, thư ký ghi chép lên bảng phụ nhóm.
Quan sát & Hướng dẫn: GV đi lại quan sát, hướng dẫn kịp thời các nhóm yếu: • Lưu ý học sinh nhận diện đúng chiều vectơ trong quy tắc hình hộp: đường chéo phải chung đỉnh gốc. • Hướng dẫn học sinh chuyển đổi bài toán thực tế máy bay chịu 4 lực (Vận dụng 3 SGK) và cân bằng bàn 4 chân (Bài 2.3 SGK) thành phương trình cân bằng vectơ: tổng các lực bằng $\vec{0}$.	**Thực hiện nhiệm vụ nhóm:** • Các nhóm thảo luận sôi nổi, vẽ hình khối minh họa, vận dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình hộp và hệ thức trọng tâm tứ diện. • Nhóm 3, 4 phân tích kỹ 4 mệnh đề a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận phương án về lực cản tỉ lệ bình phương vận tốc của máy bay và trọng tâm khối Rubik tứ diện đều. • Nhóm 1, 2 thực hiện tính toán số học chính xác cho các câu trả lời ngắn.
Điều hành báo cáo & Chốt đáp án: GV gọi đại diện mỗi nhóm lên bảng trình bày lời giải và phân tích các phương án Đúng/Sai. GV nhận xét, chuẩn hóa câu trả lời, công bố đáp án và chỉ ra các bẫy thường gặp.	**Báo cáo & Đánh giá chéo:** Đại diện nhóm trình bày trên bảng phụ; các nhóm còn lại nhận xét, phản biện, ghi nhận các sai lầm cần tránh vào vở ghi.

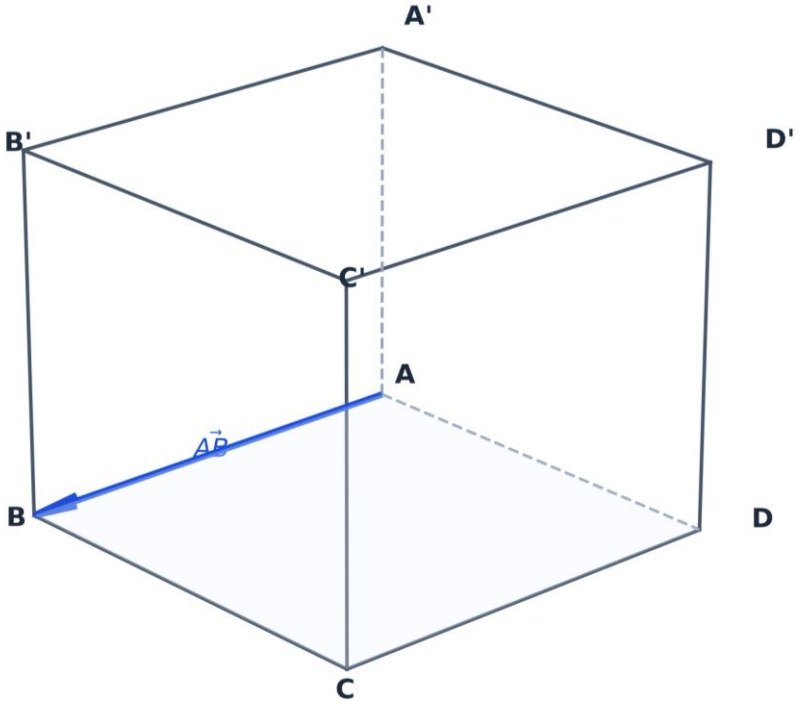
☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây cùng hướng với vectơ $\vec{AB}$?

thuvientoanhoc.com



Hình 1: Hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' (Bài 2.2 SGK trang 58, Câu 1 Dạng 1 Tiết 1)

A. $\vec{DC}$. **B.** $\vec{CD}$. **C.** $\vec{B'A'}$. **D.** $\vec{A'D'}$.

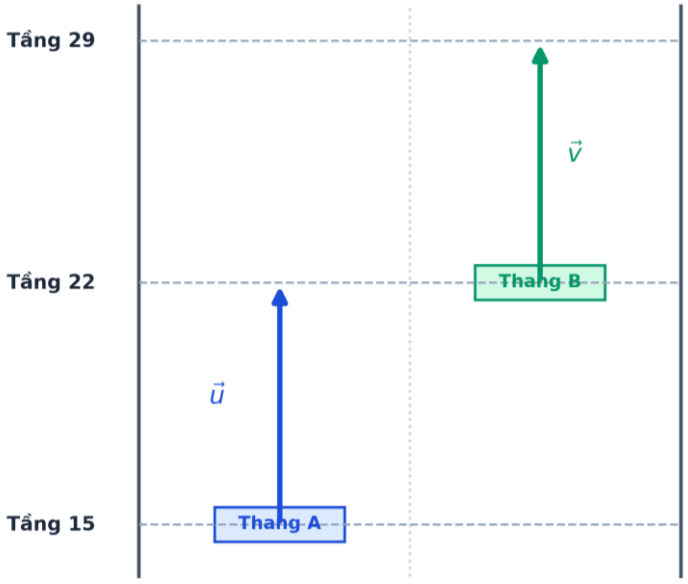
Câu 2. Với ba điểm bất kì A, B, C trong không gian, khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. **B.** $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. **C.** $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$. **D.** $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng của ba vectơ $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\vec{AC'}$. **B.** $\vec{CA'}$. **C.** $\vec{BD'}$. **D.** $\vec{A'C}$.

Câu 4. Trong một tòa chung cư cao tầng có hai thang máy chuyển động theo phương thẳng đứng: thang máy A đi từ tầng 15 lên tầng 22 (tạo độ dịch chuyển $\vec{u}$), thang máy B đi từ tầng 22 lên tầng 29 (tạo độ dịch chuyển $\vec{v}$). Biết chiều cao giữa các tầng là như nhau. Mối quan hệ giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là:



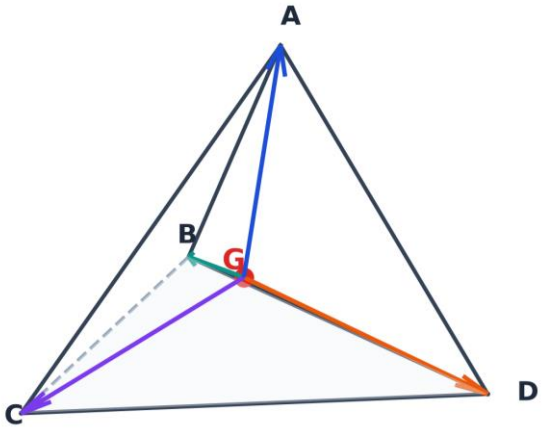
Hình 2: Mô hình chuyển động của hai thang máy thẳng đứng (Vận dụng 1 SGK trang 48, Câu 4 Dạng 1 Tiết 1)

A. $\vec{u} = \vec{v}$. **B.** $\vec{u} = -\vec{v}$.

C. $|\vec{u}| \neq |\vec{v}|$. **D.** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm. Đẳng thức vectơ nào sau đây luôn đúng?

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Tứ diện ABCD và vị trí trọng tâm G (SGK trang 53, Câu 5 Dạng 1 Tiết 1)

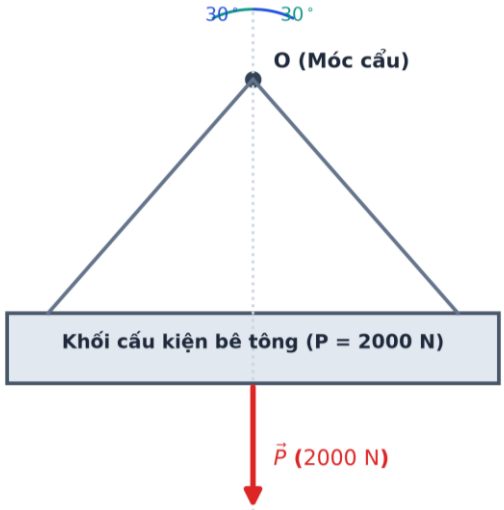
A. $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}=\vec{0}$. **B.** $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}=4\vec{OG}$.

C. $\vec{GA}+\vec{GB}=\vec{GC}+\vec{GD}$. **D.** $\vec{AG}+\vec{BG}+\vec{CG}+\vec{DG}=\vec{AB}$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=2$, $AD=3$, $AA'=4$. Độ dài của vectơ $\vec{u}=\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA'}$ bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** 9. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 7. Một khối cấu kiện bê tông có trọng lượng $P=2000$ N được nâng thăng bằng bởi hai sợi dây cáp cẩu đối xứng hợp với phương thẳng đứng các góc bằng nhau là 30°. Độ lớn lực căng T của mỗi sợi dây cáp bằng:

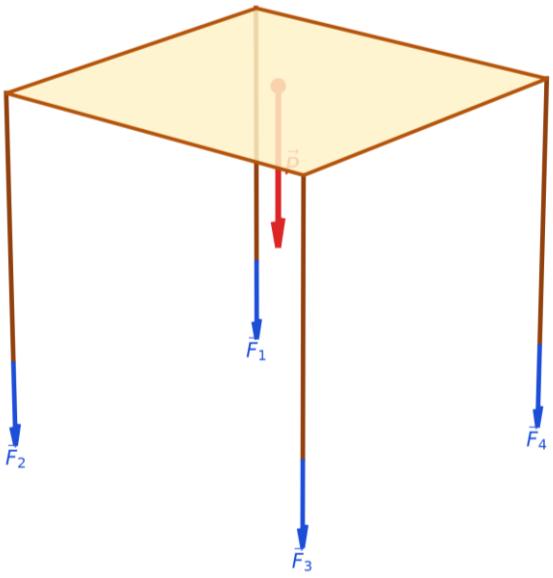


Hình 4: Khối cấu kiện bê tông nâng bởi hai sợi dây cáp cẩu (Hình 2.2 SGK trang 46, Câu 7 Dạng 1 Tiết 1)

A. $\frac{2000}{\sqrt{3}}$ N. **B.** 1000 N. **C.** 2000 N. **D.** $\frac{1000}{\sqrt{3}}$ N.

Câu 8. Một chiếc bàn có 4 chân chịu lực đối xứng đặt trên mặt sàn nằm ngang phẳng. Một vật nặng có trọng lực $\vec{P}$ tác dụng lên giữa mặt bàn, lực này phân bổ đều xuống 4 chân bàn tạo thành 4 lực ép vuông góc lên sàn là $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$. Mối quan hệ giữa trọng lực $\vec{P}$ và lực $\vec{F_1}$ là:

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Mô hình phân bổ lực ép của chiếc bàn 4 chân xuống sàn (Bài 2.3 SGK trang 58, Câu 8 Dạng 1 Tiết 1)

A. $\vec{P} = 4\vec{F_1}$. **B.** $\vec{P} = -4\vec{F_1}$. **C.** $\vec{P} = \frac{1}{4}\vec{F_1}$. **D.** $\vec{P} = -\vec{F_1}$.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{C'D'}$ là hai vectơ đối nhau.

b) Tổng $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$.

c) Hiệu của hai vectơ $\vec{AC'} - \vec{AA'} = \vec{AC}$.

d) Tổng $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'} = \vec{BD'}$.

Câu 2. Một chiếc máy bay phản lực đang bay thẳng đều trên không trung theo phương ngang. Có 4 lực tác dụng lên máy bay: lực đẩy của động cơ $\vec{F_1}$, lực cản của không khí $\vec{F_2}$, trọng lực $\vec{P}$, và lực nâng khí động học của cánh máy bay $\vec{F_3}$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

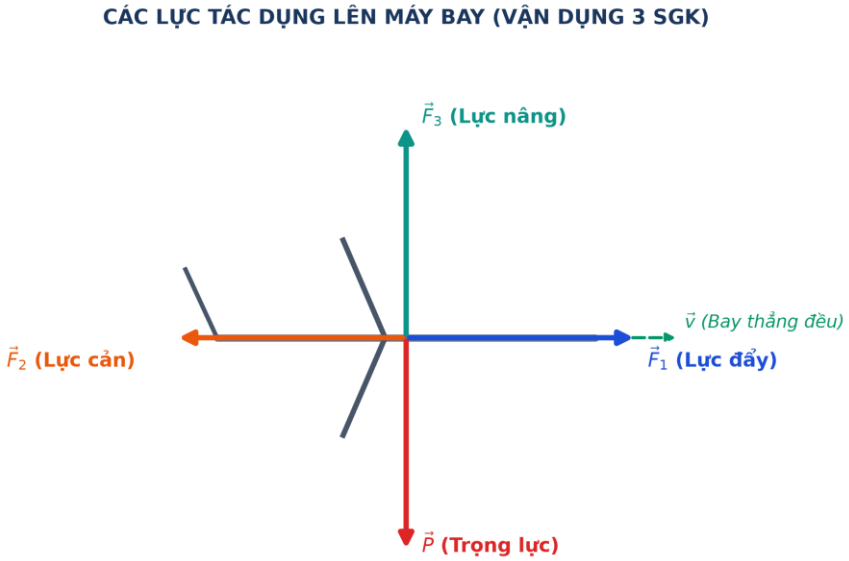
a) Lực nâng $\vec{F_3}$ và trọng lực $\vec{P}$ là hai vectơ ngược hướng nhau.

b) Do máy bay bay chuyển động thẳng đều nên tổng hợp lực tác dụng bằng vectơ-không: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} + \vec{F_3} = \vec{0}$.

c) Vectơ lực cản $\vec{F_2}$ cùng hướng với vectơ lực đẩy $\vec{F_1}$.

d) Khi vận tốc máy bay tăng từ 900 km/h lên 920 km/h, biết độ lớn lực cản không khí tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc ($|\vec{F_2}| = k \cdot v^2$), tỉ số độ lớn lực cản mới so với lực cản cũ xấp xỉ bằng 1,045.

thuvientoanhoc.com



Hình 6: Các lực tác dụng lên máy bay đang bay thẳng đều theo phương ngang (Vận dụng 3 SGK trang 54, Câu 2 Dạng 2 Tiết 1)

Câu 3. Một cột thu phát sóng viễn thông thẳng đứng được cố định thăng bằng trên mặt đất nhờ ba sợi dây cáp giằng OA, OB, OC neo vào ba cọc trên mặt đất. Các lực căng do ba sợi cáp tác dụng lên đỉnh cột O lần lượt là $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$. Cột có trọng lượng $\vec{P}$ và chịu phản lực đỡ từ lòng đất là $\vec{N}$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Ba sợi dây cáp tác dụng lên đỉnh cột các lực căng có điểm đặt chung tại đỉnh O.

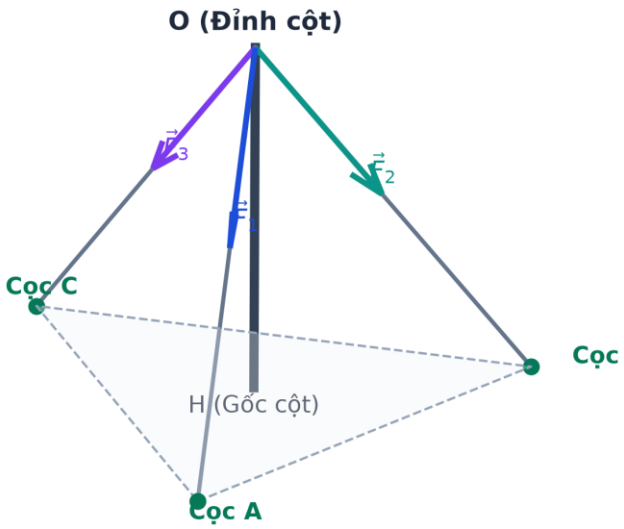
b) Khi đỉnh cột O đứng yên thăng bằng thì tổng các vectơ lực tác dụng lên đỉnh cột bằng vectơ $\vec{0}$.

c) Ba vectơ lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ luôn luôn đồng phẳng với nhau.

d) Nếu hợp lực của ba sợi dây cáp $\vec{F_{hl}} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$ có phương thẳng đứng hướng xuống thì thân cột hoàn toàn không bị chịu mômen uốn cong theo phương ngang.

thuvientoanhoc.com

CỘT THU PHÁT SÓNG NEO 3 DÂY GIẰNG (BÀI 2.9 SGK)



Hình 7: Cột thu phát sóng neo bởi 3 sợi dây cáp giằng trên mặt đất (Bài 2.9 SGK trang 59, Câu 3 Dạng 2 Tiết 1)

Câu 4. Cho khối đồ chơi Rubik hình tứ diện đều $ABCD$ có chiều cao hạ từ đỉnh A xuống mặt phẳng đáy (BCD) là $h = 8$ cm. Gọi G là trọng tâm của tứ diện. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Với mọi điểm M trong không gian, ta luôn có hệ thức $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$.

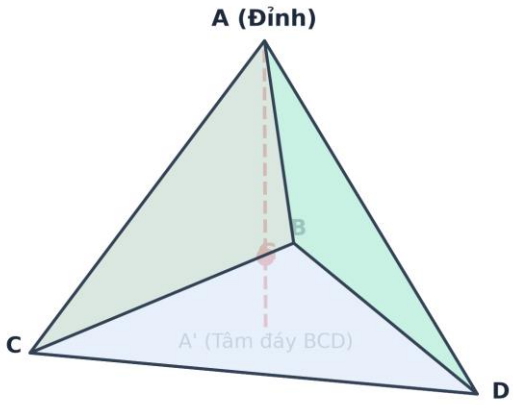
b) Điểm G nằm trên đoạn thẳng nối đỉnh A với trọng tâm A' của tam giác BCD và thỏa mãn $GA = 3GA'$.

c) Khoảng cách từ trọng tâm G đến mỗi mặt của khối Rubik tứ diện đều bằng 2 cm.

d) Tổng của ba vectơ xuất phát từ đỉnh A là $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.

thuvientoanhoc.com

KHỐI RUBIK TỨ DIỆN ĐỀU ABCD VÀ TRỌNG TÂM G (BÀI 2.8 SGK)



Hình 8: Khối đồ chơi Rubik hình tứ diện đều ABCD (Bài 2.8 SGK trang 58, Câu 4 Dạng 2 Tiết 1)

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 2$, $AD = 3$, $AA' = 4$. Tính bình phương độ dài của vectơ $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ (nghĩa là tính $|\vec{u}|^2$).

Câu 2. Một máy bay bay thẳng đều. Khi vận tốc của máy bay tăng từ $v_1 = 900$ km/h lên $v_2 = 920$ km/h, lực cản không khí tăng từ F_1 lên F_2. Biết lực cản tỉ lệ với bình phương vận tốc. Tỉ số phần trăm tăng thêm của lực cản $\frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100\%$ làm tròn đến hàng phần mười là bao nhiêu?

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 2. Tính giá trị của biểu thức $|\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}|^2$.

Câu 4. Một khối Rubik hình tứ diện đều có chiều cao là 12 cm. Trọng tâm G của tứ diện cách mỗi mặt của khối Rubik một khoảng bằng bao nhiêu xentimét?

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SỐ (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh làm chủ công cụ số: mô phỏng trực quan 3D trên GeoGebra và sử dụng máy tính Casio fx-580VNX/880BTG xử lý vectơ không gian.

b) Nội dung: GV hướng dẫn quy trình bấm máy Vector 3D và quan sát mô hình 3D xoay trên GeoGebra.

c) Sản phẩm: Thao tác bấm máy chính xác ra kết quả $\sqrt{29} \approx 5{,}385$ và hình vẽ trực quan trên GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Hướng dẫn Năng lực số: GV trình chiếu màn hình Casio fx-580VNX (phần mềm giả lập) và hướng dẫn học sinh kiểm tra Câu 6 / Câu 1 Dạng 3: 1. Bấm `MENU 5` (Vector) -> Chọn `1: VctA` -> Chọn số chiều `3` -> Nhập tọa độ đại diện: (2,0,0). 2. Bấm `OPTN 1` -> Chọn `2: VctB` -> Kích thước `3` -> Nhập: (0,3,0). 3. Bấm `OPTN 1` -> Chọn `3: VctC` -> Kích thước `3` -> Nhập: (0,0,4). 4. Bấm `AC`. Tính tổng: `OPTN 3` + `OPTN 4` + `OPTN 5`	**Thực hành bấm máy:** HS đồng loạt cầm máy tính Casio fx-580VNX / fx-880BTG, thực hiện theo từng thao tác của GV, đối chiếu kết quả trên màn hình máy tính cá nhân. Một học sinh thao tác mẫu kết nối máy chiếu lớp học.

thuvientoanhoc.com

`=`. Màn hình hiện `(2, 3, 4)`. 5. Tính độ dài: Bấm `SHIFT )` (Abs) -> `Ans` `=`. Kết quả: $\sqrt{29} \approx 5{,}38516\ldots$	
Mô phỏng GeoGebra 3D: GV mở file GeoGebra 3D: Dựng hình hộp chữ nhật kích thước 2x3x4, cho hiện các vectơ thành phần và vectơ tổng đường chéo $\vec{AC'}$. GV xoay mô hình 360 độ giúp học sinh thấy rõ trực quan không gian ba chiều.	**Quan sát trực quan & Khắc sâu:** HS quan sát mô hình xoay GeoGebra 3D, hiểu bản chất: tổng của 3 vectơ cạnh cùng xuất phát từ đỉnh A chính là vectơ đường chéo không gian $\vec{AC'}$ của hình hộp.

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 2 (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố nội dung Tiết 1, định hướng chuẩn bị bài cho Tiết 2 về góc giữa hai vectơ và tích vô hướng.

b) Nội dung: Giao nhiệm vụ tự luyện và đọc trước phần Góc & Tích vô hướng (trang 54 - 59 SGK).

c) Sản phẩm: Vở tự học hoàn thành bài tập về nhà và các câu hỏi chuẩn bị Tiết 2.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao nhiệm vụ cụ thể cho học sinh: 1. Hoàn thành ghi chép và giải lại các câu làm sai trong vở ghi bài. 2. Quét mã QR cuối vở ghi bài để truy cập bài luyện tập online trên Azota (gồm 10 câu trắc nghiệm nhanh củng cố quy tắc hình hộp và trọng tâm tứ diện). 3. Đọc trước mục 2: Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian (SGK trang 54 - 57), đặc biệt xem kỹ công thức tính công cơ học của lực kéo (Vận dụng 4).	**Ghi nhận nhiệm vụ:** HS ghi nhiệm vụ vào sổ tay học tập, dùng điện thoại quét mã QR nhận đề thi online trên Azota để hoàn thành trong buổi tối.
Đánh giá tiết học: GV nhận xét tinh thần học tập, khen ngợi các nhóm làm việc hiệu quả và nhắc nhở học sinh chuẩn bị tốt cho Tiết 2.	**Chuẩn bị trước bài mới:** Ghi nhớ yêu cầu đọc trước SGK trang 54 - 57 về tích vô hướng và công thức công cơ học.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC - TIẾT 2

TIẾT 2: GÓC GIỮA HAI VECTƠ, TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG HÌNH HỌC, VẬT LÝ THỰC TIỄN

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Góc giữa hai vectơ, tích vô hướng, điều kiện vuông góc, ứng dụng tính công cơ học, hợp lực và phản lực xuất phát điền kinh.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (7 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa góc giữa hai vectơ, công thức tích vô hướng, ý nghĩa vật lý của công cơ học.

b) Nội dung: Quan sát Hình 2.28 SGK (Kéo xe trượt tuyết) và trả lời câu hỏi khởi động.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức trọng tâm Tiết 2 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 2.28 SGK (Người kéo vật nặng di chuyển trên sàn ngang bằng lực $\vec{F}$ hợp với phương chuyển động góc α). GV nêu 2 câu hỏi: 1. 'Công thức tính công cơ học A của lực $\vec{F}$ sinh ra khi vật dịch chuyển quãng đường d là gì?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát hình ảnh xe trượt tuyết, nhớ lại kiến thức Vật lý 10 và bài học tích vô hướng Toán 12.

thuvientoanhoc.com

2. 'Khi nào công này đạt giá trị lớn nhất? Khi nào lực kéo hoàn toàn không sinh công ($A = 0$)?'	
Điều phối thảo luận: GV gọi 1 học sinh trả lời, phân tích ý nghĩa của đại lượng tích vô hướng trong vật lý; chốt lại định nghĩa góc giữa hai vectơ và điều kiện vuông góc $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.	**Trả lời câu hỏi:** Đại diện HS phát biểu: 1. Công cơ học: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = \lvert\vec{F}\rvert\lvert\vec{d}\rvert\cos\alpha$. 2. Công lớn nhất khi lực kéo cùng hướng với độ dịch chuyển ($\alpha = 0° \Rightarrow \cos 0° = 1$). 3. Không sinh công khi lực kéo vuông góc với phương dịch chuyển ($\alpha = 90° \Rightarrow \cos 90° = 0$).
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 2, yêu cầu học sinh ghi nhớ công thức cosin góc giữa hai vectơ.	**Ghi nhận kiến thức:** HS ghi các công thức trọng tâm vào vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2 (SGK TRANG 54 - 59)

1. Góc giữa hai vectơ trong không gian: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kì, vẽ $\vec{AB} = \vec{u}$ và $\vec{AC} = \vec{v}$. Khi đó góc $\hat{BAC}$ được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $(\vec{u}, \vec{v})$. Khoảng giá trị: $0° \le (\vec{u}, \vec{v}) \le 180°$.

2. Tích vô hướng của hai vectơ: Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số thực, xác định bởi: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ (với $\vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}$). Quy ước: nếu $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

3. Các tính chất và hệ quả quan trọng:

- Bình phương vô hướng: $\vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 \ge 0 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}^2}$.
- Điều kiện vuông góc: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- Công thức tính cosin góc: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.
- Tính chất giao hoán, phân phối: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$; $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$; $(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = k(\vec{u} \cdot \vec{v})$.

4. Ứng dụng vật lý và thực tiễn:

- Công cơ học của lực không đổi: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}||\vec{d}|\cos\alpha$ (Joule).
- Phân tích lực chân xuất phát điền kinh: Thành phần lực đẩy ngang $F_x = F \cdot \cos\alpha$, thành phần nâng thẳng đứng $F_y = F \cdot \sin\alpha$.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ THỰC TIỄN THEO 3 DẠNG THỨC 2025 (28 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh tính toán thành thạo góc giữa 2 vectơ, tích vô hướng trong các hình khối không gian (lập phương, lăng trụ, chóp) và giải bài toán thực tế công cơ học, chuyển động ca nô, phân tích lực bàn đạp điền kinh.

b) Nội dung: Học sinh giải quyết bộ câu hỏi trên vở ghi bài theo hình thức nhóm chuyên gia.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên phiếu nhóm và bài thuyết trình trên bảng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Phân chia nhóm chuyên gia: GV chia lớp thành 6 nhóm nhỏ, phân công các phần luyện tập trọng tâm: • Nhóm 1 & 2: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) - chú trọng kỹ năng xác định góc giữa 2 vectơ cùng gốc hoặc khác gốc. • Nhóm 3 & 4: Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4) - phân tích từng mệnh	**Nhận nhiệm vụ:** HS di chuyển vào vị trí nhóm chuyên gia, mở vở ghi bài, phân công người tính toán, người kiểm tra và người viết bảng phụ.

thuvientoanhoc.com

đề Đúng/Sai về góc, công cơ học, hình chóp đều và chuyển động ca nô vượt sông. • Nhóm 5 & 6: Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4) - tính toán chính xác số đo góc, công cơ học 1500 J, tích vô hướng $(\vec{a}+2\vec{b})(2\vec{a}-\vec{b})$ và cosin góc tứ diện đều.	
Hỗ trợ sư phạm: GV theo dõi, hướng dẫn học sinh cách đưa 2 vectơ không cùng gốc về cùng một đỉnh chung bằng các vectơ bằng nhau, tránh sai lầm lấy góc bù $180°-\alpha$ nhầm lẫn với góc hình học giữa hai đường thẳng.	**Thảo luận & Giải toán:** • Nhóm 1, 2 dùng hình lập phương tìm vectơ bằng để quy về chung đỉnh: $(\vec{AC},\vec{DA})=(\vec{AC},\vec{CB})=180°-45°=135°$. • Nhóm 3, 4 làm việc với các bài toán vật lý: áp dụng công thức $A=F\cdot s\cdot\cos\alpha$, tính độ dời ca nô trôi xuôi dòng $x=v_{dong}\cdot t=3\cdot 20=60$ m. • Nhóm 5, 6 khai triển tích vô hướng theo phân phối và bấm máy kiểm tra.
Tổng kết & Đánh giá: GV tổ chức báo cáo, mời đại diện các nhóm lên sửa bài, phân tích sâu các sai lầm tư duy thường gặp và chốt điểm cho các nhóm.	**Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm trình bày kết quả, các nhóm còn lại chất vấn, bổ sung và hoàn thiện đáp án chuẩn mực vào vở.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ đều khác vectơ-không $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là đúng về tập giá trị của góc $(\vec{u},\vec{v})$?

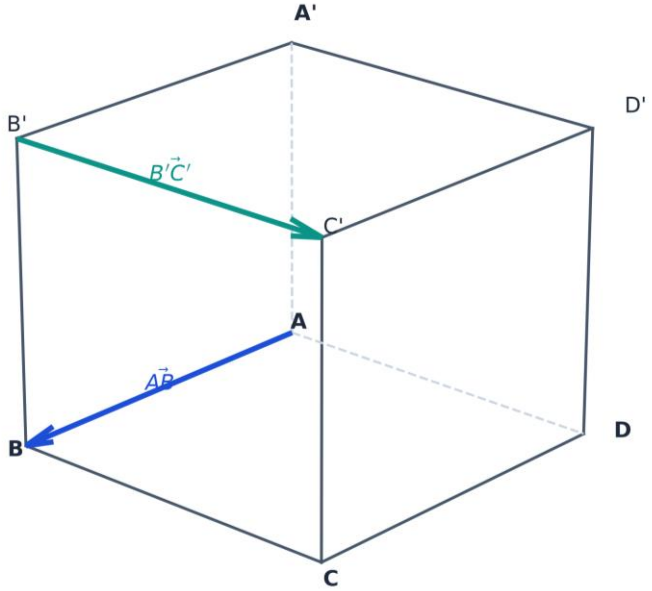
A. $0°\le(\vec{u},\vec{v})\le 180°$. **B.** $0°\le(\vec{u},\vec{v})\le 90°$.

C. $0°<(\vec{u},\vec{v})<180°$. **D.** $-1\le(\vec{u},\vec{v})\le 1$.

Câu 2. Cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc với nhau là:

A. $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$. **B.** $|\vec{u}|=|\vec{v}|$. **C.** $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$. **D.** $\vec{u}\cdot\vec{v}=1$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc giữa hai vectơ $\vec{AC}$ và $\vec{DA}$ bằng:



Hình 9: Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (Ví dụ 9 SGK trang 55, Câu 3 Dạng 1 Tiết 2)

thuvientoanhoc.com

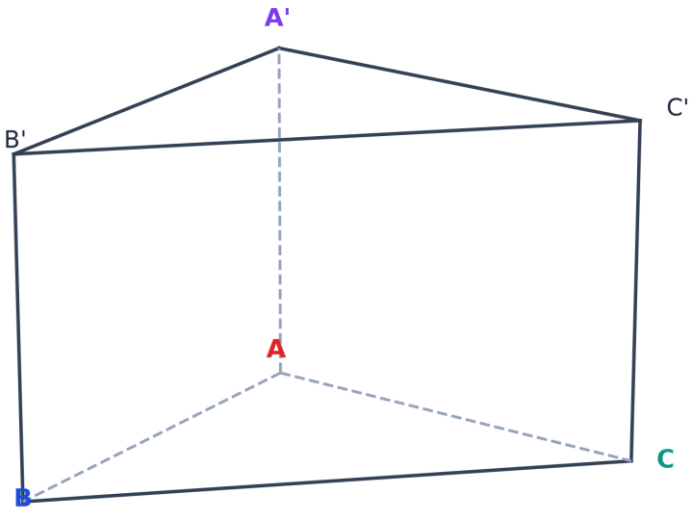
A. 135°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 4. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có độ dài lần lượt là $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ và góc giữa chúng bằng 60°. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

A. 6. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Khẳng định nào sau đây là SAI?

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC ABC.A'B'C' (BÀI 2.10 SGK)



Hình 10: Hình lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' có đáy vuông tại A (Bài 2.10 SGK trang 59, Câu 5 Dạng 1 Tiết 2)

A. $\vec{AA'} \cdot \vec{BC} = 0$. **B.** $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$.

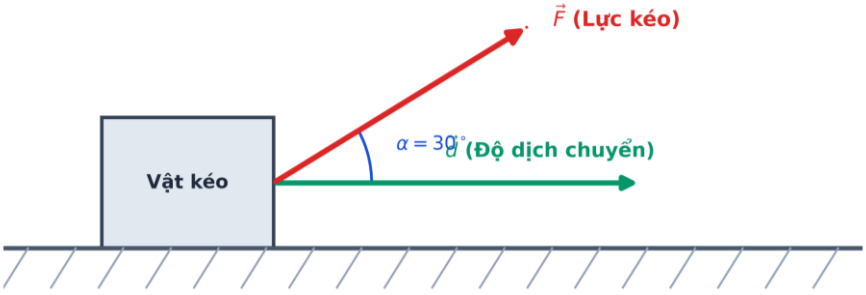
C. $\vec{AA'} \cdot \vec{B'C'} = 0$. **D.** $\vec{AB} \cdot \vec{A'C'} \neq 0$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ bất kì trong không gian. Đẳng thức nào sau đây luôn luôn đúng với các cặp cạnh đối diện của tứ diện?

A. $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$. **B.** $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = 1$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{CD} - \vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$. **D.** $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{DA} = 0$.

Câu 7. Một người kéo một chiếc xe trượt tuyết di chuyển một quãng đường $d = 20$ m trên mặt tuyết nằm ngang bằng một sợi dây cáp hợp với phương nằm ngang một góc 30°. Lực kéo dây có độ lớn không đổi $F = 100$ N. Công cơ học mà người đó đã thực hiện bằng:

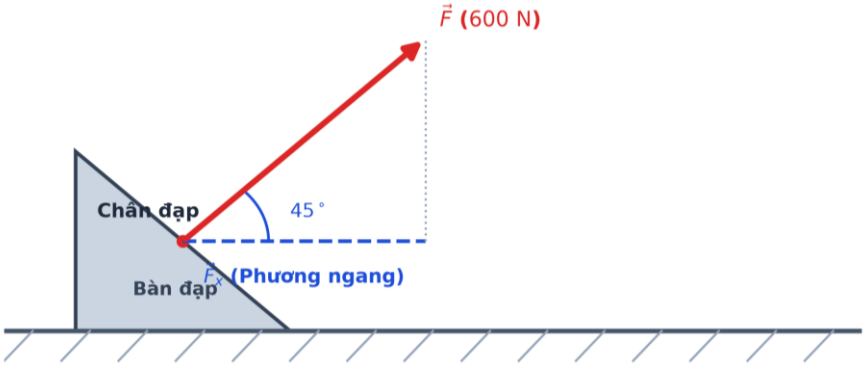


Hình 11: Mô hình lực kéo tác dụng lên vật chuyển động (Vận dụng 4 SGK trang 57, Câu 7 Dạng 1 Tiết 2)

A. $1000\sqrt{3}$ J. **B.** 1000 J. **C.** 2000 J. **D.** $500\sqrt{3}$ J.

Câu 8. Khi vận động viên chạy cự ly ngắn xuất phát, chân sau đạp mạnh vào bàn đạp xuất phát với một lực $\vec{F}$ có độ lớn 600 N nghiêng một góc 45° so với mặt đất nằm ngang. Độ lớn của thành phần lực đẩy theo phương ngang giúp vận động viên lao nhanh về phía trước bằng:

thuvientoanhoc.com



Hình 12: Lực chân đạp lên bàn đạp xuất phát của vận động viên điền kinh (Hình 2.32, 2.33 SGK trang 59, Câu 8 Dạng 1 Tiết 2)

A. $300\sqrt{2}$ N. **B.** 300 N. **C.** 600 N. **D.** $300\sqrt{3}$ N.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{AB} \cdot \vec{A'D'} = 0$.

b) Góc giữa hai vectơ $\vec{A'B}$ và $\vec{B'C}$ bằng 60°.

c) Tích vô hướng $\vec{AC} \cdot \vec{A'C'} = 2a^2$.

d) Góc giữa hai vectơ $\vec{AC'}$ và $\vec{BD}$ bằng 90°.

Câu 2. Một cỗ máy kéo kéo một khối bê tông di chuyển trên mặt đất nằm ngang phẳng một đoạn đường $s = 50$ m. Dây cáp kéo chịu một lực căng không đổi $F = 4000$ N và hợp với phương nằm ngang chuyển động một góc α ($0° \le \alpha \le 90°$). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Khi dây cáp kéo song song với mặt đất ($\alpha = 0°$), công của lực kéo đạt giá trị lớn nhất bằng 200 kJ.

b) Khi góc nghiêng của dây cáp là $\alpha = 60°$, công cơ học thực hiện bằng 100 kJ.

c) Nếu dây cáp nâng thẳng đứng vuông góc với mặt đất ($\alpha = 90°$) trong khi khối bê tông trượt ngang thì công cơ học thực hiện bằng 200 kJ.

d) Để công cơ học thực hiện đạt tối thiểu 160 kJ thì góc kéo α phải thỏa mãn điều kiện $\cos\alpha \ge 0{,}8$.

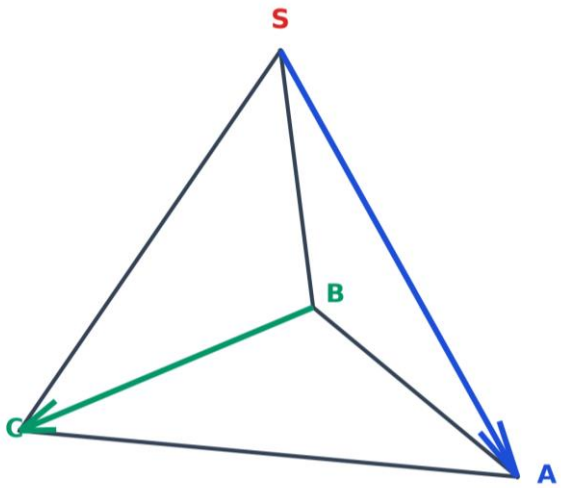
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh bên $SA = SB = SC = a$ và các góc ở đỉnh $\hat{ASB} = \hat{BSC} = \hat{CSA} = 60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy BC. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Ba tam giác SAB, SBC, SCA là các tam giác đều cạnh bằng a.

b) Tích vô hướng $\vec{SA} \cdot \vec{SB} = \frac{a^2}{2}$.

c) Vectơ $\vec{BC}$ được phân tích thành hiệu $\vec{BC} = \vec{SC} - \vec{SB}$.

d) Hai đường thẳng SA và BC vuông góc với nhau.



Hình 13: Hình chóp tam giác đều S.ABC (Bài 2.11 SGK trang 59, Câu 3 Dạng 2 Tiết 2)

Câu 4. Một chiếc ca nô vượt qua một khúc sông thẳng có chiều rộng 80 m. Vận tốc của ca nô đối với dòng nước đứng yên là $\vec{v}_1$ có độ lớn 4 m/s và luôn hướng vuông góc với bờ sông. Vận tốc của dòng nước

thuvientoanhoc.com

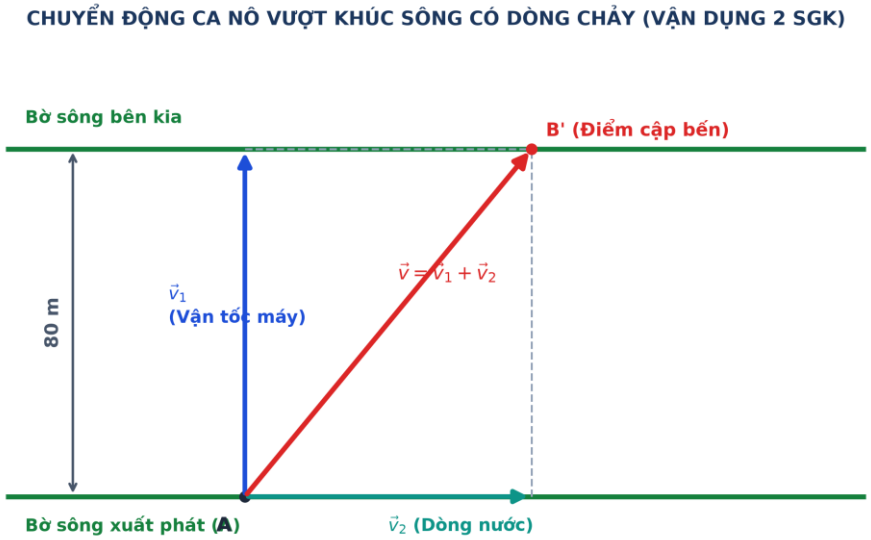
chảy xuôi dòng là $\vec{v}_2$ có độ lớn 3 m/s. Vận tốc thực tế của ca nô đối với bờ sông là $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Hai vectơ vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ vuông góc với nhau.

b) Tốc độ thực tế của ca nô chuyển động đối với bờ sông bằng $|\vec{v}| = 5$ m/s.

c) Thời gian để ca nô sang được bờ bên kia là 20 giây.

d) Điểm cập bến của ca nô ở bờ bên kia bị dòng nước đẩy trôi xuôi dòng một khoảng bằng 50 m so với vị trí đối diện bến xuất phát.



Hình 14: Mô hình ca nô chuyển động vượt khúc sông có dòng chảy (Vận dụng 2 SGK trang 52, Câu 4 Dạng 2 Tiết 2)

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo của góc giữa hai vectơ $\vec{AC}$ và $\vec{A'D'}$ theo đơn vị độ ($^\circ$).

Câu 2. Một công nhân dùng xe kéo chuyển một thùng hàng trên quãng đường thẳng nằm ngang dài 25 m. Lực kéo của tay có độ lớn không đổi 120 N và hợp với phương ngang chuyển động một góc 60°. Tính công cơ học do lực kéo đó thực hiện theo đơn vị Jun (J).

Câu 3. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có độ dài thỏa mãn $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ và góc giữa chúng bằng 120°. Tính giá trị của biểu thức tích vô hướng $P = (\vec{a} + 2\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Tính giá trị cosin của góc giữa hai vectơ cạnh đối diện $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ (nghĩa là tính $\cos(\vec{AB}, \vec{CD})$).

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG NĂNG LỰC SỐ VÀ KHẢO SÁT TRỰC TUYẾN (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng GeoGebra 3D để đo góc không gian và tham gia khảo sát nhanh 5 phút trên nền tảng trực tuyến Azota / Onluyen.vn.

b) Nội dung: Trực quan hóa góc giữa hai đường chéo chéo nhau trong hình lập phương trên GeoGebra 3D; quét mã QR làm bài khảo sát.

c) Sản phẩm: Bảng kết quả làm bài trắc nghiệm số hóa của cả lớp hiển thị trên màn hình máy chiếu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Mô phỏng góc trên GeoGebra 3D: GV chiếu phần mềm GeoGebra 3D: Nhập hai vectơ $\vec{u} = \vec{A'B}$ và $\vec{v} = \vec{B'C}$ trong hình lập phương cạnh 1. Gõ lệnh `Angle(u, v)` -> GeoGebra hiển thị chính xác góc 60°. GV xoay khối lập phương quanh trục để học sinh thấy tam giác đều $A'BC$ ẩn bên trong.	**Quan sát GeoGebra 3D:** HS quan sát hình ảnh động, liên hệ trực giác: góc giữa hai vectơ khác gốc được đưa về góc ở đỉnh chung của tam giác đều nối các đỉnh.
Khảo sát trực tuyến Azota / Onluyen.vn: GV trình chiếu mã	**Quét mã QR làm bài:** HS dùng

thuvientoanhoc.com

QR bài khảo sát trắc nghiệm nhanh 5 phút (gồm 4 câu trắc nghiệm tổng hợp góc và công cơ học). GV bấm nút bắt đầu và theo dõi phổ điểm trực tiếp theo thời gian thực.	điện thoại thông minh quét mã QR, đăng nhập họ tên và làm bài thi trực tuyến trong 4 phút. Tự nhận kết quả điểm số và lời giải gợi ý ngay khi bấm Nộp bài.
Nhận xét nhanh: GV công bố bảng xếp hạng, tuyên dương các học sinh đạt điểm tối đa và giải thích nhanh câu hỏi có tỉ lệ sai nhiều nhất trên hệ thống báo cáo.	**Tự đối chiếu sai sót:** HS đối chiếu sai lầm của bản thân với phân tích trực tiếp của GV trên màn hình lớp học.

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT CHUYÊN ĐỀ VÀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC (3 phút)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn bộ chuyên đề Vectơ trong không gian, hướng dẫn học sinh phương pháp tư duy ôn thi tốt nghiệp THPT.

b) Nội dung: GV chốt lại sơ đồ tổng quan và thang đo Rubric đánh giá năng lực.

c) Sản phẩm: Bảng tiêu chí tự đánh giá năng lực học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Tổng kết & Đánh giá sư phạm: GV nhấn mạnh thông điệp ôn tập thi Tốt nghiệp 2025: 1. Đề thi mới tập trung vào bản chất hình học, các bài toán thực tiễn gắn liền với đời sống (lực, vận tốc, công), không sa đà vào tham số m cồng kềnh. 2. Luôn chú ý phân biệt: Góc giữa hai vectơ $[0°; 180°]$ có thể là góc tù, trong khi góc giữa hai đường thẳng $[0°; 90°]$ luôn là góc nhọn hoặc vuông. 3. Thành thạo việc đưa về chung gốc bằng các vectơ bằng nhau.	**Lắng nghe & Khắc sâu:** HS lắng nghe, ghi nhớ điểm khác biệt cốt tử giữa góc giữa hai vectơ và góc giữa hai đường thẳng; ghi nhớ các quy tắc vectơ cơ bản.
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao bài tập về nhà trong SGK trang 58 - 59 và hoàn thành dự án nhỏ: 'Mô phỏng lực căng cáp cầu treo bằng GeoGebra 3D'.	**Nhận nhiệm vụ dự án:** HS ghi nhiệm vụ dự án mô phỏng GeoGebra 3D và chuẩn bị bài cho chuyên đề tiếp theo: Tọa độ của vectơ trong không gian.

V. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH CẢ HAI TIẾT HỌC

1. Đáp án Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Mỗi tiết 8 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Tiết 1	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 2	A	A	A	A	D	A	A	A

2. Đáp án Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Mỗi tiết 4 câu lớn = 16 ý a, b, c, d)

Tiết học	Câu hỏi	Lựa chọn a)	Lựa chọn b)	Lựa chọn c)	Lựa chọn d)
Tiết 1	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 1	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 1	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 1	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 2	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

thuvientoanhoc.com

Tiết 2	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 2	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 2	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

3. Đáp án Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Mỗi tiết 4 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Tiết 1	29	4,5	12	3
Tiết 2	45	1500	-19	0

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP (COMMON MISCONCEPTIONS)

A. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 1

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 1)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành nên hai cạnh đối AB và DC song song và có cùng độ dài. Chiều từ A đến B cùng chiều từ D đến C. Do đó hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{DC}$ có giá song song và cùng hướng. Vậy $\vec{AB} = \vec{DC}$ (và cùng hướng).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa $\vec{DC}$ và $\vec{CD}$ dẫn đến chọn phương án B (ngược hướng). Cần chú ý thứ tự đỉnh điểm đầu và điểm cuối.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo Quy tắc ba điểm cơ bản của phép cộng vectơ, với ba điểm A, B, C bất kì ta luôn có: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn với quy tắc hiệu hoặc quy tắc trừ: $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$ chứ không phải $\vec{BC}$.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo Quy tắc hình hộp trong không gian (SGK trang 50), cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tổng ba vectơ xuất phát từ cùng đỉnh A bằng vectơ đường chéo xuất phát từ A: $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. Thật vậy: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ (quy tắc hình bình hành đáy) $\Rightarrow \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ (quy tắc hình bình hành mặt chéo $ACC'A'$).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh chọn nhầm sang các đường chéo khác như $\vec{BD'}$ (xuất phát từ đỉnh B) hoặc $\vec{CA'}$ (ngược hướng đường chéo).

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Cả hai thang máy đều chuyển động thẳng đứng hướng từ dưới lên trên (cùng phương, cùng hướng). Thang A đi từ tầng 15 lên tầng 22 qua 7 tầng ($22 - 15 = 7$ khoảng cách tầng). Thang B đi từ tầng 22 lên tầng 29 qua 7 tầng ($29 - 22 = 7$ khoảng cách tầng). Vì khoảng cách giữa các tầng là như nhau nên độ dịch chuyển có cùng độ lớn: $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. Hai vectơ cùng hướng và cùng độ dài nên $\vec{u} = \vec{v}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh lầm tưởng hai thang máy nằm ở các tầng khác nhau thì vectơ không bằng nhau. Vectơ là đại lượng tự do trong không gian, chỉ phụ thuộc vào hướng và độ dài.

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo định nghĩa và tính chất trọng tâm tứ diện $ABCD$ (SGK trang 53), điểm G là trọng tâm khi và chỉ khi $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. Với một điểm O bất kì, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{OG}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa hệ thức với trọng tâm tứ diện $\sum \vec{GA} = \vec{0}$ và hệ thức với điểm O bất kì $\sum \vec{OA} = 4\vec{OG}$, dẫn đến chọn nhầm B.

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo Quy tắc hình hộp, $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. Do đó độ dài $|\vec{u}| = |\vec{AC'}| = AC'$. Trong hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a = 2, b = 3, c = 4$, độ dài đường chéo bằng $AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh tính tổng độ dài bằng cách lấy tổng các cạnh: $2 + 3 + 4 = 9$ (chọn B). Đây là sai lầm nghiêm trọng vì độ dài tổng vectơ không bằng tổng các độ dài (bất đẳng thức tam giác).

thuvientoanhoc.com

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Gọi lực căng của hai sợi dây cáp là $\vec{T_1}$ và $\vec{T_2}$, trọng lực kiện hàng là $\vec{P}$. Vì kiện hàng đứng yên thăng bằng nên $\vec{T_1}+\vec{T_2}+\vec{P}=\vec{0} \Rightarrow \vec{T_1}+\vec{T_2}=-\vec{P}$. Chiếu lên phương thẳng đứng: $T_1\cos 30^\circ + T_2\cos 30^\circ = P$. Do tính đối xứng nên $T_1 = T_2 = T$. Ta có: $2T\cos 30^\circ = 2000 \Rightarrow 2T\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2000 \Rightarrow T\sqrt{3} = 2000 \Rightarrow T = \frac{2000}{\sqrt{3}}$ N.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh quên nhân với $\cos 30^\circ$, chỉ lấy $2000/2 = 1000$ N (chọn B) hoặc nhầm góc nghiêng với phương nằm ngang là 30° thay vì phương thẳng đứng.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trọng lực $\vec{P}$ tác dụng lên bàn có phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Lực này phân bố đều xuống 4 chân bàn, truyền thành 4 lực ép vuông góc lên sàn là $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$. Vì các lực này đều có phương thẳng đứng hướng xuống dưới sàn nên chúng cùng hướng với $\vec{P}$ và có độ lớn bằng nhau: $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F_3}| = |\vec{F_4}| = \frac{1}{4}|\vec{P}|$. Do đó $\vec{F_1} = \frac{1}{4}\vec{P} \Leftrightarrow \vec{P} = 4\vec{F_1}$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa lực ép của chân bàn lên mặt sàn với phản lực của mặt sàn tác dụng ngược lên chân bàn (phản lực $\vec{N}$ hướng lên ngược chiều với $\vec{P}$, khi đó $\vec{P} = -4\vec{N}$ như Bài 2.3 SGK).

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 1)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có $\vec{AB} = \vec{D'C'}$. Do đó $\vec{C'D'} = -\vec{D'C'} = -\vec{AB}$. Vậy $\vec{AB}$ và $\vec{C'D'}$ là hai vectơ đối nhau.

• Ý b) ĐÚNG: Áp dụng Quy tắc hình hộp xuất phát từ đỉnh B: $\vec{BA}+\vec{BC}+\vec{BB'} = \vec{BD'}$ (đường chéo xuất phát từ B).

• Ý c) ĐÚNG: Theo quy tắc ba điểm và hình bình hành $ACC'A'$: $\vec{AC'} = \vec{AC}+\vec{AA'} \Rightarrow \vec{AC'}-\vec{AA'} = \vec{AC}$.

• Ý d) SAI: Tổng $\vec{DA}+\vec{DC}+\vec{DD'}$ xuất phát từ đỉnh D nên theo quy tắc hình hộp phải bằng vectơ đường chéo $\vec{DB'}$ chứ không thể bằng $\vec{BD'}$ (bị ngược hướng).

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Lực nâng khí động học $\vec{F_3}$ có phương thẳng đứng hướng lên trên để nâng máy bay, trong khi trọng lực $\vec{P}$ có phương thẳng đứng hướng xuống dưới tâm Trái Đất. Do đó hai vectơ này cùng phương và ngược hướng.

• Ý b) ĐÚNG: Theo định luật I Newton, máy bay chuyển động thẳng đều thì gia tốc bằng 0, nghĩa là tổng hợp lực tác dụng lên máy bay triệt tiêu: $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{P}+\vec{F_3} = \vec{0}$.

• Ý c) SAI: Lực đẩy $\vec{F_1}$ hướng về phía trước theo chiều chuyển động, còn lực cản không khí $\vec{F_2}$ có xu hướng cản trở chuyển động nên hướng ngược lại về phía sau. Vậy $\vec{F_2}$ và $\vec{F_1}$ ngược hướng.

• Ý d) ĐÚNG: Do lực cản tỉ lệ với bình phương vận tốc nên: $\frac{F_2(mới)}{F_2(cũ)} = (\frac{v_2}{v_1})^2 = (\frac{920}{900})^2 = (\frac{46}{45})^2 = \frac{2116}{2025} \approx 1{,}044938 \approx 1{,}045$.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: Cả ba sợi dây cáp đều được neo và buộc chặt vào đỉnh cột O, do đó điểm đặt của ba lực căng $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3}$ đều đặt tại đỉnh O.

• Ý b) ĐÚNG: Trạng thái cân bằng tĩnh học đòi hỏi tổng các lực tác dụng lên đỉnh cột triệt tiêu: $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}+\vec{P}+\vec{N} = \vec{0}$.

• Ý c) SAI: Ba cọc neo A,B,C trên mặt đất tạo thành ba đỉnh của một tam giác xung quanh chân cột. Bốn điểm O,A,B,C tạo thành một hình chóp tam giác (tứ diện), do đó ba vectơ $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3}$ không cùng nằm trong một mặt phẳng (không đồng phẳng).

• Ý d) ĐÚNG: Khi hợp lực $\vec{F_{hl}} = \vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}$ có phương thẳng đứng trùng với trục dọc của cột thì lực này chỉ gây ra ứng suất nén dọc thân cột, thành phần lực uốn ngang triệt tiêu, giúp cột không bị nghiêng đổ.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Với mọi điểm M và tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G, chèn điểm G vào từng vectơ: $\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD} = (\vec{MG}+\vec{GA})+(\vec{MG}+\vec{GB})+(\vec{MG}+\vec{GC})+(\vec{MG}+\vec{GD}) = 4\vec{MG}+(\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}) = 4\vec{MG}+\vec{0} = 4\vec{MG}$.

• Ý b) ĐÚNG: Theo tính chất trọng tâm tứ diện (SGK trang 53), G nằm trên đoạn thẳng nối một đỉnh với

thuvientoanhoc.com

trọng tâm tam giác đối diện và chia đoạn đó theo tỉ số 3: 1, tức $GA = 3GA'$.

• Ý c) ĐÚNG: Do $GA = 3GA'$ nên khoảng cách từ G đến mặt phẳng (BCD) bằng $\frac{1}{4}$ khoảng cách từ A đến (BCD) (chiều cao h). Vậy khoảng cách bằng $d = \frac{1}{4}h = \frac{8}{4} = 2$ cm. Tương tự cho 3 mặt còn lại vì tứ diện đều.

• Ý d) SAI: Theo hệ thức trọng tâm tứ diện, $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{AG} + (\vec{AB} - \vec{AG}) + (\vec{AC} - \vec{AG}) + (\vec{AD} - \vec{AG}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 4\vec{AG}$ chứ không phải $3\vec{AG}$.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 1)

Câu 1: Đáp số: 29. Lời giải chi tiết: Theo Quy tắc hình hộp chữ nhật, $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. Do đó bình phương độ dài của $\vec{u}$ chính là bình phương độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật: $|\vec{u}|^2 = AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 = 4 + 9 + 16 = 29$.

Câu 2: Đáp số: 4,5. Lời giải chi tiết: Vì độ lớn lực cản tỉ lệ với bình phương vận tốc nên $F = k \cdot v^2$. Ta có tỉ số tăng thêm: $\frac{F_2 - F_1}{F_1} = \frac{k \cdot v_2^2 - k \cdot v_1^2}{k \cdot v_1^2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2} = (\frac{920}{900})^2 - 1 = (\frac{46}{45})^2 - 1 = \frac{2116 - 2025}{2025} = \frac{91}{2025} \approx 0{,}044938$. Đổi sang phần trăm: $0{,}044938 \times 100\% \approx 4{,}4938\%$. Làm tròn đến hàng phần mười ta được kết quả là 4,5.

Câu 3: Đáp số: 12. Lời giải chi tiết: Trong hình lập phương có cạnh bằng 2, ta có $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ (đường chéo không gian). Độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Vậy bình phương độ dài $|\vec{AC'}|^2 = 12$.

Câu 4: Đáp số: 3. Lời giải chi tiết: Khối Rubik hình tứ diện đều có tính đối xứng hoàn hảo, trọng tâm G cách đều 4 mặt của tứ diện. Khoảng cách từ trọng tâm G đến mỗi mặt bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao của tứ diện. Với $h = 12$ cm, khoảng cách cần tìm là: $d = \frac{1}{4}h = \frac{12}{4} = 3$ cm.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 2

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 2)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Theo định nghĩa trong SGK Toán 12 trang 54, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ trong không gian có số đo từ $0°$ đến $180°$, tức là thuộc đoạn $[0°; 180°]$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa góc giữa hai vectơ và góc giữa hai đường thẳng (góc giữa 2 đường thẳng thuộc đoạn $[0°; 90°]$ nên chọn B). Góc giữa hai vectơ hoàn toàn có thể là góc tù hoặc góc bẹt.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng của chúng bằng 0: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa tích vô hướng bằng 0 và tổng vectơ bằng $\vec{0}$ (chọn C).

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Đưa hai vectơ về chung một điểm xuất phát hoặc dùng vectơ đối. Ta có: $\vec{DA} = -\vec{AD} = \vec{CB}$. Do đó $(\vec{AC}, \vec{DA}) = (\vec{AC}, \vec{CB}) = 180° - \hat{ACB}$. Vì $ABCD$ là hình vuông nên đường chéo AC tạo với cạnh BC góc $\hat{ACB} = 45°$. Vậy góc giữa hai vectơ bằng: $180° - 45° = 135°$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh quên không đưa về chung gốc hoặc nhầm lẫn lấy luôn góc nhọn $45°$ (chọn B) do nhầm sang góc giữa hai đường thẳng AC và DA.

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Áp dụng công thức tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 3 \cdot 4 \cdot \cos 60° = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh bấm máy tính nhầm sang đơn vị Radian hoặc nhớ nhầm $\cos 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dẫn đến chọn B.

Câu 5: Chọn D. Lời giải chi tiết: Lăng trụ đứng tam giác nên cạnh bên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \vec{AA'} \perp \vec{BC} \Rightarrow \vec{AA'} \cdot \vec{BC} = 0$ (A đúng). Tương tự $\vec{AA'} \cdot \vec{B'C'} = 0$ (C đúng). Đáy vuông tại A nên $\vec{AB} \perp \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ (B đúng). Do $\vec{A'C'} = \vec{AC}$ nên $\vec{AB} \cdot \vec{A'C'} = \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$. Vậy khẳng định D bảo khác 0 là SAI.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh không để ý hai vectơ $\vec{A'C'}$ và $\vec{AC}$ bằng nhau nên nghĩ rằng chúng ở hai mặt đáy khác nhau không vuông góc.

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Đây là hệ thức Euler kinh điển về tích vô hướng của tứ diện (Bài 2.12 SGK trang 59). Thật vậy, biến đổi: $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = \vec{AB}(\vec{AD} - \vec{AC}) + \vec{AC}(\vec{AB} - \vec{AD}) +$

thuvientoanhoc.com

$\vec{AD}(\vec{AC}-\vec{AB}) = \vec{AB}\cdot\vec{AD} - \vec{AB}\cdot\vec{AC} + \vec{AC}\cdot\vec{AB} - \vec{AC}\cdot\vec{AD} + \vec{AD}\cdot\vec{AC} - \vec{AD}\cdot\vec{AB} = 0$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhớ mang máng và chọn nhầm dấu trừ ở phương án C.

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Áp dụng công thức công cơ học (SGK trang 57): $A = \vec{F}\cdot\vec{d} = |\vec{F}|\cdot|\vec{d}|\cdot\cos\alpha = 100\cdot 20\cdot\cos 30° = 2000\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 1000\sqrt{3}$ J.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn $\cos 30°$ thành $\sin 30° = 0{,}5$ dẫn đến tính ra 1000 J (chọn B).

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Phân tích lực $\vec{F}$ của chân đạp theo hai phương: phương nằm ngang Ox và phương thẳng đứng Oy. Thành phần lực đẩy theo phương ngang có độ lớn: $F_x = F\cdot\cos 45° = 600\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 300\sqrt{2}$ N.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh không phân tích vectơ lực theo phương ngang mà lấy luôn toàn bộ lực 600 N (chọn C).

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 2)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Vì $\vec{A'D'} = \vec{AD}$ mà trong hình vuông $ABCD$ ta có $AB\perp AD \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{AD} = 0 \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{A'D'} = 0$.

• Ý b) ĐÚNG: Nối đoạn thẳng $A'C$. Xét tam giác $A'BC$ có ba cạnh là ba đường chéo của ba mặt vuông bằng nhau: $A'B = BC' = A'C = a\sqrt{2}$. Do đó tam giác $A'BC$ là tam giác đều, suy ra góc $\hat{A'BC} = 60°$. Lại có $\vec{B'C} = \vec{A'D}$ hoặc đưa về chung đỉnh: góc giữa hai vectơ bằng $60°$.

• Ý c) ĐÚNG: Vì $\vec{A'C'} = \vec{AC}$ nên $\vec{AC}\cdot\vec{A'C'} = \vec{AC}\cdot\vec{AC} = |\vec{AC}|^2 = AC^2$. Đường chéo hình vuông cạnh a là $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2$.

• Ý d) ĐÚNG: Ta có $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AA'}$. Xét tích vô hướng: $\vec{AC'}\cdot\vec{BD} = (\vec{AC}+\vec{AA'})\cdot\vec{BD} = \vec{AC}\cdot\vec{BD} + \vec{AA'}\cdot\vec{BD}$. Do hai đường chéo hình vuông vuông góc nên $\vec{AC}\cdot\vec{BD} = 0$; do cạnh bên vuông góc đáy nên $\vec{AA'}\cdot\vec{BD} = 0$. Vậy tích vô hướng bằng $0 \Rightarrow$ góc giữa chúng bằng $90°$.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Khi $\alpha = 0°$, lực kéo cùng hướng với độ dời nên công đạt cực đại: $A_{max} = F\cdot s\cdot\cos 0° = 4000\cdot 50\cdot 1 = 200000$ J $= 200$ kJ.

• Ý b) ĐÚNG: Khi $\alpha = 60°$, công cơ học thực hiện là: $A = 4000\cdot 50\cdot\cos 60° = 200000\cdot 0{,}5 = 100000$ J $= 100$ kJ.

• Ý c) SAI: Khi lực tác dụng vuông góc với hướng chuyển động ($\alpha = 90°$), ta có $\cos 90° = 0 \Rightarrow A = 0$ J. Lực vuông góc hoàn toàn không sinh công theo phương ngang.

• Ý d) ĐÚNG: Ta có $A = 200\cdot\cos\alpha$ (kJ). Để $A \geq 160$ kJ $\Leftrightarrow 200\cos\alpha \geq 160 \Leftrightarrow \cos\alpha \geq \frac{160}{200} = 0{,}8$.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: Tam giác SAB có $SA = SB = a$ và góc ở đỉnh $\hat{ASB} = 60°$ nên tam giác SAB đều. Tương tự cho tam giác SBC và SCA.

• Ý b) ĐÚNG: Tích vô hướng $\vec{SA}\cdot\vec{SB} = |\vec{SA}|\cdot|\vec{SB}|\cdot\cos\hat{ASB} = a\cdot a\cdot\cos 60° = \frac{a^2}{2}$.

• Ý c) ĐÚNG: Theo quy tắc hiệu hai vectơ chung gốc S: $\vec{BC} = \vec{SC} - \vec{SB}$.

• Ý d) ĐÚNG: Xét tích vô hướng: $\vec{SA}\cdot\vec{BC} = \vec{SA}(\vec{SC}-\vec{SB}) = \vec{SA}\cdot\vec{SC} - \vec{SA}\cdot\vec{SB}$. Vì các tam giác đều có cạnh a nên $\vec{SA}\cdot\vec{SC} = \frac{a^2}{2}$ và $\vec{SA}\cdot\vec{SB} = \frac{a^2}{2}$. Do đó $\vec{SA}\cdot\vec{BC} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0 \Rightarrow SA\perp BC$.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Vận tốc $\vec{v_1}$ hướng vuông góc với bờ sông, vận tốc dòng chảy $\vec{v_2}$ chảy dọc theo bờ sông, nên hai vectơ vận tốc này vuông góc với nhau.

• Ý b) ĐÚNG: Tốc độ thực tế đối với bờ là độ lớn của tổng vectơ vuông góc: $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ m/s.

• Ý c) ĐÚNG: Vận tốc theo phương ngang vuông góc với bờ chỉ do $\vec{v_1}$ đảm nhận ($v_1 = 4$ m/s). Khoảng cách giữa 2 bờ là 80 m. Thời gian sang sông: $t = \frac{80}{4} = 20$ s.

• Ý d) SAI: Trong thời gian 20 giây sang sông, dòng nước chảy xuôi dòng với vận tốc $v_2 = 3$ m/s đã đẩy ca nô trôi xuôi một quãng đường: $x = v_2\cdot t = 3\cdot 20 = 60$ m chứ không phải 50 m.

thuvientoanhoc.com

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 2)

Câu 1: Đáp số: 45. Lời giải chi tiết: Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ta có $\vec{A'D'} = \vec{AD}$. Do đó góc giữa hai vectơ $(\vec{AC}, \vec{A'D'}) = (\vec{AC}, \vec{AD}) = \hat{CAD}$. Mặt đáy $ABCD$ là hình vuông nên đường chéo AC là phân giác của góc vuông $\hat{DAB}$, suy ra $\hat{CAD} = 45°$.

Câu 2: Đáp số: 1500. Lời giải chi tiết: Áp dụng công thức tính công cơ học của lực không đổi: $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha = 120 \cdot 25 \cdot \cos 60° = 3000 \cdot 0{,}5 = 1500$ J.

Câu 3: Đáp số: -19. Lời giải chi tiết: Ta có tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 120° = 2 \cdot 3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -3$. Ngoài ra: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = 2^2 = 4$; $\vec{b}^2 = |\vec{b}|^2 = 3^2 = 9$. Khai triển biểu thức: $P = (\vec{a} + 2\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b}) = 2\vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 2\vec{a}^2 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 2(4) + 3(-3) - 2(9) = 8 - 9 - 18 = -19$.

Câu 4: Đáp số: 0. Lời giải chi tiết: Giả sử tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Phân tích vectơ $\vec{CD} = \vec{AD} - \vec{AC}$. Khi đó: $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB}(\vec{AD} - \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AC}$. Do các mặt của tứ diện đều là tam giác đều cạnh a nên góc giữa các cạnh bằng 60°: $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = a \cdot a \cdot \cos 60° = \frac{a^2}{2}$, và $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60° = \frac{a^2}{2}$. Suy ra: $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0$. Vì tích vô hướng bằng 0 nên hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ vuông góc với nhau, góc giữa chúng bằng 90°, suy ra $\cos(\vec{AB}, \vec{CD}) = \cos 90° = 0$.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Sai lầm về đỉnh và đường chéo trong Quy tắc hình hộp	Viết $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{A'C}$ (nhầm đường chéo) hoặc nhầm lẫn giữa các đường chéo của các mặt bên.	Khẩu quyết: 'Ba cạnh xuất phát từ một đỉnh cộng lại bằng vectơ đường chéo xuất phát từ chính đỉnh đó': $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.
Xác định sai góc giữa hai vectơ không chung gốc	Lấy góc hình học của hai đoạn thẳng chéo nhau mà không tịnh tiến về chung gốc, dẫn đến lấy nhầm góc bù $180° - \alpha$.	Bắt buộc tịnh tiến một vectơ về chung gốc với vectơ kia: $(\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{AB}, \vec{CD}) = (\vec{AB}, \vec{BE'}) = \hat{ABE'}$.
Nhầm lẫn điều kiện đồng phẳng của ba vectơ	Nhầm tưởng ba vectơ đồng phẳng khi chúng cùng đồng quy tại một điểm, bỏ qua bản chất giá của chúng song song hoặc cùng thuộc một mặt phẳng.	Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi tồn tại cặp số m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ (với $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương), hoặc tích hỗn tạp $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
Cộng đại số thay vì cộng vectơ trong bài toán cân bằng lực	Trong bài toán treo đèn chùm hoặc kéo dây giằng, học sinh lấy độ lớn lực cộng đại số thay vì viết phương trình vectơ lực.	Bắt buộc viết phương trình cân bằng vectơ: $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$, sau đó dùng quy tắc hình bình hành hoặc chiếu lên hệ toạ độ vuông góc để giải hệ phương trình độ lớn.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 11 - 12)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Nắm vững định nghĩa hệ trục toạ độ Descartes vuông góc $Oxyz$ trong không gian, các trục toạ độ Ox (trục hoành), Oy (trục tung), Oz (trục cao), gốc toạ độ $O(0;0;0)$ và các vectơ đơn vị $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ ($|\vec{i}|=|\vec{j}|=|\vec{k}|=1$).

• Hiểu rõ các mặt phẳng toạ độ $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau và phương trình mặt phẳng tương ứng ($z=0, x=0, y=0$).

• Xác định chuẩn xác toạ độ của điểm $M(x;y;z) \Leftrightarrow \vec{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.

• Tìm nhanh toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$ lên các trục toạ độ: lên Ox là $(x;0;0)$, lên Oy là $(0;y;0)$, lên Oz là $(0;0;z)$; và lên các mặt phẳng toạ độ: lên (Oxy) là $(x;y;0)$, lên (Oyz) là $(0;y;z)$, lên (Ozx) là $(x;0;z)$.

• Nắm vững định nghĩa toạ độ vectơ: $\vec{a}=(x;y;z) \Leftrightarrow \vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$. Toạ độ của vectơ đơn vị: $\vec{i}=(1;0;0), \vec{j}=(0;1;0), \vec{k}=(0;0;1)$.

• Vận dụng thành thạo điều kiện hai vectơ bằng nhau: $\vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow x=x', y=y', z=z'$.

• Tính toạ độ vectơ nối hai điểm: $\vec{MN}=(x_N-x_M;y_N-y_M;z_N-z_M)$. Toạ độ trung điểm đoạn thẳng, toạ độ trọng tâm tam giác, trọng tâm tứ diện, toạ độ các đỉnh hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình lăng trụ.

• Vận dụng hệ toạ độ giải quyết các bài toán thực tiễn từ SGK: định vị bóng đèn treo trong căn phòng (Hình 2.34, Vận dụng 1), trạm kiểm soát không lưu theo dõi độ dịch chuyển của máy bay bay về phía Nam (Hình 2.43, Vận dụng 2, Bài 2.19), khung tranh trên tường phòng triển lãm (Hình 2.44, Bài 2.14), toạ độ các đỉnh hình hộp chữ nhật (Bài 2.17, Bài 2.18), liên hệ toạ độ cầu NASA và toạ độ Descartes (Hình 2.46).

2. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Khả năng trừu tượng hóa không gian ba chiều thành bộ ba số thực $(x;y;z)$, lập luận logic từ hình học trực quan sang toạ độ đại số; suy luận tính chất đối xứng, hình chiếu vuông góc.

thuvientoanhoc.com

• Năng lực mô hình hóa toán học: Biết thiết lập hệ trục toạ độ $Oxyz$ phù hợp gắn vào các mô hình thực tế (căn phòng, trạm kiểm soát sân bay, vệ tinh nhân tạo), chuyển đổi các đại lượng vật lý (vị trí, độ cao, quãng đường bay, phương hướng địa lý Tây - Nam - Cao) thành toạ độ điểm và vectơ.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Phân tích và xử lý nhanh các câu hỏi trắc nghiệm Đúng/Sai, nhận biết bẫy toạ độ (nhầm thứ tự hoành - tung - cao, nhầm dấu khi trừ toạ độ vectơ, nhầm chiều dương các trục địa lý).

• Năng lực giao tiếp toán học: Trình bày bài giải mạch lạc, sử dụng chuẩn xác các kí hiệu toạ độ điểm và toạ độ vectơ.

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Khai thác phần mềm hình học trực quan GeoGebra 3D: Dựng hệ trục $Oxyz$, hiển thị các mặt phẳng toạ độ, nhập toạ độ điểm, dựng hình hộp chữ nhật và xoay 360 độ kiểm tra trực quan toạ độ hình chiếu và đỉnh hình hộp.

• Làm chủ máy tính cầm tay Casio fx-580VNX / fx-880BTG: Sử dụng chức năng Mode 5 (Vector 3D) nhập toạ độ các điểm, tìm toạ độ vectơ $\vec{AB}$, tính toạ độ trung điểm, tìm toạ độ điểm thứ tư của hình bình hành/hình hộp chữ nhật.

• Tương tác trên nền tảng kiểm tra trực tuyến: Quét mã QR tham gia kiểm tra khảo sát nhanh trên Azota / Onluyen.vn, theo dõi kết quả đánh giá năng lực tức thời.

3. Về phẩm chất

• Trách nhiệm và Tỉ mỉ: Cẩn thận trong từng phép tính cộng trừ số học khi xác định toạ độ vectơ.

• Trung thực và Khách quan: Tự giác làm bài, đánh giá đúng năng lực qua các bài kiểm tra số hóa.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), slide bài giảng PowerPoint/Canva tương tác.

• Bộ hình vẽ toán học không gian 3D chính xác, rõ nét được tích hợp trực tiếp tại đề bài các bài toán có hình:

1) Hình 2.34: Mô hình chiếc bóng đèn treo trong căn phòng gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (Tiết 1 Dạng 1 Câu 6).

2) Hình 2.45: Mô hình hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'$ trong hệ toạ độ $Oxyz$ (Tiết 1 Dạng 1 Câu 7 & Dạng 2 Câu 3).

3) Hình 2.43: Trạm kiểm soát không lưu và các vị trí máy bay trong không gian $Oxyz$ (Tiết 1 Dạng 2 Câu 2 & Tiết 2 Dạng 2 Câu 2).

4) Hình 2.44: Mô hình căn phòng triển lãm tranh gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (Tiết 1 Dạng 2 Câu 4).

5) Hình 2.41: Hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ trong không gian $Oxyz$ (Tiết 2 Dạng 1 Câu 5 & Dạng 2 Câu 3).

6) Hình 2.46: Hệ toạ độ cầu $(r;\theta;\phi)$ xác định vị trí vệ tinh trong không gian quanh Trái Đất (Tiết 2 Dạng 2 Câu 4).

7) Mô phỏng GeoGebra 3D: Dựng hình hộp chữ nhật và hệ trục toạ độ $Oxyz$ (Tiết 1 & Tiết 2 HĐ3 Năng lực số).

• Tệp GeoGebra 3D (.ggb) mô phỏng hệ toạ độ $Oxyz$, căn phòng và các hình khối không gian.

• vở ghi bài (Tiết 1) và vở ghi bài (Tiết 2) in sẵn cho từng bàn học sinh.

thuvientoanhoc.com

• Mã QR liên kết bài thi trắc nghiệm trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bộ Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp, thước kẻ, bút màu.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG.

• Thiết bị thông minh có kết nối Internet để tham gia khảo sát số hóa.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Hệ trục toạ độ Descartes Oxyz, toạ độ điểm, toạ độ vectơ và toạ độ hình chiếu trong không gian.

- Tiết 2: Phương trình mặt cầu, khoảng cách giữa hai điểm và bài toán thực tế gắn hệ toạ độ không gian 3D.

TIẾT 1: HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ Oxyz, TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ HÌNH CHIẾU TRONG KHÔNG GIAN

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Hệ trục toạ độ Descartes Oxyz, vectơ đơn vị, toạ độ điểm, hình chiếu vuông góc lên các trục và mặt phẳng toạ độ, bài toán căn phòng và hình hộp chữ nhật.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa hệ trục toạ độ $Oxyz$, toạ độ của điểm $M(x;y;z)$, toạ độ hình chiếu vuông góc, khơi gợi hứng thú qua bài toán vị trí bóng đèn căn phòng (SGK Hình 2.34).

b) Nội dung: Quan sát Hình 2.34 SGK, trả lời câu hỏi khởi động và hoàn thiện khung lý thuyết cốt lõi.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt hệ thống kiến thức trọng tâm Tiết 1 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 2.34 SGK (Một chiếc bóng đèn được treo cách sàn nhà 2 m, cách hai bức tường lần lượt là 1 m và 1,5 m). GV nêu vấn đề: 1. 'Làm thế nào để mô tả chính xác và ngắn gọn vị trí của bóng đèn trong không gian căn phòng?' 2. 'Nếu chọn một góc sàn nhà làm gốc O, hai mép tường là trục Ox, Oy và cột tường là trục Oz, hãy xác định toạ độ của bóng đèn?' 3. 'Nêu quy tắc tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của một điểm $M(x;y;z)$ lên các trục toạ độ và các mặt phẳng toạ độ?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát hình ảnh chiếc bóng đèn treo trong căn phòng thực tế, nhận diện ba chiều kích thước: chiều dài, chiều rộng và chiều cao.
Theo dõi & Gợi mở: GV quan sát học sinh suy nghĩ, mời 2 học sinh phát biểu; nhấn mạnh quy tắc 'khuyết đại lượng nào thì đại lượng đó bằng 0' khi tìm toạ độ hình chiếu.	**Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: 1. Cần một hệ quy chiếu gồm ba trục vuông góc trong không gian (hệ trục toạ độ $Oxyz$). 2. Chiếc bóng đèn có toạ độ là $M(1;1{,}5;2)$ (hoặc $M(1{,}5;1;2)$ tùy theo cách chọn trục).

thuvientoanhoc.com

	3. Chiếu lên trục nào thì giữ lại toạ độ trục đó, các toạ độ còn lại bằng 0; chiếu lên mặt phẳng toạ độ nào thì giữ lại hai toạ độ của mặt phẳng đó, toạ độ khuyết bằng 0.
Chốt kiến thức: GV chuẩn hóa kiến thức bằng Hộp tóm tắt kiến thức cốt lõi Tiết 1 trên màn hình máy chiếu, yêu cầu học sinh ghi chép vào vở ghi bài.	**Ghi nhận & Đúc kết:** HS ghi các công thức hình chiếu và toạ độ điểm vào khung tóm tắt vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1 (SGK TRANG 60 - 62)

1. Hệ trục toạ độ trong không gian: Gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O. Vectơ đơn vị trên các trục lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ thỏa mãn $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$ và $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{j} \perp \vec{k}, \vec{k} \perp \vec{i}$. Gốc toạ độ $O(0;0;0)$.

2. Các mặt phẳng toạ độ: Ba mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau.

- Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.
- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.
- Mặt phẳng (Ozx) có phương trình $y = 0$.

3. Toạ độ của một điểm M: Trong không gian $Oxyz$, với mỗi điểm M, tồn tại duy nhất bộ ba số thực $(x;y;z)$ sao cho: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Ta viết $M(x;y;z)$ hoặc $M = (x;y;z)$. Trong đó x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ.

4. Toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$:

- Trên các trục toạ độ: Hình chiếu lên Ox là $M_x(x;0;0)$; lên Oy là $M_y(0;y;0)$; lên Oz là $M_z(0;0;z)$.
- Trên các mặt phẳng toạ độ: Hình chiếu lên (Oxy) là $M_1(x;y;0)$; lên (Oyz) là $M_2(0;y;z)$; lên (Ozx) là $M_3(x;0;z)$.

5. Điểm đối xứng:

- Đối xứng qua (Oxy): giữ nguyên x, y, đổi dấu $z \to (x;y;-z)$.
- Đối xứng qua trục Ox: giữ nguyên x, đổi dấu $y, z \to (x;-y;-z)$.
- Đối xứng qua gốc O: đổi dấu cả ba toạ độ $\to (-x;-y;-z)$.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng xác định toạ độ điểm, toạ độ hình chiếu, giải quyết bài toán gắn hệ toạ độ vào hình hộp chữ nhật và căn phòng thực tế qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Học sinh thảo luận nhóm trên vở ghi bài, giải quyết trọn vẹn bộ câu hỏi phân hóa.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng nhóm và kết quả điền khuyết trên phiếu cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập lớn và phân công nhiệm vụ cụ thể: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 1, Câu 2). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 1, Câu 2, Câu 3, Câu 4) và Dạng 3 (Câu 3, Câu 4). GV phát vở ghi bài và quy định thời gian thảo luận nhóm 15 phút, sau đó đại diện nhóm lên bảng báo cáo 7 phút.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS các nhóm nhanh chóng phân công nhóm trưởng, thư ký ghi chép lên bảng phụ nhóm.
Quan sát & Trợ giúp sư phạm: GV đi lại quan sát, hỗ trợ kịp thời: • Nhắc nhở học sinh lưu ý bẫy dấu khi biểu diễn $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} \to M(2;-3;5)$. • Hướng dẫn học sinh cách tư duy không gian khi đọc toạ độ các đỉnh hình hộp chữ nhật trong Bài 2.17 SGK (Hình 2.45): đỉnh C' đối diện gốc O có toạ độ bằng tổng ba toạ độ thành phần $(2;4;3)$. • Giúp học sinh phân biệt chiều dương của trục Ox hướng Tây và Oy hướng Nam trong bài toán máy bay sân bay.	**Thảo luận & Thực hiện:** • Các nhóm tích cực trao đổi, áp dụng nhanh quy tắc hình chiếu và gắn hệ toạ độ vào góc phòng. • Nhóm 3, 4 phân tích kỹ 4 mệnh đề a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận về toạ độ điểm đối xứng và khoảng cách từ máy bay đến trạm kiểm soát. • Nhóm 1, 2 tính toán số học chuẩn xác cho các câu hỏi trả lời ngắn.
Điều hành báo cáo & Chốt đáp án: GV gọi đại diện mỗi nhóm lên bảng trình bày, tổ chức tranh biện các ý Đúng/Sai, chuẩn hóa kết quả và lưu ý các lỗi sai thường gặp.	**Báo cáo & Đánh giá chéo:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả trên bảng phụ; các nhóm còn lại chất vấn, phản biện và ghi nhận kinh nghiệm giải toán.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt nằm trên các trục toạ độ Ox, Oy, Oz. Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$.

B. Ba trục toạ độ Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau.

C. Điểm O là gốc toạ độ có toạ độ $O(0;0;0)$.

D. Vectơ đơn vị $\vec{i}$ nằm trên trục tung Oy.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức vectơ $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Toạ độ của điểm M là:

A. $M(2;-3;5)$. **B.** $M(-2;3;-5)$. **C.** $M(2;3;5)$. **D.** $M(5;-3;2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên trục cao Oz?

A. $P(0;0;4)$. **B.** $M(2;0;0)$. **C.** $N(0;3;0)$. **D.** $Q(2;0;4)$.

thuvientoanhoc.com

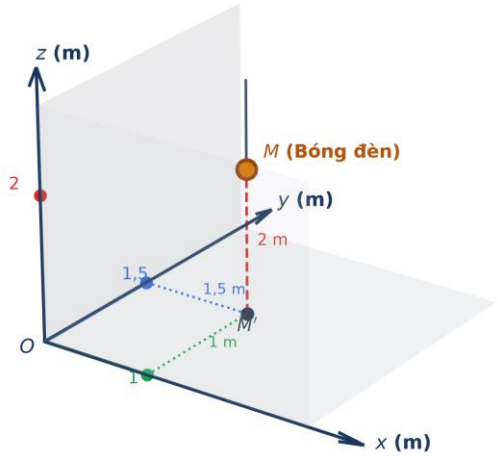
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-2;5)$ lên mặt phẳng toạ độ (Oxy) có toạ độ là:

A. $(3;-2;0)$. **B.** $(3;0;5)$. **C.** $(0;-2;5)$. **D.** $(0;0;5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;7;2)$ lên trục tung Oy là điểm có toạ độ:

A. $(0;7;0)$. **B.** $(-4;0;0)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(-4;7;0)$.

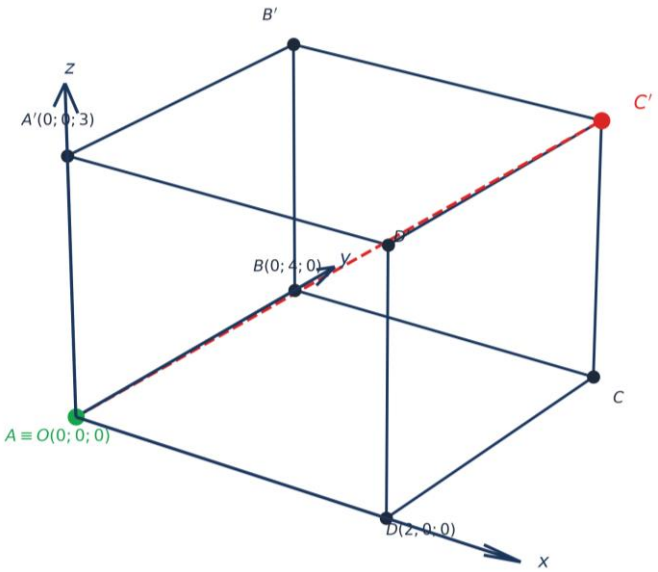
Câu 6. Trong một căn phòng hình hộp chữ nhật, người ta chọn hệ toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc O đặt tại một góc phòng trên mặt sàn, hai mép tường tiếp giáp sàn là hai trục Ox và Oy, mép cột tường thẳng đứng là trục Oz (đơn vị đo là mét). Một chiếc bóng đèn được treo tại điểm M, biết bóng đèn cách mặt sàn 2 m, cách bức tường (Oxz) một khoảng 1,5 m và cách bức tường (Oyz) một khoảng 1 m. Toạ độ của điểm treo bóng đèn M là:



Hình 2.34: Mô hình chiếc bóng đèn treo trong căn phòng gắn hệ toạ độ $Oxyz$

A. $M(1;1{,}5;2)$. **B.** $M(1{,}5;1;2)$. **C.** $M(2;1;1{,}5)$. **D.** $M(1;2;1{,}5)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc toạ độ O, các đỉnh $D(2;0;0), B(0;4;0), A'(0;0;3)$. Toạ độ của đỉnh C' đối diện với đỉnh A qua đường chéo không gian là:



Hình 2.45: Mô hình hình hộp chữ nhật thuvientoanhoc.com

A. $C'(2;4;3)$. **B.** $C'(2;0;3)$. **C.** $C'(0;4;3)$. **D.** $C'(4;2;3)$.

Câu 8. Trong một phòng khách, người ta gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O tại tâm trần nhà, mặt phẳng (Oxy) trùng với trần nhà, trục Oz hướng thẳng đứng xuống sàn. Một quả cầu trang trí được treo tại điểm $S(0;0;1{,}2)$. Một chậu cây đặt trên sàn nhà có toạ độ $P(1{,}6;1{,}2;3)$. Khoảng cách thẳng đứng từ quả cầu trang trí đến mặt sàn nhà bằng:

A. 1,8 m. **B.** 1,2 m. **C.** 3 m. **D.** 2 m.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm A có hoành độ là 2, tung độ là -3 và cao độ là 4.

b) Vectơ vị trí $\vec{OA}$ được biểu diễn là $\vec{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng toạ độ (Oxz) là điểm $A_1(2;0;4)$.

d) Điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng toạ độ (Oxy) là điểm $A'(2;-3;4)$.

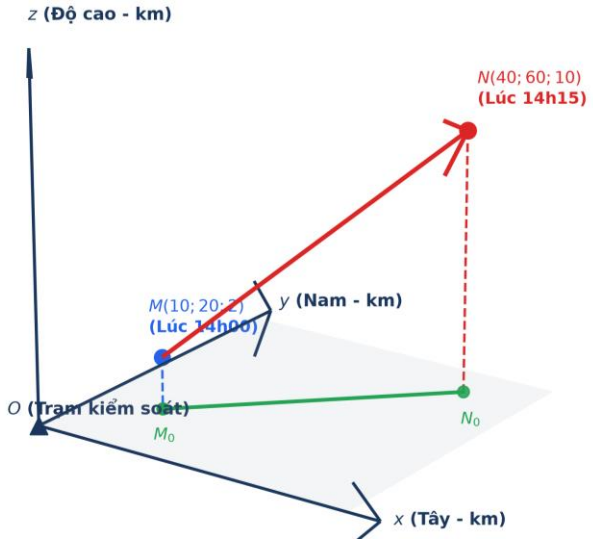
Câu 2. Để quản lý sân bay và theo dõi hành trình cất cánh của máy bay, trạm kiểm soát không lưu thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại trạm kiểm soát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (mặt đường băng phẳng), trục Ox hướng về phía Tây, trục Oy hướng về phía Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục là kilômét). Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Khi máy bay đang chạy trên đường băng chuẩn bị cất cánh, cao độ của máy bay luôn thỏa mãn $z = 0$.

b) Một chiếc máy bay sau khi bay lên đạt vị trí có toạ độ $P(-5;12;4)$ nghĩa là máy bay đang cách mặt đất một độ cao là 4 km.

c) Toạ độ vị trí $P(-5;12;4)$ cho biết máy bay đang ở về phía Tây 5 km so với trạm kiểm soát.

d) Hình chiếu vuông góc của vị trí máy bay $P(-5;12;4)$ lên mặt đất (Oxy) là điểm $H(-5;12;0)$, và khoảng cách từ trạm kiểm soát đến vị trí hình chiếu H trên mặt đất bằng 13 km.



Hình 2.43: Trạm kiểm soát không lưu và các vị trí máy bay trong không gian $Oxyz$

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.D'A'B'C'$ có gốc O là một đỉnh, ba đỉnh A, C, D' lần lượt thuộc ba tia Ox, Oy, Oz sao cho $OA = 3, OC = 4, OD' = 5$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

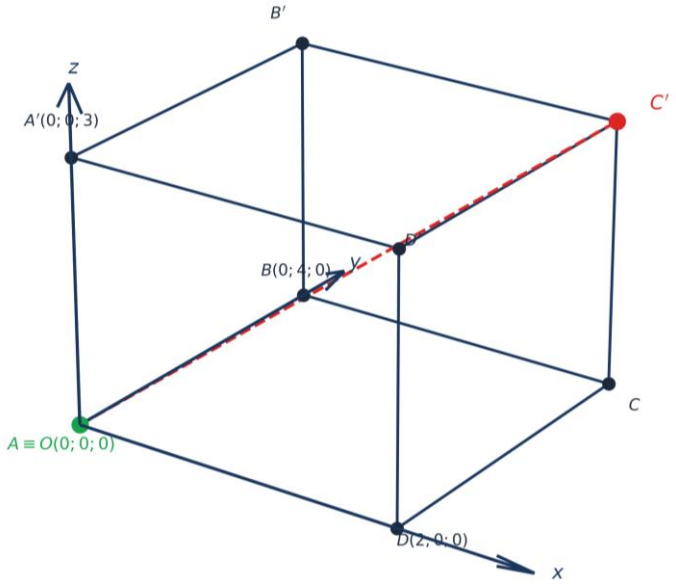
a) Toạ độ của ba đỉnh A, C, D' lần lượt là $A(3;0;0), C(0;4;0), D'(0;0;5)$.

b) Điểm B nằm trên mặt phẳng toạ độ (Oxy) và có toạ độ là $B(3;4;0)$.

c) Đỉnh đối diện với gốc O qua hình hộp là đỉnh B' có toạ độ là $B'(3;4;5)$.

d) Trọng tâm G của tam giác $AB'D'$ có toạ độ là $G(2;\frac{4}{3};\frac{10}{3})$.

thuvientoanhoc.com



Hình 2.45: Mô hình hình hộp chữ nhật $OABC.D'A'B'C'$ gắn hệ toạ độ $Oxyz$

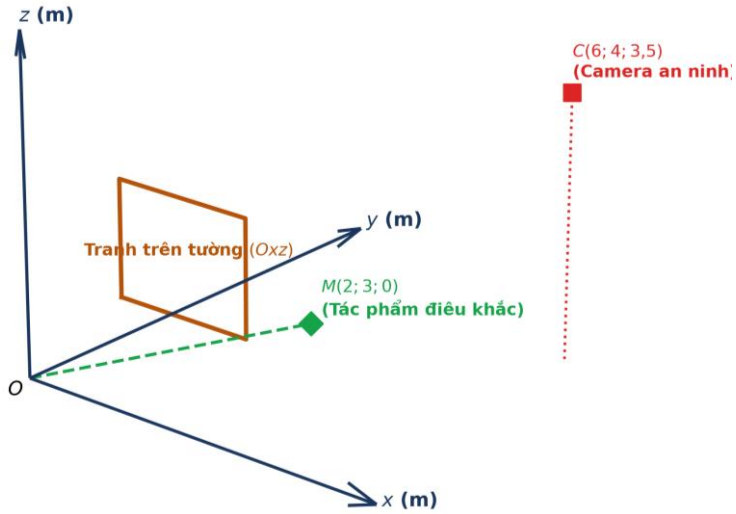
Câu 4. Trong một phòng triển lãm tranh, trần phòng và các bức tường đều vuông góc nhau. Người ta gắn hệ toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc O tại góc chân tường, trục Ox chạy dọc theo chiều dài sàn phòng, trục Oy chạy dọc theo chiều rộng sàn phòng và trục Oz chạy dọc theo cột tường thẳng đứng (đơn vị: mét). Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Mặt sàn phòng triển lãm nằm trong mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình $z = 0$.

b) Một bức tranh nghệ thuật được treo áp sát vào bức tường ứng với mặt phẳng (Oxz) thì mọi điểm trên bức tranh đều có tung độ $y = 0$.

c) Một camera an ninh gắn trên trần nhà tại vị trí $C(6; 4; 3{,}5)$. Khi đó chiều cao của trần nhà phòng triển lãm là 4 m.

d) Nếu một tác phẩm điêu khắc đặt tại điểm $M(2; 3; 0)$ trên sàn thì khoảng cách từ tác phẩm đến góc phòng O theo đường chim bay trên mặt sàn bằng $\sqrt{13}$ m.



Hình 2.44: Mô hình căn phòng triển lãm tranh gắn hệ toạ độ $Oxyz$

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), D(3; 0; 0), B(0; 4; 0), A'(0; 0; 5)$. Tính tổng hoành độ, tung độ và cao độ của đỉnh C' (nghĩa là tính giá trị biểu thức $x_{C'} + y_{C'} + z_{C'}$).

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Trong một phòng thí nghiệm, một cảm biến đo nhiệt độ được treo tại vị trí $S(1{,}2;\,1{,}6;\,2{,}5)$ trong hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị mét) gắn với góc sàn phòng. Tính khoảng cách từ cảm biến nhiệt độ S đến mặt phẳng sàn nhà (Oxy) theo đơn vị mét.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5;-4;7)$. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox, M_2 là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng toạ độ (Oyz). Tính bình phương khoảng cách giữa hai điểm M_1 và M_2 (nghĩa là tính $M_1M_2^2$).

Câu 4. Một trạm radar kiểm soát không lưu phát hiện một máy bay tại toạ độ $A(6;8;10)$ (đơn vị: kilômét) trong hệ trục $Oxyz$ với Oz là trục thẳng đứng đi qua trạm radar. Tính khoảng cách từ vị trí máy bay A đến trục thẳng đứng Oz theo đơn vị kilômét.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SỐ (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng GeoGebra 3D để trực quan hóa hệ toạ độ $Oxyz$, kiểm tra toạ độ hình chiếu và ứng dụng máy tính Casio fx-580VNX.

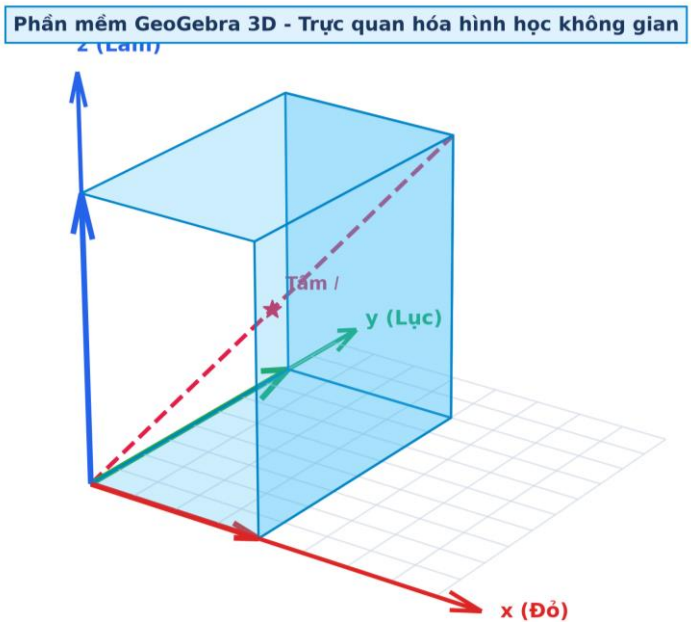
b) Nội dung: GV hướng dẫn dựng hình hộp chữ nhật kích thước 2x4x3 trên GeoGebra 3D và xác định nhanh toạ độ các đỉnh.

c) Sản phẩm: Mô hình 3D trực quan trên máy tính bảng/máy chiếu và kết quả kiểm tra trên màn hình cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Mô phỏng GeoGebra 3D: GV chiếu phần mềm GeoGebra 3D: Dựng các trục toạ độ Ox, Oy, Oz. Nhập điểm $M(1;1{,}5;2)$ đại diện cho bóng đèn căn phòng. Dùng công cụ `PerpendicularLine` dựng hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oxy) được điểm $(1;1{,}5;0)$, lên các trục toạ độ. Xoay không gian 3D để học sinh quan sát rõ từng mặt phẳng toạ độ.	**Quan sát GeoGebra 3D:** HS quan sát hình ảnh 3D động, hiểu bản chất: hình chiếu vuông góc chính là việc 'triệt tiêu' các toạ độ không thuộc trục hoặc mặt phẳng chiếu.
Hướng dẫn Casio fx-580VNX: GV hướng dẫn học sinh bấm máy kiểm tra khoảng cách từ điểm đến các trục và mặt phẳng: khoảng cách từ $M(x;y;z)$ đến (Oxy) là $\lvert z\rvert$; đến trục Oz là $\sqrt{x^2+y^2}$. Thao tác nhanh với $A(6;8;10) \to \sqrt{6^2+8^2} = 10$ km.	**Thực hành bấm máy:** HS đồng loạt bấm máy tính Casio fx-580VNX tính nhanh căn bậc hai khoảng cách, đối chiếu đáp án Câu 4 Dạng 3 trên màn hình cá nhân.

thuvientoanhoc.com



Mô phỏng GeoGebra 3D: Dựng hình hộp chữ nhật trong không gian toạ độ $Oxyz$ (Tiết 1 HĐ3 Năng lực số)

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 2 (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố nội dung Tiết 1, định hướng chuẩn bị bài cho Tiết 2 về toạ độ của vectơ và ứng dụng thực tiễn đường bay.

b) Nội dung: Giao nhiệm vụ bài tập về nhà và đọc trước phần Toạ độ của vectơ (trang 62 - 66 SGK).

c) Sản phẩm: Vở tự học hoàn thành bài tập và phần chuẩn bị bài mới.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ về nhà: GV giao nhiệm vụ cụ thể cho học sinh: 1. Hoàn thành toàn bộ lời giải các câu trong vở ghi bài. 2. Quét mã QR cuối vở ghi bài làm bài tự luyện trực tuyến 10 câu trên Azota / Onluyen.vn về hình chiếu và toạ độ điểm. 3. Đọc trước mục 2: Toạ độ của vectơ trong không gian (SGK trang 62 - 65), đặc biệt nghiên cứu kỹ bài toán trạm kiểm soát không lưu theo dõi máy bay (Vận dụng 2).	**Ghi nhận nhiệm vụ:** HS ghi nhiệm vụ vào vở, quét mã QR lưu liên kết bài tập trực tuyến để luyện tập buổi tối.
Đánh giá tiết học: GV nhận xét tinh thần học tập tích cực của lớp, khen ngợi các nhóm thảo luận sôi nổi và dặn dò chuẩn bị tốt cho Tiết 2.	**Chuẩn bị trước bài mới:** Ghi nhớ yêu cầu đọc trước SGK trang 62 - 65 về toạ độ của vectơ và bài toán máy bay.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC - TIẾT 2

TIẾT 2: TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ, CÁC ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC VÀ ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Toạ độ của vectơ, vectơ hai đầu mút, hai vectơ bằng nhau, toạ độ trung điểm, trọng tâm, bài toán lăng trụ/hình hộp và ứng dụng không lưu máy bay.

thuvientoanhoc.com

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (7 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa toạ độ vectơ, mối liên hệ $\vec{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$, điều kiện hai vectơ bằng nhau và liên hệ bài toán chuyển động máy bay.

b) Nội dung: Trả lời câu hỏi khởi động về Vận dụng 2 SGK Hình 2.43.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức cốt lõi Tiết 2 ghi vào vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 2.43 SGK (Trạm kiểm soát không lưu theo dõi máy bay bay về phía Nam với tốc độ 890 km/h trong 0,5 giờ). GV nêu 2 câu hỏi: 1. 'Độ dịch chuyển của máy bay trong nửa giờ đó được biểu diễn bằng vectơ nào trong hệ toạ độ $Oxyz$?' 2. 'Cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Công thức xác định toạ độ vectơ $\vec{MN}$ và toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là gì?'	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát hình ảnh trạm kiểm soát không lưu, phân tích mối liên hệ giữa toạ độ vectơ và độ dịch chuyển vật lý.
Điều phối thảo luận: GV mời 1 học sinh trả lời, phân tích ý nghĩa: quãng đường $s = v \cdot t = 890 \times 0{,}5 = 445$ km. Vì máy bay bay theo hướng Nam (trục Oy) và giữ nguyên độ cao nên vectơ độ dịch chuyển là $(0; 445; 0)$.	**Trả lời câu hỏi:** Đại diện HS trả lời: 1. Vectơ độ dịch chuyển là $\vec{d} = (0; 445; 0)$. 2. $\vec{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$ và trung điểm $I(\frac{x_M+x_N}{2}; \frac{y_M+y_N}{2}; \frac{z_M+z_N}{2})$.
Chốt kiến thức: GV trình chiếu Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 2, yêu cầu học sinh ghi chép vào vở ghi bài.	**Ghi nhận kiến thức:** HS ghi lại các công thức toạ độ vectơ và toạ độ các điểm đặc biệt vào vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2 (SGK TRANG 62 - 66)

1. Toạ độ của vectơ: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là toạ độ của vectơ $\vec{a}$. Kí hiệu: $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.

2. Toạ độ của các vectơ đơn vị: $\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1), \vec{0} = (0; 0; 0)$.

3. Hai vectơ bằng nhau: Cho $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow x = x', y = y', z = z'$.

4. Toạ độ vectơ nối hai điểm & Các điểm đặc biệt:

• Cho $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N) \Rightarrow \vec{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$ (Lấy toạ độ ngọn trừ toạ độ gốc).

• Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng MN: $I(\frac{x_M+x_N}{2}; \frac{y_M+y_N}{2}; \frac{z_M+z_N}{2})$.

thuvientoanhoc.com

• Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G(\frac{x_A+x_B+x_C}{3};\frac{y_A+y_B+y_C}{3};\frac{z_A+z_B+z_C}{3})$.

• Toạ độ đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$: $\vec{AD}=\vec{BC}\Rightarrow D=A+\vec{BC}=A+C-B$.

5. Ứng dụng thực tiễn & Toạ độ cầu NASA:

• Chuyển động trên mặt đất (đường băng): $z=0\Rightarrow M(x;y;0)$.

• Chuyển động độ cao ổn định: $z=h=\text{const}$.

• Toạ độ cầu $(r;\theta;\phi)$: $x=r\cos\theta\sin\phi, y=r\sin\theta\sin\phi, z=r\cos\phi$ với $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU TOẠ ĐỘ VECTƠ VÀ THỰC TIỄN THEO 3 DẠNG THỨC 2025 (28 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh tính toán thành thạo toạ độ vectơ, vận dụng tính chất lăng trụ/hình hộp và giải quyết xuất sắc các bài toán thực tiễn về kiểm soát không lưu máy bay và toạ độ cầu.

b) Nội dung: Thảo luận nhóm giải quyết bộ bài tập trên vở ghi bài.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng phụ nhóm và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ theo cụm nhóm: GV chia lớp thành 6 nhóm chuyên gia: • Nhóm 1 & 2: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) - chú trọng kỹ năng tìm toạ độ vectơ hai đầu mút và bài toán máy bay bay về phía Nam. • Nhóm 3 & 4: Dạng 2 (Câu 1 đến Câu 4) - phân tích chuyên sâu 4 mệnh đề Đúng/Sai về tam giác, chuyển động không lưu máy bay, lăng trụ tam giác và toạ độ cầu NASA. • Nhóm 5 & 6: Dạng 3 (Câu 1 đến Câu 4) - tính toán chính xác đỉnh hình bình hành, độ dài độ dịch chuyển máy bay, trọng tâm tứ diện và cao độ vệ tinh.	**Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS di chuyển về nhóm chuyên gia, mở vở ghi bài, phân công nhiệm vụ giải toán cho từng thành viên.
Hỗ trợ kỹ năng giải toán: GV lưu ý học sinh quy tắc lấy toạ độ điểm sau trừ toạ độ điểm trước, tránh nhầm thứ tự; hướng dẫn nhóm 3, 4 phân tích tốc độ leo cao trung bình của máy bay $\Delta z/\Delta t$.	**Thảo luận & Thực hiện:** • Nhóm 1, 2 tính nhanh toạ độ vectơ: $\vec{AB}=(4-1;0-2;2-(-3))=(3;-2;5)$. • Nhóm 3, 4 phân tích kỹ bài toán thực tế máy bay: thời gian bay 15 phút $=0{,}25$ h, độ cao tăng từ 2 km lên 10 km nên vận tốc leo cao là $8/0{,}25=32$ km/h (mệnh đề d SAI). • Nhóm 5, 6 thực hiện các phép tính số học chính xác cho Dạng 3.
Tổng kết & Đánh giá sư phạm: GV điều hành phần trình bày	**Báo cáo & Hoàn thiện:** Đại diện

thuvientoanhoc.com

của các nhóm, nhận xét, đối chiếu đáp án chuẩn, chỉ ra các sai lầm tư duy thường gặp và chốt điểm thi đua.	nhóm lên bảng trình bày, các nhóm nhận xét chéo, ghi chép cẩn thận lời giải chi tiết vào vở.

⭐ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{u}$ là:

A. $\vec{u} = (-3; 4; -1)$. **B.** $\vec{u} = (-3; 4; 1)$. **C.** $\vec{u} = (3; -4; 1)$. **D.** $\vec{u} = (4; -3; -1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của vectơ đơn vị $\vec{j}$ trên trục tung Oy là:

A. $(0; 1; 0)$. **B.** $(1; 0; 0)$. **C.** $(0; 0; 1)$. **D.** $(1; 1; 0)$.

Câu 3. Cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(4; 0; 2)$. Toạ độ của vectơ $\vec{AB}$ là:

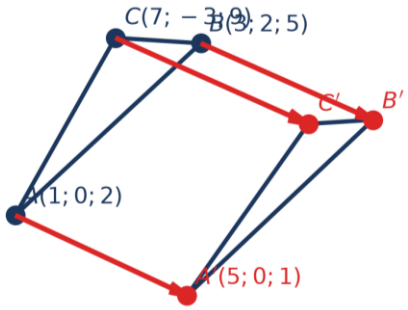
A. $\vec{AB} = (3; -2; 5)$. **B.** $\vec{AB} = (-3; 2; -5)$.

C. $\vec{AB} = (5; 2; -1)$. **D.** $\vec{AB} = (3; 2; 5)$.

Câu 4. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$ và $\vec{b} = (2; 5; 3)$. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng nhau khi và chỉ khi:

A. $m = 6$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -6$. **D.** $m = 5$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các đỉnh $A(1; 0; 2), B(3; 2; 5), A'(5; 0; 1)$. Toạ độ của đỉnh B' là:



Hình 2.41: Hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ trong không gian $Oxyz$

A. $B'(7; 2; 4)$. **B.** $B'(2; 2; 3)$. **C.** $B'(6; 2; 6)$. **D.** $B'(9; 2; 7)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -4; 6)$ và $N(4; 2; -2)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

A. $I(3; -1; 2)$. **B.** $I(2; 6; -8)$. **C.** $I(6; -2; 4)$. **D.** $I(1; 3; -4)$.

Câu 7. Một trạm kiểm soát không lưu đặt hệ toạ độ $Oxyz$ có trục Ox hướng Tây, Oy hướng Nam, Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị: kilômét). Một máy bay duy trì bay về phía Nam với vận tốc không đổi 800 km/h ở độ cao ổn định trong thời gian 45 phút (0,75 giờ). Toạ độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong khoảng thời gian đó là:

A. $(0; 600; 0)$. **B.** $(600; 0; 0)$. **C.** $(0; -600; 0)$. **D.** $(0; 800; 0)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có gốc $O(0; 0; 0)$, đỉnh $A(1; 1; -1)$, đỉnh $B(0; 3; 0)$, đỉnh $C'(2; -3; 6)$. Biết $OABC$ là hình bình hành. Toạ độ của đỉnh C là:

thuvientoanhoc.com

A. $C(-1;2;1)$. **B.** $C(1;4;-1)$. **C.** $C(-1;-2;1)$. **D.** $C(1;2;-1)$.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau:

a) Vectơ $\vec{AB}$ có toạ độ là $\vec{AB} = (1;-3;4)$.

b) Vectơ $\vec{AC}$ có toạ độ là $\vec{AC} = (-5;5;6)$.

c) Trung điểm M của đoạn thẳng AB có toạ độ là $M(\frac{3}{2};\frac{1}{2};1)$.

d) Trọng tâm G của tam giác ABC có toạ độ là $G(-\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3})$.

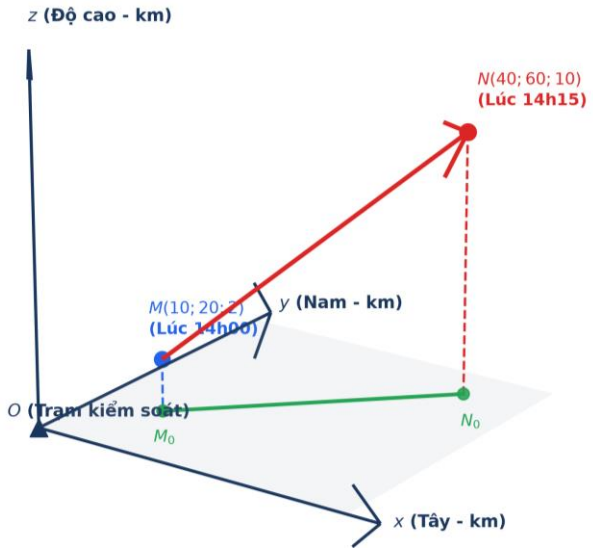
Câu 2. Một máy bay dân dụng cất cánh từ sân bay. Trạm kiểm soát không lưu gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất (đơn vị: kilômét). Lúc 14h00, máy bay ở vị trí $M(10;20;2)$. Đến 14h15, máy bay đạt độ cao hành trình tại vị trí $N(40;60;10)$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng thời gian máy bay bay từ M đến N là 15 phút (tức 0,25 giờ).

b) Vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của máy bay từ vị trí M đến vị trí N là $\vec{MN} = (30;40;8)$.

c) Quãng đường theo phương ngang (hình chiếu trên mặt đất) mà máy bay đã bay được giữa hai thời điểm trên là 50 km.

d) Tốc độ leo cao trung bình theo phương thẳng đứng của máy bay trong khoảng thời gian 15 phút đó bằng 16 km/h.



Hình 2.43: Trạm kiểm soát không lưu và quỹ đạo bay $M \to N$ trong không gian $Oxyz$

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC và các đỉnh $A(1;0;2), B(3;2;5), C(7;-3;9), A'(5;0;1)$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

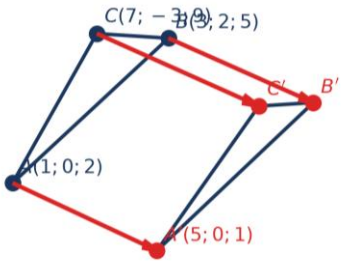
a) Vectơ chỉ phương của cạnh bên là $\vec{AA'} = (4;0;-1)$.

b) Toạ độ của đỉnh C' là $C'(11;-3;8)$.

c) Tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên ta luôn có $\vec{BB'} = \vec{CC'}$.

d) Nếu mở rộng lăng trụ thành hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thì toạ độ của đỉnh D ở đáy dưới là $D(5;-5;6)$.

thuvientoanhoc.com



Hình 2.41: Hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ trong không gian $Oxyz$

Câu 4. Trong mục 'Em có biết?' (SGK trang 65 - 66), để xác định vị trí vệ tinh nhân tạo, các nhà khoa học vũ trụ dùng toạ độ cầu $(r;\theta;\phi)$ liên hệ với toạ độ Descartes $(x;y;z)$ qua công thức: $x = r\cos\theta\sin\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, $z = r\cos\phi$. Xét tính Đúng/Sai của các khẳng định sau:

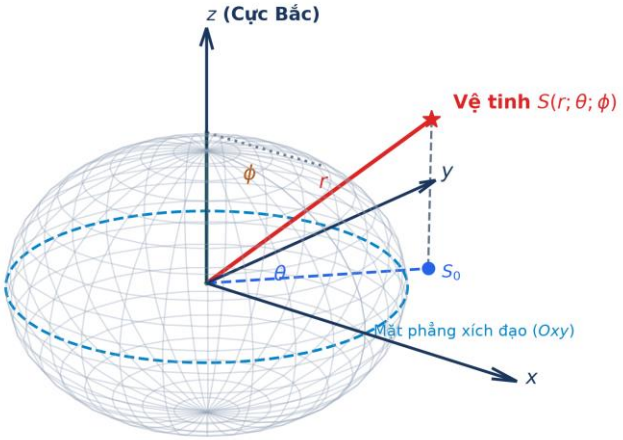
a) Đại lượng $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ biểu diễn khoảng cách từ gốc toạ độ O (tâm Trái Đất) đến vị trí của vệ tinh.

b) Khi một vệ tinh bay trên mặt phẳng xích đạo ứng với góc $\phi = 90°$ thì cao độ z của vệ tinh bằng 0.

c) Một vệ tinh có $r = 10000$ km, $\phi = 60°$, $\theta = 0°$. Khi đó toạ độ Descartes của vệ tinh là $(5000\sqrt{3}; 0; 5000)$.

d) Nếu vệ tinh bay đến vị trí cực Bắc của Trái Đất (nằm trên tia dương trục Oz) thì giá trị góc $\phi = 180°$.

Hình 2.46: Hệ toạ độ cầu $(r;\theta;\phi)$ xác định vị trí vệ tinh nhân tạo



Hình 2.46: Mô hình vị trí vệ tinh trong không gian quanh Trái Đất theo toạ độ cầu

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền đáp số dạng số nguyên hoặc số thập phân gọn nhất.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đỉnh của một hình bình hành $ABCD$ lần lượt là $A(1;2;3), B(2;-1;5), C(4;3;-2)$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_D + 2y_D - z_D$ với $(x_D;y_D;z_D)$ là toạ độ của đỉnh D.

Câu 2. Một máy bay bay từ trạm không lưu theo hướng Nam với tốc độ không đổi 890 km/h trong nửa giờ (0,5 giờ). Trục Oy hướng về phía Nam. Độ dài vectơ độ dịch chuyển của máy bay theo trục Oy bằng bao nhiêu kilômét?

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có toạ độ các đỉnh là $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3), D(1;4;5)$. Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Tính tổng hoành độ, tung độ và cao độ của trọng tâm G (nghĩa là tính $x_G + y_G + z_G$).

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Một vệ tinh quan sát khí tượng có khoảng cách đến tâm Trái Đất là $r = 8000$ km và góc nghiêng $\phi = 60°$ so với trục thẳng đứng Oz. Tính cao độ z của vệ tinh trong hệ toạ độ Descartes theo đơn vị kilômét.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG NĂNG LỰC SỐ VÀ KHẢO SÁT TRỰC TUYẾN (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh làm chủ Casio fx-580VNX/880BTG xử lý vectơ và tham gia khảo sát nhanh 5 phút trên nền tảng trực tuyến Azota / Onluyen.vn.

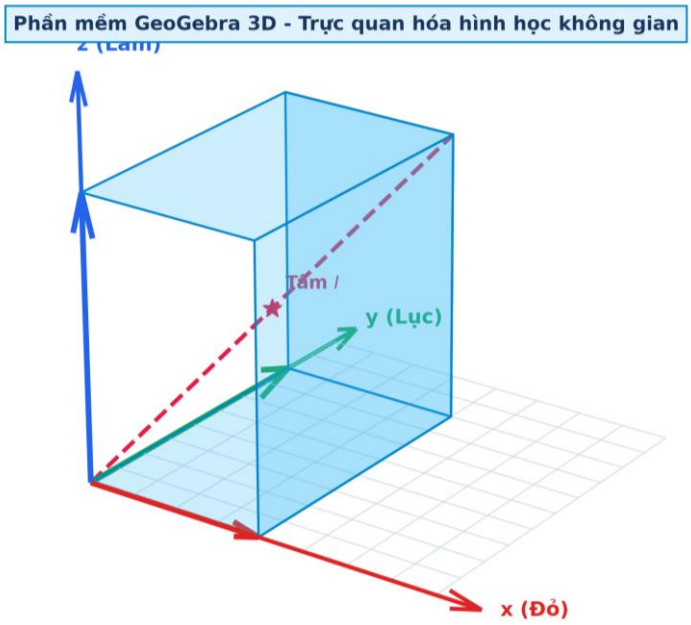
b) Nội dung: GV hướng dẫn bấm máy Mode 5 Vector tính toạ độ trung điểm và đỉnh hình bình hành; học sinh quét mã QR làm bài khảo sát.

c) Sản phẩm: Bảng kết quả làm bài trắc nghiệm số hóa của cả lớp hiển thị trên màn hình máy chiếu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Hướng dẫn Casio fx-580VNX: GV chiếu phần mềm giả lập Casio fx-580VNX: 1. Bấm `MENU 5` (Vector) -> Chọn `1: VctA` (kích thước 3) nhập toạ độ $A(1,2,3)$. 2. Nhập `VctB` toạ độ $B(2,-1,5)$ và `VctC` toạ độ $C(4,3,-2)$. 3. Tìm đỉnh $D = A + C - B$: Bấm `OPTN 3` + `OPTN 5` - `OPTN 4` `=`. Màn hình hiện toạ độ đỉnh $D(3,6,-4)$ tức thì! 4. Tính giá trị $T = x_D + 2y_D - z_D = 3 + 2(6) - (-4) = 19$.	**Thực hành bấm máy Casio:** HS cầm máy tính cá nhân bấm theo chỉ dẫn của GV, kiểm tra tính toán đỉnh hình bình hành bằng thuật toán vectơ $D = A + C - B$ cực nhanh và chính xác.
Khảo sát trực tuyến Azota / Onluyen.vn: GV chiếu mã QR bài khảo sát trắc nghiệm nhanh 5 phút (gồm 4 câu củng cố toạ độ vectơ và bài toán máy bay). GV kích hoạt bài thi và theo dõi phổ điểm trực tuyến theo thời gian thực.	**Quét mã QR làm bài:** HS dùng điện thoại quét mã QR tham gia phòng thi trực tuyến trên Azota / Onluyen.vn, làm bài trong 4 phút, bấm Nộp bài và nhận phản hồi chi tiết.
Nhận xét nhanh: GV tuyên dương học sinh đạt điểm tuyệt đối, sửa nhanh câu hỏi có tỉ lệ sai sót nhiều nhất trên hệ thống báo cáo số.	**Tự đối chiếu sai sót:** HS đối chiếu sai lầm của bản thân với phân tích trực tiếp của GV trên màn hình lớp học.

thuvientoanhoc.com



Mô phỏng GeoGebra 3D: Dựng hình hộp chữ nhật và kiểm tra toạ độ vectơ trong không gian (Tiết 2 HĐ3 Năng lực số)

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT CHUYÊN ĐỀ VÀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC (3 phút)

a) Mục tiêu: Khái quát toàn bộ chuyên đề Hệ trục toạ độ trong không gian, hướng dẫn phương pháp giải đề thi tốt nghiệp THPT 2025.

b) Nội dung: GV chốt lại lưu ý trọng tâm và thang đo Rubric đánh giá năng lực.

c) Sản phẩm: Bảng tiêu chí tự đánh giá năng lực học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Tổng kết & Đánh giá sư phạm: GV chốt lại các thông điệp trọng tâm: 1. Nhớ quy tắc: Chiếu lên đối tượng nào thì giữ nguyên toạ độ đó, khuyết đại lượng nào thì đại lượng đó bằng 0. 2. Toạ độ vectơ nối hai điểm: Lấy toạ độ ngọn trừ toạ độ gốc $\vec{MN} = N - M$. 3. Thành thạo việc đưa bài toán thực tế (đường bay máy bay, căn phòng) về hệ toạ độ $Oxyz$.	**Lắng nghe & Khắc sâu:** HS ghi nhớ các quy tắc vàng và mẹo tránh bẫy dấu trong toạ độ.
Giao bài tập về nhà: GV giao bài tập trong SGK trang 64 - 65 và hoàn thiện dự án số: 'Dựng mô hình căn phòng và xác định toạ độ các đồ vật bằng GeoGebra 3D'.	**Nhận nhiệm vụ dự án:** HS ghi nhiệm vụ bài tập về nhà và dự án GeoGebra 3D để chuẩn bị cho bài học tiếp theo: Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.

thuvientoanhoc.com

V. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH CẢ HAI TIẾT HỌC

1. Đáp án Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Mỗi tiết 8 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Tiết 1	D	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 2	A	A	A	A	A	A	A	A

2. Đáp án Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Mỗi tiết 4 câu lớn = 16 ý a, b, c, d)

Tiết học	Câu hỏi	Lựa chọn a)	Lựa chọn b)	Lựa chọn c)	Lựa chọn d)
Tiết 1	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 1	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 1	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 1	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Tiết 2	Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 2	Câu 2	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Tiết 2	Câu 3	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Tiết 2	Câu 4	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

3. Đáp án Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Mỗi tiết 4 câu)

Tiết học	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Tiết 1	12	2,5	90	10
Tiết 2	19	445	5	4000

thuvientoanhoc.com

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP (COMMON MISCONCEPTIONS)

A. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 1

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 1)

Câu 1: Chọn D. Lời giải chi tiết: Theo định nghĩa trong SGK Toán 12 trang 60, vectơ đơn vị $\vec{i}$ nằm trên trục hoành Ox, vectơ đơn vị $\vec{j}$ nằm trên trục tung Oy, và vectơ đơn vị $\vec{k}$ nằm trên trục cao Oz. Do đó khẳng định D nói $\vec{i}$ nằm trên trục tung Oy là SAI.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa hai trục Ox và Oy, nhớ nhầm vectơ $\vec{i}$ thuộc Oy và $\vec{j}$ thuộc Ox.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của điểm $M(x;y;z)$ được xác định duy nhất qua hệ thức $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Ta có $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} = 2\vec{i} + (-3)\vec{j} + 5\vec{k}$, suy ra $x = 2, y = -3, z = 5$. Vậy $M(2;-3;5)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh quên dấu trừ ở tung độ -3 chọn phương án C hoặc đổi dấu cả ba toạ độ chọn phương án B.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Điểm nằm trên trục cao Oz thì hoành độ và tung độ đều bằng 0, tức có dạng $(0;0;z)$. Trong 4 phương án, chỉ có điểm $P(0;0;4)$ thỏa mãn.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa trục cao Oz với trục hoành Ox (điểm $M(2;0;0)$) hoặc trục tung Oy (điểm $N(0;3;0)$).

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(x;y;z)$ lên mặt phẳng toạ độ (Oxy) thu được bằng cách giữ nguyên hoành độ x và tung độ y, cho cao độ $z = 0$. Với $A(3;-2;5)$, hình chiếu lên (Oxy) là $(3;-2;0)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm sang hình chiếu lên mặt phẳng (Oxz) là $(3;0;5)$ (chọn B) hoặc lên (Oyz) là $(0;-2;5)$ (chọn C).

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$ lên trục tung Oy thu được bằng cách giữ nguyên tung độ y, cho hoành độ $x = 0$ và cao độ $z = 0$, tức là $(0;y;0)$. Với $M(-4;7;2)$, hình chiếu lên Oy là $(0;7;0)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm hình chiếu lên trục Oy với hình chiếu lên mặt phẳng (Oxy) là $(-4;7;0)$ (chọn D).

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Khoảng cách từ điểm $M(x;y;z)$ đến bức tường (Oyz) chính là $|x| = 1 \Rightarrow x = 1$ (do thuộc phần không gian dương của phòng). Khoảng cách từ M đến bức tường (Oxz) chính là $|y| = 1{,}5 \Rightarrow y = 1{,}5$. Khoảng cách từ M đến mặt sàn (Oxy) chính là cao độ $z = 2$. Do đó toạ độ của điểm treo bóng đèn là $M(1;1{,}5;2)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn khoảng cách đến bức tường (Oxz) là hoành độ x thay vì tung độ y, dẫn đến chọn nhầm B $M(1{,}5;1;2)$.

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Đỉnh A trùng gốc toạ độ $O(0;0;0)$. Đỉnh $D(2;0;0)$ nằm trên Ox nên $AD = 2$. Đỉnh $B(0;4;0)$ nằm trên Oy nên $AB = 4$. Đỉnh $A'(0;0;3)$ nằm trên Oz nên $AA' = 3$. Đỉnh C' đối diện với A qua đường chéo không gian có vectơ vị trí $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$. Do đó $C'(2;4;3)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm toạ độ đỉnh C' với đỉnh $C(2;4;0)$ ở đáy hoặc $B'(0;4;3)$ ở mặt bên.

thuvientoanhoc.com

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Gốc O ở trần nhà, trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới. Quả cầu trang trí treo tại $S(0;0;1{,}2)$ có cao độ $z_S = 1{,}2$ m (nghĩa là cách trần 1,2 m theo phương thẳng đứng). Chậu cây đặt trên sàn nhà có toạ độ $P(1{,}6;1{,}2;3)$ suy ra mặt sàn nhà có cao độ $z_P = 3$ m (sàn cách trần 3 m). Khoảng cách thẳng đứng từ quả cầu đến sàn nhà là: $d = z_P - z_S = 3 - 1{,}2 = 1{,}8$ m.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh lấy luôn toạ độ $z_P = 3$ m hoặc lấy $z_S = 1{,}2$ m mà không trừ độ dời khoảng cách.

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 1)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: Điểm $A(2;-3;4)$ có hoành độ $x = 2$, tung độ $y = -3$, cao độ $z = 4$.

• Ý b) ĐÚNG: Theo định nghĩa toạ độ điểm, $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

• Ý c) ĐÚNG: Chiếu vuông góc lên (Oxz) thì giữ nguyên x và z, cho $y = 0 \Rightarrow A_1(2;0;4)$.

• Ý d) SAI: Điểm đối xứng với $A(x;y;z)$ qua (Oxy) giữ nguyên x, y và đổi dấu cao độ z: $A'(x;y;-z) = (2;-3;-4)$. Mệnh đề giữ nguyên $z = 4$ là SAI.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Mặt đất và mặt đường băng nằm trong mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình cao độ $z = 0$. Khi máy bay trên đường băng thì $z = 0$ (SGK Bài 2.19 trang 65).

• Ý b) ĐÚNG: Vị trí $P(-5;12;4)$ có cao độ $z = 4$, nghĩa là máy bay đang ở độ cao 4 km so với mặt đất.

• Ý c) SAI: Trục Ox hướng về phía Tây. Hoành độ của P là $x = -5 < 0$, nghĩa là máy bay ở về phía đối diện (phía Đông) một khoảng 5 km chứ không phải phía Tây.

• Ý d) ĐÚNG: Hình chiếu lên mặt đất (Oxy) là $H(-5;12;0)$. Khoảng cách từ trạm kiểm soát $O(0;0;0)$ đến H trên mặt đất là $OH = \sqrt{(-5)^2 + 12^2 + 0^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ km.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: Điểm $A \in Ox \Rightarrow A(3;0;0)$; $C \in Oy \Rightarrow C(0;4;0)$; $D' \in Oz \Rightarrow D'(0;0;5)$.

• Ý b) ĐÚNG: $OABC$ là hình chữ nhật ở đáy thuộc (Oxy), B có hoành độ bằng A $(x = 3)$ và tung độ bằng C $(y = 4)$, cao độ $z = 0 \Rightarrow B(3;4;0)$.

• Ý c) ĐÚNG: Đỉnh B' đối diện O có $x = 3, y = 4, z = 5 \Rightarrow B'(3;4;5)$.

• Ý d) ĐÚNG: Tam giác $AB'D'$ có $A(3;0;0), B'(3;4;5), D'(0;0;5)$. Toạ độ trọng tâm: $x_G = \frac{3+3+0}{3} = 2, y_G = \frac{0+4+0}{3} = \frac{4}{3}, z_G = \frac{0+5+5}{3} = \frac{10}{3}$.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Mặt sàn phòng triển lãm trùng với mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình $z = 0$.

• Ý b) ĐÚNG: Bức tường ứng với mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$, do đó mọi điểm nằm trên bức tường này đều có tung độ $y = 0$.

• Ý c) SAI: Camera gắn trên trần nhà tại $C(6;4;3{,}5)$ có cao độ $z = 3{,}5$, suy ra chiều cao của trần nhà phòng triển lãm là 3,5 m chứ không phải 4 m.

• Ý d) ĐÚNG: Tác phẩm đặt tại $M(2;3;0)$ trên sàn. Khoảng cách từ M đến góc phòng $O(0;0;0)$ là $OM = \sqrt{2^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{13}$ m.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 1)

Câu 1: Đáp số: 12. Lời giải chi tiết: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$ trùng gốc toạ độ, $D(3;0;0)$ trên Ox, $B(0;4;0)$ trên Oy, $A'(0;0;5)$ trên Oz. Đỉnh C' đối diện với A có toạ độ là $C'(3;4;5)$. Khi đó: $x_{C'} + y_{C'} + z_{C'} = 3 + 4 + 5 = 12$.

Câu 2: Đáp số: 2,5. Lời giải chi tiết: Khoảng cách từ điểm $S(x;y;z)$ đến mặt phẳng toạ độ (Oxy) bằng trị tuyệt đối của cao độ: $d(S,(Oxy)) = |z_S|$. Với $S(1{,}2;1{,}6;2{,}5)$, khoảng cách đến mặt sàn nhà (Oxy) là $|2{,}5| = 2{,}5$ m.

Câu 3: Đáp số: 90. Lời giải chi tiết: Điểm $M(5;-4;7)$.

• Hình chiếu của M lên trục Ox là $M_1(5;0;0)$.

• Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oyz) là $M_2(0;-4;7)$.

thuvientoanhoc.com

Bình phương khoảng cách giữa M_1 và M_2: $M_1M_2^2 = (0-5)^2 + (-4-0)^2 + (7-0)^2 = (-5)^2 + (-4)^2 + 7^2 = 25 + 16 + 49 = 90$.

Câu 4: Đáp số: 10. Lời giải chi tiết: Khoảng cách từ một điểm $A(x;y;z)$ đến trục cao Oz bằng khoảng cách từ điểm đó đến hình chiếu của nó $A_z(0;0;z)$ trên trục Oz: $d(A,Oz) = \sqrt{x^2+y^2}$. Với $A(6;8;10)$, ta có: $d(A,Oz) = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ km.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM TIẾT 2

1. Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (Tiết 2)

Câu 1: Chọn A. Lời giải chi tiết: Ta có $\vec{u} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + (-1)\vec{k}$. Theo định nghĩa toạ độ vectơ, toạ độ của $\vec{u}$ là $(-3;4;-1)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm dấu cao độ -1 thành $+1$ (chọn B) hoặc đổi thứ tự các trục.

Câu 2: Chọn A. Lời giải chi tiết: Vectơ đơn vị $\vec{j}$ nằm trên trục tung Oy, do đó $\vec{j} = 0\vec{i} + 1\vec{j} + 0\vec{k} = (0;1;0)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa $\vec{i}(1;0;0)$ và $\vec{j}(0;1;0)$.

Câu 3: Chọn A. Lời giải chi tiết: Áp dụng công thức toạ độ vectơ nối hai điểm: $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (4-1; 0-2; 2-(-3)) = (3;-2;5)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh lấy toạ độ điểm gốc trừ toạ độ điểm ngọn $A - B$ dẫn đến chọn B $(-3;2;-5)$.

Câu 4: Chọn A. Lời giải chi tiết: Hai vectơ bằng nhau khi các toạ độ tương ứng bằng nhau: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow m - 1 = 5 \Leftrightarrow m = 6$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh tính nhầm sai $m - 1 = 5 \Rightarrow m = 4$ (chọn B).

Câu 5: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trong lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, các cạnh bên song song và bằng nhau nên $\vec{BB'} = \vec{AA'}$. Ta có $\vec{AA'} = (5-1; 0-0; 1-2) = (4;0;-1)$. Gọi $B'(x;y;z)$, ta có $\vec{BB'} = (x-3; y-2; z-5)$. Do $\vec{BB'} = \vec{AA'} \Rightarrow x-3 = 4 \Rightarrow x = 7; y-2 = 0 \Rightarrow y = 2; z-5 = -1 \Rightarrow z = 4$. Vậy $B'(7;2;4)$ (Ví dụ 5 SGK trang 63).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh lấy toạ độ trừ đi vectơ chỉ phương thay vì cộng thêm.

Câu 6: Chọn A. Lời giải chi tiết: Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là trung bình cộng toạ độ hai đầu mút: $x_I = \frac{2+4}{2} = 3; y_I = \frac{-4+2}{2} = -1; z_I = \frac{6+(-2)}{2} = 2$. Vậy $I(3;-1;2)$.

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh tính tổng toạ độ mà quên chia cho 2 (chọn C $(6;-2;4)$).

Câu 7: Chọn A. Lời giải chi tiết: Trục Oy hướng về phía Nam. Máy bay bay về phía Nam với vận tốc 800 km/h trong 45 phút $= 0{,}75$ h. Quãng đường bay: $s = 800 \times 0{,}75 = 600$ km. Do máy bay bay theo hướng Nam nên toạ độ dọc trục Oy tăng thêm 600 km. Máy bay không dịch chuyển theo hướng Đông - Tây ($x = 0$) và độ cao ổn định ($z = 0$). Vậy vectơ độ dịch chuyển là $(0;600;0)$ (Vận dụng 2 SGK trang 64).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa trục Ox và Oy dẫn đến chọn B $(600;0;0)$.

Câu 8: Chọn A. Lời giải chi tiết: Vì $OABC$ là hình bình hành nên $\vec{OC} = \vec{AB}$. Ta có $A(1;1;-1), B(0;3;0) \Rightarrow \vec{AB} = (0-1; 3-1; 0-(-1)) = (-1;2;1)$. Do đó $\vec{OC} = (-1;2;1) \Rightarrow C(-1;2;1)$ (SGK Bài 2.18 trang 65).

⚠ Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm quy tắc hình bình hành lấy $\vec{OC} = \vec{BA}$ dẫn đến sai dấu toạ độ.

thuvientoanhoc.com

2. Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (Tiết 2)

Câu 1: • Ý a) ĐÚNG: $\vec{AB} = (2-1; -1-2; 3-(-1)) = (1; -3; 4)$.

• Ý b) ĐÚNG: $\vec{AC} = (-4-1; 7-2; 5-(-1)) = (-5; 5; 6)$.

• Ý c) ĐÚNG: Trung điểm M của AB: $x_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}, y_M = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}, z_M = \frac{-1+3}{2} = 1$.

• Ý d) ĐÚNG: Trọng tâm G của tam giác ABC: $x_G = \frac{1+2-4}{3} = -\frac{1}{3}, y_G = \frac{2-1+7}{3} = \frac{8}{3}, z_G = \frac{-1+3+5}{3} = \frac{7}{3}$.

Câu 2: • Ý a) ĐÚNG: Từ 14h00 đến 14h15 là 15 phút, tức $\frac{15}{60} = 0{,}25$ giờ.

• Ý b) ĐÚNG: Độ dịch chuyển $\vec{MN} = (40-10; 60-20; 10-2) = (30; 40; 8)$.

• Ý c) ĐÚNG: Quãng đường theo phương ngang chính là khoảng cách giữa hai hình chiếu của M và N trên mặt đất (Oxy): $d_{ngang} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50$ km.

• Ý d) SAI: Theo phương thẳng đứng, độ cao máy bay tăng từ 2 km lên 10 km, tức độ dời thẳng đứng là $\Delta z = 10 - 2 = 8$ km. Tốc độ leo cao trung bình: $v_{cao} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{8 \text{ km}}{0{,}25 \text{ h}} = 32$ km/h chứ không phải 16 km/h.

Câu 3: • Ý a) ĐÚNG: $\vec{AA'} = (5-1; 0-0; 1-2) = (4; 0; -1)$.

• Ý b) ĐÚNG: $C' = C + \vec{AA'} = (7+4; -3+0; 9-1) = (11; -3; 8)$.

• Ý c) ĐÚNG: $BCC'B'$ là mặt bên của hình lăng trụ nên là hình bình hành, suy ra hai cạnh bên $\vec{BB'} = \vec{CC'} = \vec{AA'}$.

• Ý d) ĐÚNG: $ABCD$ là hình bình hành đáy nên $\vec{AD} = \vec{BC} = (7-3; -3-2; 9-5) = (4; -5; 4) \Rightarrow D = A + \vec{AD} = (1+4; 0-5; 2+4) = (5; -5; 6)$.

Câu 4: • Ý a) ĐÚNG: Theo công thức toạ độ cầu (SGK trang 65 - 66), $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ chính là khoảng cách từ gốc toạ độ O (tâm Trái Đất) đến điểm xét.

• Ý b) ĐÚNG: Cao độ $z = r\cos\phi$. Khi $\phi = 90°$ (mặt phẳng xích đạo), ta có $\cos 90° = 0 \Rightarrow z = 0$.

• Ý c) ĐÚNG: Với $r = 10000, \phi = 60°, \theta = 0°$, ta có: $x = 10000\cos 0°\sin 60° = 10000 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5000\sqrt{3}$; $y = 10000\sin 0°\sin 60° = 0$; $z = 10000\cos 60° = 10000 \cdot 0{,}5 = 5000$.

• Ý d) SAI: Trục dương Oz (Cực Bắc) ứng với góc nghiêng $\phi = 0°$ (khi đó $\cos 0° = 1 \Rightarrow z = r$). Cực Nam mới ứng với $\phi = 180°$.

3. Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (Tiết 2)

Câu 1: Đáp số: 19. Lời giải chi tiết: Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{AD} = \vec{BC}$.

• $\vec{BC} = (4-2; 3-(-1); -2-5) = (2; 4; -7)$.

• Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$, ta có $\vec{AD} = (x_D - 1; y_D - 2; z_D - 3)$.

Suy ra: $x_D - 1 = 2 \Rightarrow x_D = 3; y_D - 2 = 4 \Rightarrow y_D = 6; z_D - 3 = -7 \Rightarrow z_D = -4$.

Vậy $D(3; 6; -4)$. Giá trị biểu thức: $T = x_D + 2y_D - z_D = 3 + 2(6) - (-4) = 3 + 12 + 4 = 19$.

Câu 2: Đáp số: 445. Lời giải chi tiết: Quãng đường máy bay bay về phía Nam trong 0,5 giờ: $s = v \cdot t = 890 \times 0{,}5 = 445$ km. Vì trục Oy hướng về phía Nam nên toạ độ theo trục Oy của vectơ độ dịch chuyển chính bằng độ lớn quãng đường bay: 445 km (Vận dụng 2 SGK trang 64).

Câu 3: Đáp số: 5. Lời giải chi tiết: Toạ độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ bằng trung bình cộng toạ độ 4 đỉnh:

• $x_G = \frac{2+3+2+1}{4} = \frac{8}{4} = 2$.

• $y_G = \frac{1+0+(-1)+4}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

• $z_G = \frac{-1+1+3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2$.

Vậy $G(2; 1; 2)$. Tổng $x_G + y_G + z_G = 2 + 1 + 2 = 5$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4: Đáp số: 4000. Lời giải chi tiết: Áp dụng công thức chuyển đổi từ toạ độ cầu sang toạ độ Descartes (SGK trang 65 - 66): $z = r\cos\phi$. Với $r = 8000$ km và $\phi = 60°$, ta có: $z = 8000 \times \cos 60° = 8000 \times 0{,}5 = 4000$ km.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Nhầm lẫn toạ độ hình chiếu vuông góc lên các mặt phẳng và trục toạ độ	Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ chiếu lên (Oxy) học sinh lại cho $x = 0$ hoặc $y = 0$ thay vì giữ nguyên x, y và cho $z = 0$.	Khẩu quyết: 'Chiếu lên cái gì giữ nguyên cái đó, thiếu cái gì cho bằng 0': Chiếu lên (Oxy) được $M'(x_0; y_0; 0)$; Chiếu lên trục Oz được $M''(0; 0; z_0)$.
Sai dấu toạ độ điểm đối xứng qua các mặt phẳng toạ độ	Đổi dấu tất cả các toạ độ hoặc đổi dấu nhầm trục khi tìm toạ độ điểm đối xứng qua mặt toạ độ.	Khẩu quyết: 'Đối xứng qua cái gì giữ nguyên cái đó, thành phần còn lại đổi dấu': Đối xứng qua (Oxy) được $M_1(x_0; y_0; -z_0)$; Đối xứng qua gốc toạ độ O đổi dấu cả 3 toạ độ: $(-x_0; -y_0; -z_0)$.
Nhầm lẫn toạ độ trọng tâm tam giác và tứ diện	Chia nhầm mẫu số: trọng tâm tam giác lại chia cho 2, trọng tâm tứ diện chia cho 3.	Ghi nhớ quy tắc số đỉnh: Trung điểm đoạn thẳng chia 2; Trọng tâm tam giác chia 3: $G = \frac{A+B+C}{3}$; Trọng tâm tứ diện chia 4: $G = \frac{A+B+C+D}{4}$.
Sai dấu hệ số khi tìm tâm I và bán kính R mặt cầu tổng quát	Quên chia cho -2 khi tìm tâm I, hoặc nhầm dấu hệ số tự do d khi tính bán kính: viết $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d}$.	Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$: Toạ độ tâm $I(a; b; c)$ (chia hệ số của x, y, z cho -2). Bán kính chuẩn: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ (với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

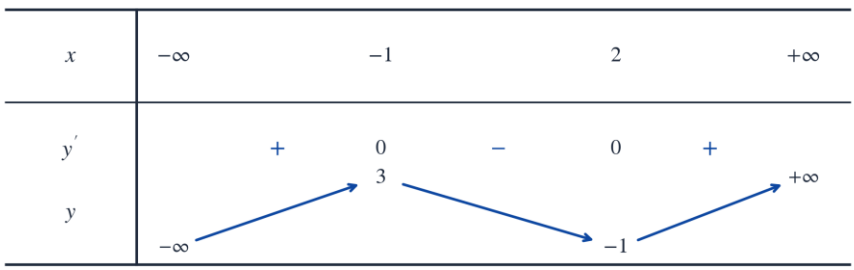
ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC
CHỦ ĐỀ: ĐƠN ĐIỆU - CỰC TRỊ - GTLN/GTNN - TIỆM CẬN
VECTƠ & HỆ TỌA ĐỘ OXYZ
Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 13 - 14)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Lớp:	**MÃ ĐỀ THI: 101** **(Đề gồm 22 câu / 06 trang)**

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất. Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



Hình 1: Bảng biến thiên hàm số y = f(x) (Câu 1)

A. $(-\infty; -1)$.

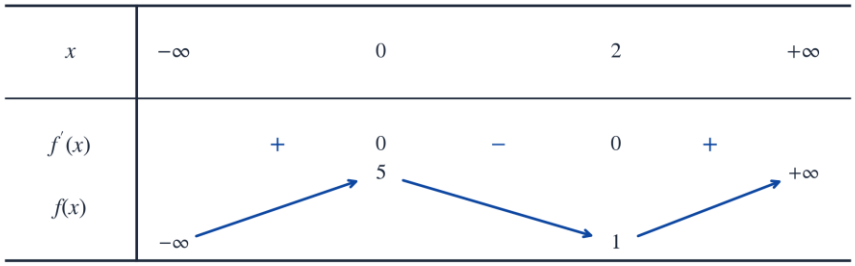
B. $(-1; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

thuvientoanhoc.com



Hình 2: Bảng biến thiên hàm số f(x) (Câu 2)

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $y = 5$.

D. $y = 1$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 0.

Câu 4: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

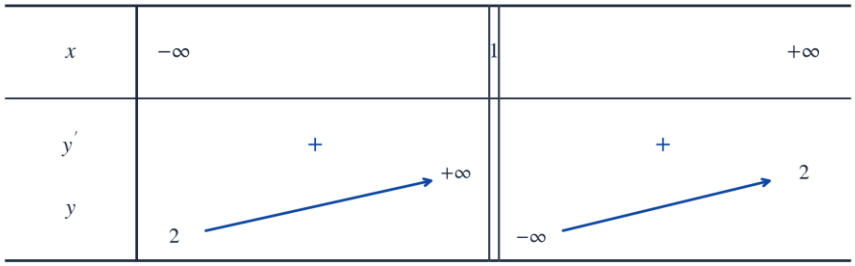
A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:



Hình 3: Bảng biến thiên hàm số có tiệm cận (Câu 5)

A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 6: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = 2x + 1$.

thuvientoanhoc.com

C. $y = -2x + 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng về quy tắc hình hộp?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. **B.** $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC}$.

C. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{BD'}$. **D.** $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{CA'}$.

Câu 8: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ đều khác vectơ-không và vuông góc với nhau ($\vec{u} \perp \vec{v}$). Khi đó tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng:

A. 0. **B.** 1.

C. -1. **D.** $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ (với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz). Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là:

A. $(2; -3; 5)$. **B.** $(-3; 2; 5)$.

C. $(2; 3; 5)$. **D.** $(2; -3; -5)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 0; 1)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

A. $(2; 1; 2)$. **B.** $(4; 2; 4)$.

C. $(1; -1; -1)$. **D.** $(2; -1; 2)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$. **B.** $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; -1)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1), B(0; 3; 1), C(1; -1; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(1; 1; 1)$. **B.** $(3; 3; 3)$.

C. $(1; 1; 3)$. **D.** $(2; 2; 2)$.

thuvientoanhoc.com

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai. Mỗi ý trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm.

Câu 1: (Tư duy toán học và Giải quyết vấn đề - Khảo sát hàm phân thức hữu tỉ):

Cho hàm số $y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ với mọi $x \neq 1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

d) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = x - 2$.

Câu 2: (Tư duy toán học và Giải quyết vấn đề - Hình lập phương và Tọa độ Oxyz):

Trong không gian $Oxyz$, xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, đỉnh A trùng với gốc tọa độ $O(0;0;0)$, các đỉnh B, D, A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz.

a) Tọa độ các đỉnh của hình lập phương là $B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$ và $C'(1;1;1)$.

b) Tọa độ của vectơ $\vec{AC'} = (1;1;1)$ và độ dài đường chéo AC' bằng $\sqrt{3}$.

c) Vectơ $\vec{BD} = (-1;1;0)$. Tích vô hướng $\vec{BD} \cdot \vec{AC'} = 0$, từ đó suy ra hai đường thẳng BD và AC' vuông góc với nhau.

d) Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng $60°$.

Câu 3: (Toán thực tiễn và Mô hình hóa - Tối ưu hóa kinh tế trong sản xuất):

Một xưởng may đồng phục bảo hộ lao động mỗi ngày sản xuất x chiếc áo $(0 < x \leq 100)$. Tổng chi phí sản xuất trong một ngày của xưởng là $C(x) = 2x^2 + 40x + 1800$ (nghìn đồng). Giá bán của mỗi chiếc áo trên thị trường phụ thuộc vào sản lượng theo hàm số $p(x) = 200 - x$ (nghìn đồng).

a) Tổng doanh thu thu được khi xưởng bán hết x chiếc áo là hàm số $R(x) = -x^2 + 200x$ (nghìn đồng).

b) Lợi nhuận hàng ngày của xưởng may được xác định bởi hàm số $P(x) = -3x^2 + 160x - 1800$ (nghìn đồng).

c) Chi phí cố định hàng ngày của xưởng khi chưa sản xuất sản phẩm nào $(x = 0)$ là 1800 nghìn đồng (tương đương 1,8 triệu đồng).

d) Để lợi nhuận thu được trong ngày đạt giá trị lớn nhất thì xưởng cần sản xuất 40 chiếc áo mỗi ngày.

Câu 4: (Toán thực tiễn và Mô hình hóa - Giám sát bay quân sự trong không gian Oxyz):

Một trạm radar quân sự đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trên mặt đất phẳng (mặt phẳng Oxy). Một máy bay trinh sát đang bay thẳng đều từ điểm $A(3;4;5)$ đến điểm $B(15;20;10)$ (đơn vị tọa độ là kilômét) trong khoảng thời gian 2 phút.

a) Vectơ dịch chuyển của máy bay từ A đến B là $\vec{AB} = (12;16;5)$.

b) Quãng đường máy bay di chuyển được từ A đến B là $AB = \sqrt{425} \approx 20{,}62$ km.

c) Vận tốc trung bình của máy bay trong quá trình bay từ A đến B lớn hơn 650 km/h.

d) Độ cao của máy bay so với mặt đất tại vị trí bắt đầu A là 5 km và tại vị trí kết thúc B là 10 km.

thuvientoanhoc.com

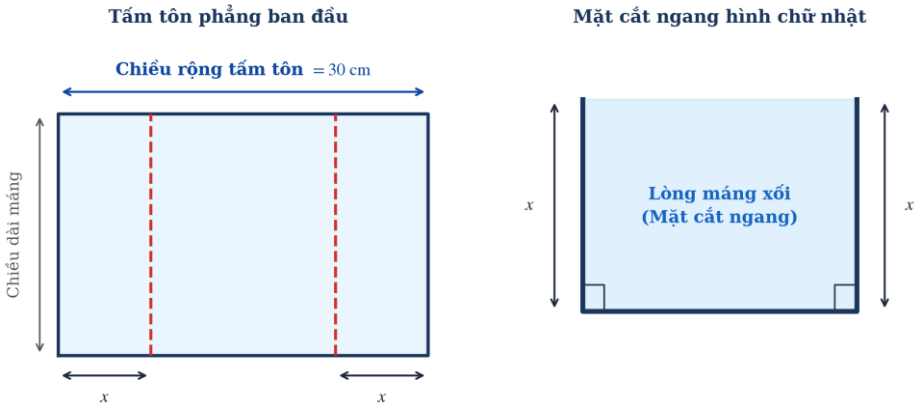
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.
Yêu cầu: Đáp án là số, viết gọn, tối đa 4 ký tự; làm tròn đến 2 chữ số thập phân nếu là số thập phân.

Câu 1: (Tư duy toán học) Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại tâm đối xứng $I(x_0; y_0)$. Hãy tính giá trị của biểu thức $T = x_0 + y_0$.

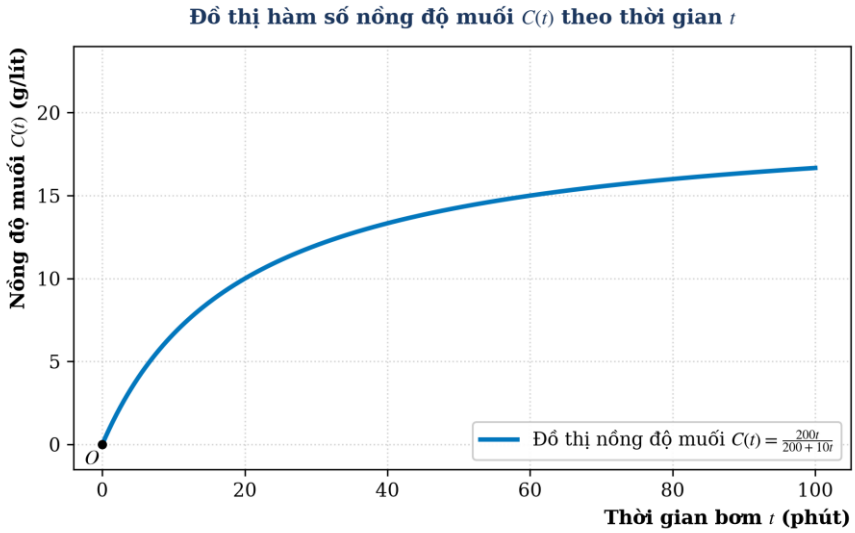
Câu 2: (Tư duy toán học) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -1; 2)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Câu 3: (Toán thực tiễn - Mô hình hóa GTLN/GTNN) Người ta muốn làm một chiếc máng xối dẫn nước mưa bằng một tấm tôn phẳng hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm. Người ta gấp hai bên mép tôn lên một góc vuông $90°$ một đoạn có độ dài x (cm) để tạo thành máng có mặt cắt ngang là hình chữ nhật (như hình vẽ bên dưới). Để máng xối có khả năng thoát nước tốt nhất thì diện tích mặt cắt ngang của máng phải lớn nhất. Hỏi độ dài x bằng bao nhiêu centimét?



Hình 4: Mô hình gập tấm tôn phẳng 30 cm thành máng xối dẫn nước mưa (Câu 3)

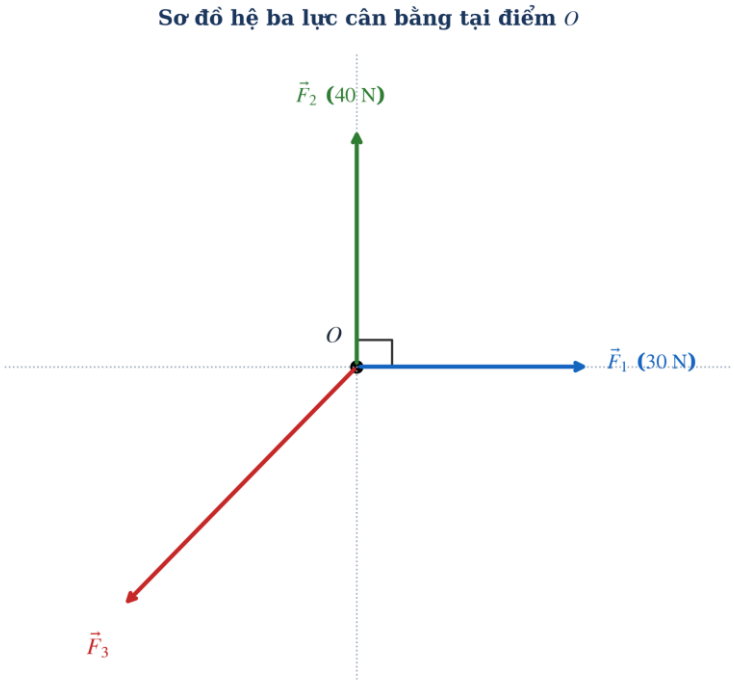
Câu 4: (Toán thực tiễn - Mô hình hóa tiệm cận nồng độ) Một bồn chứa đang có 200 lít nước tinh khiết. Bắt đầu từ thời điểm $t = 0$, người ta bơm dung dịch nước muối có nồng độ 20 g/lít vào bồn với tốc độ không đổi 10 lít/phút. Nồng độ muối trong bồn sau t phút ($t \geq 0$) được xác định bởi hàm số $C(t) = \frac{200t}{200+10t}$ (g/lít) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khi thời gian bơm kéo dài vô hạn ($t \to +\infty$), nồng độ muối trong bồn sẽ tiệm cận đến một giá trị bão hòa bằng bao nhiêu gam/lít?



Hình 5: Đồ thị hàm số nồng độ muối C(t) (Câu 4)

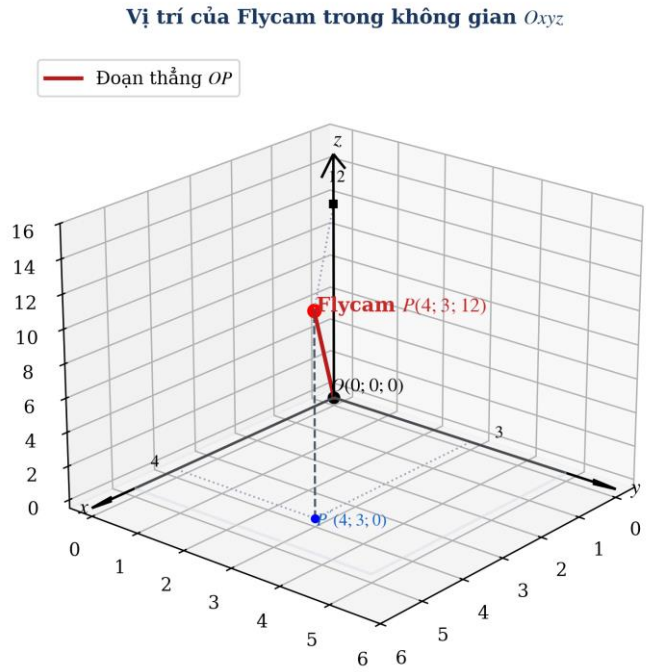
thuvientoanhoc.com

Câu 5: (Toán thực tiễn - Mô hình hóa vectơ lực cân bằng) Ba lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ cùng tác dụng lên một vật đặt tại điểm O làm cho vật ở trạng thái cân bằng tĩnh ($\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$) như hình vẽ bên dưới. Biết rằng hai lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ vuông góc với nhau và có độ lớn lần lượt là $|\vec{F_1}| = 30$ N, $|\vec{F_2}| = 40$ N. Độ lớn của lực $\vec{F_3}$ bằng bao nhiêu Newton?



Hình 6: Sơ đồ hệ ba lực cân bằng tại điểm O (Câu 5)

Câu 6: (Toán thực tiễn - Mô hình hóa không gian Oxyz) Một thiết bị bay không người lái (flycam) đang bay giám sát tại vị trí điểm $P(4;3;12)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tọa độ là mét). Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ là vị trí của trạm phát tín hiệu điều khiển trên mặt đất (như hình vẽ bên dưới). Khoảng cách từ flycam tại điểm P đến trạm điều khiển tại điểm O bằng bao nhiêu mét?



Hình 7: Vị trí của Flycam trong hệ tọa độ không gian Oxyz (Câu 6)

thuvientoanhoc.com

BẢNG MA TRẬN VÀ BẢN ĐẶC TẢ ĐỀ KIỂM TRA MÔN TOÁN 12 (90 PHÚT)

1. KHUNG MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Chủ đề / Mạch kiến thức	Phần I (MCQ)	Phần II (Đ/S)	Phần III (TLN)	Tổng câu	Điểm
1. Tính đơn điệu & Cực trị hàm số	3 câu (C1, C2 có hình, C11)	1 câu (C1: a, b, c)	0 câu	4 câu	1.50
2. Giá trị lớn nhất & GTNN	1 câu (C3)	1 câu (C3: a, b, d)	1 câu (C3 có hình)	3 câu	1.50
3. Đường tiệm cận của đồ thị	3 câu (C4, C5 có hình, C6)	1 câu (C1: d)	2 câu (C1; C4 có hình)	6 câu	2.25
4. Vectơ trong không gian	2 câu (C7, C8)	1 câu (C2: c, d)	1 câu (C5 có hình)	4 câu	1.50
5. Hệ trục tọa độ Oxyz	3 câu (C9, C10, C12)	2 câu (C2: a, b; C4: a-d)	2 câu (C2; C6 có hình)	7 câu	3.25
TỔNG CỘNG	**12 câu (3,0 đ)**	**4 câu = 16 ý (4,0 đ)**	**6 câu (3,0 đ)**	**22 câu**	**10.0**
Tỉ lệ nhận thức	**Nhận biết: 35%**	**Thông hiểu: 35%**	**Vận dụng: 30%**	**--**	**100%**

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI KIỂM TRA

1. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH

Phần	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
Phần I	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**
Phần II	**C1: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ**			**C2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S**			**C3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S**			**C4: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ**		
Phần III	**C1: 1**		**C2: -4**		**C3: 7.5**		**C4: 20**		**C5: 50**		**C6: 13**	

thuvientoanhoc.com

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TỪNG PHẦN

PHẦN I (12 CÂU NHIỀU LỰA CHỌN):

Câu 1: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(-\infty;-1)$ đạo hàm $y'>0$ và mũi tên đi lên, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. Chọn A.

Câu 2: Điểm cực đại của hàm số là giá trị x mà tại đó đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm đó. Theo bảng biến thiên, tại $x=0$ hàm số đạt cực đại và giá trị cực đại là $y=5$. Chọn A.

Câu 3: Ta có đạo hàm $y'=2x-4$. Cho $y'=0\Leftrightarrow x=2\in[0;3]$.
Tính các giá trị: $y(0)=5, y(2)=2^2-4(2)+5=1, y(3)=3^2-4(3)+5=2$.
So sánh các giá trị ta được $min_{[0;3]}y=1$ tại $x=2$. Chọn A.

Câu 4: Hàm số phân thức $y=\frac{2x-1}{x+2}$ có mẫu số bằng 0 khi $x=-2$ và tử số tại $x=-2$ là $2(-2)-1=-5\neq 0$. Vì vậy $lim_{x\to(-2)^+}y=-\infty$ và $lim_{x\to(-2)^-}y=+\infty$, suy ra đường tiệm cận đứng là $x=-2$. Chọn A.

Câu 5: Dựa vào bảng biến thiên, ta có $lim_{x\to-\infty}f(x)=2$ và $lim_{x\to+\infty}f(x)=2$. Do đó đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=2$. Chọn A.

Câu 6: Ta có $lim_{x\to+\infty}[y-(2x-1)]=lim_{x\to+\infty}\frac{3}{x+1}=0$ và $lim_{x\to-\infty}[y-(2x-1)]=0$. Theo định nghĩa, đường thẳng $y=2x-1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Chọn A.

Câu 7: Theo quy tắc hình hộp: Tổng ba vectơ xuất phát từ cùng một đỉnh trên ba cạnh bằng vectơ đường chéo xuất phát từ đỉnh đó: $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA'}=\vec{AC'}$. Chọn A.

Câu 8: Tích vô hướng của hai vectơ là $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos(\vec{u},\vec{v})$. Khi $\vec{u}\perp\vec{v}$ thì góc giữa hai vectơ bằng $90°\Rightarrow\cos 90°=0$, do đó $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$. Chọn A.

Câu 9: Theo định nghĩa tọa độ vectơ trong hệ $Oxyz$: Nếu $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ thì $\vec{u}=(x;y;z)$. Với $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}$, tọa độ là $(2;-3;5)$. Chọn A.

Câu 10: Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:
$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1+3}{2}=2; y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+0}{2}=1; z_M=\frac{z_A+z_B}{2}=\frac{3+1}{2}=2$.
Vậy $M(2;1;2)$. Chọn A.

Câu 11: Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0, x=-1, x=2$. Trong đó $x=2$ là nghiệm bội chẵn nên qua $x=2$ đạo hàm không đổi dấu.
Xét dấu $f'(x)$:
- Với $x\in(-\infty;-1)$: $x<0, x+1<0\Rightarrow f'(x)>0$.
- Với $x\in(-1;0)$: $x<0, x+1>0\Rightarrow f'(x)<0$.
- Với $x\in(0;2)$: $x>0, x+1>0\Rightarrow f'(x)>0$.
- Với $x\in(2;+\infty)$: $f'(x)>0$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1), (0;2), (2;+\infty)$. Do đó trên khoảng $(0;2)$ hàm số đồng biến. Chọn A.

Câu 12: Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
$x_G=\frac{2+0+1}{3}=1; y_G=\frac{1+3-1}{3}=1; z_G=\frac{-1+1+3}{3}=1$.
Vậy tọa độ trọng tâm là $G(1;1;1)$. Chọn A.

thuvientoanhoc.com

PHẦN II (4 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI):

Câu 1 (Khảo sát hàm phân thức hữu tỉ):

a) ĐÚNG. Hàm số xác định khi mẫu số $x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$. Do đó tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) ĐÚNG. Ta có $y'=\frac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+3)(1)}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-5x+3-x^2+3x-3}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

c) SAI. Cho $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Bảng biến thiên cho thấy qua $x=0$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$ (với $y_{CĐ}=-3$), và qua $x=2$ đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ (với $y_{CT}=1$). Mệnh đề nói ngược lại nên sai.

d) ĐÚNG. Ta có $y=\frac{x(x-1)-2(x-1)+1}{x-1}=x-2+\frac{1}{x-1}$. Vì $lim_{x\to 1^+}y=+\infty, lim_{x\to 1^-}y=-\infty$ nên $x=1$ là tiệm cận đứng. Vì $lim_{x\to\pm\infty}[y-(x-2)]=lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x-1}=0$ nên $y=x-2$ là tiệm cận xiên.

Câu 2 (Hình lập phương và Tọa độ Oxyz):

a) ĐÚNG. Vì $A\equiv O(0;0;0)$, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các cạnh AB, AD, AA' có độ dài bằng 1 nên $B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$. Điểm C' có tọa độ $(1;1;1)$.

b) ĐÚNG. $\vec{AC'}=(1-0;1-0;1-0)=(1;1;1)$ và độ dài $AC'=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

c) ĐÚNG. $\vec{BD}=(0-1;1-0;0-0)=(-1;1;0)$. Tích vô hướng: $\vec{BD}\cdot\vec{AC'}=(-1)(1)+1(1)+0(1)=0$. Hai vectơ khác $\vec{0}$ có tích vô hướng bằng 0 nên vuông góc, suy ra $BD\perp AC'$.

d) SAI. Ta có $\vec{A'B}=(1-0;0-0;0-1)=(1;0;-1)$. Tích vô hướng $\vec{A'B}\cdot\vec{AC'}=1(1)+0(1)+(-1)(1)=0$. Suy ra $A'B\perp AC'$ nên góc giữa hai đường thẳng bằng $90°$ (không phải $60°$).

Câu 3 (Tối ưu hóa kinh tế trong sản xuất):

a) ĐÚNG. Tổng doanh thu là số sản phẩm nhân với giá bán: $R(x)=x\cdot p(x)=x(200-x)=-x^2+200x$ (nghìn đồng).

b) ĐÚNG. Lợi nhuận = Doanh thu - Chi phí: $P(x)=R(x)-C(x)=(-x^2+200x)-(2x^2+40x+1800)=-3x^2+160x-1800$ (nghìn đồng).

c) ĐÚNG. Khi xưởng chưa sản xuất sản phẩm nào ($x=0$), chi phí phải trả là $C(0)=1800$ nghìn đồng.

d) SAI. Hàm lợi nhuận $P(x)=-3x^2+160x-1800$ là hàm bậc hai có $a=-3<0$. Đạo hàm $P'(x)=-6x+160=0\Leftrightarrow x=\frac{160}{6}=\frac{80}{3}\approx 26{,}67$. Vì $x\in\mathbb{N}^*$ nên kiểm tra $P(26)=332$ nghìn đồng, $P(27)=333$ nghìn đồng. Do đó lợi nhuận lớn nhất khi may 27 áo (không phải 40 áo).

Câu 4 (Giám sát bay quân sự trong không gian Oxyz):

a) ĐÚNG. Vectơ dịch chuyển $\vec{AB}=(15-3;20-4;10-5)=(12;16;5)$.

b) ĐÚNG. Quãng đường $AB=|\vec{AB}|=\sqrt{12^2+16^2+5^2}=\sqrt{144+256+25}=\sqrt{425}\approx 20{,}6155\approx 20{,}62$ km.

c) SAI. Thời gian bay là $t=2$ phút $=\frac{2}{60}=\frac{1}{30}$ giờ. Vận tốc trung bình của máy bay là: $v=\frac{AB}{t}=\sqrt{425}\times 30\approx 20{,}6155\times 30=618{,}47$ km/h <650 km/h. Mệnh đề nói vận tốc lớn hơn 650 km/h là sai.

d) ĐÚNG. Mặt đất là mặt phẳng tọa độ $(Oxy): z=0$. Khoảng cách từ một điểm $M(x;y;z)$ đến mặt đất bằng $|z|$. Do đó tại điểm $A(3;4;5)$ độ cao là $z_A=5$ km và tại điểm $B(15;20;10)$ độ cao là $z_B=10$ km.

thuvientoanhoc.com

PHẦN III (6 CÂU TRẢ LỜI NGẮN):

Câu 1: Đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x = -1 \Rightarrow x_0 = -1$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là $y = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow y_0 = 2$.

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm $I(-1; 2)$.

Vậy $T = x_0 + y_0 = -1 + 2 = 1$.

Đáp số điền: 1

Câu 2: Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian $Oxyz$ tính theo công thức:

$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 1(2) + 2(-1) + (-2)(2) = 2 - 2 - 4 = -4$.

Đáp số điền: -4

Câu 3: Sau khi gấp hai mép lên một đoạn x cm $(0 < x < 15)$, mặt cắt ngang là hình chữ nhật có:

- Chiều cao là x (cm).
- Đáy máng là $30 - 2x$ (cm).

Diện tích mặt cắt ngang của máng xối là:

$S(x) = x(30 - 2x) = -2x^2 + 30x$ (cm^2).

Đây là tam thức bậc hai có $a = -2 < 0$. Ta có:

$S'(x) = -4x + 30 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{30}{4} = 7{,}5$ cm $\in (0; 15)$.

Bảng biến thiên cho thấy tại $x = 7{,}5$ cm thì diện tích mặt cắt ngang đạt giá trị lớn nhất là $S(7{,}5) = 112{,}5$ cm^2.

Đáp số điền: 7.5

Câu 4: Nồng độ muối sau t phút là $C(t) = \frac{200t}{200+10t}$ (g/lít).

Khi thời gian bơm kéo dài vô hạn, tức là $t \to +\infty$, ta tính giới hạn:

$lim_{t\to+\infty} C(t) = lim_{t\to+\infty} \frac{200t}{10t+200} = lim_{t\to+\infty} \frac{200}{10+\frac{200}{t}} = \frac{200}{10} = 20$ g/lít.

Như vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $C = 20$, nghĩa là nồng độ muối tiệm cận giá trị 20 g/lít.

Đáp số điền: 20

Câu 5: Vì ba lực tác dụng lên vật làm vật ở trạng thái cân bằng tĩnh nên:

$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_3} = -(\vec{F_1} + \vec{F_2})$.

Lấy độ lớn hai vế:

$|\vec{F_3}| = |-(\vec{F_1} + \vec{F_2})| = |\vec{F_1} + \vec{F_2}|$.

Do $\vec{F_1} \perp \vec{F_2}$, theo định lý Pythagore trong hình chữ nhật lực, ta có:

$|\vec{F_1} + \vec{F_2}| = \sqrt{|\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50$ N.

Vậy độ lớn của lực $\vec{F_3}$ bằng 50 N.

Đáp số điền: 50

Câu 6: Khoảng cách từ điểm $P(4; 3; 12)$ đến gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ là độ dài đoạn thẳng OP:

$OP = \sqrt{(x_P - x_O)^2 + (y_P - y_O)^2 + (z_P - z_O)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2} = \sqrt{16 + 9 + 144} = \sqrt{169} = 13$ m.

Vậy khoảng cách từ Flycam đến trạm điều khiển là 13 m.

Đáp số điền: 13

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC, PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 15 - 16)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

• Củng cố định nghĩa và công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = m, \cos x = m, \tan x = m, \cot x = m$. Nắm vững điều kiện có nghiệm $|m| \leq 1$ đối với hàm sin và cosin.

• Nắm vững định nghĩa, điều kiện có nghiệm của phương trình mũ cơ bản $a^x = b$ $(b > 0 \Rightarrow x = \log_a b)$ và phương trình logarit cơ bản $\log_a x = b$ $(x = a^b)$.

• Thành thạo quy tắc giải bất phương trình mũ, logarit cơ bản; phân biệt rõ trường hợp cơ số $a > 1$ (giữ nguyên chiều) và trường hợp $0 < a < 1$ (bắt buộc ĐẢO CHIỀU bất đẳng thức).

• Khắc sâu việc tìm ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH của biểu thức dưới dấu logarit trước khi thực hiện các phép biến đổi phương trình và bất phương trình để tránh nghiệm ngoại lai.

• Nắm vững các mô hình toán học thực tế: Dao động điều hòa $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, vòng quay đu quay Sun Wheel $h(t) = A - B\cos(\omega t)$, tăng trưởng mũ $N(t) = N_0 e^{rt}$, lãi kép ngân hàng $A = P(1 + r)^n$, độ pH hóa học $\text{pH} = -\log[H^+]$, mức cường độ âm decibel $L = 10\log(I/I_0)$, độ chấn động động đất Richter $M = \log(A/A_0)$.

2. Về năng lực

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Biết chuyển đổi các bài toán thực tiễn đời sống, hóa học, vật lý, tài chính ngân hàng thành phương trình và bất phương trình lượng giác, mũ, logarit để tìm lời giải tối ưu.

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Phân tích, tổng hợp thông tin, lập luận logic, kiểm tra điều kiện xác định và đối chiếu nghiệm chặt chẽ.

• **Năng lực số và công nghệ thông tin:** Sử dụng thành thạo máy tính Casio fx-580VNX/880BTG chức năng Menu 8 (Table) để quét nghiệm trên khoảng; sử dụng SHIFT SOLVE tìm nghiệm; dùng phím CALC thử lại nghiệm; khai thác GeoGebra để trực quan hóa giao điểm đồ thị và tập nghiệm.

• **Năng lực giao tiếp toán học:** Tự tin trình bày lời giải, bảo vệ quan điểm giải toán trước lớp, lắng nghe và phản biện tích cực.

3. Về phẩm chất

• **Chăm chỉ và cẩn thận:** Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác khi thực hiện biến đổi công thức, đặc biệt là kiểm tra điều kiện xác định và đổi chiều bất phương trình.

• **Trách nhiệm và yêu thích môn học:** Nhận thức rõ vai trò thiết thực của Hàm số mũ, Logarit và Lượng giác trong các ngành khoa học tự nhiên, kinh tế, công nghệ và đời sống hàng ngày.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên đề 2 tiết; Bộ slide trình chiếu PowerPoint tích hợp hình vẽ trực quan; Máy tính kết nối máy chiếu; File mô phỏng đồ thị GeoGebra; vở ghi bài và số 2.

thuvientoanhoc.com

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 11 Tập 1 & Tập 2 (Kết nối tri thức với cuộc sống); Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG; Vở ghi bài và bút dạ viết bảng nhóm; Điện thoại thông minh/máy tính bảng kết nối internet để tham gia bài tập trực tuyến.

3. Hệ thống hình vẽ & sơ đồ toán học trực quan (12 hình chuẩn): Bộ 12 sơ đồ, mô hình hình học và đồ thị giải tích độ phân giải cao nhúng trực tiếp trong giáo án:

(1) Đường tròn lượng giác & biểu diễn nghiệm $\sin x = 1/2$;
(2) Đồ thị hàm số $y = \sin x$ và giao điểm $y = 1/2$ trên đoạn $[0; 2\pi]$;
(3) Mô hình thực tế vòng quay đu quay Sun Wheel $h(t) = 30 - 25\cos(\pi t/15)$;
(4) Đồ thị hàm số mũ $y = 2^x$ và $y = (0.5)^x$ minh họa quy tắc giải BPT mũ;
(5) Mô hình tăng trưởng dân số / vi khuẩn theo hàm mũ $N(t) = N_0 e^{rt}$;
(6) Đồ thị hàm logarit $y = \log_2 x, y = \log_{0.5} x$ và điều kiện $x > 0$;
(7) Thang đo độ pH hóa học từ 0 đến 14 ($\text{pH} = -\log[H^+]$);
(8) Biểu đồ mức cường độ âm Decibel $L = 10\log(I/I_0)$ trong đời sống;
(9) Thang đo địa chấn động đất Richter $M = \log(A/A_0)$;
(10) Thẻ kỹ năng Casio fx-580VNX/880BTG Menu 8 Table, SHIFT SOLVE, đổi đơn vị Radian;
(11) Giao diện phần mềm GeoGebra trực quan hóa nghiệm giao điểm;
(12) Sơ đồ tư duy tổng kết chuyên đề và 4 bẫy sai lầm thường gặp khi thi tốt nghiệp.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Ôn tập phương trình lượng giác cơ bản, phương trình mũ và bất phương trình mũ.

- Tiết 2: Ôn tập phương trình, bất phương trình logarit và bài toán thực tế (độ pH, Decibel, Richter, lãi kép).

TIẾT 1: ÔN TẬP PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN & PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ ÔN TẬP LÝ THUYẾT NỀN TẢNG (10 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện và củng cố công thức nghiệm phương trình lượng giác cơ bản; nắm vững điều kiện có nghiệm $|m| \le 1$ của hàm sin, cosin; phân biệt nghiệm của phương trình mũ $a^x = b$ và quy tắc đổi chiều của bất phương trình mũ khi $0 < a < 1$.

b) Nội dung: Học sinh hoàn thành nhiệm vụ khởi động trên vở ghi bài (Nhiệm vụ 1: Biểu diễn nghiệm $\sin x = 1/2$ trên đường tròn lượng giác; Nhiệm vụ 2: Điền khuyết quy tắc giải phương trình và bất phương trình mũ).

c) Sản phẩm: Câu trả lời đúng của học sinh trên bảng nhóm và vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Slide Đường tròn lượng giác và Đồ thị $y = \sin x$, đặt 2 câu hỏi phát vấn: 1. Trên đường tròn lượng giác, các điểm nào có tung độ bằng $1/2$? Từ đó suy ra công thức nghiệm của phương trình $\sin x = 1/2$? 2. Nêu điều kiện để phương trình mũ $a^x = b$ có nghiệm? Khi nào thì bất phương trình mũ $a^x > a^y$ phải đổi chiều bất đẳng thức?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát màn hình máy chiếu, theo dõi đường tròn lượng giác và đọc yêu cầu trên vở ghi bài.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV quan sát học sinh làm việc cá nhân trong 2 phút, gợi ý chú ý 2 điểm $M_1(\pi/6)$ và $M_2(5\pi/6)$ đối xứng qua trục tung và cơ số $0 < a < 1$ nghịch biến.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm việc cá nhân: Xác định 2 điểm có tung độ $1/2$ ứng với cung $\pi/6$ và $\pi - \pi/6 = 5\pi/6$. Nhớ lại quy tắc đổi chiều khi cơ số nhỏ hơn 1.

thuvientoanhoc.com

Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: GV chỉ định 1 học sinh trả lời câu hỏi 1 và 1 học sinh lên bảng viết tóm tắt công thức nghiệm phương trình mũ. Cho học sinh khác nhận xét, bổ sung.	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** HS đại diện phát biểu: $\sin x = 1/2 \Leftrightarrow x = \pi/6 + k2\pi$ hoặc $x = 5\pi/6 + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. HS 2 viết bảng: $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ khi $0 < a < 1$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại kiến thức cốt lõi: - Phương trình $\sin x = m, \cos x = m$ chỉ có nghiệm khi $\lvert m\rvert \le 1$. - Họ nghiệm của $\sin x = \sin\alpha$ có đuôi $+k2\pi$, trong khi $\tan x = \tan\alpha$ có đuôi $+k\pi$. - Bất phương trình mũ $a^x > a^y$: NẾU $a > 1 \Rightarrow x > y$; NẾU $0 < a < 1 \Rightarrow x < y$ (ĐẢO CHIỀU)!	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh ghi nhớ khắc sâu các đuôi nghiệm $+k2\pi, +k\pi$ và quy tắc đổi chiều bất phương trình mũ.

📌 TÓM TẮT CÔNG THỨC TRỌNG TÂM: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC & MŨ CƠ BẢN

1. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN:
   - $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k2\pi$ hoặc $x = \pi - \alpha + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
   - $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
   - $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z}$, ĐK: $x, \alpha \ne \frac{\pi}{2} + l\pi)$.
   - $\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z}$, ĐK: $x, \alpha \ne l\pi)$.
2. PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ:
   - $a^x = b$ $(a > 0, a \ne 1)$: Nếu $b > 0 \Rightarrow x = \log_a b$; Nếu $b \le 0 \Rightarrow$ Vô nghiệm.
   - BPT $a^{f(x)} > a^{g(x)}$: Nếu $a > 1 \Rightarrow f(x) > g(x)$ (GIỮ NGUYÊN CHIỀU).
     Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow f(x) < g(x)$ (ĐẢO CHIỀU BẤT ĐẲNG THỨC!).

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI TỐT NGHIỆP (25 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải phương trình lượng giác và phương trình, bất phương trình mũ qua cả 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT, tập trung vào bản chất toán học, hạn chế tham số và tăng cường bài toán thực tế.

b) Nội dung: Học sinh làm việc theo nhóm giải quyết hệ thống bài tập phân hóa trong vở ghi bài (gồm 8 câu MCQ, 4 câu Đúng/Sai lớn = 16 ý, 4 câu Trả lời ngắn):

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU PHÂN HÓA):

• **Câu 1.** Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

• **Câu 2.** Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pi + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

• **Câu 3.** Số nghiệm của phương trình $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

• **Câu 4.** . Một con lắc lò xo dao động với phương trình li độ $x(t) = 4\cos(2\pi t)$ (cm) với t tính bằng giây. Thời điểm đầu tiên con lắc đi qua vị trí cân bằng $(x = 0)$ là:

A. $t = 0{,}25$ s. **B.** $t = 0{,}5$ s. **C.** $t = 1$ s. **D.** $t = 0{,}125$ s.

thuvientoanhoc.com

• **Câu 5.** Nghiệm của phương trình mũ $2^x = 8$ là:

A. $x = 3$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = \log_3 8$. **D.** $x = 2$.

• **Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là:

A. $(2; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

• **Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\frac{1}{2})^x \geq 4$ là:

A. $(-\infty; -2]$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $[2; +\infty)$.

• **Câu 8.** . Số lượng vi khuẩn trong một mẻ cấy men sinh học sau t giờ được xác định bởi công thức $N(t) = 500 \cdot 2^{t/3}$. Sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn đạt 4000 con?

A. 9 giờ. **B.** 6 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý):

• **Câu 9.** Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Phương trình có thể viết lại thành $\sin 2x = \sin\frac{\pi}{3}$.

b) Nghiệm tổng quát của phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

c) Trên khoảng $(0; \pi)$, phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{\pi}{2}$.

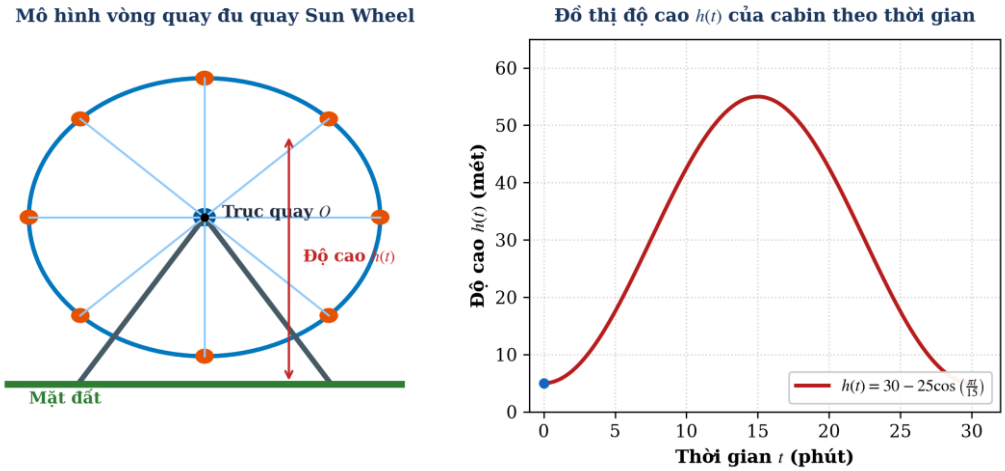
• **Câu 10.** . Độ cao $h(t)$ (tính bằng mét) của một cabin trên vòng quay đu quay Sun Wheel sau t phút kể từ lúc bắt đầu quay được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 30 - 25\cos(\frac{\pi t}{15})$ với $t \geq 0$.

a) Độ cao thấp nhất của cabin khi ở đáy vòng quay là $h_{min} = 5$ m.

b) Bán kính của vòng quay đu quay Sun Wheel bằng 25 m.

c) Thời gian để vòng quay hoàn thành đúng một vòng quay trọn vẹn là 15 phút.

d) Cabin đạt độ cao lớn nhất $h_{max} = 55$ m lần đầu tiên tại thời điểm $t = 15$ phút.



Hình 1: Mô hình thực tế vòng quay Sun Wheel và đồ thị độ cao cabin theo thời gian (Câu 10)

• **Câu 11.** Cho phương trình mũ $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.

a) Bằng cách đặt $t = 2^x$ với điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0$.

b) Phương trình ẩn t có hai nghiệm là $t_1 = 1$ và $t_2 = 2$ (đều thỏa mãn điều kiện $t > 0$).

c) Phương trình ban đầu có hai nghiệm là $x_1 = 0$ và $x_2 = 1$.

d) Tích các nghiệm của phương trình ban đầu bằng 2.

• **Câu 12.** Cho bất phương trình mũ $(\frac{1}{3})^{x^2-2x} \geq \frac{1}{27}$.

a) Vì cơ số $a = \frac{1}{3} < 1$ nên khi bỏ cơ số ta phải giữ nguyên chiều bất đẳng thức: $x^2 - 2x \geq 3$.

b) Bất phương trình tương đương với $x^2 - 2x - 3 \leq 0$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là đoạn $[-1; 3]$.

d) Bất phương trình có tất cả 5 nghiệm nguyên.

DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU VẬN DỤNG):

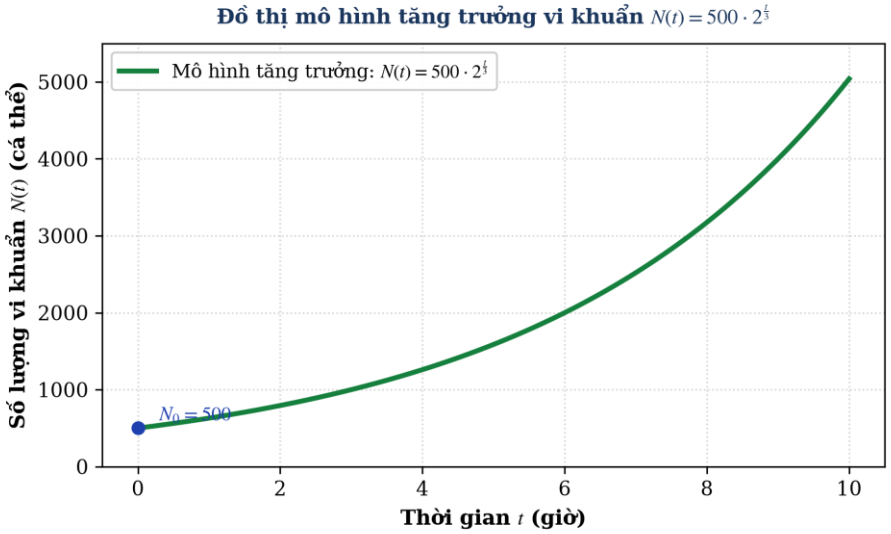
• **Câu 13.** Tính số nghiệm của phương trình lượng giác $\cos 2x = 1$ trên đoạn $[0; 4\pi]$.

thuvientoanhoc.com

• **Câu 14.** . Dựa vào mô hình độ cao cabin $h(t) = 30 - 25\cos(\frac{\pi t}{15})$ (mét) ở Câu 10, hãy xác định thời điểm t (tính bằng phút) đầu tiên mà cabin đạt độ cao đúng bằng 42,5 m.

• **Câu 15.** Tìm nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình mũ $2^{x+1} > 16$.

• **Câu 16.** . Dựa vào mô hình $N(t) = 500 \cdot 2^{t/3}$ ở Câu 8, hỏi sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 8 lần so với số lượng ban đầu $N(0) = 500$ con?



Hình 2: Đồ thị hàm số mũ mô hình hóa số lượng vi khuẩn theo thời gian (Câu 16)

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và phiếu làm bài của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập phân công giải quyết 16 câu hỏi: - Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8 - MCQ phân hóa). - Nhóm 2: Dạng 2 (Câu 9 - PT lượng giác; Câu 10 - Cabin Sun Wheel). - Nhóm 3: Dạng 2 (Câu 11 - PT mũ ẩn phụ; Câu 12 - BPT mũ đổi chiều). - Nhóm 4: Dạng 3 (Câu 13, 14, 15, 16 - Điền số câu trả lời ngắn). GV chiếu hình 3D Sun Wheel và đồ thị vi khuẩn hỗ trợ trực quan.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các nhóm tiếp nhận vở ghi bài, phân công thành viên giải toán theo nhóm chuyên gia.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát từng nhóm, hướng dẫn học sinh kiểm tra nghiệm bằng Casio: + Nhắc nhở nhóm 1 và 2: BẮT BUỘC đổi đơn vị máy tính sang Radian khi giải lượng giác! + Nhắc nhở nhóm 3: Khi giải BPT mũ cơ số $1/3$, học sinh thường quên đảo chiều! + Nhắc nhở nhóm 4: Đọc kỹ yêu cầu đề bài hỏi 'nghiệm nguyên dương' hay 'nghiệm nguyên'.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm việc tích cực, thực hiện biến đổi đại số, giải phương trình lượng giác, bất phương trình mũ và dùng Casio để kiểm tra lại.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi đại diện 4 nhóm lên bảng trình bày: + Nhóm 1: C1-A, C2-A, C3-A (2 nghiệm: $3\pi/4, 7\pi/4$), C4-A ($t = 0{,}25$ s), C5-A ($x = 3$), C6-A ($x > 2$), C7-A ($x \leq -2$), C8-A	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày lời giải chi tiết. Học sinh cả lớp phản biện sôi nổi về chu kỳ vòng quay

thuvientoanhoc.com

$(t = 9)$. + Nhóm 2: C9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($x_1 = \pi/6, x_2 = \pi/3 \Rightarrow$ tổng bằng $\pi/2$). C10: a-Đ, b-Đ, c-S (chu kỳ $T = 2\pi/(\pi/15) =$ 30 phút chứ không phải 15), d-Đ. + Nhóm 3: C11: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (tích các nghiệm $x_1 \cdot x_2 = 0 \cdot 1 = 0$, không phải 2). C12: a-S (quên đảo chiều), b-Đ, c-Đ, d-Đ (5 nghiệm nguyên: $-1,0,1,2,3$). + Nhóm 4: C13: $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi$. Trên $[0; 4\pi]$ có 5 nghiệm: $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$. Điền 5. C14: $30 - 25\cos(\pi t/15) = 42{,}5 \Leftrightarrow \cos(\pi t/15) = -0{,}5 \Leftrightarrow \pi t/15 = 2\pi/3 \Rightarrow t = 10$ phút. Điền 10. C15: $x + 1 > 4 \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow$ nguyên dương nhỏ nhất là 4. Điền 4. C16: $2^{t/3} = 8 = 2^3 \Leftrightarrow t/3 = 3 \Leftrightarrow t = 9$ giờ. Điền 9.	Sun Wheel và cách tìm nghiệm nguyên.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét và phân tích các sai lầm kinh điển: 1. Quên đổi sang Radian dẫn đến kết quả sai khi bấm máy Casio. 2. Không đảo chiều bất đẳng thức khi cơ số nằm giữa 0 và 1. 3. Nhầm lẫn giữa nghiệm của phương trình ẩn phụ t với nghiệm x ban đầu.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh hoàn thiện bài vào vở, đánh dấu các bẫy sai lầm thường gặp vào sổ tay ôn thi tốt nghiệp.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO & GEOGEBRA (7 phút)

a) Mục tiêu: Khai thác tính năng Menu 8 (Table) và SHIFT SOLVE trên máy tính Casio fx-580VNX/880BTG để kiểm tra nghiệm; sử dụng GeoGebra biểu diễn trực quan giao điểm nghiệm.

b) Nội dung: Thực hành bấm máy Casio dò nghiệm phương trình lượng giác và kiểm tra nghiệm phương trình mũ.

c) Sản phẩm: Thao tác chuẩn xác của học sinh trên máy tính cầm tay và phần mềm GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV hướng dẫn kỹ năng Casio fx-580VNX/880BTG và GeoGebra: 1. Bấm [SHIFT] [MENU] [2] [2] để cài đặt chế độ Radian. 2. Dùng Menu 8 (Table) nhập $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3}/2$, Start: 0, End: π, Step: $\pi/24$. Quan sát các điểm $f(x) = 0$. 3. Hướng dẫn sử dụng phần mềm GeoGebra vẽ đồ thị $y = 2^x$ và đường thẳng $y = 3 - x$ cắt nhau tại 1 điểm duy nhất.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh cầm máy tính Casio, theo dõi thao tác của GV trên màn hình máy chiếu.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát màn hình Casio của các bàn, hỗ trợ học sinh thiết lập Step hợp lý.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS chuyển máy sang Radian, nhập hàm vào Menu 8, quét bảng giá trị và phát hiện 2 vị trí nghiệm.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Học sinh báo cáo kết quả quét bảng: Thấy đổi dấu và giá trị 0 tại $x \approx 0{,}5236$ $(\pi/6)$ và $x \approx 1{,}047$ $(\pi/3)$.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS thông báo kết quả kiểm tra hoàn toàn khớp với lời giải tự luận ở Câu 9.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhấn mạnh: Máy tính Casio là công cụ hỗ trợ kiểm tra tốc độ cao, nhưng học sinh cần nắm vững bản chất tự luận để xử lý các câu hỏi phân loại có chứa	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Ghi lại quy trình bấm phím vào sổ tay học tập.

thuvientoanhoc.com

tham số hoặc nghiệm vô tỉ.	

4. HOẠT ĐỘNG 4: HƯỚNG DẪN TỰ HỌC & GIAO NHIỆM VỤ TIẾT 2 (3 phút)

• **Nội dung:** GV dặn dò học sinh hoàn thành các bài tập còn lại trong SGK Toán 11 Tập 2 trang 20 - 24. Đọc trước định nghĩa logarit, công thức nghiệm phương trình logarit và các bài toán thực tế (độ pH, âm thanh decibel, địa chấn Richter) chuẩn bị cho Tiết 2.

TIẾT 2: ÔN TẬP PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT & BÀI TOÁN MÔ HÌNH HÓA THỰC TIỄN

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ ÔN TẬP LÝ THUYẾT NỀN TẢNG LOGARIT (8 phút)

a) Mục tiêu: Khắc sâu ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH của biểu thức dưới dấu logarit; nắm vững công thức nghiệm của phương trình $\log_a x = b$; thành thạo quy tắc giải bất phương trình logarit và đặc biệt là quy tắc đổi chiều khi $0 < a < 1$.

b) Nội dung: Học sinh trả lời các câu hỏi nhanh trên vở ghi bài và tái hiện tính chất đồ thị hàm số logarit.

c) Sản phẩm: Nhận thức chuẩn xác của học sinh về điều kiện xác định và tập nghiệm logarit.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV gợi mở về đồ thị hàm số logarit và đặt 2 câu hỏi: 1. Nhìn vào đồ thị $y = \log_2 x$ và $y = \log_{0.5} x$, đồ thị nằm hoàn toàn về phía nào của trục tung? Điều đó nhắc nhở ta điều gì khi giải phương trình và bất phương trình logarit? 2. Khi nào bất phương trình logarit $\log_a f(x) > b$ phải đổi chiều và khi nào cần kèm điều kiện $f(x) > 0$?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh quan sát màn hình, theo dõi đồ thị hàm logarit và đọc vở ghi bài.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV quan sát học sinh suy nghĩ, gợi ý trục tung $x = 0$ là đường tiệm cận đứng nên hàm logarit chỉ xác định với $x > 0$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thảo luận: Đồ thị nằm hoàn toàn bên phải trục tung $\Rightarrow x > 0$. Viết lại quy tắc đổi chiều.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Gọi 1 học sinh trả lời câu hỏi 1 và 1 học sinh viết công thức nghiệm của bất phương trình logarit lên bảng. Cho học sinh khác nhận xét.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS đại diện phát biểu: Khi $0 < a < 1$, hàm số nghịch biến nên phải đổi chiều và luôn phải có điều kiện biểu thức dương.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại nguyên tắc vàng: - BẮT BUỘC đặt điều kiện xác định trước khi biến đổi phương trình logarit! - Với BPT $\log_a f(x) > b$: Nếu $a > 1 \Leftrightarrow f(x) > a^b$; Nếu $0 < a < 1 \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^b$ (ĐỔI CHIỀU VÀ BẮT BUỘC CHẶN TRÊN 0)!	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh ghi nhớ 'Nguyên tắc vàng' giải logarit để không bị bẫy nghiệm ngoại lai.

> 📌 **TÓM TẮT CÔNG THỨC TRỌNG TÂM: PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT**
>
> 1. ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH: Biểu thức $\log_a f(x)$ có nghĩa khi và chỉ khi: $a > 0, a \neq 1$ và $f(x) >$

thuvientoanhoc.com

0.

2. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN:

• $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.

• $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.

3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN:

• NẾU $a > 1$: $\log_a f(x) > b \Leftrightarrow f(x) > a^b$ (GIỮ NGUYÊN CHIỀU).

$\log_a f(x) < b \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^b$ (KÈM ĐIỀU KIỆN DƯƠNG!).

• NẾU $0 < a < 1$: $\log_a f(x) > b \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^b$ (ĐẢO CHIỀU & KÈM ĐIỀU KIỆN DƯƠNG!).

$\log_a f(x) < b \Leftrightarrow f(x) > a^b$ (ĐẢO CHIỀU!).

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP CHUYÊN SÂU BÀI TOÁN LOGARIT VÀ MÔ HÌNH HÓA THỰC TIỄN (27 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo giải quyết các phương trình, bất phương trình logarit và vận dụng giải các bài toán mô hình hóa thực tiễn bám sát SGK Kết nối tri thức (độ pH, decibel, động đất Richter, lãi kép ngân hàng) theo 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp.

b) Nội dung: Học sinh giải quyết hệ thống bài toán phân hóa trong vở ghi bài:

DẠNG 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU PHÂN HÓA):

• **Câu 1.** Nghiệm của phương trình logarit $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = 8$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = \sqrt{3}$.

• **Câu 2.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_3(2x - 4) = 1$ là:

A. $x > 2$. **B.** $x \geq 2$. **C.** $x > 0$. **D.** $x \neq 2$.

• **Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$ là:

A. $x = 3$. **B.** $x = \pm 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \sqrt{7}$.

• **Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình logarit $\log_{0,5}(x - 2) > -1$ là:

A. $(2; 4)$. **B.** $(4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 4)$. **D.** $[2; 4)$.

• **Câu 5.** Tập nghiệm của bất phương trình logarit $\log_3 x < 2$ là:

A. $(0; 9)$. **B.** $(-\infty; 9)$. **C.** $(9; +\infty)$. **D.** $[0; 9)$.

• **Câu 6.** . Độ pH của dung dịch được tính bằng công thức $\text{pH} = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydro tính bằng mol/lít. Một mẫu nước sinh hoạt có nồng độ ion $[H^+] = 10^{-7}$ mol/lít. Độ pH của mẫu nước này bằng:

A. 7. **B.** -7. **C.** 14. **D.** 1.

• **Câu 7.** . Mức cường độ âm L (tính bằng decibel, ký hiệu dB) được xác định bởi công thức $L = 10\log(\frac{I}{I_0})$, trong đó I là cường độ âm và $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 là cường độ âm chuẩn. Tiếng còi xe cứu thương có cường độ $I = 10^{-2}$ W/m^2. Mức cường độ âm của tiếng còi xe bằng:

A. 100 dB. **B.** 120 dB. **C.** 80 dB. **D.** 60 dB.

• **Câu 8.** . Độ chấn động M của một trận động đất theo thang Richter được tính bởi công thức $M = \log(\frac{A}{A_0})$, trong đó A là biên độ tối đa đo được bằng máy địa chấn và A_0 là biên độ chuẩn. Trận động đất tại Kon Tum có biên độ $A = 10^{4,8}A_0$. Độ chấn động của trận động đất đó bằng:

A. 4,8 độ Richter. **B.** 5,2 độ Richter. **C.** 4,0 độ Richter. **D.** 9,6 độ Richter.

DẠNG 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý):

• **Câu 9.** Cho phương trình logarit $\log_2(x + 3) + \log_2(x - 1) = 5$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > 1$.

b) Phương trình biến đổi về dạng $\log_2[(x + 3)(x - 1)] = 5 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 32$.

thuvientoanhoc.com

c) Phương trình bậc hai thu gọn là $x^2 + 2x - 35 = 0$, có hai nghiệm là $x = 5$ và $x = -7$.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

• **Câu 10.** Cho bất phương trình logarit $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) \geq -2$.

a) Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > \frac{1}{2}$.

b) Vì cơ số $a = \frac{1}{3} < 1$ nên bất phương trình đổi chiều thành $2x - 1 \leq (\frac{1}{3})^{-2} = 9$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng $(\frac{1}{2}; 5]$.

d) Bất phương trình có đúng 5 nghiệm nguyên.

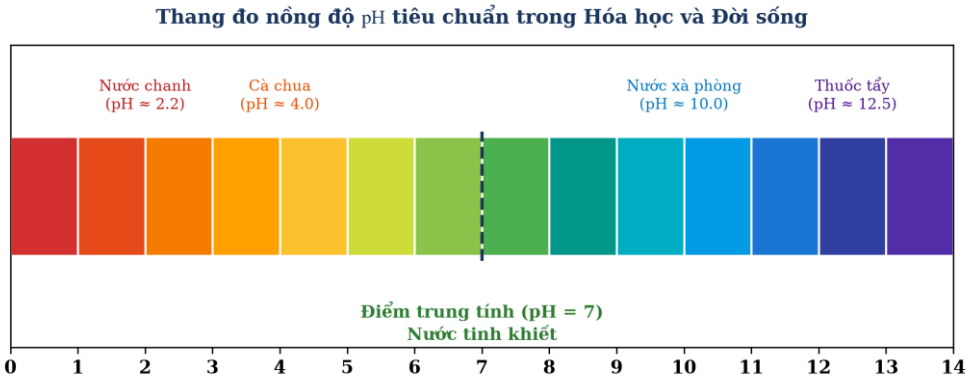
• **Câu 11.** . Dịch vị trong dạ dày của con người có tính axit mạnh giúp tiêu hóa thức ăn với nồng độ $[H^+] \approx 0{,}01$ mol/lít. Trong khi đó, máu người có môi trường kiềm nhẹ với nồng độ $[H^+] \approx 4 \times 10^{-8}$ mol/lít. Cho biết công thức $\text{pH} = -\log[H^+]$ và $\log 4 \approx 0{,}602$.

a) Nồng độ $[H^+] = 0{,}01$ mol/lít tương đương với $[H^+] = 10^{-2}$ mol/lít.

b) Độ pH của dịch vị dạ dày bằng 2.

c) Độ pH của máu người xấp xỉ bằng 7,4.

d) Dung dịch có độ pH càng cao thì tính axit của dung dịch đó càng mạnh.



Hình 3: Thang đo nồng độ pH trong Hóa học và Đời sống (Câu 11)

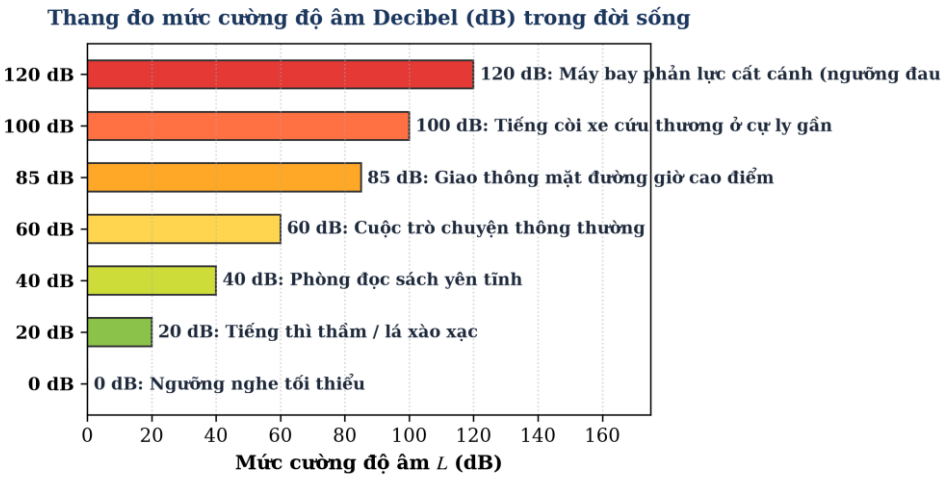
• **Câu 12.** . Mức cường độ âm được tính bởi $L = 10\log(\frac{I}{I_0})$ (dB) ($I_0 = 10^{-12}$ W/m^2). Độ chấn động động đất tính bởi $M = \log(\frac{A}{A_0})$.

a) Tại một công trường xây dựng, cường độ âm đo được là $I = 10^{-4}$ W/m^2. Mức cường độ âm tương ứng là 80 dB.

b) Khi mức cường độ âm tăng thêm 20 dB thì cường độ âm I tăng gấp 20 lần.

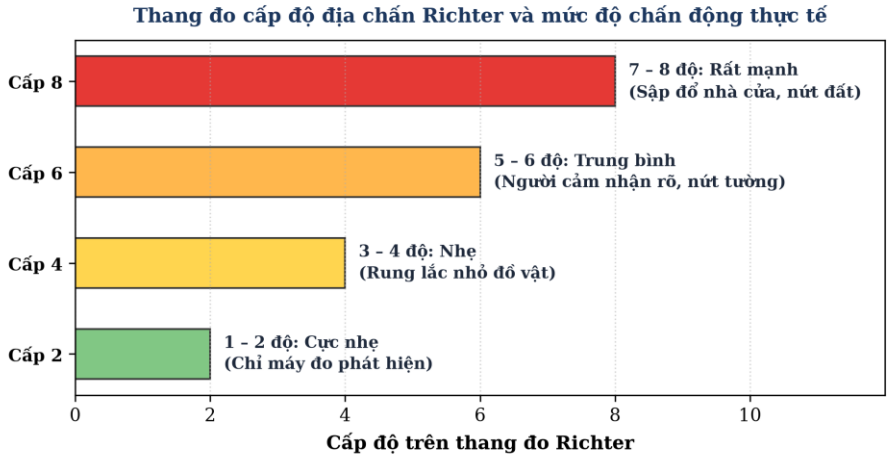
c) Một trận động đất có độ lớn 7 độ Richter có biên độ rung chấn A gấp 10 lần so với trận động đất 6 độ Richter.

d) Năng lượng giải tỏa của trận động đất 8 độ Richter có biên độ rung chấn gấp 100 lần trận động đất 6 độ Richter.



Hình 4: Thang đo mức cường độ âm Decibel trong đời sống (Câu 12)

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Thang đo độ chấn động địa chấn Richter (Câu 12)

DẠNG 3: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU VẬN DỤNG):

• **Câu 13.** Tìm nghiệm của phương trình logarit $\log_5(3x-2)=2$.

• **Câu 14.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình logarit $\log_2(x-1)\le 3$.

• **Câu 15.** . Nước ép cà chua có nồng độ ion $[H^+]=10^{-4,2}$ mol/lít. Độ pH của nước ép cà chua bằng bao nhiêu?

• **Câu 16.** . Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất cố định 7%/năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì tổng số tiền cả gốc và lãi bác An thu được vượt quá 200 triệu đồng (gấp đôi số tiền ban đầu)? (Biết $\log_{1,07}2\approx 10,24$).

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và phiếu làm bài của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: - Bàn 1, 2: Giải Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8 - MCQ phân hóa). - Bàn 3: Giải Dạng 2 (Câu 9 - PT logarit; Câu 10 - BPT logarit cơ số nhỏ hơn 1). - Bàn 4: Giải Dạng 2 (Câu 11 - Độ pH hóa học; Câu 12 - Decibel & Động đất Richter). - Bàn 5, 6: Giải Dạng 3 (Câu 13, 14, 15, 16 - Trả lời ngắn thực tế). GV chiếu hình ảnh thang đo pH và decibel lên màn hình để tạo cảm hứng trực quan.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh các bàn thảo luận phân công nhiệm vụ, mở vở ghi bài.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi kiểm tra từng bàn, nhắc nhở các em: + Ở Câu 9: Học sinh rất dễ bỏ sót điều kiện $x>1$ nên lấy cả nghiệm $x=-7$ (nghiệm ngoại lai)! + Ở Câu 10: Cơ số $1/3<1$ phải đảo chiều và chặn dưới $x>1/2$. + Ở Câu 16: Số năm phải là số nguyên dương $n\in\mathbb{N}^*$, vì $n>10,24$ nên phải chọn $n=11$ năm.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thiết lập phương trình, đặt điều kiện xác định, giải phương trình và đối chiếu nghiệm. Dùng Casio CALC để kiểm chứng.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Đại diện các bàn lên bảng trình bày: + Bàn 1, 2: C1: $x=2^3=8$ (A). C2: $2x-4>0\Leftrightarrow x>2$ (A).	**Bước 3: Báo cáo, tranh luận:** Đại diện học sinh lên bảng trình bày chi tiết. Cả lớp tranh luận sôi nổi về việc

thuvientoanhoc.com

C3: $x^2-1=8 \Rightarrow x=3$ do $x>1$ (A). C4: $0<x-2<(0,5)^{-1}=2 \Rightarrow 2<x<4$ (A). C5: $0<x<3^2=9$ (A). C6: $\text{pH}=-\log(10^{-7})=7$ (A). C7: $L=10\log(10^{10})=100$ dB (A). C8: $M=\log(10^{4,8})=4,8$ (A). + Bàn 3: C9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (chỉ có 1 nghiệm duy nhất $x=5$ thỏa mãn $x>1$, nghiệm $x=-7$ bị loại). C10: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ (tập nghiệm $(1/2;5]$ có 5 nghiệm nguyên: 1, 2, 3, 4, 5). + Bàn 4: C11: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (pH càng cao thì tính bazơ càng mạnh, tính axit càng yếu!). C12: a-Đ, b-S (tăng 20 dB tức là $\log(I_2/I_1)=2 \Rightarrow I$ tăng gấp $10^2=100$ lần, không phải 20), c-Đ, d-Đ ($10^{8-6}=10^2=100$ lần). + Bàn 5, 6: C13: $3x-2=25 \Leftrightarrow x=9$. Điền 9. C14: $0<x-1\le 8 \Leftrightarrow 1<x\le 9 \Rightarrow$ có 8 nghiệm nguyên (2 đến 9). Điền 8. C15: $\text{pH}=-\log(10^{-4,2})=4,2$. Điền 4.2. C16: $100(1+0,07)^n>200 \Leftrightarrow (1,07)^n>2 \Leftrightarrow n>\log_{1,07}2\approx 10,24 \Rightarrow n=11$ năm. Điền 11.	loại nghiệm ngoại lai ở Câu 9 và cách làm tròn năm ở Câu 16.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng kết và khắc sâu: 1. Luôn đặt điều kiện cho biểu thức dưới dấu logarit trước khi giải. 2. Kiểm tra lại nghiệm bằng lệnh CALC trên máy tính Casio để loại bỏ nghiệm ngoại lai. 3. Trong bài toán kinh tế lãi kép hoặc năm, kết quả thực tế phải lấy số nguyên làm tròn lên.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Học sinh hoàn thiện bài vào vở, nắm vững các bẫy đề thi tốt nghiệp THPT.

3. HOẠT ĐỘNG 3: ỨNG DỤNG CÔNG NGHỆ & NĂNG LỰC SỐ KIỂM TRA NGHIỆM NGOẠI LAI (7 phút)

a) Mục tiêu: Hướng dẫn học sinh sử dụng phím CALC và SHIFT SOLVE trên máy tính Casio để phát hiện nhanh nghiệm ngoại lai trong các phương trình logarit.

b) Nội dung: Thực hành bấm máy Casio kiểm tra nghiệm của phương trình $\log_2(x+3)+\log_2(x-1)=5$.

c) Sản phẩm: Thao tác nhập biểu thức và bấm CALC thử nghiệm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV hướng dẫn học sinh thao tác: 1. Nhập biểu thức vế trái: $\log_2(X+3)+\log_2(X-1)-5$ trên màn hình máy tính Casio. 2. Bấm [CALC], máy hỏi X?, nhập $X=5 \Rightarrow$ màn hình hiện $0 \Rightarrow x=5$ là nghiệm đúng. 3. Bấm [CALC], nhập $X=-7 \Rightarrow$ màn hình báo lỗi 'Math ERROR' do không xác định ⇒ Loại ngay nghiệm ngoại lai!	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Học sinh cầm máy tính Casio, theo dõi hướng dẫn trên màn hình chiếu.
Bước 2: Theo dõi, hỗ trợ: GV đi quan sát thao tác của học sinh, nhắc nhở khi màn hình báo 'Math ERROR' nghĩa là vi phạm điều kiện xác định.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thực hành bấm CALC với $X=5$ và $X=-7$, quan sát thông báo lỗi.
Bước 3: Tổ chức báo cáo, thảo luận: Học sinh nhận xét: Cách bấm CALC kiểm tra cực kỳ nhanh và an toàn tuyệt đối, tránh	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS khẳng định sự hữu hiệu của chức

thuvientoanhoc.com

bẫy chọn 2 nghiệm.	năng CALC trong việc phát hiện nghiệm ngoại lai.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhấn mạnh: Thói quen bấm CALC kiểm tra lại nghiệm là kỹ năng phòng thủ vô cùng đắc lực trong phòng thi trắc nghiệm.	**Bước 4: Ghi nhớ, vận dụng:** Ghi nhớ quy trình kiểm tra nghiệm bằng CALC.

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT BÀI HỌC & HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VỀ NHÀ (3 phút)

• **Hướng dẫn số:** GV chiếu mã QR Code để học sinh tham gia làm Bộ đề ôn tập rèn luyện đánh giá năng lực gồm 20 câu hỏi trên nền tảng Azota / Google Forms. Hạn nộp bài trước 22h00 cùng ngày.

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Bộ đề được thiết kế chuẩn cấu trúc định dạng đề thi Tốt nghiệp THPT mới từ năm 2025 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, hạn chế tối đa tham số, tập trung vào bản chất toán học và năng lực mô hình hóa thực tiễn.

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pi + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^x = 27$ là:

A. $x = 3$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \log_3 9$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 16$ là:

A. $x = 5$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 6$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 8$ là:

A. $(3; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(0; 3)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $(\frac{1}{3})^x \geq 9$ là:

A. $(-\infty; -2]$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $[2; +\infty)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2$ là:

A. $x = 9$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = \sqrt{3}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 3) = 3$ là:

A. $x = 11$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 7$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x - 1) > -1$ là:

A. $(1; 6)$. **B.** $(6; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 6)$. **D.** $[1; 6)$.

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

thuvientoanhoc.com

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

a) Phương trình có thể viết lại dưới dạng $\cos 2x = \cos\frac{\pi}{4}$.

b) Nghiệm tổng quát của phương trình là $x = \pm\frac{\pi}{8} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

c) Trên đoạn $[0; 2\pi]$, phương trình có tất cả 4 nghiệm phân biệt.

d) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng 4π.

Câu 2. Cho phương trình mũ $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

a) Bằng cách đặt $t = 3^x$ với điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 4t + 3 = 0$.

b) Phương trình ẩn t có hai nghiệm là $t_1 = 1$ và $t_2 = 3$ (đều thỏa mãn $t > 0$).

c) Phương trình ban đầu có hai nghiệm là $x_1 = 0$ và $x_2 = 1$.

d) Tổng hai nghiệm của phương trình ban đầu bằng 4.

Câu 3. Cho phương trình logarit $\log_3(x + 2) + \log_3(x - 4) = 3$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > 4$.

b) Phương trình tương đương với $(x + 2)(x - 4) = 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$.

c) Phương trình bậc hai thu gọn có hai nghiệm là $x = 7$ và $x = -5$.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 4. Khối lượng chất phóng xạ Carbon-14 còn lại sau t năm phân rã được mô hình hóa bởi $m(t) = m_0 \cdot (\frac{1}{2})^{t/5730}$ (chu kỳ bán rã là 5730 năm). Độ chấn động động đất tính bởi $M = \log(A/A_0)$.

a) Sau 5730 năm, khối lượng Carbon-14 còn lại đúng bằng một nửa khối lượng ban đầu $m_0/2$.

b) Một mẫu gỗ cổ có lượng Carbon-14 bằng 25% lượng ban đầu. Tuổi của mẫu gỗ đó xấp xỉ 11 460 năm.

c) Trận động đất 7 độ Richter có biên độ rung chấn gấp 10 lần trận động đất 6 độ Richter.

d) Trận động đất 9 độ Richter có biên độ rung chấn gấp 3 lần trận động đất 3 độ Richter.

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (06 CÂU)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Viết kết quả dưới dạng số gọn, tối đa 4 ký tự.

Câu 1. Tính số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; 5\pi]$.

Câu 2. Tìm nghiệm của phương trình $5^{2x-1} = 125$.

Câu 3. Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^x \leq 32$.

Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(5x + 2) = 5$.

Câu 5. Một dung dịch có nồng độ ion hydro $[H^+] = 10^{-5,5}$ mol/lít. Hãy tính độ pH của dung dịch này.

Câu 6. Bác Ba gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất cố định 8%/năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì tổng số tiền nhận được vượt quá 200 triệu đồng? (Biết $\log_{1,08} 2 \approx 9,006$).

VI. ĐÁP ÁN & HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN

1. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH

Phần	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Phần I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
Phần II	C1: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ	C2: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S	C4: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S						
Phần III	C1: 6	C2: 2	C3: 5	C4: 6	C5: 5.5	C6: 10				

thuvientoanhoc.com

2. LỜI GIẢI CHI TIẾT TỪNG PHẦN

PHẦN I (10 CÂU):

Câu 1: $\cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 2: $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 3: $\tan x = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 4: $3^x = 27 = 3^3 \Leftrightarrow x = 3$. Chọn A.

Câu 5: $2^{x-1} = 16 = 2^4 \Leftrightarrow x - 1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$. Chọn A.

Câu 6: $2^x > 8 = 2^3$. Vì cơ số $a = 2 > 1$ nên giữ nguyên chiều: $x > 3 \Rightarrow S = (3; +\infty)$. Chọn A.

Câu 7: $(\frac{1}{3})^x \geq 9 = (\frac{1}{3})^{-2}$. Vì cơ số $a = \frac{1}{3} < 1$ nên đổi chiều: $x \leq -2 \Rightarrow S = (-\infty; -2]$. Chọn A.

Câu 8: $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9$. Chọn A.

Câu 9: $\log_2(x-3) = 3 \Leftrightarrow x - 3 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow x = 11$. Thỏa mãn $x - 3 > 0$. Chọn A.

Câu 10: ĐK: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. BPT $\log_{0,2}(x-1) > -1 = \log_{0,2}(0,2)^{-1} = \log_{0,2}5$. Vì cơ số $a = 0,2 < 1$ nên đổi chiều: $x - 1 < 5 \Leftrightarrow x < 6$. Kết hợp điều kiện ta được $1 < x < 6 \Rightarrow S = (1; 6)$. Chọn A.

PHẦN II (4 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI):

Câu 1. **a)** ĐÚNG. $\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4}$.

b) ĐÚNG. $\cos 2x = \cos\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{8} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

c) ĐÚNG. Trên đoạn $[0; 2\pi]$, các nghiệm là: $x_1 = \pi/8, x_2 = 7\pi/8, x_3 = 9\pi/8, x_4 = 15\pi/8$ (tổng cộng 4 nghiệm phân biệt).

d) ĐÚNG. Tổng các nghiệm: $\frac{\pi}{8} + \frac{7\pi}{8} + \frac{9\pi}{8} + \frac{15\pi}{8} = \frac{32\pi}{8} = 4\pi$.

Câu 2. **a)** ĐÚNG. $9^x = (3^x)^2 = t^2$. Phương trình trở thành $t^2 - 4t + 3 = 0$ với $t > 0$.

b) ĐÚNG. $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 3$ (đều dương).

c) ĐÚNG. Với $t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Với $t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

d) SAI. Tổng hai nghiệm là $x_1 + x_2 = 0 + 1 = 1$ (không phải 4).

Câu 3. **a)** ĐÚNG. ĐK: $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$.

b) ĐÚNG. $\log_3[(x+2)(x-4)] = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 3^3 = 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$.

c) ĐÚNG. Phương trình bậc hai có 2 nghiệm: $x_1 = 7, x_2 = -5$.

d) SAI. Đối chiếu điều kiện $x > 4$, chỉ nhận $x = 7$ và loại $x = -5$. Vậy phương trình ban đầu CHỈ CÓ 1 NGHIỆM DUY NHẤT!

Câu 4. **a)** ĐÚNG. Sau $t = 5730$ năm thì $m(5730) = m_0(1/2)^1 = m_0/2$.

b) ĐÚNG. $m(t)/m_0 = 0,25 = (1/2)^2 \Rightarrow t/5730 = 2 \Rightarrow t = 11460$ năm.

c) ĐÚNG. $M_2 - M_1 = 7 - 6 = 1 = \log(A_2/A_1) \Rightarrow A_2/A_1 = 10^1 = 10$ lần.

d) SAI. $M_2 - M_1 = 9 - 3 = 6 = \log(A_2/A_1) \Rightarrow A_2/A_1 = 10^6 = 1000000$ lần (không phải 3 lần).

PHẦN III (6 CÂU TRẢ LỜI NGẮN):

Câu 1: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$. Để $x \in [0; 5\pi]$ thì $0 \leq k\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 5$. Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0,1,2,3,4,5\}$ (gồm 6 nghiệm). Đáp số: 6.

Câu 2: $5^{2x-1} = 125 = 5^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$. Đáp số: 2.

Câu 3: $2^x \leq 32 = 2^5 \Leftrightarrow x \leq 5$. Nghiệm nguyên dương là $x \in \{1,2,3,4,5\}$ (có 5 nghiệm). Đáp số: 5.

Câu 4: $\log_2(5x + 2) = 5 \Leftrightarrow 5x + 2 = 2^5 = 32 \Leftrightarrow 5x = 30 \Leftrightarrow x = 6$. Thỏa mãn $5x + 2 > 0$. Đáp số: 6.

Câu 5: $\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(10^{-5,5}) = 5,5$. Đáp số: 5.5.

Câu 6: Số tiền sau n năm là $100(1 + 0,08)^n$. Để vượt quá 200 triệu:
$100(1,08)^n > 200 \Leftrightarrow (1,08)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,08}2 \approx 9,006$. Vì n nguyên dương nên $n = 10$ năm. Đáp số: 10.

thuvientoanhoc.com

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Quên đặt điều kiện xác định của phương trình Logarit	Khi giải $\log_a f(x) + \log_a g(x) = b$, học sinh nhân gộp thành $\log_a[f(x) \cdot g(x)] = b$ rồi giải mà không đặt điều kiện $f(x) > 0, g(x) > 0$, dẫn đến nhận nghiệm ngoại lai.	Bắt buộc đặt điều kiện xác định $f(x) > 0$ và $g(x) > 0$ ngay từ dòng đầu tiên trước khi biến đổi logarit. Luôn đối chiếu nghiệm tìm được với điều kiện ban đầu.
Sai lầm về dấu bất phương trình Mũ và Logarit khi cơ số $0 < a < 1$	Giải bất phương trình $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ hoặc $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ với cơ số $0 < a < 1$, học sinh quên đảo chiều bất đẳng thức thành $f(x) < g(x)$.	Khẩu quyết: 'Cơ số lớn hơn 1: đồng biến, giữ nguyên chiều; Cơ số từ 0 đến 1: nghịch biến, BẮT BUỘC ĐỔI CHIỀU bất đẳng thức'.
Sai lầm về họ nghiệm và đơn vị đo góc của phương trình Lượng giác	Giải $\sin x = \sin\alpha$ chỉ lấy 1 họ nghiệm $x = \alpha + k2\pi$ mà quên họ nghiệm thứ hai $x = \pi - \alpha + k2\pi$. Lẫn lộn giữa đơn vị radian và độ (°).	Khắc sâu công thức nghiệm: sin bù (α và $\pi - \alpha$); cos đối ($\pm\alpha$); tan, cot chu kỳ π ($k\pi$). Tuyệt đối không viết lẫn lộn giữa số thực/radian với độ trong cùng một biểu thức.
Quên điều kiện ẩn phụ $t > 0$ **khi đặt** $t = a^x$	Đặt $t = a^x$ $(a > 0, a \neq 1)$ đưa về phương trình bậc hai giải ra 2 nghiệm $t_1 = 4, t_2 = -2$, học sinh giải tiếp $a^x = -2$ hoặc kết luận phương trình có 2 nghiệm.	Hàm số mũ luôn nhận giá trị dương: Khi đặt $t = a^x$ thì BẮT BUỘC có điều kiện $t > 0$. Loại ngay các nghiệm $t \leq 0$ trước khi tìm x.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 17 - 18)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Nắm vững sơ đồ 3 bước tổng quát khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: Tìm TXĐ → Khảo sát biến thiên (tính đạo hàm y', xét dấu, tìm cực trị, tìm giới hạn và các đường tiệm cận, lập bảng biến thiên) o Vẽ đồ thị hàm số và xác định các yếu tố đối xứng.

• Hiểu sâu sắc tính đối xứng của đồ thị hàm số:

+ Đồ thị hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ nhận điểm uốn $I(x_0; y_0)$ với $y''(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = -\frac{b}{3a}$ làm tâm đối xứng duy nhất.

+ Đồ thị hàm phân thức bậc nhất / bậc nhất $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(ad - bc \neq 0)$ nhận giao điểm $I(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c})$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và 2 đường phân giác của góc tạo bởi các tiệm cận làm trục đối xứng.

+ Đồ thị hàm phân thức bậc hai / bậc nhất $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q} = mx + n + \frac{k}{px+q}$ nhận giao điểm I của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng và 2 đường phân giác của góc tạo bởi các tiệm cận làm trục đối xứng.

• Nắm vững các mô hình toán học thực tế trong SGK Kết nối tri thức: Chi phí sản xuất trung bình $f(x) = \frac{2x+45}{x}$ (Hình 1.27), Nồng độ chất khử trùng pha vào bể $f(t) = \frac{20t}{200+40t}$ (SGK tr. 29–30), Nồng độ dung dịch KOH sau khi trộn $C(x) = \frac{3000+8x}{30+x}$ (Bài 1.24 tr. 32), Điện trở tương đương của mạch song song $R(x) = \frac{8x}{8+x}$ (Hình 1.33 tr. 32).

2. Về kỹ năng

• Kỹ năng lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị: Xét dấu chính xác đạo hàm, xác định các điểm cực trị, điểm uốn và các đường tiệm cận.

• Kỹ năng nhận dạng đồ thị: Xác định nhanh dấu của các hệ số a, b, c, d từ hình dạng đồ thị, giao điểm với các trục tọa độ Ox, Oy và tọa độ các điểm cực trị.

• Kỹ năng xác định tiệm cận: Tìm nhanh tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên bằng quy tắc giải tích hoặc lệnh bấm máy tính `CALC`.

• Kỹ năng giải bài toán tương giao: Dựa vào đồ thị hoặc bảng biến thiên để biện luận số nghiệm của phương trình $f(x) = m$.

• Kỹ năng mô hình hóa: Chuyển đổi bài toán thực tiễn về hàm số giải tích và giải thích ý nghĩa thực tế của tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

thuvientoanhoc.com

3. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Suy luận dấu của các hệ số a, b, c, d từ hình dạng đồ thị; phân tích hiện tượng đặc biệt: trong hàm phân thức bậc 2/1 có cực trị thì giá trị cực đại có thể nhỏ hơn giá trị cực tiểu ($y_{CĐ} < y_{CT}$).

• Năng lực mô hình hóa toán học: Chuyển đổi bài toán thực tiễn về hàm phân thức và tiệm cận; giải thích ý nghĩa thực tế của tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Biện luận số nghiệm phương trình tương giao $f(x) = m$; tránh triệt để 4 bẫy sai lầm kinh điển trong đề thi.

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Khai thác phần mềm GeoGebra Classic: Trực quan hóa đồ thị hàm số và các đường tiệm cận động; kiểm tra điểm cực trị bằng lệnh `Extremum(f)` và điểm uốn `InflectionPoint(f)`.

• Sử dụng máy tính cầm tay (Casio fx-580VNX/880BTG, Vinacal 680EX): Dùng `MENU 8` (Table) quét giá trị khảo sát biến thiên; dùng lệnh `CALC` tính giới hạn suy ra tiệm cận ngang ($x = \pm 10^9$) và tiệm cận đứng ($x = x_0 \pm 10^{-6}$); quét mã QR ClassWiz.

• Hệ thống bài tập trực tuyến: Thực hiện bài tập tự luyện và củng cố trên hệ thống Azota / LMS trường.

4. Về phẩm chất

• Chăm chỉ và cẩn trọng trong các thao tác biến đổi đại số và bấm máy tính cầm tay.

• Trung thực và trách nhiệm trong thảo luận nhóm và tự đánh giá năng lực.

II. CHUẨN BỊ VÀ THIẾT BỊ DẠY HỌC, HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), slide PowerPoint tương tác.

• Bộ 13 hình vẽ toán học chất lượng cao chỉ thể hiện đề bài thuần túy, tuyệt đối không chứa đáp án hay gợi ý lời giải.

• Tệp GeoGebra Classic (.ggb) mô phỏng tiệm cận xiên, tiệm cận đứng và mô hình mạch điện song song.

• vở ghi bài và số 2 in sẵn phát cho từng học sinh.

• Bài trình chiếu PowerPoint tương tác, câu hỏi phát vấn gợi mở và tệp GeoGebra Classic khảo sát đồ thị động.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bài 4, tr. 26–32), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX, fx-880BTG hoặc Vinacal 680EX.

• Điện thoại thông minh để quét mã QR làm bài trên nền tảng số.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba, hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

- Tiết 2: Khảo sát hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất và bài toán thực tiễn tối ưu hóa chi phí.

TIẾT 1: KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Sơ đồ 3 bước khảo sát tổng quát, hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, điểm uốn tâm đối xứng, nhận dạng đồ thị và bài toán thực tế lợi nhuận bậc ba.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ BẬC BA (8 phút)

a) Mục tiêu: Kích hoạt kiến thức về sơ đồ 3 bước khảo sát; củng cố tính chất đối xứng (tâm đối xứng là điểm uốn), 2 dạng đồ thị hàm bậc ba ($a > 0, a < 0$) và điều kiện cực trị thông qua thử thách nhận diện đồ thị trực quan.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Quan sát Hình 1 (sơ đồ khảo sát), Hình 2 và Hình 3 (đồ thị hàm bậc ba); thảo luận cặp đôi (Think - Pair - Share) trả lời 4 câu hỏi phát vấn nhanh của GV.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức trọng tâm hàm bậc ba và câu trả lời phát vấn trong vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. GV đặt thử thách trực quan 'Truy tìm dấu vết đồ thị hàm số bậc ba': Chiếu Hình 1 (Sơ đồ các bước khảo sát theo SGK tr. 26). Yêu cầu HS nhắc lại 3 bước cơ bản. 2. Chiếu Hình 2 và Hình 3 (hình vẽ đề bài sạch, không chú thích kết quả) và đặt 4 câu hỏi phát vấn nhanh cho học sinh thảo luận cặp đôi trong 3 phút: + 'Hình 2: Đồ thị có mấy điểm cực trị? Tọa độ cực đại, cực tiểu là gì? Cắt Ox tại đâu? Tọa độ tâm đối xứng bằng bao nhiêu?' + 'Hình 3: Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên R? Đồ thị có cực trị không? Điểm uốn có tọa độ là gì?' + 'Làm thế nào để nhận biết dấu hệ số a ngay từ nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị?' + 'Hệ số tự do d được xác định bằng giao điểm của đồ thị với trục nào?'	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 1, 2, 3 trên màn chiếu, tiếp nhận thử thách trực quan và 4 câu hỏi phát vấn của GV.
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: GV theo dõi HS thảo luận cặp đôi, gợi ý: Nhánh phải đi lên thì a > 0, đi xuống thì a < 0; giao điểm với Oy là (0; d); tâm đối xứng của hàm bậc ba là điểm uốn $I(x_0; y_0)$ với $y''(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = -\frac{b}{3a}$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc theo cặp đôi (Think - Pair - Share), đối chiếu đồ thị hình vẽ với các tính chất đạo hàm và điểm uốn.
Bước 3: Điều hành báo cáo: GV mời đại diện 2 học sinh trình bày câu trả lời; tổ chức cho các bàn khác nhận xét chéo, bổ sung.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • 3 Bước khảo sát: TXĐ → Khảo sát biến thiên (tính y', giải $y' = 0$, tìm cực trị, lập BBT) → Vẽ đồ thị & xác định tính đối xứng. • Từ Hình 2: Cực tiểu $(0; -4)$, cực đại $(2; 0)$, tâm đối xứng $I(1; -2)$, $a > 0$ do nhánh phải đi lên, cắt Oy tại $(0; -4) \Rightarrow d = -4$. • Từ Hình 3: Hàm số đồng biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$, $y' \geq 0$ với mọi x, không có cực trị, điểm uốn $I(2/3; -7/27)$, cắt Ox tại $(1; 0)$. • Nhận diện hệ số: Nhánh phải ngoài cùng quyết định dấu a; giao với Oy cho d; $x_1 + x_2 = -2b/(3a)$ cho dấu b; $x_1 x_2 = c/(3a)$ cho dấu c.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa kiến thức: Chốt lại 4 dạng đồ thị hàm bậc ba và quy tắc nhận diện nhanh các hệ số a, b, c, d. Dẫn dắt vào Hộp lý thuyết Tiết 1.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện sơ đồ 3 bước và tính chất điểm uốn tâm đối xứng vào vở ghi bài.

thuvientoanhoc.com

📌 HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM HÀM ĐA THỨC BẬC BA (SGK TRANG 26 - 28)

1. Dạng tổng quát: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

2. Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Đạo hàm cấp hai: $y'' = 6ax + 2b$.

3. Số điểm cực trị của hàm số: Phụ thuộc vào $\Delta' = b^2 - 3ac$ của phương trình $y' = 0$:
   • Nếu $\Delta' > 0$: Hàm số có 2 điểm cực trị (1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu).
   • Nếu $\Delta' \leq 0$: Hàm số không có điểm cực trị (đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$).

4. Tâm đối xứng của đồ thị: Đồ thị hàm số bậc ba luôn nhận điểm uốn $I(x_0; y_0)$ làm tâm đối xứng duy nhất, trong đó $x_0 = -\frac{b}{3a}$ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ và $y_0 = y(x_0)$.

5. Hình dạng đồ thị:
   • Nhánh ngoài cùng bên phải $(x \to +\infty)$ hướng lên khi $a > 0$, hướng xuống khi $a < 0$.
   • Đồ thị cắt trục tung Oy tại điểm $(0; d)$.



Hình 1: Sơ đồ các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (SGK trang 26)

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng nhận dạng đồ thị bậc ba, tìm hệ số a, b, c, d, xác định cực trị, điểm uốn tâm đối xứng, tương giao $f(x) = m$ và giải bài toán thực tế lợi nhuận qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Giải quyết hệ thống bài tập trên vở ghi bài theo nhóm và cá nhân.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng phụ và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhóm trưởng điều

thuvientoanhoc.com

(Câu 13, Câu 14). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 9 đến Câu 12) và Dạng 3 (Câu 15, Câu 16). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, sau đó lên bảng báo cáo và phản biện 8 phút.	hành, thư ký ghi chép bảng nhóm.
Bước 2: Theo dõi & Hướng dẫn: GV bao quát lớp, hướng dẫn nhóm 1 kỹ năng nhận diện nhanh dấu của a qua nhánh vô cực và tích ac qua 2 cực trị trái dấu; hướng dẫn nhóm 3 phân tích kỹ 4 mệnh đề Đúng/Sai; hướng dẫn nhóm 4 giải bài toán lợi nhuận cực đại $P(x)$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1, 2 tính nhanh đạo hàm, lập bảng xét dấu, giải các câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 3, 4 phân tích cẩn thận 4 ý a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận sôi nổi về sự tiếp xúc của đồ thị với trục hoành tại điểm cực trị. • Tính toán chuẩn xác kết quả điền số cho Dạng 3.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Gọi đại diện các nhóm lên trình bày lời giải, yêu cầu các nhóm khác đặt câu hỏi chất vấn.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm lên bảng thuyết trình phương pháp giải; các nhóm phản biện và đặt câu hỏi.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét, chuẩn hóa lời giải chi tiết, chốt đáp án và lưu ý các sai lầm học sinh dễ mắc phải.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép lời giải hoàn chỉnh và đối chiếu kết quả vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có điểm uốn (tâm đối xứng) là điểm nào sau đây?

A. $I(0;1)$. **B.** $I(1;-1)$. **C.** $I(-1;3)$. **D.** $I(0;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

A. $(0;-4)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có nhánh ngoài cùng bên phải đi xuống và có 2 điểm cực trị nằm về hai phía trục tung. Dấu của các hệ số a và c là:

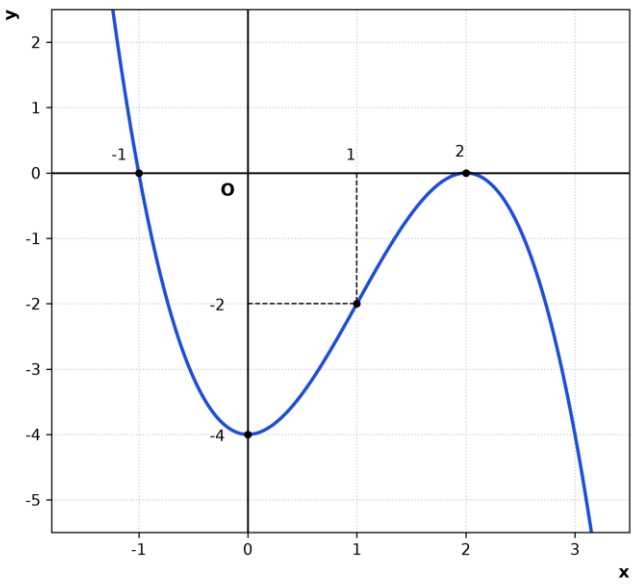
A. $a > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, c < 0$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là:

thuvientoanhoc.com



Hình 2: Đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ phục vụ Câu 5 và Câu 9

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại tâm đối xứng của nó là:

A. $y = -3x + 3$. **B.** $y = -3x - 3$. **C.** $y = 3x - 3$. **D.** $y = -3x$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây đồng biến trên toàn bộ khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.

Câu 8. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có điểm cực trị là $A(1; 3)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$. Giá trị của $a + b + c$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 0.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như Hình 2.

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -4.

c) Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

d) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1; -2)$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương, đạo hàm $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < 0 < x_2$ thỏa mãn $|x_1| < x_2$, và $lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

a) Hệ số $a > 0$.

b) Hệ số tự do $d > 0$.

c) Hệ số $b > 0$.

d) Hệ số $c < 0$.

Câu 11. Xét hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như Hình 3.

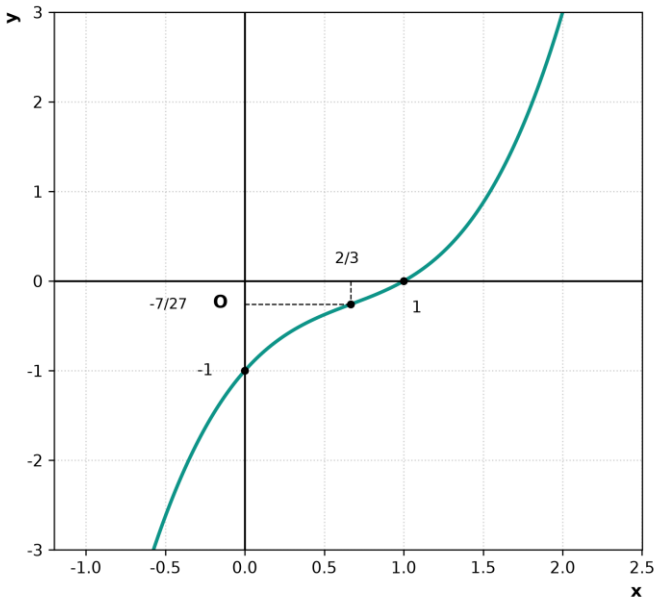
a) Đạo hàm $y' = 3x^2 - 4x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Hàm số không có điểm cực trị nào.

c) Đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1$.

d) Hoành độ tâm đối xứng của đồ thị là $x_0 = \frac{2}{3}$.

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Đồ thị hàm số bậc ba $y = g(x)$ phục vụ Câu 11

Câu 12. Một doanh nghiệp sản xuất một loại sản phẩm. Lợi nhuận $P(x)$ (đơn vị: triệu đồng) phụ thuộc vào sản lượng x (trăm sản phẩm, $1 \le x \le 8$) được mô hình hóa bởi hàm số bậc ba: $P(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x + 20$.

a) Đạo hàm biên tế lợi nhuận là $P'(x) = -3x^2 + 18x - 15$.

b) Hàm số lợi nhuận đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

c) Lợi nhuận đạt cực đại khi doanh nghiệp sản xuất 500 sản phẩm ($x = 5$).

d) Mức lợi nhuận cao nhất mà doanh nghiệp có thể đạt được là 45 triệu đồng.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 13: Cho hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$. Tung độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số bằng bao nhiêu?

Câu 14: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Giá trị cực đại của hàm số bằng bao nhiêu?

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại đúng 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $m_1 < m < m_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = m_1 + m_2$.

Câu 16. Một con lăn chuyển động trên máng trượt có biên dạng cong bậc ba $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ với $x \in [-2; 4]$. Khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đường ray bằng bao nhiêu?

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI MÁY TÍNH CASIO & GEOGEBRA (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh làm chủ tính năng Table (Menu 8) trên máy tính Casio fx-580VNX, fx-880BTG và Vinacal 680EX để quét bảng giá trị xác định cực trị; quét mã QR ClassWiz; dùng GeoGebra vẽ đồ thị và tiếp tuyến tại điểm uốn.

b) Nội dung: Thực hành bấm máy tính và thao tác trên phần mềm theo phiếu hướng dẫn.

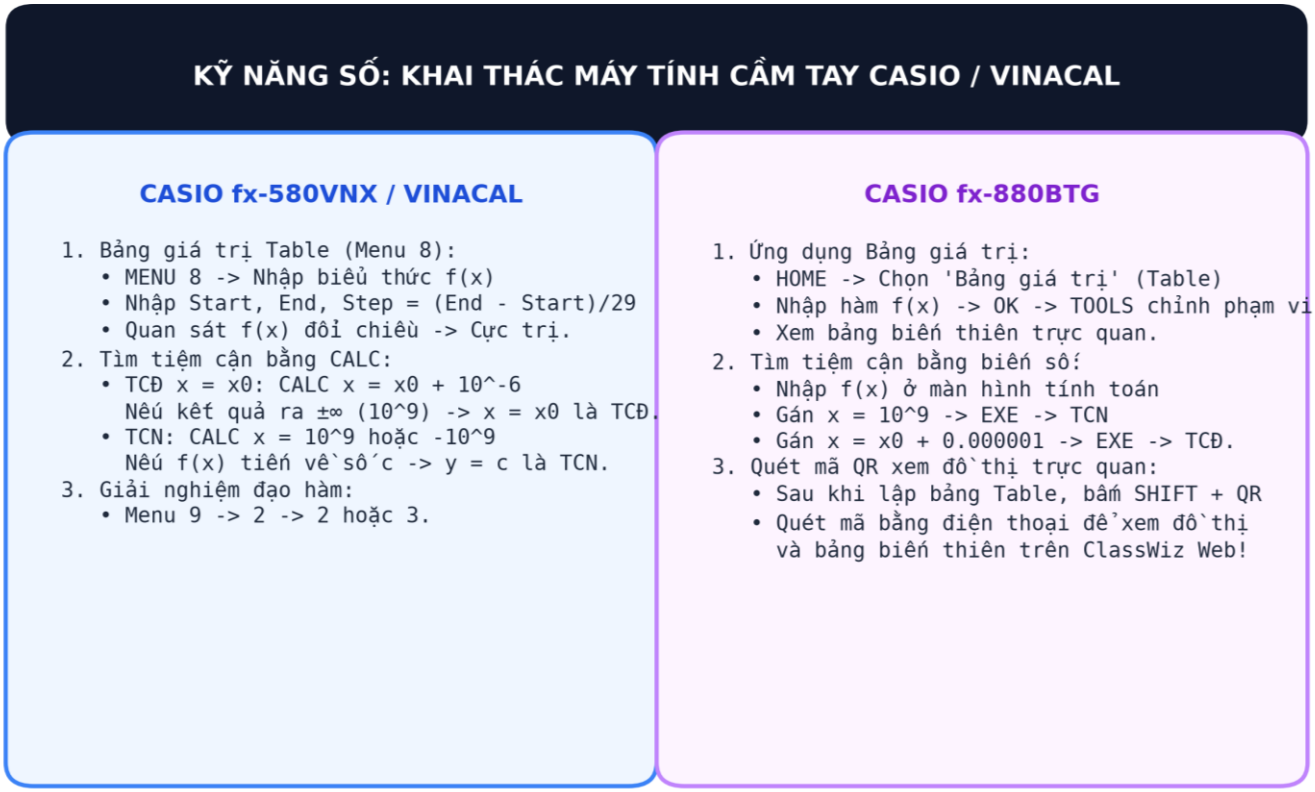
c) Sản phẩm: Bảng giá trị trên màn hình máy tính và đồ thị trực quan trên GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Hướng dẫn HS dùng Casio fx-580VNX/Vinacal bấm MENU 8, nhập $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$, Start: -1, End: 3, Step: 0.25 để tìm cực trị. 2. Trên Casio fx-880BTG: Sau khi lập bảng Table, hướng dẫn HS bấm SHIFT + QR để xuất mã QR mở đồ thị ClassWiz trên	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lấy máy tính cầm tay và điện thoại sẵn sàng thao tác.

thuvientoanhoc.com

điện thoại. 3. Chiếu Hình 11 (Thẻ kỹ năng số Casio/Vinacal).	
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Đi từng bàn hỗ trợ HS chọn bước nhảy Step phù hợp và đọc bảng giá trị.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhập hàm số vào Menu 8, quan sát cột $f(x)$ đổi chiều từ giảm sang tăng tại $(0;-4)$ (cực tiểu), đổi chiều từ tăng sang giảm tại $(2;0)$ (cực đại). • Quét mã QR ClassWiz đối chiếu dạng đồ thị trùng khớp 100% với Hình 2.
Bước 3: Đánh giá thao tác: Yêu cầu 1 HS chiếu màn hình điện thoại quét QR lên máy chiếu.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Đại diện HS nêu các bước bấm máy tìm nhanh cực trị và điểm uốn.
Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Chốt quy trình bấm máy kiểm tra nhanh bài thi trắc nghiệm trong 30 giây.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi lại các phím tắt và thao tác quét QR vào sổ tay kỹ năng thi.



Hình 11: Kỹ năng số - Hướng dẫn thao tác máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ TỰ HỌC TIẾT 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Định hướng tự học, củng cố kiến thức và giao bài tập trực tuyến.

b) Nội dung: Nhận vở ghi bài và quét mã QR bài tập về nhà trên onluyen.vn / Azota.

c) Sản phẩm: Bài nộp trên nền tảng trực tuyến đúng hạn.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH

thuvientoanhoc.com

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ về nhà: • Giao bài tập tự học trên vở ghi bài. • Cung cấp mã QR nộp bài kiểm tra tự luyện Tiết 1 trên nền tảng **onluyen.vn / Azota**. • Dặn dò HS chuẩn bị Tiết 2: Đọc trước phần Khảo sát hàm phân thức $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ và $y=\frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ cùng 4 bài toán thực tế SGK (tr. 26–32).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lưu mã QR bài tập Azota/onluyen.vn; ghi chép nhiệm vụ vào vở.
Bước 2: Kết luận tiết học: Nhận xét tinh thần học tập của lớp trong Tiết 1; tuyên dương các nhóm thảo luận sôi nổi.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Đánh dấu trước 4 bài toán thực tế trong SGK để sẵn sàng cho Tiết 2.

TIẾT 2: KHẢO SÁT HÀM PHÂN THỨC HỮU TỈ VÀ CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Hàm phân thức bậc nhất/bậc nhất, hàm phân thức bậc hai/bậc nhất, tiệm cận (đứng, ngang, xiên), tâm đối xứng, 4 bài toán thực tế SGK (dung dịch KOH, mạch điện song song, chi phí trung bình, bể khử trùng) và 4 bẫy sai lầm kinh điển.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT HÀM PHÂN THỨC (8 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố quy tắc xác định tiệm cận (đứng, ngang, xiên), tâm đối xứng I, trục đối xứng của 2 hàm phân thức; nhận diện ý nghĩa tiệm cận trong các bài toán thực tế thông qua thử thách quan sát hình học đối chiếu.

b) Nội dung: Quan sát Hình 4 (hàm bậc 1/1), Hình 5 và Hình 6 (hàm bậc 2/1); thảo luận nhóm đôi trả lời 4 câu hỏi phát vấn nhanh của GV.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức trọng tâm hàm phân thức ghi vào vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. GV đặt thử thách đối chiếu trực quan 'Khám phá khung xương tiệm cận của đồ thị hàm phân thức': 2. Chiếu Hình 4 ($y=\frac{x+1}{x-2}$) và phát vấn: 'Xác định phương trình tiệm cận đứng, tiệm cận ngang? Tọa độ tâm đối xứng? Hàm số có cực trị không?' 3. Chiếu Hình 5 và Hình 6 (hàm bậc 2/1): 'Nêu phương trình tiệm cận đứng và tiệm cận xiên? Tại sao ở Hình 5, giá trị cực đại lại nhỏ hơn giá trị cực tiểu ($y_{CĐ} < y_{CT}$)?' 4. Yêu cầu các cặp đôi thảo luận trong 3 phút.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 4, 5, 6 trên máy chiếu, tiếp nhận 4 câu hỏi phát vấn đối chiếu của GV.
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: GV quan sát các nhóm, gợi ý HS chú ý hai nhánh hyperbol xiên nằm về hai phía của tiệm cận đứng; giải thích hiện tượng $y_{CĐ} < y_{CT}$ do hai điểm cực trị thuộc hai nhánh riêng biệt.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc theo cặp đôi, thảo luận nhận diện tiệm cận và phân tích tính chất cực trị trên đồ thị.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Mời đại diện 2 học sinh lên bảng chỉ trực tiếp trên hình chiếu các đường tiệm cận và tâm đối xứng I; hướng dẫn lớp đối chiếu bản chất giải tích.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • Hàm 1/1 (Hình 4): TCĐ $x=2$, TCN $y=1$, tâm đối xứng $I(2;1)$, nghịch biến trên từng khoảng xác định, không có cực trị.

thuvientoanhoc.com

	• Hàm 2/1 (Hình 5): TCĐ $x = 2$, TCX $y = x + 1$, tâm $I(2;3)$, CĐ $(1;1)$, CT $(3;5)$. Rõ ràng $y_{CĐ} = 1 < y_{CT} = 5$ do 2 điểm thuộc 2 nhánh riêng biệt. • Hình 6: TCĐ $x = -1$, TCX $y = x$, đồng biến trên từng khoảng xác định, không có cực trị.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa quy tắc vàng: Giao điểm hai đường tiệm cận luôn là tâm đối xứng của đồ thị hàm phân thức; chốt lại Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 2.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện khung kiến thức hàm phân thức vào vở ghi bài.

📌 HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM HÀM PHÂN THỨC (SGK TRANG 28 - 31)

1. Hàm bậc nhất / bậc nhất $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$:

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-d/c\}$.

• Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c}$; Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$.

• Tâm đối xứng: Điểm $I(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c})$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

• Trục đối xứng: 2 đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận: $y - \frac{a}{c} = \pm(x + \frac{d}{c})$.

• Tính đơn điệu: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ luôn cùng dấu trên từng khoảng xác định. Hàm số KHÔNG CÓ CỰC TRỊ.

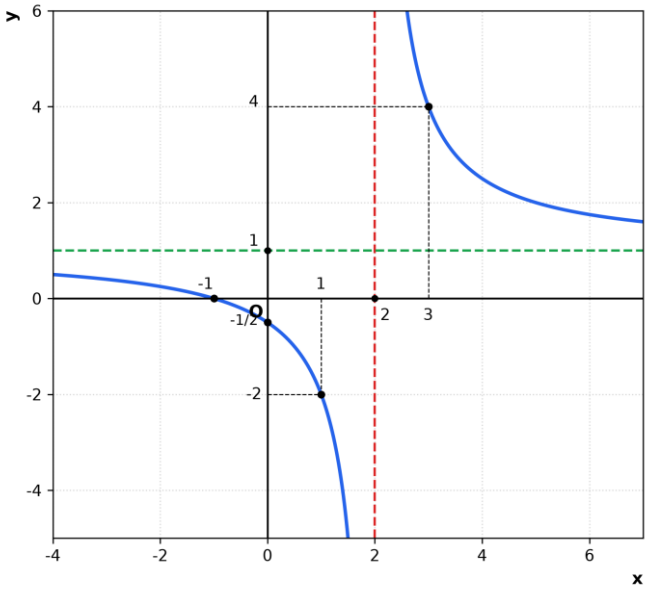
2. Hàm bậc hai / bậc nhất $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q} = mx + n + \frac{k}{px+q}$ $(a \neq 0, p \neq 0)$:

• Tiệm cận đứng: $x = -\frac{q}{p}$; Tiệm cận xiên: $y = mx + n$.

• Tâm đối xứng: Giao điểm I của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.

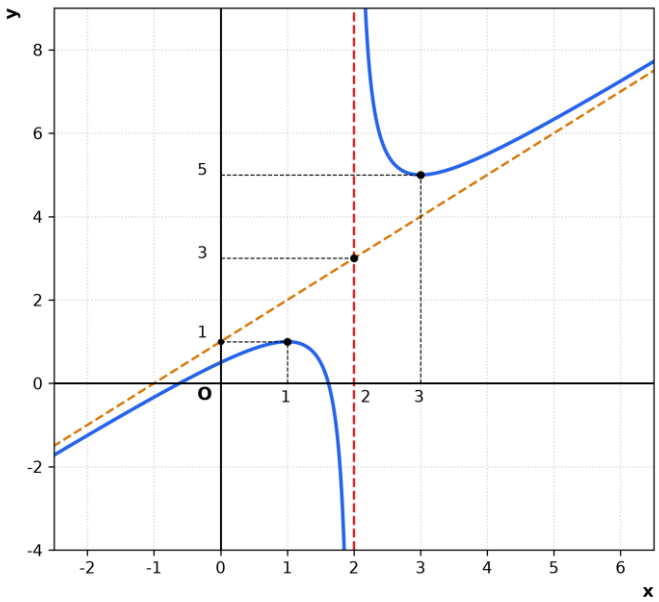
• Hiện tượng đặc thù: Khi $k > 0$, hàm số có 2 điểm cực trị nằm về 2 nhánh riêng biệt. Với $a > 0$, giá trị cực đại luôn nhỏ hơn giá trị cực tiểu ($y_{CĐ} < y_{CT}$).

3. Ý nghĩa thực tiễn của tiệm cận: Tiệm cận ngang $lim_{x\to+\infty} f(x) = L$ biểu thị ngưỡng giới hạn bão hòa dài hạn của quá trình sản xuất hoặc vật lý (chi phí tối thiểu, điện trở tối đa, nồng độ tối đa/tối thiểu).

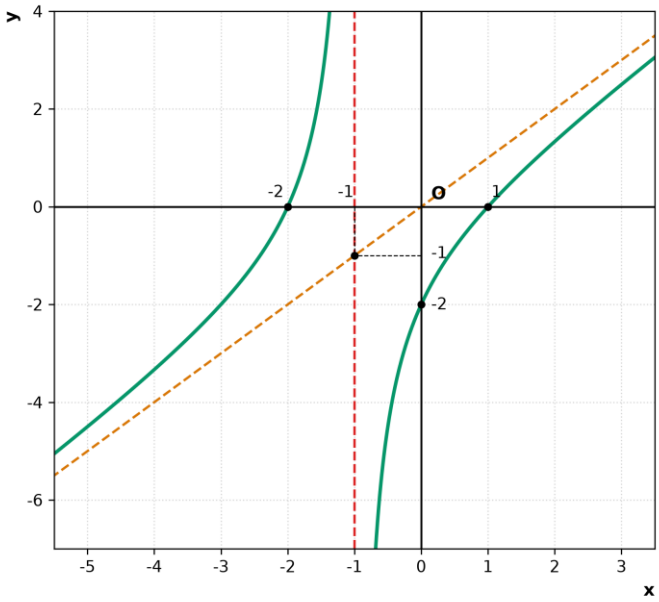


Hình 4: Đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất phục vụ Câu 9 Tiết 2

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Đồ thị hàm phân thức bậc hai/bậc nhất có 2 cực trị phục vụ Câu 10 Tiết 2



Hình 6: Đồ thị hàm phân thức bậc hai/bậc nhất không có cực trị

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP BÀI TOÁN THỰC TẾ & HÀM PHÂN THỨC (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh giải quyết thành thạo bài toán tiệm cận, tâm đối xứng và 4 mô hình thực tế SGK (dung dịch KOH, mạch điện song song, chi phí trung bình, khử trùng) qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Giải bài tập trên vở ghi bài theo nhóm chuyên sâu.

c) Sản phẩm: Bảng trình bày bài giải của 4 nhóm và phiếu cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Giao nhiệm vụ 4 nhóm chuyên đề: Phân công 4 nhóm phụ trách 4 bài toán thực tế cốt lõi: • Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) + Dạng 3 Câu 13, 14. • Nhóm 2: Bài toán Nồng độ dung dịch KOH (Dạng 2 Câu 11 + Hình 9). • Nhóm 3: Bài toán Mạch điện song song (Dạng 2 Câu 12 +	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhiệm vụ, thảo luận cách thiết lập hàm số và giải tích đồ thị.

thuvientoanhoc.com

Hình 10). • Nhóm 4: Bài toán Chi phí trung bình & Khử trùng (Dạng 3 Câu 15, 16 + Hình 7, 8). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, thảo luận và phản biện 8 phút.	
Bước 2: Hướng dẫn chuyên sâu: GV đến từng nhóm hướng dẫn thiết lập điều kiện thực tế ($x > 0, t \geq 0$) và tính giới hạn khi $x \to +\infty$ suy ra tiệm cận ngang.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1: Giải nhanh 8 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 2: Phân tích đạo hàm $C'(x) < 0$ và tiệm cận ngang $C = 8\%$ của dung dịch KOH. • Nhóm 3: Chứng minh điện trở tương đương $R(x) < 8\,\Omega$ và tăng dần theo x. • Nhóm 4: Tính giới hạn chi phí trung bình khi sản lượng lớn và nồng độ khử trùng bão hòa.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Đại diện 4 nhóm lên bảng thuyết trình bài toán thực tế được phân công.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện các nhóm trình bày, giải thích ý nghĩa thực tế của tiệm cận.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa đáp án, nhận xét phương pháp tư duy mô hình hóa của học sinh.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép đầy đủ lời giải vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là:

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 2$.

Câu 2. Tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là:

A. $I(-2;3)$. **B.** $I(2;3)$. **C.** $I(2;-3)$. **D.** $I(-2;-3)$.

Câu 3. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-2x+3}{x-1}$ là:

A. $y = x - 1$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x$. **D.** $y = -x + 1$.

Câu 4. Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+1}{x-2}$ có tọa độ là:

A. $(2;5)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 5. Chi phí trung bình để sản xuất một chiếc áo sơ mi của một xưởng may được cho bởi hàm số $f(x) = \frac{2x+45}{x}$ (nghìn đồng/áo), trong đó x là số nghìn áo sản xuất ($x > 0$). Khi số lượng áo sản xuất tăng lên vô hạn ($x \to +\infty$), chi phí sản xuất trung bình tiến dần về bao nhiêu nghìn đồng?

A. 45 nghìn đồng. **B.** 2 nghìn đồng. **C.** 0 nghìn đồng. **D.** 22.5 nghìn đồng.

Câu 6. Nồng độ chất khử trùng pha vào bể nước sau thời gian t (phút) được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{20t}{200+40t}$ (gam/lít) với $t \geq 0$. Nồng độ chất khử trùng trong bể khi thời gian t rất lớn ($t \to +\infty$) tiến gần đến giá trị nào?

thuvientoanhoc.com

A. 0.1 gam/lít. **B.** 0.5 gam/lít. **C.** 20 gam/lít. **D.** 1.0 gam/lít.

Câu 7. Thêm x gam dung dịch KOH 8% vào một lượng dung dịch KOH ban đầu thì nồng độ phần trăm của dung dịch thu được là $C(x) = \frac{3000+8x}{30+x}\%$. Khối lượng dung dịch KOH ban đầu có trước khi thêm dung dịch 8% là bao nhiêu gam?

A. 30 gam. **B.** 300 gam. **C.** 8 gam. **D.** 100 gam.

Câu 8. Hai điện trở $R_1 = 8\,\Omega$ và biến trở $R_2 = x\,\Omega$ $(x > 0)$ được mắc song song. Điện trở tương đương của mạch là $R(x) = \frac{8x}{8+x}$ (Ω). Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. Khi x tăng thì điện trở tương đương $R(x)$ luôn tăng.

B. Khi $x = 8\,\Omega$ thì $R = 4\,\Omega$.

C. Điện trở tương đương của mạch có thể đạt giá trị $10\,\Omega$ nếu x đủ lớn.

D. Đồ thị hàm số $R(x)$ có tiệm cận ngang là $R = 8\,\Omega$.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU VỀ 4 BÀI TOÁN THỰC TẾ SGK KẾT NỐI TRI THỨC)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 4.

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

b) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị là điểm $I(2; 1)$.

c) Đồ thị có 2 trục đối xứng là $y = x - 1$ và $y = -x + 3$.

d) Đồ thị đi qua điểm $A(3; 4)$ và điểm đối xứng của A qua tâm I là $B(1; -2)$ cũng thuộc đồ thị.

Câu 10. Cho hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 5.

a) Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị có tọa độ là $I(2; 3)$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ với $y_{CĐ} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 3$ với $y_{CT} = 5$.

d) Giá trị cực đại của hàm số nhỏ hơn giá trị cực tiểu: $y_{CĐ} < y_{CT}$.

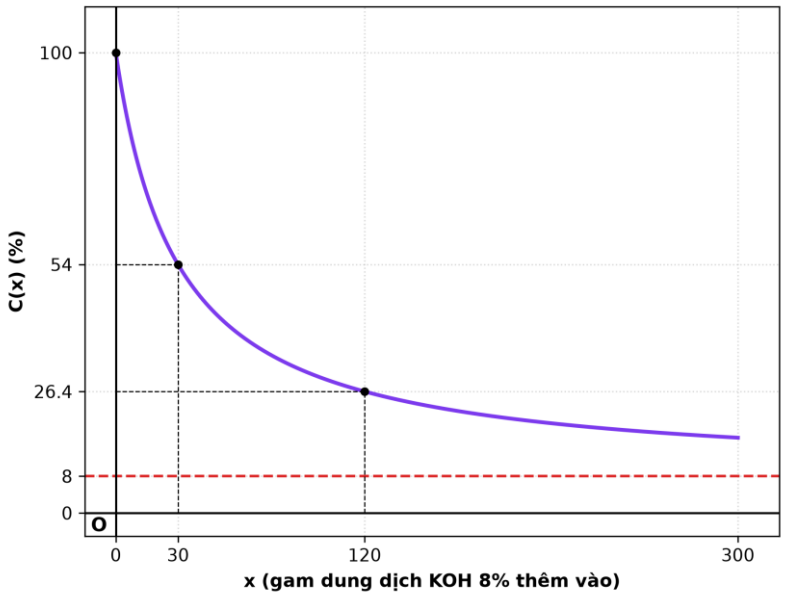
Câu 11. Pha trộn dung dịch: Ban đầu có 30 gam dung dịch KOH nguyên chất 100%. Thêm dần dần x gam dung dịch KOH 8% vào, nồng độ phần trăm của dung dịch thu được có đồ thị như Hình 9.

a) Khi chưa pha thêm dung dịch $(x = 0)$, nồng độ dung dịch trong bình là 100%.

b) Đạo hàm $C'(x) = -\frac{2760}{(30+x)^2} < 0, \forall x \geq 0$, nghĩa là nồng độ dung dịch giảm dần khi pha thêm.

c) Muốn có dung dịch có nồng độ 54%, người ta cần pha thêm đúng 30 gam dung dịch KOH 8%.

d) Khi lượng dung dịch 8% thêm vào rất lớn $(x \to +\infty)$, nồng độ dung dịch thu được có thể giảm xuống dưới 8%.



thuvientoanhoc.com

Hình 9: Đồ thị nồng độ phần trăm dung dịch KOH $C(x)$ phục vụ Câu 11 Tiết 2 (Bài 1.24 SGK)

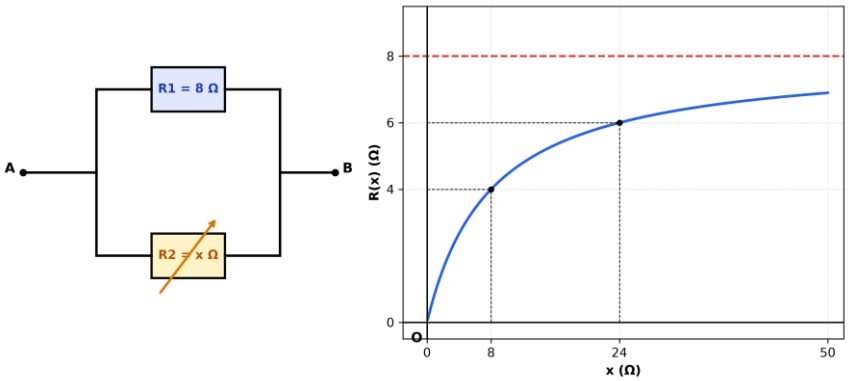
Câu 12. Mạch điện hai nhánh song song: Một điện trở cố định $R_1 = 8\,\Omega$ mắc song song với một biến trở $R_2 = x\,\Omega$ $(x > 0)$ có sơ đồ và đồ thị điện trở tương đương như Hình 10.

a) Đạo hàm $R'(x) = \frac{64}{(8+x)^2} > 0, \forall x > 0$, hàm số $R(x)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

b) Khi $x = 8\,\Omega$ thì điện trở tương đương $R = 4\,\Omega$.

c) Đường thẳng $R = 8$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $R(x)$ khi $x \to +\infty$.

d) Điện trở tương đương của mạch có thể đạt tới $8.5\,\Omega$ nếu giá trị biến trở x tăng đủ lớn.



Hình 10: Sơ đồ mạch điện song song và đồ thị điện trở tương đương $R(x)$ phục vụ Câu 12 Tiết 2 (Bài 1.25 SGK)

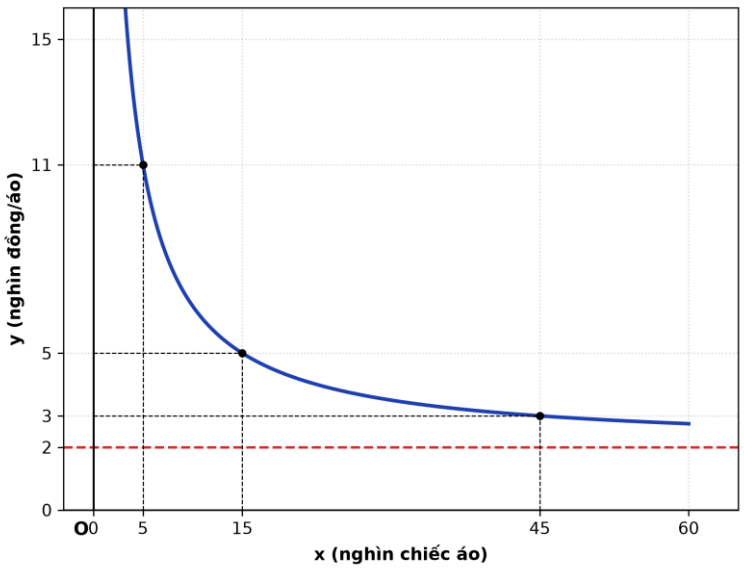
DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x^2+3x-1}{x+1}$ có tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của $a + b$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2-x-1}{x-2}$ có hai điểm cực trị là A và B. Tính độ dài bình phương khoảng cách AB^2.

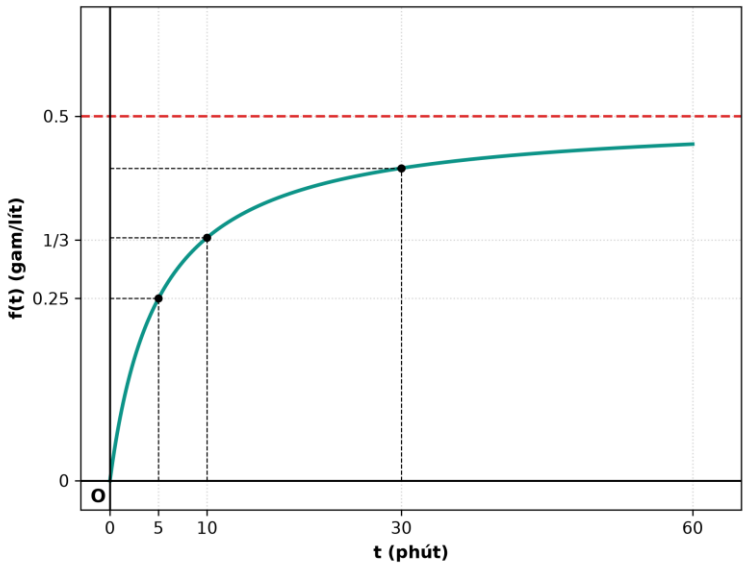
Câu 15. Chi phí trung bình để sản xuất mỗi chiếc áo sơ mi của xưởng may có đồ thị như Hình 7. Khi quy mô sản xuất mở rộng đến vô hạn $(x \to +\infty)$, chi phí trung bình tiệm cận tới bao nhiêu nghìn đồng/áo?



Hình 7: Đồ thị chi phí sản xuất trung bình $f(x)$ phục vụ Câu 15 Tiết 2 (Hình 1.27 SGK)

Câu 16. Nồng độ chất khử trùng pha vào bể nước sau thời gian t (phút) được mô tả bởi đồ thị Hình 8. Ngưỡng nồng độ khử trùng tối đa (ngưỡng tiệm cận) mà bể nước có thể đạt được bằng bao nhiêu gam/lít?

thuvientoanhoc.com



Hình 8: Đồ thị nồng độ chất khử trùng $f(t)$ phục vụ Câu 16 Tiết 2 (SGK tr. 29)

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI GEOGEBRA & CASIO/VINACAL (7 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa tiệm cận động trên GeoGebra Classic; thực hành Casio CALC tiệm cận đứng ($x = x_0 \pm 10^{-6}$) và tiệm cận ngang ($x = \pm 10^9$).

b) Nội dung: Quan sát tệp GeoGebra trình chiếu và bấm máy tính kiểm tra tiệm cận trong 15 giây.

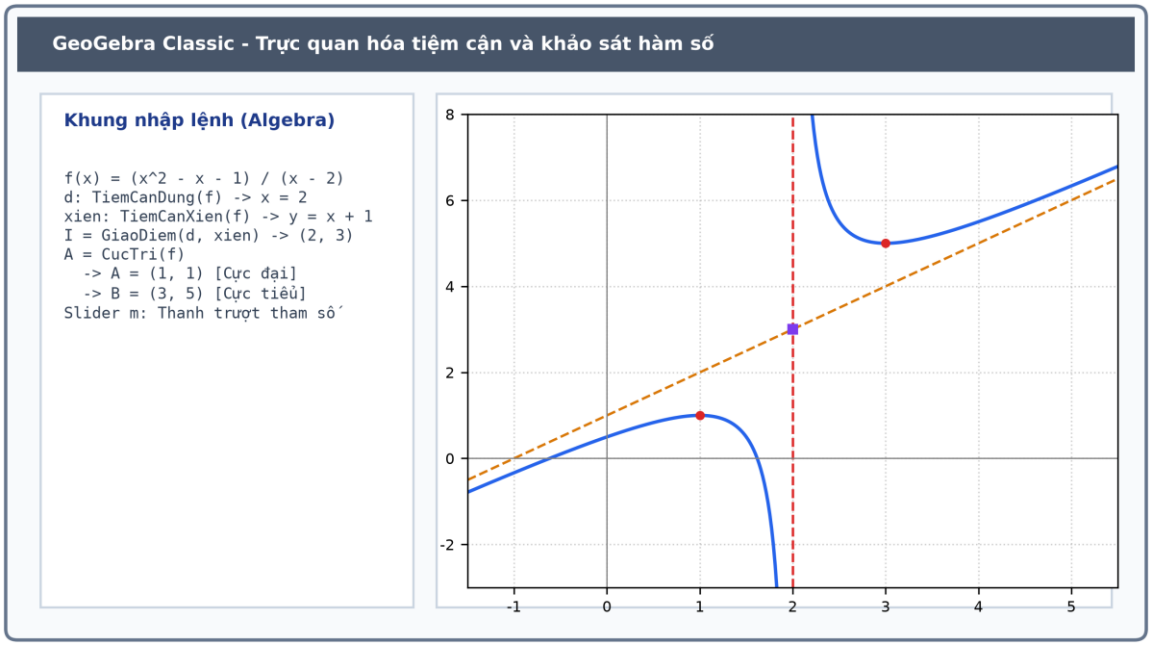
c) Sản phẩm: Bảng kết quả tiệm cận trên máy tính và hiểu rõ hiện tượng tiệm cận hình học.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Chiếu giao diện GeoGebra Classic (Hình 12) mô phỏng hàm phân thức $y = \frac{x^2-x-1}{x-2}$. Cho điểm M chạy trên đồ thị: Kéo $x \to 2^+$ thấy $y \to +\infty$ và khoảng cách tới TCĐ $x = 2$ tiến về 0; kéo $x \to +\infty$ thấy đồ thị áp sát tiệm cận xiên $y = x + 1$. 2. Hướng dẫn kỹ thuật bấm máy Casio fx-580VNX/880BTG và Vinacal: + Nhập $f(x)$ vào màn hình tính toán. + Bấm CALC $x = 2 + 10^{-6}$ ra số cực lớn $(10^6) \Rightarrow x = 2$ là TCĐ. + Bấm CALC $x = 10^9$ kiểm tra giới hạn tiệm cận ngang.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát màn hình GeoGebra và cầm máy tính sẵn sàng.
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Cho học sinh thực hành trực tiếp với hàm $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hàm chi phí $f(x) = \frac{2x+45}{x}$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Thực hành bấm CALC trên máy tính Casio/Vinacal, tìm đúng tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$ trong 15 giây. • Quan sát điểm M trên GeoGebra áp sát vào đường tiệm cận xiên mà không bao giờ cắt nó ở vô cực.
Bước 3: Đánh giá thao tác: Yêu cầu 1 HS giải thích ý nghĩa thực tế: Tại sao pha loãng bao nhiêu thì nồng độ KOH cũng không thể nhỏ hơn 8%?	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS giải thích: Vì dung dịch thêm vào có nồng độ 8%, nên dung dịch loãng nhất cũng chỉ tiệm cận tới mức 8%.

thuvientoanhoc.com

Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Khẳng định: Tiệm cận là công cụ toán học mô tả ngưỡng giới hạn tự nhiên trong thực tế.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi nhớ kỹ thuật bấm CALC kiểm tra tiệm cận nhanh.



Hình 12: Trực quan hóa đồ thị hàm phân thức và tiệm cận trên GeoGebra Classic

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT, NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ & 4 BẪY SAI LẦM (3 phút)

a) Mục tiêu: Khắc sâu 4 bước nhận dạng đồ thị nhanh và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT.

b) Nội dung: Quan sát Hình 13 và ghi nhận vào sổ tay ôn thi; nhận link bài tập về nhà trên Azota / onluyen.vn.

c) Sản phẩm: 4 bước nhận dạng và 4 bẫy ghi vào vở; làm bài kiểm tra tổng kết trực tuyến.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chốt kiến thức tổng ôn: Chiếu Hình 13 (Sơ đồ 4 bước nhận dạng đồ thị và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT). Nhắc nhở: 1. Bước 1: Hình dáng → Bước 2: Hệ số a → Bước 3: Tiệm cận & tâm đối xứng → Bước 4: Giao trục & cực trị. 2. Cảnh báo 4 bẫy: Dùng ∪ kết luận đồng biến; Đảo $y_{CĐ} < y_{CT}$ ở hàm 2/1; Lộn TCĐ và TCN; Quên điều kiện $x > 0$ ở toán thực tế. • Giao Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 trên **onluyen.vn / Azota**.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 13, ghi chép 4 bước và 4 bẫy vào sổ tay ôn thi tốt nghiệp.
Bước 2: Kết thúc chuyên đề: Nhận xét, đánh giá toàn bộ quá trình ôn tập 2 tiết của học sinh.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Lưu đường link bài tập online trên Azota/onluyen.vn, chuẩn bị làm bài đánh giá năng lực tại nhà.

thuvientoanhoc.com



Hình 13: 4 Bước nhận dạng đồ thị và 4 bẫy sai lầm kinh điển cần tránh

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ NHIỆM VỤ VỀ NHÀ

• 1. **Nhiệm vụ cá nhân:**
• Ôn tập toàn diện sơ đồ khảo sát 3 dạng hàm số trọng tâm: Hàm đa thức bậc ba, Hàm phân thức bậc 1/1, Hàm phân thức bậc 2/1.
• Hoàn thành đầy đủ vở ghi bài và số 2.
• Giải trọn vẹn Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 (Phần V) trong thời gian 50 phút.
• Đăng nhập nền tảng **onluyen.vn / Azota** của lớp để làm bài kiểm tra trắc nghiệm online có tính giờ tự động.

• 2. **Nhiệm vụ nhóm (Dự án thực tế):**
• Nhóm 1 & 2: Dùng GeoGebra vẽ đồ thị hàm chi phí trung bình và nồng độ dung dịch, chuẩn bị bài thuyết trình 3 phút về ý nghĩa của đường tiệm cận trong đời sống.
• Nhóm 3 & 4: Tìm kiếm thêm 2 ví dụ thực tế liên quan đến hàm phân thức trong các lĩnh vực Sinh học (tốc độ tăng trưởng quần thể) hoặc Vật lý (công thức thấu kính $\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{f}$).

V. BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có điểm cực tiểu là:

A. $(2;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 2. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba $y=-x^3+3x-5$ là điểm nào sau đây?

A. $I(0;-5)$. **B.** $I(1;-3)$. **C.** $I(-1;-7)$. **D.** $I(0;5)$.

Câu 3. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-2}$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1/2$.

Câu 4. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{1-x}$ là:

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=5$.

Câu 5. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có tọa độ là:

thuvientoanhoc.com

A. $(-3;2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-3;-1)$.

Câu 6. Phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+1}{x+2}$ là:

A. $y=x-5$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x+5$. **D.** $y=-x+5$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào sau đây không có bất kỳ điểm cực trị nào?

A. $y=\frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x+2$.

C. $y=\frac{x^2-x-1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2x-3}{x-1}$ (với $x\neq 1$):

A. Không có tiệm cận xiên vì suy biến thành đường thẳng $y=x+3$ (bỏ đi điểm $(1;4)$).

B. Có tiệm cận xiên $y=x+3$ và tiệm cận đứng $x=1$.

C. Có tâm đối xứng $I(1;0)$.

D. Có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 9. Chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm được cho bởi hàm số $C(x)=5+\frac{100}{x}$ (nghìn đồng/sản phẩm), với $x>0$ là quy mô sản xuất. Khi sản lượng x tiến ra vô cực, chi phí sản xuất trung bình mỗi sản phẩm tiến sát về giá trị nào?

A. 5 nghìn đồng. **B.** 100 nghìn đồng. **C.** 0 nghìn đồng. **D.** 105 nghìn đồng.

Câu 10. Một vật chuyển động thẳng có phương trình quãng đường $s(t)=-t^3+6t^2+15t$ (mét), $t\geq 0$ (giây). Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm nào?

A. $t=2$ s. **B.** $t=5$ s. **C.** $t=1$ s. **D.** $t=4$ s.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=x^3-3x^2-9x+2$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(-1;7)$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1;-9)$.

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại tâm đối xứng I có hệ số góc bằng -12.

Câu 2: Cho hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$ có đồ thị là (C).

a) Ta có thể viết $y=x-2+\frac{1}{x-2}$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận xiên là $y=x-2$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là gốc tọa độ $O(0;0)$.

d) Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=-1$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=3$. Như vậy $y_{CĐ}<y_{CT}$.

Câu 3. Người ta pha thêm x gam dung dịch KOH 8% vào 30 gam dung dịch KOH 100% thu được dung dịch có nồng độ $C(x)=\frac{3000+8x}{30+x}\%$ $(x\geq 0)$.

a) Khối lượng chất tan KOH nguyên chất trong 30 gam dung dịch ban đầu là 30 gam.

b) Hàm số $C(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.

c) Để nồng độ dung dịch thu được đạt 20%, cần pha thêm đúng 200 gam dung dịch 8%.

d) Dù pha thêm bao nhiêu gam dung dịch KOH 8%, nồng độ của dung dịch mới luôn lớn hơn 8%.

Câu 4. Cho mạch điện gồm điện trở cố định $R_1=8\,\Omega$ mắc song song với biến trở $R_2=x\,\Omega$ $(x>0)$. Điện trở tương đương của mạch là $R(x)=\frac{8x}{8+x}$ (Ω).

a) Đồ thị hàm số $R(x)$ đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

b) Khi $x=24\,\Omega$ thì điện trở tương đương là $R=6\,\Omega$.

c) Để điện trở tương đương của mạch bằng $7\,\Omega$, giá trị của biến trở phải là $x=56\,\Omega$.

d) Điện trở tương đương của mạch có thể tiến đến $8\,\Omega$ nhưng không bao giờ bằng hoặc vượt quá $8\,\Omega$.

thuvientoanhoc.com

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.0 ĐIỂM)

Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Tính hoành độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x-1}$ có tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của tích $a \cdot b$.

Câu 3. Chi phí trung bình để sản xuất áo sơ mi là $f(x) = \frac{2x+45}{x}$ (nghìn đồng/áo, x tính bằng nghìn áo). Để chi phí sản xuất trung bình mỗi chiếc áo giảm xuống đúng bằng 5 nghìn đồng thì xưởng may cần sản xuất bao nhiêu nghìn chiếc áo?

Câu 4. Nồng độ chất khử trùng pha vào bể theo thời gian t (phút) là $f(t) = \frac{20t}{200+40t}$ (gam/lít). Sau bao nhiêu phút kể từ lúc bắt đầu pha thì nồng độ chất khử trùng trong bể đạt được 0.25 gam/lít?

Câu 5. Pha thêm x gam dung dịch KOH 8% vào 30 gam KOH 100% thu được nồng độ $C(x) = \frac{3000+8x}{30+x}$%. Tính khối lượng dung dịch 8% (gam) cần thêm vào để nồng độ dung dịch giảm còn 26.4%.

Câu 6. Trong mạch điện hai điện trở song song $R(x) = \frac{8x}{8+x}$ (Ω), khi biến trở $x = 8\,\Omega$, điện trở tương đương của mạch bằng bao nhiêu Ω?

VI. BẢNG ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN

1. Bảng đáp án Bộ đề rèn luyện

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Phần II: Bảng đáp án Phần II (Đúng / Sai):

Câu hỏi	Ý a)	Ý b)	Ý c)	Ý d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 3	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng

Phần III: Bảng đáp án Phần III (Trả lời ngắn):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1	4	15	5	120	4

2. Hướng dẫn giải chi tiết và phân tích sai lầm kinh điển

• Chi tiết Phần I (10 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn):

• **Câu 1:** $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Tại $x = 2$, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 2$ là điểm cực tiểu, $y(2) = -2$. Tọa độ cực tiểu $(2; -2)$. Chọn **A**.

• **Câu 2:** $y' = -3x^2 + 3$, $y'' = -6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y(0) = -5$. Điểm uốn tâm đối xứng là $I(0; -5)$. Chọn **A**.

• **Câu 3:** Mẫu số $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Tiệm cận đứng là $x = 2$. Chọn **A**.

• **Câu 4:** $lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x+5}{-x+1} = \frac{2}{-1} = -2$. Đường tiệm cận ngang là $y = -2$. **Sai lầm thường gặp:** Học sinh chia cho hệ số 1 dẫn đến $y = 2$ (quên dấu âm trước x). Chọn **A**.

• **Câu 5:** TCĐ $x = -3$, TCN $y = 2$. Tâm đối xứng $I(-3; 2)$. Chọn **A**.

thuvientoanhoc.com

• **Câu 6:** Chia đa thức: $x^2-3x+1=(x+2)(x-5)+11 \Rightarrow y=x-5+\frac{11}{x+2}$. Tiệm cận xiên là $y=x-5$. Chọn **A**.

• **Câu 7:** Hàm số nhất biến $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0, \forall x\neq 1$, luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị. Chọn **A**.

• **Câu 8:** Vì $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$, với mọi $x\neq 1$, hàm số rút gọn thành $y=x+3$. Đồ thị là đường thẳng bỏ đi điểm $(1;4)$, không có tiệm cận. Chọn **A**.

• **Câu 9:** $lim_{x\to+\infty}(5+\frac{100}{x})=5$ nghìn đồng. Chọn **A**.

• **Câu 10:** Vận tốc $v(t)=s'(t)=-3t^2+12t+15$. Parabol đạt cực đại tại đỉnh $t=-\frac{b}{2a}=-\frac{12}{2(-3)}=2$ giây. Chọn **A**.

• Chi tiết Phần II (4 câu trắc nghiệm Đúng/Sai):

• **Câu 1:** $y=x^3-3x^2-9x+2$.

a) ĐÚNG: $y'=3(x+1)(x-3)<0 \Leftrightarrow -1<x<3$. Hàm số nghịch biến trên $(-1;3)$.

b) ĐÚNG: $x=-1$ là điểm cực đại, $y(-1)=7 \Rightarrow M(-1;7)$.

c) ĐÚNG: $y''=6x-6=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y(1)=-9 \Rightarrow I(1;-9)$.

d) ĐÚNG: Hệ số góc tiếp tuyến $k=y'(1)=3(1)^2-6(1)-9=-12$.

• **Câu 2:** $y=\frac{x^2-4x+5}{x-2}=x-2+\frac{1}{x-2}$.

a) ĐÚNG: Thực hiện phép chia đa thức tử cho mẫu.

b) ĐÚNG: TCĐ $x=2$, TCX $y=x-2$.

c) SAI: Tâm đối xứng là giao điểm của TCĐ $x=2$ và TCX $y=x-2 \Rightarrow y=2-2=0 \Rightarrow I(2;0)\neq O(0;0)$.

d) ĐÚNG: $y'=1-\frac{1}{(x-2)^2}=0 \Leftrightarrow x=1$ (CĐ, $y=-1$) hoặc $x=3$ (CT, $y=3$). Rõ ràng $y_{CĐ}=-1<y_{CT}=3$.

• **Câu 3:** Nồng độ dung dịch KOH $C(x)=\frac{3000+8x}{30+x}\%$ $(x\geq 0)$.

a) ĐÚNG: 30 gam dung dịch 100% chứa 30 gam KOH nguyên chất.

b) SAI: Đạo hàm $C'(x)=\frac{-2760}{(30+x)^2}<0, \forall x\geq 0$, do đó hàm số luôn **nghịch biến**, nồng độ giảm dần khi pha thêm.

c) ĐÚNG: $\frac{3000+8x}{30+x}=20 \Leftrightarrow 3000+8x=600+20x \Leftrightarrow 12x=2400 \Leftrightarrow x=200$ gam.

d) ĐÚNG: Tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$ là $C=8\%$. Dung dịch ban đầu 100% pha với dung dịch 8% thì nồng độ giảm dần nhưng không bao giờ xuống dưới 8%.

• **Câu 4:** Mạch điện song song $R(x)=\frac{8x}{8+x}$ (Ω).

a) ĐÚNG: $R(0)=0$.

b) ĐÚNG: $R(24)=\frac{8\times 24}{8+24}=6\,\Omega$.

c) ĐÚNG: $R(x)=7 \Leftrightarrow 8x=56+7x \Leftrightarrow x=56\,\Omega$.

d) ĐÚNG: $R(x)=8-\frac{64}{8+x}<8\,\Omega, \forall x>0$. Điện trở tương đương luôn nhỏ hơn $8\,\Omega$.

• Chi tiết Phần III (6 câu trắc nghiệm Trả lời ngắn):

• **Câu 1:** $y'=-3x^2+6x$, $y''=-6x+6=0 \Leftrightarrow x=1$. Hoành độ tâm đối xứng là **1**.

• **Câu 2:** $x^2+3x-2=(x-1)(x+4)+2 \Rightarrow y=x+4+\frac{2}{x-1}$. Tiệm cận xiên $y=x+4 \Rightarrow a=1, b=4 \Rightarrow a\cdot b=4$. Điền: **4**.

• **Câu 3:** $f(x)=5 \Leftrightarrow \frac{2x+45}{x}=5 \Leftrightarrow 2x+45=5x \Leftrightarrow 3x=45 \Leftrightarrow x=15$ nghìn chiếc áo. Điền: **15**.

• **Câu 4:** $f(t)=0.25 \Leftrightarrow \frac{20t}{200+40t}=0.25 \Leftrightarrow 20t=50+10t \Leftrightarrow 10t=50 \Leftrightarrow t=5$ phút. Điền: **5**.

• **Câu 5:** $C(x)=26.4 \Leftrightarrow \frac{3000+8x}{30+x}=26.4 \Leftrightarrow 3000+8x=792+26.4x \Leftrightarrow 18.4x=2208 \Leftrightarrow x=120$ gam. Điền: **120**.

• **Câu 6:** $R(8)=\frac{8\times 8}{8+8}=4\,\Omega$. Điền: **4**.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

thuvientoanhoc.com

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Nhầm lẫn toạ độ tâm đối xứng I và các đường tiệm cận	Với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\frac{ax+b}{cx+d}$, đọc nhầm tâm đối xứng thành $I(\frac{a}{c};-\frac{d}{c})$ hoặc quên dấu trừ ở hoành độ tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}$.	Khẩu quyết: 'Đứng là nghiệm mẫu $(x=-\frac{d}{c})$, ngang là tỉ số hệ số bậc cao nhất $(y=\frac{a}{c})$'. Tâm đối xứng I luôn là giao điểm của 2 đường tiệm cận: $I(-\frac{d}{c};\frac{a}{c})$.
Sai lầm khi đọc khoảng đơn điệu từ đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$	Đề cho đồ thị $y=f'(x)$, học sinh nhìn vào nhánh đồ thị đi xuống kết luận hàm số nghịch biến thay vì quan sát phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành Ox.	Lập trục xét dấu cho $f'(x)$: Điểm cắt Ox là nghiệm; vùng nằm phía trên trục Ox mang dấu $(+)$ ($f(x)$ đồng biến); vùng nằm phía dưới mang dấu $(-)$ ($f(x)$ nghịch biến).
Nhầm lẫn dấu hệ số khi nhận dạng đồ thị hàm bậc ba ($y=ax^3+bx^2+cx+d$)	Nhầm lẫn dấu hệ số b và c do nhớ máy móc công thức cực trị mà không sử dụng điểm uốn hoặc định lý Viète.	Quy tắc 4 bước nhận dạng: (1) Nhánh vô cực bên phải suy ra dấu a; (2) Giao trục tung $(0;d)$ suy ra dấu d; (3) Hoành độ tâm đối xứng $x_u=-\frac{b}{3a}$ suy ra dấu b; (4) Tích hai cực trị $x_1x_2=\frac{c}{3a}$ suy ra dấu c.
Biện luận số nghiệm phương trình $f(x)=m$ bỏ quên đường tiệm cận	Kẻ đường thẳng $y=m$ cắt bảng biến thiên nhưng đếm nhầm số nghiệm khi m trùng với giá trị tiệm cận ngang (nhánh đồ thị chỉ tiến sát chứ không cắt).	Quan sát kỹ bảng biến thiên: Tại mốc tiệm cận ngang, đường thẳng $y=m$ chỉ tiệm cận nhánh đồ thị khi $x\to\pm\infty$ chứ không tạo thêm giao điểm. Không được đếm điểm ở vô cực.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 19 - 20)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Ý nghĩa vật lý, hình học và kinh tế của đạo hàm: Hiểu sâu sắc đạo hàm $f'(a)$ là tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ đối với biến số x tại thời điểm/giá trị $x = a$.

+ Trong Vật lý: Vận tốc tức thời $v(t) = s'(t)$, gia tốc tức thời $a(t) = v'(t) = s''(t)$.

+ Trong Sinh học & Hóa học: Tốc độ tăng trưởng tức thời của quần thể $P'(t)$, tốc độ phản ứng hóa học tức thời $C'(t)$.

+ Trong Kinh tế: Chi phí biên $C'(x) \approx C(x+1) - C(x)$ (chi phí xấp xỉ để sản xuất thêm một đơn vị hàng hóa thứ $x+1$), doanh thu biên $R'(x)$, lợi nhuận biên $P'(x) = R'(x) - C'(x)$.

• Nắm vững quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu hóa thực tiễn:

+ Bước 1: Xác định đại lượng Q cần tối ưu hóa (làm cho lớn nhất hoặc nhỏ nhất).

+ Bước 2: Chọn biến số thích hợp x, biểu diễn Q qua x thành hàm số $Q = Q(x)$ và tìm tập xác định thực tế của biến số x.

+ Bước 3: Tìm giá trị lớn nhất (GTLN) hoặc giá trị nhỏ nhất (GTNN) của $Q(x)$ bằng đạo hàm (lập bảng biến thiên hoặc so sánh giá trị) và kết luận nghiệm thực tiễn.

• Nắm vững các mô hình toán học thực tế cốt lõi trong SGK Toán 12 Kết nối tri thức: Chi phí loại bỏ chất ô nhiễm $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (Hình 1.34), Huyết áp tâm thu $P(t) = \frac{25t^2+125}{t^2+1}$, Quần thể nấm men $P(t) = \frac{25}{0.25+e^{-0.75t}}$, Tối ưu hộp đựng hình trụ thể tích 1 lít ($h = 2r$), Chèo thuyền vượt sông của bác An (Hình 1.35), Doanh thu tiền bán vé bóng đá (Ví dụ 6), Lợi nhuận máy xay sinh tố (Hình 1.36), Cắt góc tấm tôn làm hộp không nắp, Cho thuê căn hộ chung cư (Bài 1.28 SGK).

2. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực mô hình hóa toán học: Chuyển đổi ngôn ngữ đời sống, kinh tế, vật lý, sinh học sang mô hình hàm số $Q = Q(x)$; thiết lập chính xác điều kiện hình học và thực tế của biến số x.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Vận dụng đạo hàm, bảng biến thiên để tìm nghiệm tối ưu; kiểm tra tính hợp lý của kết quả toán học trong bối cảnh thực tiễn.

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phân tích sự tăng giảm của chi phí biên, tốc độ thay đổi tức thời; giải thích ý nghĩa của tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và điểm cực trị.

thuvientoanhoc.com

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Khai thác máy tính cầm tay (Casio fx-580VNX/880BTG, Vinacal 680EX): Dùng `SHIFT + ∫` (tính năng $\frac{d}{dx}$) để tính tốc độ thay đổi tức thời $f'(x_0)$ trong 5 giây; dùng `MENU 8` (Table) quét bảng giá trị tìm GTLN/GTNN trên đoạn $[a; b]$; quét mã QR ClassWiz.

• Khai thác phần mềm GeoGebra Classic: Trực quan hóa đường cong hàm mục tiêu $Q(x)$, dùng thanh trượt Slider mô phỏng sự biến thiên liên tục của hình học, dùng lệnh `Extremum(f, a, b)` tìm cực trị chính xác.

• Khai thác tài liệu số và học liệu trực quan: Khai thác tài liệu số, đồ thị GeoGebra trực quan và hệ thống bài tập tự luyện chuẩn hóa định hướng thi tốt nghiệp THPT.

3. Về phẩm chất

• Trách nhiệm và cẩn trọng trong các bước thiết lập biểu thức, tính đạo hàm và đổi đơn vị đo lường.

• Say mê khám phá mối liên hệ mật thiết giữa Toán học giải tích và các hiện tượng thực tiễn đời sống.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), hệ thống slide PowerPoint tương tác.

• Bộ 12 hình vẽ toán học thực tế chất lượng cao chỉ thể hiện đề bài thuần túy, tuyệt đối không chứa đáp án.

• Tệp GeoGebra Classic (.ggb) mô phỏng bài toán chèo thuyền vượt sông và bài toán hộp trụ thể tích 1 lít.

• vở ghi bài và số 2 in sẵn phát cho từng học sinh.

• Hệ thống vở ghi bài (vở ghi bài và số 2) và sơ đồ tư duy tóm tắt mô hình toán thực tế.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bài 5, tr. 33–41), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX, fx-880BTG hoặc Vinacal 680EX.

• Dụng cụ học tập, thước kẻ, máy tính cầm tay, sách giáo khoa và vở ghi chuyên đề ôn tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Tốc độ thay đổi của đại lượng, đạo hàm vật lý và các mô hình biên tế kinh tế (chi phí biên, doanh thu biên, lợi nhuận biên).

- Tiết 2: Bài toán tối ưu hóa hình học và chuyển động thực tiễn (vượt sông, hộp đáy tam giác đều).

TIẾT 1: TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA ĐẠI LƯỢNG & CÁC MÔ HÌNH BIÊN TẾ KINH TẾ

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Tốc độ thay đổi tức thời, đạo hàm vật lý (vận tốc, gia tốc), tốc độ tăng trưởng sinh học, chi phí biên, doanh thu biên, hàm ô nhiễm và khảo sát biến thiên thực tế.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa tốc độ thay đổi tức thời $f'(a) = lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$, các công thức vật lý $(v(t) = s'(t), a(t) = v'(t))$, ý nghĩa của chi phí biên $C'(x)$ và tiệm cận của hàm chi phí ô nhiễm $C(x)$.

b) Nội dung: Quan sát Hình 1 (Chi phí xử lý ô nhiễm), Hình 7 (Huyết áp), Hình 8 (Tăng trưởng quần thể nấm men); tham gia Thử thách trực quan ghép nối theo kỹ thuật Think – Pair – Share và trả lời các câu hỏi phát vấn.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt các mô hình tốc độ thay đổi và ý nghĩa biên tế ghi vào vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH

thuvientoanhoc.com

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. Trình chiếu Thử thách trực quan 'Giải mã tốc độ thay đổi & giới hạn thực tế' gồm 3 hình vẽ thực tế SGK KNTT: • Hình 1: Đồ thị chi phí xử lý ô nhiễm $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ với $0 \le x < 100$. GV phát vấn: 'Khi tỷ lệ lọc $x \to 100\%$, chi phí $C(x)$ biến động thế nào? Có thể làm sạch tuyệt đối 100% chất ô nhiễm không? Tiệm cận đứng $x = 100$ phản ánh điều gì trong thực tế?' • Hình 7 (Huyết áp) và Hình 8 (Quần thể nấm men): 'Số lượng nấm men tối đa đạt được là bao nhiêu khi thời gian $t \to +\infty$? Huyết áp tiệm cận về ngưỡng nào?' 2. Giao câu hỏi ghép nối nhanh (Think – Pair – Share – 3 phút): (A) Tốc độ thay đổi tức thời ↔ Đạo hàm cấp 1 $f'(x_0)$. (B) Gia tốc tức thời ↔ Đạo hàm cấp 2 $s''(t) = v'(t)$. (C) Chi phí biên $C'(x)$ ↔ Chi phí xấp xỉ sản xuất thêm sản phẩm thứ $x + 1$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lắng nghe chỉ dẫn, quan sát kỹ các đồ thị Hình 1, 7, 8 trên màn chiếu; tiếp nhận câu hỏi ghép nối và nhiệm vụ phân tích.
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: Quan sát các nhóm cặp đôi thảo luận, gợi mở: Đạo hàm $C'(x)$ chính là chi phí để xử lý thêm 1% chất ô nhiễm; đường tiệm cận đứng $x = 100$ giải thích vì sao không thể xử lý sạch tuyệt đối 100% ô nhiễm.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc độc lập 1 phút rồi thảo luận cặp đôi 2 phút: Nhớ lại định nghĩa đạo hàm, đối chiếu các mô hình thực tế và giải mã hành vi tiệm cận.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Chỉ định ngẫu nhiên 2 cặp học sinh trình bày kết quả ghép nối và giải thích hiện tượng môi trường/sinh học từ đồ thị; tổ chức cho cả lớp nhận xét, bổ sung.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • Từ Hình 1: Khi $x \to 100^-$, chi phí $C(x) \to +\infty$. Do đó không thể loại bỏ 100% chất ô nhiễm vì chi phí tăng vô hạn. Đường thẳng $x = 100$ là tiệm cận đứng. • Từ Hình 7: Huyết áp giảm dần từ 125 mmHg và tiệm cận về ngưỡng 25 mmHg (tiệm cận ngang $P = 25$). • Từ Hình 8: Số lượng nấm men xuất phát từ 20 cá thể, tăng dần và tiệm cận tới mức tối đa 100 cá thể (tiệm cận ngang $P = 100$). Các nhóm khác nhận xét, bổ sung.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 1, chuẩn hóa ý nghĩa biên tế trong kinh tế và dẫn dắt vào bài luyện tập.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện khung kiến thức các mô hình tốc độ thay đổi tức thời vào vở ghi bài.

📌 HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1 (SGK TRANG 33 - 36)

1. Tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ tại $x = x_0$ là đạo hàm $f'(x_0) = lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

2. Vận tốc và Gia tốc trong chuyển động thẳng $s = s(t)$:
   • Vận tốc tức thời: $v(t) = s'(t)$. Vật đứng yên hoặc đổi chiều khi $v(t) = 0$.
   • Gia tốc tức thời: $a(t) = v'(t) = s''(t)$. Chuyển động nhanh dần khi $a(t) \cdot v(t) > 0$, chậm dần

thuvientoanhoc.com

khi $a(t) \cdot v(t) < 0$.

3. Các mô hình kinh tế biên tế (Marginal Analysis):

• Hàm chi phí biên: $C'(x)$ là đạo hàm của hàm tổng chi phí $C(x)$. Ý nghĩa: $C'(x) \approx C(x+1) - C(x)$ là chi phí xấp xỉ để sản xuất thêm một đơn vị sản phẩm thứ $x+1$.

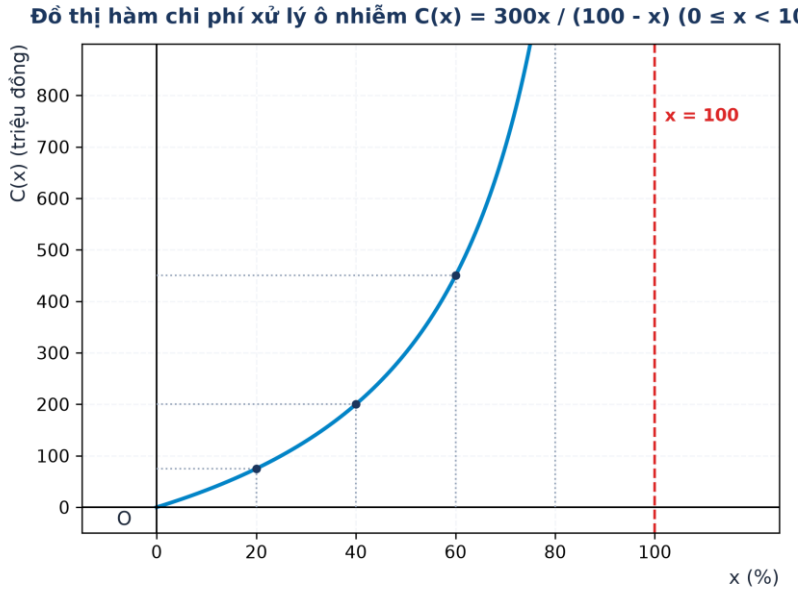
• Doanh thu: $R(x) = x \cdot p(x)$ (với $p(x)$ là giá bán mỗi đơn vị ứng với sản lượng x). Doanh thu biên: $R'(x)$.

• Lợi nhuận: $P(x) = R(x) - C(x)$. Lợi nhuận biên: $P'(x) = R'(x) - C'(x)$. Lợi nhuận đạt cực đại khi $P'(x) = 0 \Leftrightarrow R'(x) = C'(x)$ (doanh thu biên bằng chi phí biên).

4. Ý nghĩa tiệm cận trong mô hình thực tế:

• Tiệm cận đứng $x = a$ biểu thị rào cản công nghệ hoặc giới hạn chi phí vô hạn (như hàm ô nhiễm $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ có TCĐ $x = 100$).

• Tiệm cận ngang $y = L$ khi $t \to +\infty$ biểu thị ngưỡng bão hòa tự nhiên (như nấm men $P(t) \to 100$ cá thể).



Hình 1: Đồ thị hàm chi phí xử lý ô nhiễm $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ $(0 \le x < 100)$ (Hình 1.34 SGK)

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng tính toán đạo hàm thực tế, xác định vận tốc, gia tốc, tính chi phí biên, doanh thu biên, giải thích ý nghĩa giải tích và tiệm cận qua 3 dạng thức đề thi minh họa 2025.

b) Nội dung: Giải quyết hệ thống bài tập trên vở ghi bài theo nhóm và cá nhân.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng phụ và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 13, Câu 14). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 9 đến Câu 12) và Dạng 3 (Câu 15, Câu 16). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, sau đó lên bảng báo cáo và phản biện 8 phút.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhóm trưởng điều hành, thư ký ghi chép bảng nhóm.

thuvientoanhoc.com

Bước 2: Theo dõi & Hướng dẫn: GV bao quát lớp, hướng dẫn nhóm 1 kỹ năng lấy đạo hàm cấp hai tìm gia tốc; hướng dẫn nhóm 3 phân tích kỹ 4 mệnh đề Đúng/Sai của hàm nấm men và huyết áp; hướng dẫn nhóm 4 tính chi phí biên $C'(200)$ và so sánh với $C(201) - C(200)$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1, 2 tính nhanh đạo hàm vận tốc, chi phí biên, giải các câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 3, 4 phân tích cẩn thận 4 ý a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận sôi nổi về ý nghĩa của chi phí biên và giới hạn bão hòa. • Tính toán chuẩn xác kết quả điền số cho Dạng 3.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Gọi đại diện các nhóm lên trình bày lời giải, yêu cầu các nhóm khác đặt câu hỏi chất vấn.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm lên bảng thuyết trình phương pháp giải; các nhóm phản biện và đặt câu hỏi.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét, chuẩn hóa lời giải chi tiết, chốt đáp án và lưu ý các sai lầm học sinh dễ mắc phải.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép lời giải hoàn chỉnh và đối chiếu kết quả vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Một vật chuyển động có phương trình quãng đường $s(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4t$ (mét), với t tính bằng giây ($t \geq 0$). Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ giây là:

A. 16 m/s. **B.** 12 m/s. **C.** 20 m/s. **D.** 8 m/s.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + 2t$ (mét). Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ giây bằng:

A. -6 m/s^2. **B.** 6 m/s^2. **C.** 12 m/s^2. **D.** 0 m/s^2.

Câu 3. Bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được ném thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu 24.5 m/s là $h(t) = 2 + 24.5t - 4.9t^2$. Vật đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm nào?

A. $t = 2.5$ s. **B.** $t = 2.0$ s. **C.** $t = 5.0$ s. **D.** $t = 3.0$ s.

Câu 4. Với bài toán ném vật ở Câu 3, độ cao lớn nhất mà vật có thể đạt được là:

A. 32.625 m. **B.** 30.625 m. **C.** 35.000 m. **D.** 28.500 m.

Câu 5. Chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm được mô hình bởi hàm số $C(x) = 30000 + 300x - 2.5x^2 + 0.125x^3$ (nghìn đồng). Hàm chi phí biên $C'(x)$ là:

A. $C'(x) = 300 - 5x + 0.375x^2$. **B.** $C'(x) = 300 - 2.5x + 0.125x^2$.

C. $C'(x) = 300 - 5x + 0.125x^2$. **D.** $C'(x) = 30000 + 300 - 5x + 0.375x^2$.

Câu 6. Với hàm chi phí ở Câu 5, chi phí biên tại mức sản xuất $x = 200$ đơn vị sản phẩm có giá trị bằng bao nhiêu nghìn đồng?

A. 14300 nghìn đồng. **B.** 14372 nghìn đồng.

C. 15000 nghìn đồng. **D.** 12500 nghìn đồng.

Câu 7. Chi phí (triệu đồng) để loại bỏ x% chất ô nhiễm không khí từ khí thải nhà máy là $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ ($0 \leq x < 100$). Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = C(x)$ là đường thẳng:

A. $x = 100$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 300$. **D.** $y = -300$.

thuvientoanhoc.com

Câu 8. Huyết áp tâm thu của một bệnh nhân được mô hình bởi $P(t)=\frac{25t^2+125}{t^2+1}$ ($0\le t\le 10$, t tính bằng giây, P tính bằng mmHg). Huyết áp ban đầu của bệnh nhân tại thời điểm $t=0$ bằng:

A. 125 mmHg. **B.** 25 mmHg. **C.** 100 mmHg. **D.** 150 mmHg.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 9. Một hạt chuyển động trên trục thẳng đứng hướng lên trên, tọa độ của hạt tại thời điểm t (giây, $t\ge 0$) là $y(t)=t^3-12t+3$ (mét).

a) Vận tốc tức thời của hạt là $v(t)=3t^2-12$ (m/s).

b) Trong khoảng thời gian $0\le t<2$, hạt đang chuyển động đi lên.

c) Tại thời điểm $t=2$ giây, hạt dừng lại tức thời và bắt đầu đổi chiều chuyển động.

d) Gia tốc của hạt luôn dương với mọi $t>0$ và tại $t=2$ giây, gia tốc bằng 12 m/s^2.

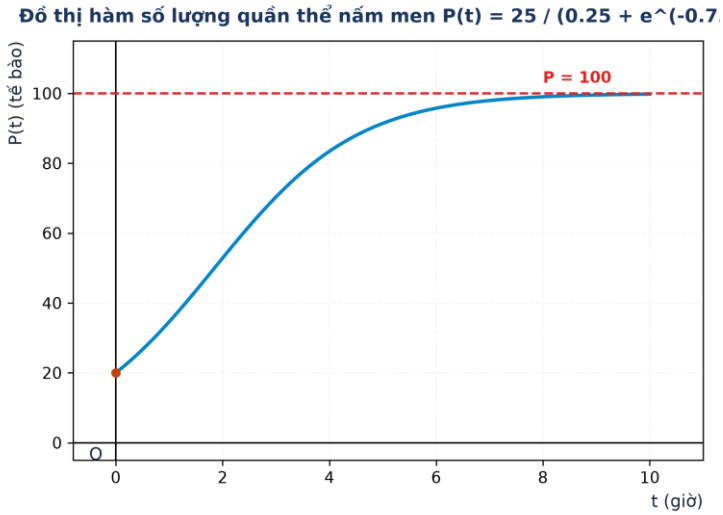
Câu 10. Số lượng cá thể của một quần thể nấm men được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t)=\frac{25}{0.25+e^{-0.75t}}$ ($t\ge 0$, tính bằng giờ) có đồ thị như Hình 8.

a) Tại thời điểm ban đầu $t=0$, số lượng nấm men là $P(0)=20$ cá thể.

b) Đạo hàm $P'(t)>0, \forall t\ge 0$, tức là số lượng nấm men luôn luôn tăng theo thời gian.

c) Tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men tại thời điểm $t=0$ là 12 tế bào/giờ.

d) Khi thời gian t rất lớn ($t\to+\infty$), số lượng quần thể nấm men có thể vượt quá 120 tế bào.



Hình 8: Đồ thị hàm số lượng quần thể nấm men $P(t)$ phục vụ Câu 10 Tiết 1

Câu 11. Xét hàm tổng chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm $C(x)=30000+300x-2.5x^2+0.125x^3$ (nghìn đồng).

a) Chi phí cố định ban đầu của doanh nghiệp (khi chưa sản xuất hàng hóa) là 30 triệu đồng.

b) Chi phí biên để sản xuất đơn vị sản phẩm thứ 201 được xấp xỉ bởi đạo hàm $C'(200)=14300$ nghìn đồng.

c) Chi phí thực tế chính xác để sản xuất thêm đơn vị sản phẩm thứ 201 là $C(201)-C(200)=14372.625$ nghìn đồng.

d) Sai số tương đối giữa chi phí biên $C'(200)$ và chi phí thực tế $C(201)-C(200)$ nhỏ hơn 1%.

Câu 12. Huyết áp tâm thu của một người khi máu lưu thông từ tim qua các động mạch được mô tả bởi hàm số $P(t)=\frac{25t^2+125}{t^2+1}$ ($0\le t\le 10$, t tính bằng giây) có đồ thị như Hình 7.

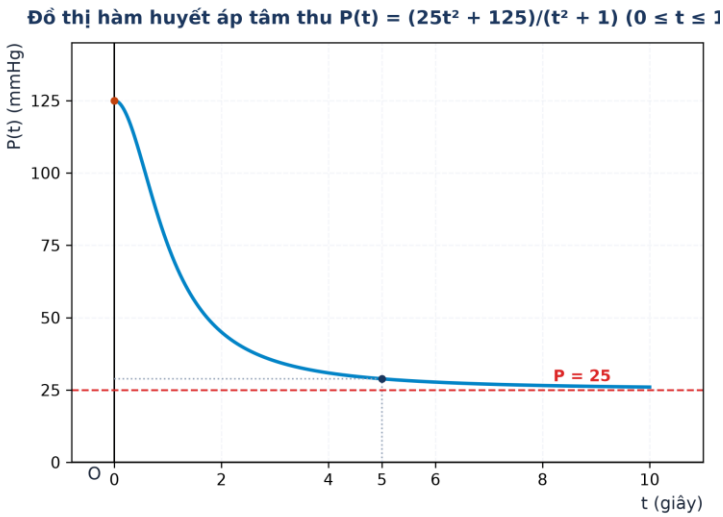
a) Đạo hàm biểu diễn tốc độ thay đổi của huyết áp là $P'(t)=\frac{-200t}{(t^2+1)^2}\le 0, \forall t\in[0;10]$.

b) Huyết áp tâm thu liên tục giảm trong 10 giây đầu tiên kể từ khi máu rời tim.

c) Tốc độ giảm huyết áp tại thời điểm $t=5$ giây xấp xỉ bằng -1.48 mmHg/s.

d) Đường thẳng $P=25$ là tiệm cận ngang của đồ thị khi $t\to+\infty$, biểu thị huyết áp tối thiểu duy trì trong hệ mạch.

thuvientoanhoc.com



Hình 7: Đồ thị hàm huyết áp tâm thu $P(t)$ phục vụ Câu 12 Tiết 1

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 13. Một vật phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất có độ cao $h(t) = 24.5t - 4.9t^2$ (mét). Vận tốc tức thời của vật sau 2 giây kể từ khi phóng bằng bao nhiêu m/s?

Câu 14. Độ cao của vật phóng lên từ điểm cách mặt đất 2 m là $h(t) = 2 + 24.5t - 4.9t^2$ (mét). Bỏ qua sức cản không khí, sau bao nhiêu giây thì vật chạm đất (làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân)?

Câu 15. Để loại bỏ x% chất ô nhiễm, chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (triệu đồng). Muốn loại bỏ 80% chất ô nhiễm từ khí thải, nhà máy cần chi bao nhiêu triệu đồng?

Câu 16. Số lượng tế bào nấm men theo thời gian t (giờ) là $P(t) = \frac{25}{0.25+e^{-0.75t}}$. Khi thời gian nuôi cấy kéo dài vô hạn ($t \to +\infty$), số lượng tế bào nấm men tiệm cận tới bao nhiêu cá thể?

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI MÁY TÍNH CASIO & GEOGEBRA (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng thành thạo phím tính đạo hàm `SHIFT + ∫` (d/dx) trên máy tính Casio fx-580VNX, fx-880BTG và Vinacal 680EX để tính tốc độ thay đổi tức thời và chi phí biên trong 5 giây; kiểm tra giới hạn bão hòa.

b) Nội dung: Thực hành bấm máy tính và đối chiếu bảng giá trị theo phiếu hướng dẫn.

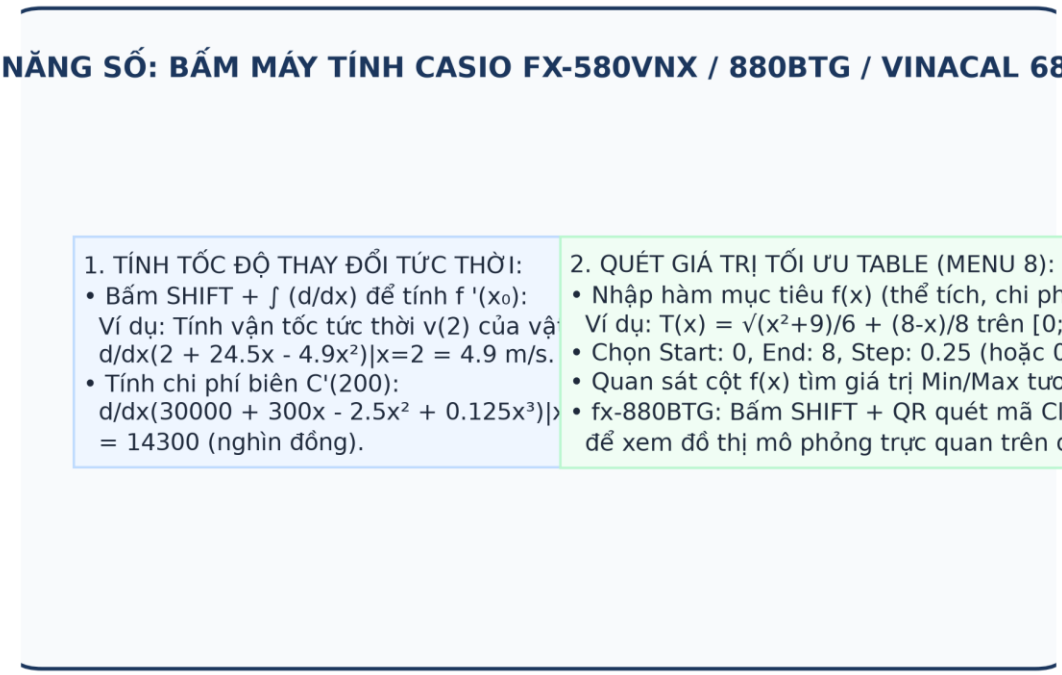
c) Sản phẩm: Màn hình kết quả đạo hàm trên máy tính và biểu diễn đồ thị trên GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Hướng dẫn HS dùng Casio fx-580VNX/Vinacal bấm SHIFT + ∫, nhập $d/dx(2 + 24.5x - 4.9x^2)\|_{x=2}$ để tìm ngay vận tốc $v(2) = 4.9$ m/s. 2. Hướng dẫn tính chi phí biên $C'(200)$ của hàm bậc ba trong 10 giây. 3. Chiếu Hình 10 (Thẻ kỹ năng số Casio/Vinacal).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS mở máy tính cầm tay, sẵn sàng thực hành theo lệnh GV.
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Đi từng dãy bàn hỗ trợ học sinh thao tác phím d/dx và kiểm tra tiệm cận bằng lệnh CALC $x = 99.999$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhập lệnh d/dx trên Casio fx-580VNX/880BTG, kiểm tra ra đúng 4.9 m/s và 14300 nghìn đồng. • Bấm CALC với $x = 99.999$ cho hàm chi phí ô nhiễm ra 3×10^7 triệu

thuvientoanhoc.com

	đồng (tiến ra dương vô cực).
Bước 3: Đánh giá thao tác: Mời 1 học sinh lên bảng bấm máy chiếu lên màn hình lớp.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Đại diện HS nêu lại chuỗi phím bấm d/dx trên Casio fx-580VNX và fx-880BTG.
Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Khẳng định: Tính năng d/dx giúp kiểm tra tức thì câu hỏi trắc nghiệm tốc độ thay đổi mà không cần tính đạo hàm bằng tay.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi chú mẹo bấm máy kiểm tra nhanh bài thi trắc nghiệm vào vở ghi bài.



Hình 10: Kỹ năng số - Hướng dẫn thao tác máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ TỰ HỌC TIẾT 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Định hướng tự học, củng cố kiến thức Tiết 1 và giao bài tập trực tuyến.

b) Nội dung: Nhận vở ghi bài và quét mã QR bài tập về nhà trên onluyen.vn / Azota.

c) Sản phẩm: Bài nộp trên nền tảng trực tuyến đúng hạn.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ về nhà: • Giao bài tập tự học trên vở ghi bài. • Cung cấp mã QR nộp bài kiểm tra tự luyện Tiết 1 trên nền tảng **onluyen.vn / Azota**. • Dặn dò HS chuẩn bị Tiết 2: Đọc trước Mục 2 'Một vài bài toán tối ưu hóa đơn giản' (SGK tr. 36–41), đặc biệt là 4 bài toán: Bán vé bóng đá (Ví dụ 6), Hộp đựng hình trụ (Ví dụ 5), Vượt sông bác An (Hình 1.35) và Máy xay sinh tố (Hình 1.36).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lưu mã QR bài tập Azota/onluyen.vn; ghi chép nhiệm vụ vào vở.
Bước 2: Kết luận tiết học: Nhận xét tinh thần học tập của lớp trong Tiết 1; tuyên dương các nhóm thảo luận sôi nổi.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Đánh dấu trước 4 bài toán tối ưu hóa trong

thuvientoanhoc.com

	SGK để sẵn sàng cho Tiết 2.

TIẾT 2: CÁC BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA THỰC TIỄN

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu, tối ưu hình học (lon nước ngọt hình trụ, cắt tôn làm hộp, máng nước), tối ưu kinh tế (bán vé bóng đá, cho thuê chung cư, máy xay sinh tố), chuyển động vượt sông và 4 bẫy sai lầm kinh điển.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU 3 BƯỚC (8 phút)

a) Mục tiêu: Khắc sâu quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu hóa thực tiễn; trực quan hóa bài toán mở đầu bán vé bóng đá (Ví dụ 6 SGK), bài toán hộp trụ thể tích 1 lít (Ví dụ 5 SGK) và bài toán chèo thuyền vượt sông của bác An (Hình 1.35 SGK).

b) Nội dung: Quan sát Hình 2 (Vượt sông), Hình 3 (Hộp hình trụ 1 lít), Hình 5 (Bán vé bóng đá Parabol $R(p)$); tham gia Thử thách tư duy nhận diện hàm mục tiêu $Q(x)$ và miền xác định theo phương pháp Think – Pair – Share; trả lời câu hỏi phát vấn.

c) Sản phẩm: Sơ đồ tư duy quy trình 3 bước tối ưu hóa ghi vào vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. Trình chiếu Thử thách trực quan 'Nhận diện đại lượng tối ưu và hàm mục tiêu' với 3 hình ảnh thực tế cốt lõi trong SGK: • Hình 5: Đồ thị Parabol doanh thu bán vé bóng đá $R(p) = -300p^2 + 57000p$. GV phát vấn: 'Để doanh thu tiền vé lớn nhất thì giá vé phải đặt bằng bao nhiêu? Tại sao không nên đặt vé giá quá cao hay quá thấp? Đỉnh Parabol thể hiện điều gì?' • Hình 3: Hộp đựng hình trụ 1 lít. Đặt câu hỏi: 'Nhà sản xuất cần tối ưu đại lượng nào để tiết kiệm chi phí vật liệu? Khi đó biến số chọn là gì và tỉ lệ giữa h và r tối ưu là bao nhiêu?' • Hình 2: Chèo thuyền vượt sông của bác An. Nêu câu hỏi: 'Nêu đại lượng cần tối ưu và biến số độc lập trong bài toán?' 2. Yêu cầu học sinh làm việc cặp đôi theo kỹ thuật Think – Pair – Share trong 3 phút để xác định 3 bước giải quyết cho các tình huống trên.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 2, 3, 5 trên máy chiếu; tiếp nhận yêu cầu xác định hàm mục tiêu $Q(x)$ và miền xác định của biến số.
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: GV gợi mở: Trong kinh tế, doanh thu bằng số lượng nhân đơn giá $R = x \cdot p$; khi giá vé tăng thì lượng khách giảm, tạo thành hàm bậc hai có đỉnh cực đại; diện tích toàn phần hình trụ liên hệ qua thể tích cố định $V = \pi r^2 h = 1000$ cm^3.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS trao đổi nhóm đôi (Think – Pair – Share): Phân tích quy luật kinh tế, hình học thực tế, nhớ lại quy trình 3 bước chuẩn SGK.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Mời đại diện 2 học sinh trả lời, hướng dẫn lớp đối chiếu bản chất tối ưu giải tích và bước tìm tập xác định thực tế.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • Từ Hình 5: Doanh thu $R(p) = -300p^2 + 57000p$ đạt cực đại tại đỉnh $p = 95$ nghìn đồng với doanh thu hơn 2.7 tỷ đồng. • Từ Hình 3: Cần tối thiểu hóa diện tích toàn phần $S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ để tiết kiệm

thuvientoanhoc.com

	nguyên liệu vỏ hộp, dẫn tới tỉ lệ tối ưu $h = 2r$. • Từ Hình 2: Cần tìm vị trí cập bến D để tổng thời gian chèo thuyền và chạy bộ $T(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$ là ngắn nhất trên đoạn $[0; 8]$. Các học sinh khác lắng nghe, phản biện và ghi chép.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa Khung phương pháp 3 bước giải bài toán tối ưu hóa thực tiễn và dẫn dắt vào phần luyện tập.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện khung phương pháp 3 bước tối ưu vào vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2 (SGK TRANG 36 - 40)

1. QUY TRÌNH 3 BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA THỰC TIỄN:

• Bước 1: Xác định đại lượng Q cần làm cho lớn nhất hoặc nhỏ nhất (thể tích, diện tích, chi phí, doanh thu, thời gian...).

• Bước 2: Chọn một đại lượng thích hợp làm biến số x, biểu diễn các đại lượng khác qua x để thiết lập hàm số $Q = Q(x)$. TÌM ĐIỀU KIỆN TẬP XÁC ĐỊNH D CỦA BIẾN x (rất quan trọng!).

• Bước 3: Tìm GTLN hoặc GTNN của hàm số $Q(x)$ trên miền D bằng công cụ đạo hàm (giải $Q'(x) = 0$, lập bảng biến thiên hoặc so sánh giá trị). Đối chiếu điều kiện và đưa ra câu trả lời thực tế.

2. CÁC MÔ HÌNH HÌNH HỌC TỐI ƯU KINH ĐIỂN:

• Hộp hình trụ có thể tích V không đổi (Ví dụ 5 SGK): Diện tích bề mặt toàn phần nhỏ nhất khi và chỉ khi chiều cao bằng đường kính đáy: $h = 2r$.

• Cắt 4 góc tấm kim loại chữ nhật $a \times b$ để gập thành hộp không nắp thể tích cực đại: Chiều cao hộp là nghiệm $x \in (0; b/2)$ của phương trình $V'(x) = 0$.

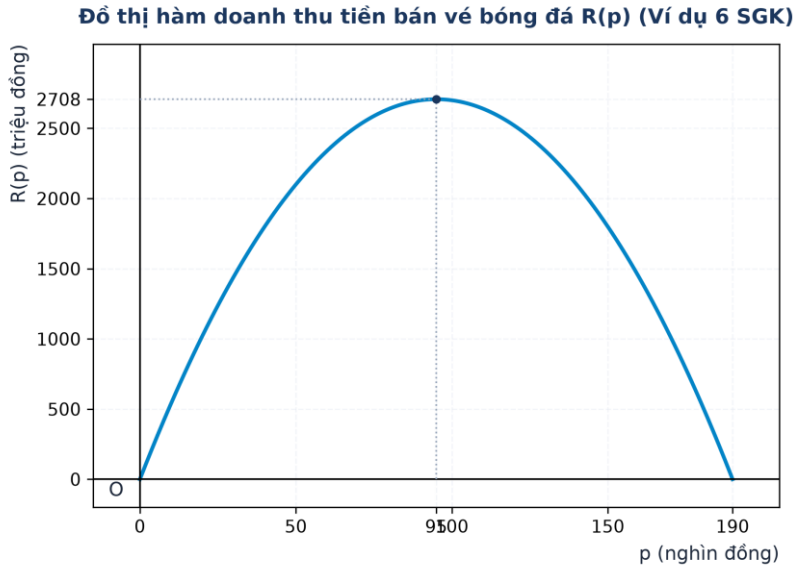
• Máng dẫn nước hình thang cân đáy a, cạnh bên a (Hình 9): Tiết diện lớn nhất khi góc nghiêng $\alpha = 60°$.

3. CÁC MÔ HÌNH KINH TẾ TỐI ƯU KINH ĐIỂN:

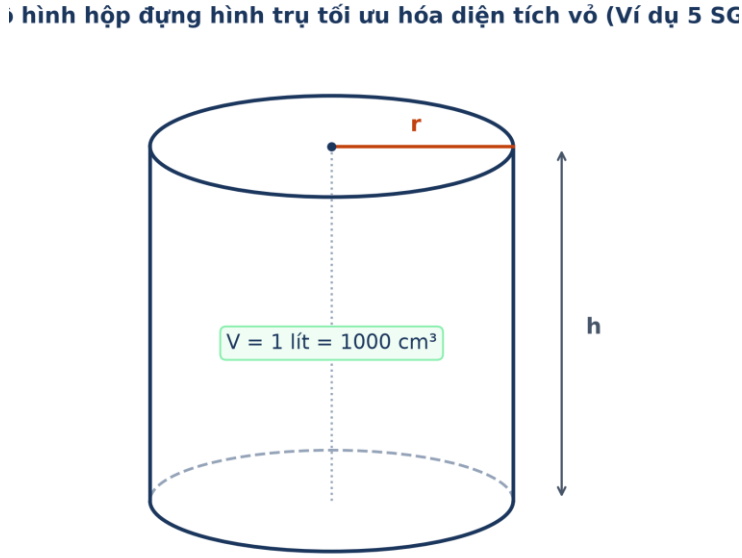
• Tối ưu doanh thu vé/căn hộ (Ví dụ 6 & Bài 1.28 SGK): Thiết lập hàm cầu bậc nhất $x = -ap + b$, từ đó hàm doanh thu $R(p) = -ap^2 + bp$ là parabol có đỉnh cực đại tại $p = \frac{b}{2a}$.

• Tối ưu lợi nhuận (Ví dụ 7 & Vận dụng tr. 40 SGK): $P(x) = R(x) - C(x)$. Điểm hòa vốn là nghiệm của $P(x) = 0$; mức sản xuất tối đa hóa lợi nhuận là nghiệm của $P'(x) = 0$.

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Đồ thị hàm doanh thu tiền bán vé bóng đá $R(p)$ (Ví dụ 6 SGK)



Hình 3: Hộp đựng hình trụ thể tích 1 lít tối ưu hóa diện tích vỏ (Ví dụ 5 SGK)

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA BÀI TOÁN TỐI ƯU THỰC TẾ (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh giải quyết thành thạo bài toán tối ưu hình học (lon nước, hộp tôn, máng nước), kinh tế (vé bóng đá, cho thuê căn hộ, máy xay sinh tố) và chuyển động vượt sông qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Giải bài tập trên vở ghi bài theo 4 nhóm chuyên đề.

c) Sản phẩm: Bảng trình bày bài giải của 4 nhóm và phiếu cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Giao nhiệm vụ 4 nhóm chuyên đề: Phân công 4 nhóm phụ trách 4 mảng tối ưu thực tế cốt lõi: • Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) + Dạng 3 Câu 13, 14. • Nhóm 2: Bài toán Chèo thuyền vượt sông của bác An (Dạng 2 Câu 11 + Hình 2).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhiệm vụ, thảo luận cách thiết lập hàm số và giải tích đồ thị.

thuvientoanhoc.com

• Nhóm 3: Bài toán Lợi nhuận máy xay sinh tố & Cắt tấm tôn (Dạng 2 Câu 9, 10 + Hình 4, Hình 6). • Nhóm 4: Bài toán Cho thuê chung cư & Máng nước (Dạng 2 Câu 12, Dạng 3 Câu 15, 16 + Hình 9). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, thảo luận và phản biện 8 phút.	
Bước 2: Hướng dẫn chuyên sâu: GV đến từng nhóm hướng dẫn thiết lập điều kiện thực tế ($x > 0, r > 0$), đạo hàm hàm căn thức $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ và giải phương trình vô tỉ trong bài toán vượt sông.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1: Giải nhanh 8 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 2: Giải phương trình $T'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x = 6\sqrt{x^2+9} \Rightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}} \approx$ 3.40 km. • Nhóm 3: Lập bảng biến thiên hàm bậc ba $P(x)$, tìm điểm hòa vốn và lợi nhuận 192 triệu đồng; tìm cạnh cắt góc tôn $x = 10$ cm. • Nhóm 4: Thiết lập hàm doanh thu căn hộ $R(x) = (100 - x)(8 + 0.1x)$ và tìm giá thuê 9 triệu.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Đại diện 4 nhóm lên bảng thuyết trình bài toán tối ưu được phân công.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện các nhóm trình bày, giải thích ý nghĩa thực tế của nghiệm tối ưu.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa đáp án, nhận xét phương pháp tư duy mô hình hóa của học sinh.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép đầy đủ lời giải vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Một hộp đựng hình trụ có thể tích không đổi $V = 1000$ cm^3. Để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất thì bán kính đáy r phải thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$. **B.** $r = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}}$.

C. $r = \sqrt{\frac{500}{\pi}}$. **D.** $r = \frac{500}{\pi}$.

Câu 2. Khi diện tích toàn phần của hộp hình trụ ở Câu 1 đạt giá trị nhỏ nhất, tỉ số giữa chiều cao h và bán kính đáy r của hình trụ bằng:

A. $\frac{h}{r} = 2$. **B.** $\frac{h}{r} = 1$. **C.** $\frac{h}{r} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{h}{r} = 4$.

Câu 3. Hàm doanh thu bán vé bóng đá là $R(p) = -300p^2 + 57000p$ (nghìn đồng), trong đó p là giá vé (nghìn đồng). Để doanh thu lớn nhất thì giá vé p cần đặt là:

A. 95 nghìn đồng. **B.** 100 nghìn đồng. **C.** 90 nghìn đồng. **D.** 85 nghìn đồng.

Câu 4. Mức doanh thu tiền bán vé lớn nhất mà ban tổ chức có thể thu được ở Câu 3 là:

A. 2707500 nghìn đồng. **B.** 2500000 nghìn đồng.

C. 2800000 nghìn đồng. **D.** 3000000 nghìn đồng.

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 80 cm × 50 cm, người ta cắt bỏ 4 hình vuông bằng nhau ở 4 góc rồi gập các mép lên để được một cái hộp không nắp (Hình 6). Cạnh của hình vuông cắt bỏ bằng bao nhiêu để thể tích hộp lớn nhất?

A. 10 cm. **B.** 12 cm. **C.** 8 cm. **D.** 15 cm.

Câu 6. Với bài toán cắt tôn ở Câu 5, thể tích lớn nhất của chiếc hộp tạo thành là:

A. 18000 cm^3. **B.** 16000 cm^3. **C.** 20000 cm^3. **D.** 14400 cm^3.

Câu 7. Một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê. Nếu giá thuê mỗi căn là 8 triệu đồng/tháng thì cho thuê hết. Cứ mỗi lần tăng giá thêm 100 nghìn đồng/tháng thì có thêm 1 căn bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê bao nhiêu triệu đồng mỗi căn để doanh thu lớn nhất?

A. 9.0 triệu đồng. **B.** 8.5 triệu đồng. **C.** 9.5 triệu đồng. **D.** 10.0 triệu đồng.

Câu 8. Một tấm tôn phẳng rộng 90 cm được uốn thành một máng dẫn nước có mặt cắt ngang là hình thang cân với đáy dưới 30 cm và hai cạnh bên nghiêng đều bằng 30 cm (Hình 9). Để diện tích mặt cắt ngang lớn nhất (lưu lượng nước chảy tối đa) thì góc nghiêng α bằng:

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 75°.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU VỀ CÁC BÀI TOÁN TỐI ƯU CỐT LÕI)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

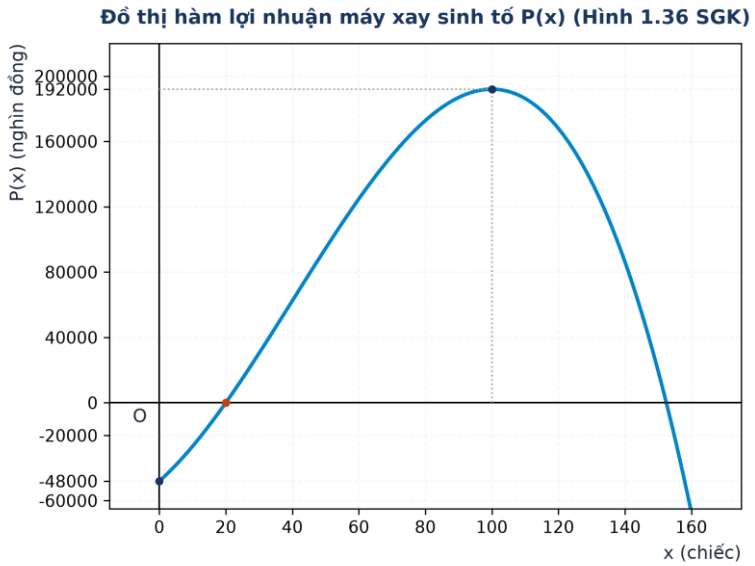
Câu 9. Lợi nhuận hàng tháng của một công ty sản xuất máy xay sinh tố là $P(x) = -0.3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$ (nghìn đồng), trong đó x là số chiếc máy sản xuất ($x \geq 0$) có đồ thị như Hình 4.

a) Nếu công ty chỉ sản xuất 10 chiếc máy xay sinh tố trong tháng thì công ty bị lỗ vốn.

b) Để đạt điểm hòa vốn (lợi nhuận bằng 0), hàng tháng công ty phải sản xuất ít nhất 20 chiếc máy.

c) Lợi nhuận của công ty đạt giá trị lớn nhất khi sản xuất đúng 100 chiếc máy xay sinh tố mỗi tháng.

d) Mức lợi nhuận lớn nhất mà công ty có thể thu được là 192 triệu đồng và nếu công ty sản xuất 200 chiếc thì vẫn có lãi.



Hình 4: Đồ thị hàm lợi nhuận máy xay sinh tố $P(x)$ phục vụ Câu 9 Tiết 2 (Hình 1.36 SGK)

Câu 10. Một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 80 cm × 50 cm được cắt 4 góc là các hình vuông cạnh x cm ($0 < x < 25$) rồi gập thành hộp chữ nhật không nắp như Hình 6.

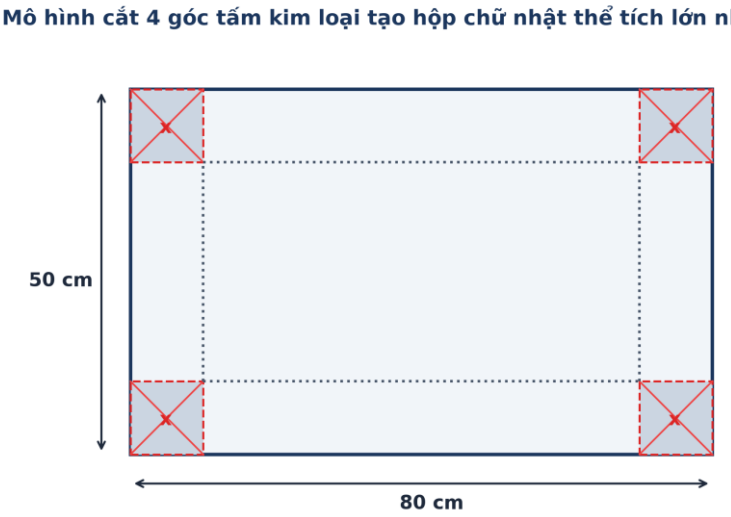
a) Thể tích của chiếc hộp được biểu diễn bởi hàm số $V(x) = 4(x^3 - 65x^2 + 1000x)$ với $x \in (0; 25)$.

b) Đạo hàm của hàm thể tích là $V'(x) = 4(3x^2 - 130x + 1000)$.

c) Phương trình $V'(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 25)$ là $x = 10$ cm.

d) Khi $x = 10$ cm, thể tích của chiếc hộp đạt giá trị lớn nhất bằng 18 lít (18000 cm^3).

thuvientoanhoc.com



Hình 6: Mô hình cắt 4 góc tấm kim loại tạo hộp chữ nhật phục vụ Câu 10 Tiết 2

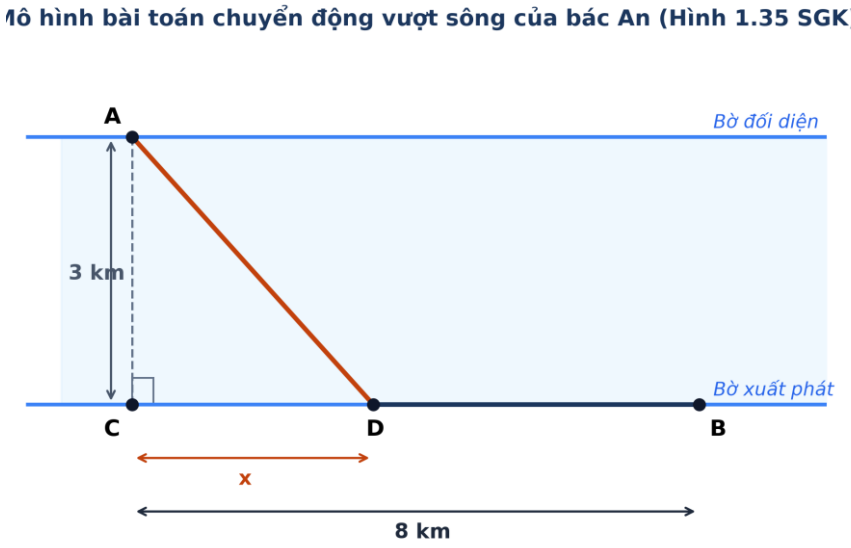
Câu 11. Bác An chèo thuyền từ điểm A trên bờ sông rộng 3 km để đến điểm B ở bờ bên kia cách hạ lưu 8 km. Bác chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn x km ($0 \le x \le 8$) rồi chạy bộ từ D đến B (Hình 2). Biết vận tốc chèo thuyền là 6 km/h và vận tốc chạy bộ là 8 km/h.

a) Quãng đường chèo thuyền là $AD = \sqrt{x^2+9}$ và quãng đường chạy bộ là $DB = 8 - x$.

b) Tổng thời gian bác An đi từ A đến B là $T(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$ (giờ).

c) Đạo hàm $T'(x) = 0$ khi và chỉ khi $8x = 6\sqrt{x^2+9} \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}} \approx 3.40$ km.

d) Thời gian ngắn nhất để bác An sang tới bờ B xấp xỉ bằng 1 giờ 20 phút (chính xác là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$ giờ).



Hình 2: Sơ đồ chèo thuyền vượt sông của bác An phục vụ Câu 11 Tiết 2 (Hình 1.35 SGK)

Câu 12. Cho thuê 100 căn hộ chung cư: Giá thuê 8 triệu đồng/tháng thì kín phòng; cứ tăng thêm 100 nghìn đồng (0.1 triệu) mỗi căn thì có thêm 1 căn hộ bị bỏ trống.

a) Nếu tăng giá thêm x trăm nghìn đồng (x là số căn bỏ trống, $0 \le x \le 100$) thì giá thuê mỗi căn là $8 + 0.1x$ triệu đồng.

b) Tổng doanh thu cho thuê hàng tháng là $R(x) = -0.1x^2 + 2x + 800$ (triệu đồng).

c) Doanh thu lớn nhất đạt được khi có đúng 10 căn hộ bị bỏ trống ($x = 10$).

d) Khi doanh thu đạt cực đại, mức giá cho thuê mỗi căn là 9 triệu đồng/tháng và tổng doanh thu là 810 triệu đồng/tháng.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

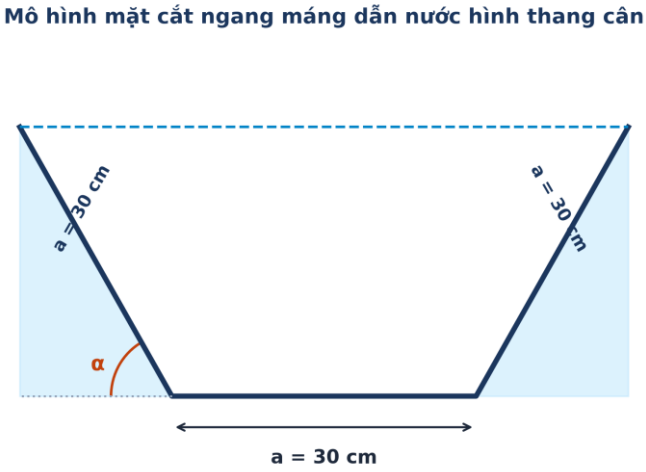
thuvientoanhoc.com

Câu 13. Một lon sữa hình trụ có thể tích $V = 500\pi$ cm^3. Bán kính đáy r (cm) bằng bao nhiêu để tiết kiệm nguyên liệu vỏ lon nhất (diện tích toàn phần nhỏ nhất)?

Câu 14. Hàm doanh thu bán vé bóng đá là $R(p) = -300p^2 + 57000p$ (nghìn đồng). Để đạt doanh thu cao nhất, giá vé phải đặt bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 15. Trong bài toán bác An chèo thuyền vượt sông (Hình 2), khoảng cách từ điểm đối diện C đến điểm cập bến tối ưu D là $x = \frac{9}{\sqrt{7}}$ km. Tính giá trị của x làm tròn đến 2 chữ số thập phân.

Câu 16. Một tấm tôn rộng 90 cm uốn thành máng nước hình thang cân như Hình 9 có diện tích mặt cắt ngang $S(\alpha) = 900\sin\alpha(1 + \cos\alpha)$ $(0° < \alpha < 90°)$. Để diện tích mặt cắt lớn nhất thì góc α bằng bao nhiêu độ?



Hình 9: Mô hình mặt cắt ngang máng dẫn nước hình thang phục vụ Câu 16 Tiết 2

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI GEOGEBRA & CASIO TABLE (7 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa cực trị động và mô hình 3D trên GeoGebra Classic; thực hành Casio quét bảng Table (Menu 8) tìm GTLN/GTNN của hàm thời gian vượt sông $T(x)$ và thể tích hộp $V(x)$ trong 20 giây.

b) Nội dung: Quan sát tệp GeoGebra trình chiếu và bấm máy tính kiểm tra giá trị tối ưu.

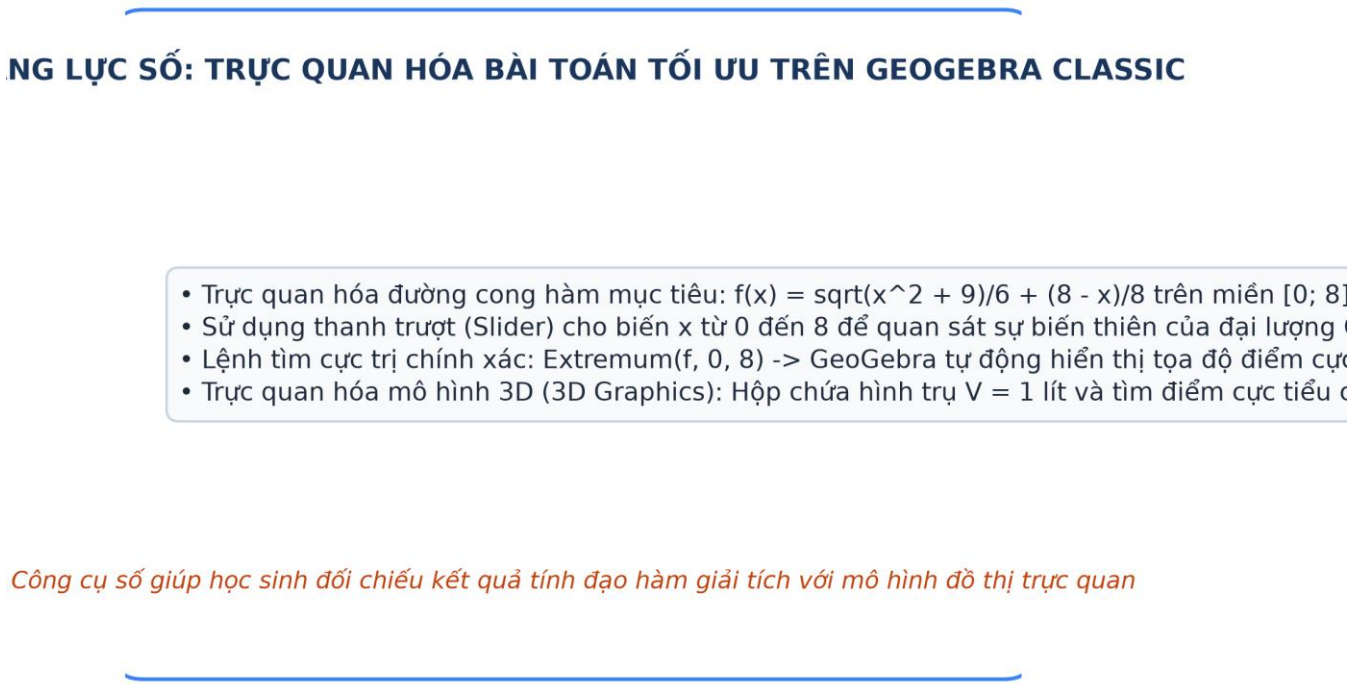
c) Sản phẩm: Bảng giá trị Table trên máy tính và trực quan hóa điểm rơi cực trị trên GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Chiếu giao diện GeoGebra Classic (Hình 11) mô phỏng bài toán vượt sông: Kéo thanh trượt điểm D chạy từ 0 đến 8 km, quan sát đồ thị $T(x)$ hiển thị điểm cực tiểu tại $x \approx 3.40$ km với $T_{min} \approx 1.33$ giờ. 2. Hướng dẫn kỹ thuật bấm máy Casio fx-580VNX/880BTG và Vinacal: + Bấm MENU 8 (Table), nhập $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$. + Start: 0, End: 8, Step: 0.5 (hoặc 0.25). + Dò cột $f(x)$ tìm giá trị nhỏ nhất trong vài giây. + Quét mã QR ClassWiz trên fx-880BTG để mở đồ thị trên điện thoại.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát màn hình GeoGebra và cầm máy tính sẵn sàng thao tác.
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Cho học sinh thực hành trực tiếp với hàm thể tích hộp $V(x) = 4(x^3 - 65x^2 + 1000x)$ trên đoạn $[0; 25]$ với Step = 1.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Thực hành bấm Menu 8 trên máy tính Casio/Vinacal, tìm đúng $x =$

thuvientoanhoc.com

	3.5, $T \approx 1.33$ và với bài cắt tôn tìm đúng $x = 10, V = 18000$. • Quan sát điểm cực tiểu trên GeoGebra biến thiên trơn tru theo thanh trượt.
Bước 3: Đánh giá thao tác: Yêu cầu 1 HS chiếu kết quả máy tính lên máy chiếu và đọc giá trị $x = 10, V_{max} = 18000$.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS giải thích: Giá trị cực trị tìm bằng Table hoàn toàn khớp với nghiệm của đạo hàm $T'(x) = 0$.
Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Khẳng định: Table Menu 8 là công cụ đắc lực giải quyết nhanh gọn mọi bài toán tối ưu thực tế thi trắc nghiệm.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi nhớ kỹ thuật chọn Step hợp lý ($Step = (End - Start)/29$ trên fx-580VNX hoặc $(End - Start)/44$ trên fx-880BTG).



Hình 11: Năng lực số - Trực quan hóa bài toán tối ưu trên phần mềm GeoGebra Classic

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT QUY TRÌNH & 4 BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN (3 phút)

a) Mục tiêu: Khắc sâu quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT.

b) Nội dung: Quan sát Hình 12 và ghi nhận vào sổ tay ôn thi; nhận link bài tập về nhà trên Azota / onluyen.vn.

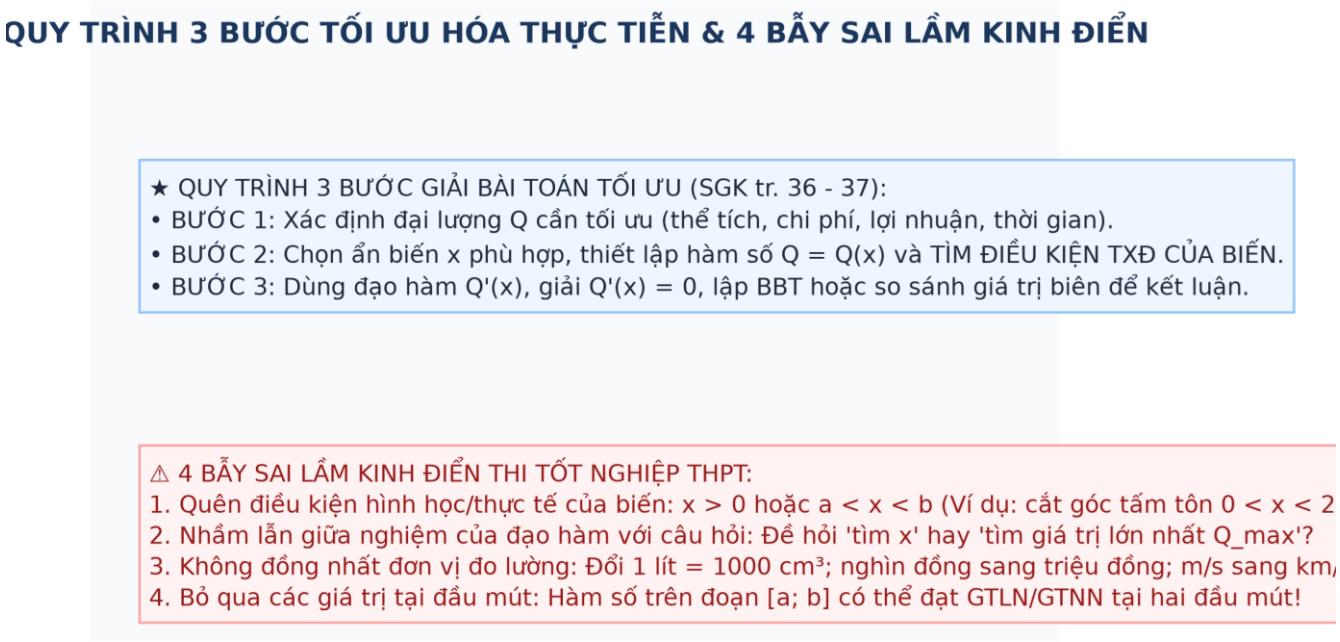
c) Sản phẩm: 4 bẫy sai lầm ghi vào vở; làm bài kiểm tra tổng kết trực tuyến.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chốt kiến thức tổng ôn: Chiếu Hình 12 (Sơ đồ 3 bước tối ưu hóa thực tiễn và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT). Nhắc nhở:	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 12, ghi chép 4 bẫy vào

thuvientoanhoc.com

1. Bẫy 1: Quên điều kiện thực tế của biến ($x > 0$ hoặc $0 < x < b/2$). 2. Bẫy 2: Nhầm lẫn giữa 'tìm giá trị biến x' với 'tìm giá trị tối ưu Q_{max}, Q_{min}'. 3. Bẫy 3: Không đồng nhất đơn vị đo lường (1 lít = 1000 cm³; triệu đồng và nghìn đồng; m/s và km/h). 4. Bẫy 4: Bỏ qua giá trị tại 2 đầu mút khi hàm số đạt GTLN/GTNN tại biên. • Giao Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 trên **onluyen.vn / Azota**.	sổ tay ôn thi tốt nghiệp.
Bước 2: Kết thúc chuyên đề: Nhận xét, đánh giá toàn bộ quá trình ôn tập 2 tiết của học sinh.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Lưu đường link bài tập online trên Azota/onluyen.vn, chuẩn bị làm bài đánh giá năng lực tại nhà.



Hình 12: Quy trình 3 bước tối ưu hóa thực tiễn và 4 bẫy sai lầm kinh điển cần tránh

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ NHIỆM VỤ VỀ NHÀ

• 1. **Nhiệm vụ cá nhân:**
• Ôn tập toàn diện quy trình 3 bước giải bài toán tối ưu hóa và ý nghĩa của tốc độ thay đổi tức thời, chi phí biên, doanh thu biên.
• Hoàn thành đầy đủ vở ghi bài và số 2.
• Giải trọn vẹn Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 (Phần V) trong thời gian 50 phút.
• Đăng nhập nền tảng **onluyen.vn / Azota** của lớp để làm bài kiểm tra trắc nghiệm online có tính giờ tự động.

• 2. **Nhiệm vụ nhóm (Dự án thực tế):**
• Nhóm 1 & 2: Dùng GeoGebra dựng mô hình 3D lon nước ngọt hình trụ và hộp sữa chữ nhật, so sánh diện tích vỏ hộp của hai dạng bao bì cùng thể tích 330 ml. Chuẩn bị bài thuyết trình 3 phút về 'Hình học tối ưu trong thiết kế công nghiệp'.
• Nhóm 3 & 4: Khảo sát thực tế tại một cửa hàng trà sữa hoặc tiệm bánh gần trường: Thu thập số liệu về giá bán, số lượng ly bán ra mỗi ngày khi áp dụng khuyến mãi giảm giá, thiết lập hàm doanh thu parabol $R(p)$ và đề xuất mức giá bán tối ưu doanh thu.

thuvientoanhoc.com

V. BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

THÔNG TIN ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12

- Thời gian làm bài: 50 phút (không kể thời gian phát đề).
- Cấu trúc: 3 Phần chuẩn ma trận đề minh họa tốt nghiệp THPT 2025 của Bộ GD&ĐT:
  + Phần I: 10 câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn (2.5 điểm)
  + Phần II: 4 câu trắc nghiệm Đúng/Sai gồm 16 ý a, b, c, d (4.0 điểm)
  + Phần III: 6 câu trắc nghiệm Trả lời ngắn (3.0 điểm - tập trung giải quyết vấn đề thực tiễn)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Một vật chuyển động thẳng có phương trình quãng đường $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 5$ (mét), $t \geq 0$ (giây). Vận tốc của vật bằng 0 tại những thời điểm nào?

A. $t = 1$ s và $t = 3$ s. **B.** $t = 2$ s và $t = 4$ s.

C. $t = 3$ s và $t = 5$ s. **D.** $t = 0$ s và $t = 2$ s.

Câu 2. Một đoàn tàu đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái tàu hãm phanh. Sau khi hãm phanh, đoàn tàu chuyển động chậm dần đều với phương trình quãng đường $s(t) = 20t - 0.5t^2$ (mét). Sau bao lâu kể từ lúc hãm phanh thì đoàn tàu dừng hẳn?

A. 20 s. **B.** 10 s. **C.** 40 s. **D.** 30 s.

Câu 3. Chi phí biên để sản xuất x đơn vị sản phẩm được cho bởi hàm số $C'(x) = 200 - 0.4x$ (nghìn đồng/sản phẩm). Chi phí biên tại mức sản xuất 100 sản phẩm là:

A. 160 nghìn đồng. **B.** 200 nghìn đồng. **C.** 180 nghìn đồng. **D.** 140 nghìn đồng.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 4t$ (mét). Vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm nào?

A. $t = 3$ s. **B.** $t = 6$ s. **C.** $t = 2$ s. **D.** $t = 4.5$ s.

Câu 5. Một người nông dân có 100 m hàng rào muốn rào một khu vườn hình chữ nhật tiếp giáp với bờ sông thẳng (không cần rào phía bờ sông). Diện tích lớn nhất của khu vườn rào được là:

A. 1250 m^2. **B.** 2500 m^2. **C.** 625 m^2. **D.** 1000 m^2.

Câu 6. Một lon nước ngọt hình trụ có thể tích $V = 330$ ml $= 330$ cm^3. Để tiết kiệm vật liệu làm vỏ lon nhất thì tỉ số giữa chiều cao h và bán kính đáy r là:

A. $\frac{h}{r} = 2$. **B.** $\frac{h}{r} = 1$. **C.** $\frac{h}{r} = 3$. **D.** $\frac{h}{r} = 0.5$.

Câu 7. Doanh thu tiền bán vé bóng đá là $R(p) = -200p^2 + 40000p$ (nghìn đồng) với p là giá vé (nghìn đồng). Giá vé tối ưu để doanh thu đạt cực đại là:

A. 100 nghìn đồng. **B.** 200 nghìn đồng. **C.** 150 nghìn đồng. **D.** 80 nghìn đồng.

Câu 8. Cho hàm chi phí xử lý ô nhiễm $C(x) = \frac{500x}{100-x}$ (triệu đồng) với $0 \leq x < 100$. Chi phí tăng vọt khi mức lọc chất ô nhiễm x tiến dần về:

A. 100%. **B.** 50%. **C.** 0%. **D.** 500%.

Câu 9. Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 600 m^2. Người ta muốn xây tường rào bao quanh mảnh đất. Chiều dài các cạnh của mảnh đất bằng bao nhiêu để chiều dài tường rào là ngắn nhất?

A. Chiều dài bằng chiều rộng bằng $10\sqrt{6}$ m (hình vuông). **B.** 20 m và 30 m.

C. 15 m và 40 m. **D.** 10 m và 60 m.

Câu 10. Một công ty sản xuất bóng đèn nhận thấy rằng nếu bán giá p (nghìn đồng) thì nhu cầu khách hàng là $x(p) = 1200 - 10p$ chiếc. Hàm doanh thu của công ty đạt giá trị cực đại khi giá bán bằng:

thuvientoanhoc.com

A. 60 nghìn đồng. **B.** 120 nghìn đồng. **C.** 50 nghìn đồng. **D.** 70 nghìn đồng.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 1. Một vật được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m so với mặt đất với vận tốc đầu 24.5 m/s, phương trình độ cao là $h(t) = 2 + 24.5t - 4.9t^2$ (mét), $t \geq 0$ (giây).
a) Vận tốc tức thời của vật là $v(t) = 24.5 - 9.8t$ (m/s).
b) Vận tốc của vật sau 1 giây là 14.7 m/s.
c) Vật đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 2.5$ giây và độ cao lớn nhất là 32.625 m.
d) Gia tốc tức thời của vật là gia tốc trọng trường không đổi $a(t) = -9.8\ \text{m/s}^2$.

Câu 2. Cho hàm chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm: $C(x) = 50000 + 400x - 3x^2 + 0.05x^3$ (nghìn đồng).
a) Chi phí cố định khi chưa sản xuất ($x = 0$) là 50 triệu đồng.
b) Chi phí biên tại mức sản xuất $x = 100$ là $C'(100) = 700$ nghìn đồng.
c) Chi phí biên $C'(100)$ luôn lớn hơn chi phí thực tế $C(101) - C(100)$ để sản xuất đơn vị thứ 101.
d) Hàm chi phí biên $C'(x)$ luôn dương với mọi $x \geq 0$.

Câu 3. Từ một tấm tôn hình vuông cạnh 60 cm, người ta cắt 4 góc là các hình vuông nhỏ cạnh x cm ($0 < x < 30$) rồi gấp các mép lại thành một chiếc hộp không nắp.
a) Thể tích của chiếc hộp là $V(x) = x(60 - 2x)^2 = 4x(30 - x)^2$ $(extcm^3)$.
b) Đạo hàm của hàm thể tích là $V'(x) = 4(30 - x)(30 - 3x)$.
c) Thể tích của chiếc hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 10$ cm.
d) Thể tích lớn nhất của chiếc hộp là 16000 cm^3 (tương đương 16 lít).

Câu 4. Một cửa hàng điện máy bán trung bình 1000 chiếc tivi mỗi tuần với giá 14 triệu đồng/chiếc. Cứ mỗi lần giảm giá 500 nghìn đồng (0.5 triệu), số lượng tivi bán ra tăng thêm 100 chiếc. Chi phí nhập mỗi chiếc tivi là 9 triệu đồng.
a) Nếu giảm giá x lần ($x \geq 0$, đơn vị lần giảm 0.5 triệu), giá bán mỗi chiếc là $14 - 0.5x$ triệu đồng và số tivi bán được là $1000 + 100x$ chiếc.
b) Lợi nhuận thu được trên mỗi chiếc tivi là $5 - 0.5x$ triệu đồng.
c) Tổng lợi nhuận mỗi tuần được biểu diễn bởi hàm số $P(x) = (1000 + 100x)(5 - 0.5x) = -50x^2 + 5000$ (triệu đồng).
d) Cửa hàng không nên giảm giá bán vì việc giảm giá làm lợi nhuận giảm.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.0 ĐIỂM)

Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 1: Một vật chuyển động thẳng có phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + 15t$. Tính vận tốc lớn nhất mà vật có thể đạt được (đơn vị: m/s).

Câu 2: Một bể chứa nước hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, thể tích $V = 108\ \text{m}^3$, không có nắp đậy. Tìm cạnh đáy (mét) của bể để diện tích xây dựng toàn phần (đáy và 4 mặt bên) là nhỏ nhất.

Câu 3: Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 120 m. Tính diện tích lớn nhất của mảnh đất đó (đơn vị: m^2).

Câu 4. Giá vé vào sân bóng là p (nghìn đồng), số lượng khán giả là $x(p) = -300p + 57000$. Khi giá vé $p = 95$ nghìn đồng, số lượng khán giả vào sân bằng bao nhiêu nghìn người?

Câu 5. Cho thuê 100 căn hộ chung cư giá 8 triệu đồng/tháng thì kín phòng; tăng 100 nghìn đồng/tháng thì trống 1 căn. Để doanh thu lớn nhất là 810 triệu đồng thì có bao nhiêu căn hộ được thuê?

Câu 6. Bác An chèo thuyền vượt sông với vận tốc chèo 6 km/h, vận tốc chạy bộ 8 km/h (Hình 2). Biết thời gian ngắn nhất để sang bờ bên kia là $T_{min} = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$ giờ. Tính thời gian này đổi ra phút (làm tròn đến số nguyên gần nhất).

thuvientoanhoc.com

VI. BẢNG ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN

1. Bảng đáp án Bộ đề rèn luyện

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Phần II: Bảng đáp án Phần II (Đúng / Sai):

Câu hỏi	Ý a)	Ý b)	Ý c)	Ý d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng

Phần III: Bảng đáp án Phần III (Trả lời ngắn):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
27	6	900	28.5	90	80

2. Hướng dẫn giải chi tiết và phân tích sai lầm kinh điển

• Chi tiết Phần I (10 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn):

• **Câu 1:** $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow 3(t-1)(t-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 3$. Chọn **A**.

• **Câu 2:** Tàu dừng khi $v(t) = s'(t) = 20 - t = 0 \Leftrightarrow t = 20$ giây. Chọn **A**.

• **Câu 3:** $C'(100) = 200 - 0.4(100) = 160$ nghìn đồng. Chọn **A**.

• **Câu 4:** $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 4$. Parabol đạt cực đại tại đỉnh $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{18}{2(-3)} = 3$ giây. Chọn **A**.

• **Câu 5:** Gọi chiều rộng vuông góc bờ sông là x $(0 < x < 50)$, chiều dài song song bờ sông là $100 - 2x$. Diện tích $S(x) = x(100 - 2x) = -2x^2 + 100x$. Đạt cực đại tại $x = 25$ m $\Rightarrow S_{max} = 25(50) = 1250$ m^2. Chọn **A**.

• **Câu 6:** Với lon hình trụ thể tích V không đổi, diện tích toàn phần nhỏ nhất khi và chỉ khi $h = 2r \Leftrightarrow \frac{h}{r} = 2$. Chọn **A**.

• **Câu 7:** $R(p) = -200p^2 + 40000p$ đạt cực đại tại đỉnh $p = -\frac{40000}{2(-200)} = 100$ nghìn đồng. Chọn **A**.

• **Câu 8:** $lim_{x \to 100^-} \frac{500x}{100-x} = +\infty$. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 100$. Chọn **A**.

• **Câu 9:** $xy = 600$. Chu vi $P = 2(x + y) = 2(x + \frac{600}{x}) \geq 2 \cdot 2\sqrt{600} = 40\sqrt{6}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = \sqrt{600} = 10\sqrt{6}$ m. Chọn **A**.

• **Câu 10:** Doanh thu $R(p) = p \cdot x(p) = p(1200 - 10p) = -10p^2 + 1200p$. Đạt cực đại tại đỉnh $p = 60$ nghìn đồng. Chọn **A**.

• Chi tiết Phần II (4 câu trắc nghiệm Đúng/Sai):

• **Câu 1:** $h(t) = 2 + 24.5t - 4.9t^2$.
a) ĐÚNG: $v(t) = h'(t) = 24.5 - 9.8t$.
b) ĐÚNG: $v(1) = 24.5 - 9.8 = 14.7$ m/s.
c) ĐÚNG: $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.5$ s $\Rightarrow h(2.5) = 2 + 24.5(2.5) - 4.9(2.5)^2 = 32.625$ m.
d) ĐÚNG: $a(t) = v'(t) = -9.8$ m/s^2 không đổi.

• **Câu 2:** $C(x) = 50000 + 400x - 3x^2 + 0.05x^3$.
a) ĐÚNG: $C(0) = 50000$ nghìn đồng $= 50$ triệu đồng.

thuvientoanhoc.com

b) ĐÚNG: $C'(x) = 400 - 6x + 0.15x^2 \Rightarrow C'(100) = 400 - 600 + 1500 = 1300$ nghìn đồng.
c) SAI: Chi phí thực tế $C(101) - C(100) = 1312.05 > C'(100) = 1300$ nghìn đồng. Chi phí biên nhỏ hơn chi phí thực tế một lượng nhỏ.
d) ĐÚNG: $\Delta' = (-3)^2 - 400(0.15) = 9 - 60 = -51 < 0 \Rightarrow C'(x) > 0, \forall x$.

• **Câu 3:** Tấm tôn vuông cạnh 60 cm.
a) ĐÚNG: Đáy là hình vuông cạnh $60 - 2x$, chiều cao $x \Rightarrow V(x) = x(60 - 2x)^2 = 4x(30 - x)^2$.
b) ĐÚNG: $V'(x) = 4(30 - x)^2 - 8x(30 - x) = 4(30 - x)(30 - 3x)$.
c) ĐÚNG: Nghiệm trên $(0; 30)$ là $30 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 10$ cm.
d) ĐÚNG: $V(10) = 10(60 - 20)^2 = 10 \times 1600 = 16000$ cm^3 $= 16$ lít.

• **Câu 4:** Bán tivi Vận dụng SGK tr. 40.
a) ĐÚNG: Giá bán $14 - 0.5x$ triệu, số lượng $1000 + 100x$.
b) ĐÚNG: Lợi nhuận mỗi chiếc: $(14 - 0.5x) - 9 = 5 - 0.5x$ triệu.
c) ĐÚNG: $P(x) = (1000 + 100x)(5 - 0.5x) = 5000 - 500x + 500x - 50x^2 = -50x^2 + 5000$.
d) ĐÚNG: Hàm $P(x) = -50x^2 + 5000$ đạt cực đại tại $x = 0$ (tức là không giảm giá, giữ nguyên giá 14 triệu) thu được 5000 triệu = 5 tỷ đồng. Nếu giảm giá ($x > 0$) thì lợi nhuận giảm vì số lượng tăng thêm không bù đắp được sự giảm giá.

• Chi tiết Phần III (6 câu trắc nghiệm Trả lời ngắn):

• **Câu 1:** $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t + 15 = -3(t - 2)^2 + 27 \le 27$. Vận tốc lớn nhất bằng **27** m/s.

• **Câu 2:** Gọi cạnh đáy là x, chiều cao là h. Thể tích $x^2h = 108 \Rightarrow h = \frac{108}{x^2}$. Diện tích toàn phần không nắp: $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{432}{x}$. $S'(x) = 2x - \frac{432}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = 432 \Leftrightarrow x^3 = 216 \Leftrightarrow x = 6$ m. Điền: **6**.

• **Câu 3:** $2(x + y) = 120 \Rightarrow x + y = 60$. Diện tích $S = x(60 - x) \le 30^2 = 900$ m^2. Điền: **900**.

• **Câu 4:** Với $p = 95$, số khán giả là $x(95) = -300(95) + 57000 = -28500 + 57000 = 28500$ người = 28.5 nghìn người. Điền: **28.5**.

• **Câu 5:** Doanh thu đạt lớn nhất khi $x = 10$ căn hộ bị bỏ trống, số căn hộ được thuê là $100 - 10 = 90$ căn. Điền: **90**.

• **Câu 6:** $T_{min} = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1 + 0.3307 = 1.3307$ giờ. Đổi ra phút: $1.3307 \times 60 = 79.84 \approx 80$ phút. Điền: **80**.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Nhầm lẫn giữa Độ dịch chuyển $s(t)$, Vận tốc $v(t)$ và Gia tốc $a(t)$	Đề bài yêu cầu tìm thời điểm vận tốc triệt tiêu hoặc gia tốc lớn nhất, học sinh lại đi giải phương trình quãng đường $s(t) = 0$.	Bản chất vật lý của đạo hàm: Vận tốc tức thời $v(t) = s'(t)$; Gia tốc tức thời $a(t) = v'(t) = s''(t)$. Đọc kỹ câu hỏi để xác định chính xác đạo hàm cấp mấy của hàm số.
Nhầm lẫn giữa Chi phí biên $C'(x)$ và Chi phí trung bình $\overline{C}(x)$	Nhầm hàm chi phí biên $C'(x)$ với chi phí trung bình $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$. Khi tìm mức sản xuất để chi phí trung bình nhỏ nhất lại đi giải $C'(x) = 0$.	Chi phí biên $C'(x)$ là chi phí sản xuất thêm 1 đơn vị. Chi phí trung bình $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ đạt cực tiểu tại nghiệm của phương trình $C'(x) = \overline{C}(x)$ (chi phí biên bằng chi phí trung bình).
Sai sót về biểu thức thời gian $t = \frac{s}{v}$ và đơn vị đo trong bài toán tối	Tính thời gian bằng quãng đường nhân vận tốc thay vì chia cho vận tốc ($t = \frac{s}{v}$), hoặc không đồng nhất	Công thức chuẩn: Thời gian = Quãng đường / Vận tốc: $t(x) = \frac{s_1(x)}{v_1} + \frac{s_2(x)}{v_2}$. Luôn kiểm tra tính

thuvientoanhoc.com

ưu	đơn vị giữa km/h và m/s, phút và giờ.	tương thích và quy đổi về cùng một hệ đơn vị đo trước khi tính toán.
Bỏ qua tính nguyên của nghiệm ($x \in \mathbb{N}^*$) trong bài toán thực tế	Số lượng sản phẩm, số phòng khách sạn, số xe là số nguyên $x \in \mathbb{N}^*$. Khi đạo hàm ra $x = 14.6$, học sinh kết luận số lẻ hoặc làm tròn cơ học mà không so sánh giá trị mục tiêu.	Khi biến $x \in \mathbb{N}^*$, sau khi tìm điểm cực trị $x \approx 14.6$, phải tính và so sánh trực tiếp $f(14)$ và $f(15)$ trên hàm mục tiêu để chọn phương án tối ưu thực sự.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 21 - 22)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC (CHUẨN GDPT 2018)

1. Về kiến thức

Học sinh củng cố, hệ thống hóa và vận dụng thành thạo các kiến thức trọng tâm sau:

• Nắm vững biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ trong không gian $Oxyz$:

+ Phép cộng, phép trừ và phép nhân một số với vectơ: Cho $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$, ta có $\vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$ và $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$ $(k \in \mathbb{R})$.

+ Vectơ đối của $\vec{a}$ là $-\vec{a} = (-x; -y; -z)$. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: x = kx', y = ky', z = kz'$.

+ Tọa độ vectơ nối hai điểm: $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

+ Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB: $M(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2})$.

+ Tọa độ trọng tâm tam giác ABC: $G(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3})$.

• Nắm vững biểu thức tọa độ của tích vô hướng và các ứng dụng hình học:

+ Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'$.

+ Điều kiện vuông góc: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$.

+ Độ dài vectơ: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; Khoảng cách hai điểm: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

+ Cosin của góc giữa hai vectơ khác $\vec{0}$: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{xx'+yy'+zz'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$.

• Nắm vững các bài toán mô hình hóa thực tế trong SGK Kết nối tri thức:

+ Mô hình căn nhà gỗ lăng trụ tam giác $OAB.O'A'B'$ (Hình 2.47a,b tr. 67, 71).

+ Mô hình chuyển động thẳng đều của máy bay ra đa phát hiện (Ví dụ 5 tr. 70).

+ Mô hình vị trí hai khinh khí cầu theo hướng địa lý Nam - Đông - Độ cao (Hình 2.50 tr. 71).

+ Mô hình hình chóp chữ nhật gắn trục tọa độ tính góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau (Hình 2.48 tr. 69).

+ Mô hình phòng học treo đèn và giàn khoan ra đa biển (Hình 2.51, 2.52 tr. 72).

thuvientoanhoc.com

2. Về năng lực

a) Năng lực toán học cốt lõi:

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Khái quát hóa các phép toán hình học cổ điển (chứng minh vuông góc, thẳng hàng, đồng phẳng, tính góc và khoảng cách) sang ngôn ngữ tọa độ giải tích đại số.

• Năng lực mô hình hóa toán học: Thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ chuẩn cho các vật thể kiến trúc, phương tiện chuyển động trong không gian thực (máy bay, khinh khí cầu, phòng học, căn nhà gỗ, giàn khoan biển).

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Biến đổi nhanh biểu thức tọa độ, tính toán góc và khoảng cách, tránh 4 bẫy sai lầm kinh điển trong đề thi.

b) Năng lực số (Digital Competence):

• Khai thác máy tính cầm tay (Casio fx-580VNX/880BTG, Vinacal 680EX): Dùng `MENU 5` (Vector) nhập tọa độ các vectơ, thực hiện phép toán tuyến tính, tính tích vô hướng (Dot Product), tính góc (Angle), tính độ dài (Abs) trong 10 giây.

• Khai thác phần mềm GeoGebra 3D Graphics: Dựng điểm, dựng vectơ trong không gian 3 chiều, trực quan hóa góc giữa hai đường thẳng và khoảng cách giữa hai khinh khí cầu.

• Khai thác tài liệu số và học liệu trực quan: Khai thác tài liệu số, mô hình GeoGebra 3D tương tác và hệ thống bài tập tự luyện chuẩn hóa định hướng thi tốt nghiệp THPT.

3. Về phẩm chất

• Cẩn thận, chính xác trong việc tính toán cộng trừ tọa độ, tránh nhầm lẫn dấu âm.

• Trách nhiệm và chủ động hợp tác nhóm trong giải quyết các bài toán thực tiễn.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên chuẩn bị:

• Kế hoạch bài dạy chi tiết (Word .docx chuẩn Equation 5512), hệ thống slide tương tác.

• Bộ 10 hình vẽ toán học không gian chất lượng cao chỉ thể hiện đề bài thuần túy, tuyệt đối không có đáp án.

• Tệp GeoGebra 3D (.ggb) mô phỏng mô hình căn nhà gỗ và vị trí hai khinh khí cầu trong không gian.

• vở ghi bài và số 2 in sẵn phát cho từng học sinh.

• Hệ thống vở ghi bài (vở ghi bài và số 2) và sơ đồ tư duy tóm tắt hệ thống biểu thức tọa độ vectơ.

2. Học sinh chuẩn bị:

• Sách giáo khoa Toán 12 Tập 1 (Bài 8, tr. 67–72), vở ghi chuyên đề ôn thi tốt nghiệp.

• Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX, fx-880BTG hoặc Vinacal 680EX.

• Dụng cụ học tập, thước kẻ, compa, máy tính cầm tay, sách giáo khoa và vở ghi chuyên đề ôn tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Biểu thức toạ độ của phép cộng, trừ vectơ, nhân vectơ với một số và toạ độ điểm trong không gian.

- Tiết 2: Biểu thức toạ độ của tích vô hướng, góc giữa hai vectơ, khoảng cách và tích có hướng trong không gian.

thuvientoanhoc.com

TIẾT 1: BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ PHÉP CỘNG, TRỪ VECTƠ, NHÂN MỘT SỐ VỚI VECTƠ & TOẠ ĐỘ ĐIỂM

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Các phép toán tuyến tính $\vec{a} \pm \vec{b}$, $k\vec{a}$, điều kiện cùng phương, toạ độ vectơ $\vec{AB}$, toạ độ trung điểm, trọng tâm và mô hình thực tế chuyển động thẳng đều của máy bay, điểm treo đèn phòng học.

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện quy tắc cộng trừ tọa độ vectơ, nhân một số với vectơ, công thức tọa độ vectơ nối 2 điểm, tọa độ trung điểm, trọng tâm tam giác; nhận diện mô hình máy bay và phòng học.

b) Nội dung: Quan sát Hình 2 (Đường bay máy bay từ $A(800;500;7)$ đến $B(940;550;8)$) và Hình 5 (Phòng học treo đèn 8 m × 6 m × 3 m); tham gia Thử thách trực quan ghép nối theo kỹ thuật Think – Pair – Share và trả lời câu hỏi phát vấn của GV.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt các phép toán tuyến tính và tọa độ điểm ghi vào vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. Trình chiếu Thử thách trực quan 'Khám phá tọa độ chuyển động và kiến trúc không gian' qua 2 hình ảnh thực tế SGK KNTT: • Hình 2: Máy bay bay thẳng đều từ điểm $A(800;500;7)$ đến $B(940;550;8)$ sau 10 phút. GV phát vấn: 'Tìm toạ độ vectơ độ dời $\vec{AB}$? Nếu máy bay tiếp tục bay thêm 5 phút nữa cùng vận tốc và hướng đó thì toạ độ điểm đến C liên hệ với $\vec{AB}$ như thế nào?' • Hình 5: Mô hình phòng học kích thước 8 m × 6 m × 3 m. Đặt câu hỏi: 'Xác định toạ độ đỉnh đối diện của phòng học và toạ độ điểm treo đèn M ở chính giữa trần nhà?' 2. Giao câu hỏi ghép nối nhanh (Think – Pair – Share – 3 phút): (A) Tọa độ vectơ $\vec{AB}$ ↔ Lấy tọa độ điểm cuối trừ tọa độ điểm đầu: $(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$. (B) Tọa độ trung điểm M của AB ↔ Trung bình cộng tọa độ hai điểm A, B. (C) Hai vectơ cùng phương $\vec{a} = k\vec{b}$ ↔ Chuyển động cùng phương trong không gian.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lắng nghe chỉ dẫn, quan sát Hình 2 và Hình 5 trên màn chiếu; tiếp nhận câu hỏi ghép nối và nhiệm vụ phân tích tọa độ.
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: Quan sát HS thảo luận cặp đôi, nhắc lại: Toạ độ vectơ $\vec{AB}$ lấy toạ độ điểm cuối trừ toạ độ điểm đầu; chuyển động thẳng đều nghĩa là các vectơ vận tốc cùng phương, cùng hướng.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc cá nhân (1 phút) rồi thảo luận cặp đôi (2 phút): Nhớ lại quy tắc cộng trừ tọa độ, công thức điểm cuối trừ điểm đầu, trung điểm.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Mời đại diện 2 cặp học sinh trả lời các câu hỏi; yêu cầu lớp nhận xét chéo.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • Từ Hình 2: $\vec{AB} = (940 -$

thuvientoanhoc.com

	$800; 550-500; 8-7) =$ $(140; 50; 1)$. Bay tiếp 5 phút thì $\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{AB} = (70; 25; 0.5) \Rightarrow$ $C(1010; 575; 8.5)$. • Từ Hình 5: Đỉnh đối diện là $(8; 6; 3)$; Điểm treo đèn M ở giữa trần nhà có toạ độ là $M(4; 3; 3)$. Các nhóm khác nhận xét, bổ sung và hoàn thiện câu trả lời.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 1, chuẩn hóa các công thức tọa độ điểm và dẫn dắt vào bài luyện tập.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện khung kiến thức các phép toán vectơ vào vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1 (SGK TRANG 67 - 69)

1. Biểu thức tọa độ của phép cộng, trừ vectơ và nhân một số với vectơ:

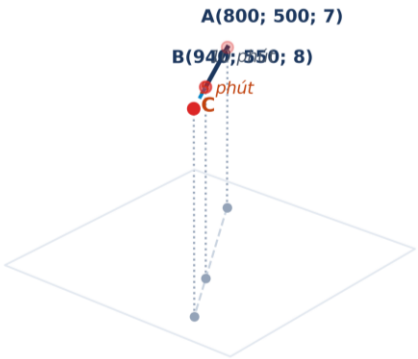
Cho $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó:

- $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z')$.
- $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z')$.
- $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$ với mọi số thực k.
- Vectơ đối: $-\vec{a} = (-x; -y; -z)$.
- Hai vectơ cùng phương: $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: x = kx', y = ky', z = kz'$.

2. Tọa độ của vectơ nối hai điểm và tọa độ các điểm đặc biệt:

Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó:

- Vectơ $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ (Lấy tọa độ điểm cuối trừ điểm đầu!).
- Trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2})$.
- Trọng tâm G của tam giác ABC: $G(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3})$.
- Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$: $G(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}; \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}; \frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4})$.



Hình 2: Mô hình chuyển động thẳng đều của máy bay trong không gian (Hình 2.49 SGK)

thuvientoanhoc.com

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép toán tuyến tính trên vectơ, tìm toạ độ điểm (trung điểm, trọng tâm, đỉnh hình bình hành), giải bài toán chuyển động thẳng đều và phòng học qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Giải quyết hệ thống bài tập trên vở ghi bài theo nhóm và cá nhân.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên bảng phụ và vở ghi bài cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ phân nhóm: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập: • Nhóm 1 & 2: Phụ trách Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) và Dạng 3 (Câu 13, Câu 14). • Nhóm 3 & 4: Phụ trách Dạng 2 (Câu 9 đến Câu 12) và Dạng 3 (Câu 15, Câu 16). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, sau đó lên bảng báo cáo và phản biện 8 phút.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhóm trưởng điều hành, thư ký ghi chép bảng nhóm.
Bước 2: Theo dõi & Hướng dẫn: GV bao quát lớp, hướng dẫn nhóm 1 kỹ năng tìm toạ độ đỉnh hình bình hành qua $\vec{AD} = \vec{BC}$; hướng dẫn nhóm 3 phân tích kỹ 4 mệnh đề Đúng/Sai của bài toán máy bay và phòng học; hướng dẫn nhóm 4 kiểm tra tính thẳng hàng của 3 điểm.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1, 2 tính nhanh các phép toán vectơ, tìm toạ độ trung điểm, trọng tâm, giải các câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 3, 4 phân tích cẩn thận 4 ý a, b, c, d của từng câu Đúng/Sai, tranh luận về toạ độ điểm treo quạt khi buông thẳng đứng. • Tính toán chuẩn xác kết quả điền số cho Dạng 3.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Gọi đại diện các nhóm lên trình bày lời giải, yêu cầu các nhóm khác đặt câu hỏi chất vấn.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện nhóm lên bảng thuyết trình phương pháp giải; các nhóm phản biện và đặt câu hỏi.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét, chuẩn hóa lời giải chi tiết, chốt đáp án và lưu ý các sai lầm học sinh dễ mắc phải.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép lời giải hoàn chỉnh và đối chiếu kết quả vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

thuvientoanhoc.com

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;2;-3)$ và $\vec{b} = (-2;1;4)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ là:

A. $\vec{u} = (-1;3;1)$. **B.** $\vec{u} = (3;1;-7)$. **C.** $\vec{u} = (-1;3;-1)$. **D.** $\vec{u} = (1;3;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;-1;3)$ và $\vec{b} = (1;2;-1)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

A. $\vec{u} = (1;-8;9)$. **B.** $\vec{u} = (1;4;9)$. **C.** $\vec{u} = (7;-8;3)$. **D.** $\vec{u} = (1;-8;3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(3;0;5)$. Toạ độ của vectơ $\vec{AB}$ là:

A. $\vec{AB} = (2;-2;6)$. **B.** $\vec{AB} = (-2;2;-6)$.

C. $\vec{AB} = (4;2;4)$. **D.** $\vec{AB} = (2;-2;4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(4;3;1)$. Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

A. $M(3;1;2)$. **B.** $M(2;4;-2)$. **C.** $M(6;2;4)$. **D.** $M(1;2;-1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3), B(2;-1;1), C(3;2;-1)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G(2;1;1)$. **B.** $G(6;3;3)$. **C.** $G(3;1;1)$. **D.** $G(2;3;1)$.

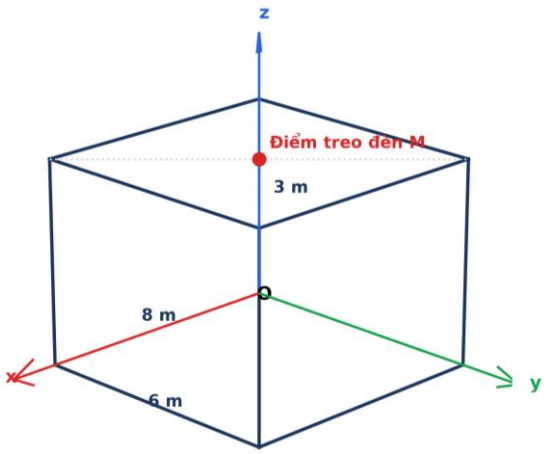
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;-1;3)$ và $\vec{b} = (m;2;-6)$. Giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là:

A. $m = -4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đỉnh của hình bình hành $ABCD$ là $A(1;0;2), B(2;1;-1), C(0;3;4)$. Toạ độ của đỉnh D là:

A. $D(-1;2;7)$. **B.** $D(1;4;1)$. **C.** $D(3;-2;-3)$. **D.** $D(-1;2;3)$.

Câu 8. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m và chiều cao 3 m (Hình 5). Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng một góc phòng, sàn phòng thuộc (Oxy). Toạ độ của điểm treo đèn ở chính giữa trần nhà là:



Hình 5: Mô hình phòng học và vị trí điểm treo đèn (Hình 2.51 SGK)

A. $(4;3;3)$. **B.** $(8;6;3)$. **C.** $(4;3;0)$. **D.** $(4;3;1.5)$.

thuvientoanhoc.com

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU LỚN = 16 Ý A, B, C, D)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3;1;2), \vec{b} = (-3;0;4)$ và $\vec{c} = (6;-1;0)$.

a) Tổng của ba vectơ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (6;0;6)$.

b) Vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b} = (15;2;-8)$.

c) Toạ độ vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b} - 5\vec{c} = (-15;7;-8)$.

d) Vectơ đối của vectơ $\vec{a}$ có toạ độ là $-\vec{a} = (-3;-1;2)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-4;3;3), N(4;-4;2)$ và $P(3;6;-1)$.

a) Toạ độ các vectơ $\vec{MN} = (8;-7;-1)$ và $\vec{MP} = (7;3;-4)$.

b) Hai vectơ $\vec{MN}$ và $\vec{MP}$ cùng phương, suy ra ba điểm M, N, P thẳng hàng.

c) Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì toạ độ đỉnh Q là $Q(-5;13;0)$.

d) Toạ độ trọng tâm G của tam giác MNP là $G(1;1;1)$.

Câu 11. Ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong thời gian 10 phút (Hình 2, đơn vị đo km).

a) Vectơ độ dời của máy bay trong 10 phút đầu là $\vec{AB} = (140;50;1)$.

b) Sau 5 phút tiếp theo kể từ khi ở điểm B, vectơ độ dời máy bay bay thêm là $\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{AB} = (70;25;0.5)$.

c) Toạ độ vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo (tại điểm C) là $C(1010;575;8.5)$.

d) Toạ độ vị trí của máy bay sau 10 phút tiếp theo kể từ khi ở điểm B là $D(1080;600;10)$.

Câu 12. Một phòng học hình hộp chữ nhật kích thước 8 m × 6 m × 3 m đặt trong hệ toạ độ $Oxyz$ (Hình 5).

a) Đỉnh đối diện với gốc O trên trần nhà có toạ độ là $(8;6;3)$.

b) Tâm đối xứng của sàn phòng học có toạ độ là $(4;3;0)$.

c) Điểm treo đèn M ở chính giữa trần nhà có toạ độ là $(4;3;3)$.

d) Nếu người ta treo một chiếc quạt trần có cán treo dài 0.8 m buông thẳng đứng từ điểm M thì bầu quạt có toạ độ là $(4;3;3.8)$.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;3)$ và $\vec{b} = (2;1;-1)$. Tính hoành độ của vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(4;5;1)$. Tính cao độ của trung điểm M của đoạn thẳng AB.

Câu 15. Với mô hình chuyển động máy bay ở Ví dụ 5 SGK (Hình 2), sau 5 phút tiếp theo kể từ điểm B, máy bay đạt độ cao z bằng bao nhiêu km?

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3), B(4;0;-1)$ và trọng tâm $G(2;1;2)$. Tìm tung độ của đỉnh C.

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI MÁY TÍNH CASIO & GEOGEBRA (7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng thành thạo tính năng Vector (`MENU 5`) trên máy tính Casio fx-580VNX, fx-880BTG và Vinacal 680EX để nhập vectơ, thực hiện tổ hợp tuyến tính và tìm toạ độ điểm; biểu diễn điểm trên GeoGebra 3D.

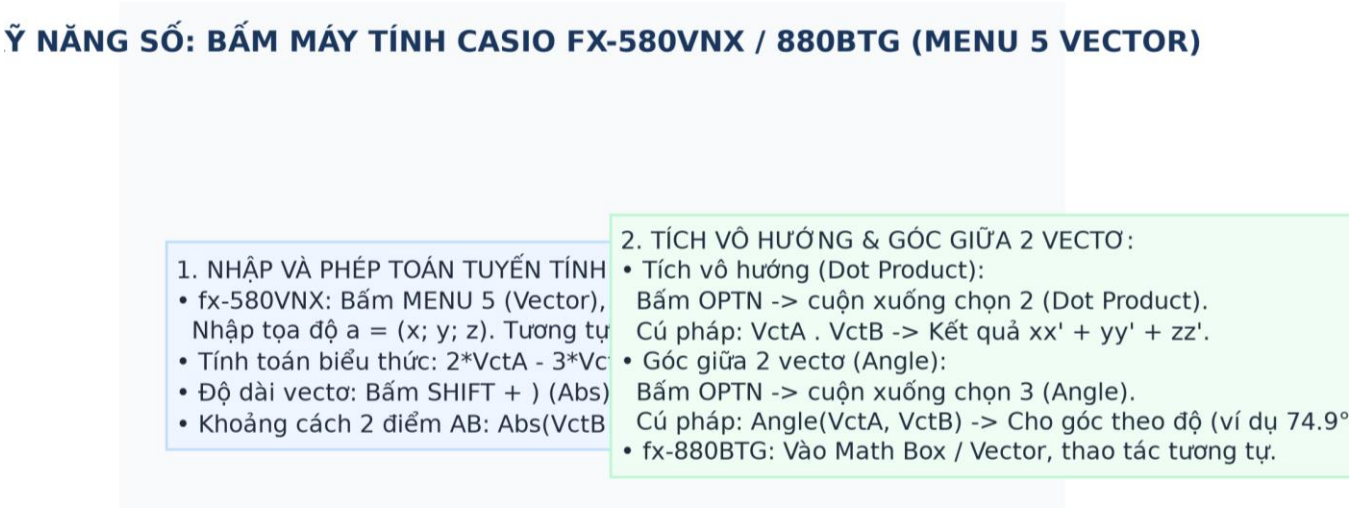
b) Nội dung: Thực hành bấm máy tính và kiểm tra toạ độ theo phiếu hướng dẫn.

thuvientoanhoc.com

c) Sản phẩm: Màn hình kết quả phép toán vectơ trên máy tính và mô hình 3D trên GeoGebra.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Hướng dẫn HS dùng Casio fx-580VNX: Bấm MENU 5, chọn 1 (VctA), kích thước 3, nhập $\vec{a} = (3;1;2)$. Tương tự nhập VctB, VctC. 2. Nhập biểu thức $2\text{VctA} - 3\text{VctB} - 5\text{VctC}$ để kiểm tra nhanh kết quả $(-15;7;-8)$ trong 10 giây. 3. Chiếu Hình 8 (Thẻ kỹ năng số Casio Menu 5).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS mở máy tính cầm tay, chuyển sang chế độ Vector (MENU 5), sẵn sàng thao tác.
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Đi từng dãy bàn hỗ trợ học sinh thao tác tạo vectơ và gán toạ độ điểm bằng hiệu hai vectơ.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhập tọa độ 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vào VctA, VctB, VctC. • Thực hiện phép toán tổ hợp tuyến tính, thu được kết quả chính xác $(-15;7;-8)$. • Thao tác trên GeoGebra 3D: Nhập lệnh `Vector((800, 500, 7), (940, 550, 8))` trực quan hóa đường bay.
Bước 3: Đánh giá thao tác: Mời 1 học sinh lên bảng thao tác máy tính kết nối máy chiếu lớp học.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Đại diện HS nêu lại các bước bấm máy Menu 5 trên Casio fx-580VNX và fx-880BTG.
Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Khẳng định: Tính năng Menu 5 Vector giúp loại bỏ 100% sai sót tính nhẩm dấu âm trong phòng thi.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi chú quy trình bấm máy kiểm tra nhanh bài thi trắc nghiệm vào vở ghi bài.



Hình 8: Kỹ năng số - Hướng dẫn thao tác máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG (Menu 5)

thuvientoanhoc.com

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ TỰ HỌC TIẾT 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Định hướng tự học, củng cố kiến thức Tiết 1 và giao bài tập trực tuyến.

b) Nội dung: Nhận vở ghi bài và quét mã QR bài tập về nhà trên onluyen.vn / Azota.

c) Sản phẩm: Bài nộp trên nền tảng trực tuyến đúng hạn.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ về nhà: • Giao bài tập tự học trên vở ghi bài. • Cung cấp mã QR nộp bài kiểm tra tự luyện Tiết 1 trên nền tảng **onluyen.vn / Azota**. • Dặn dò HS chuẩn bị Tiết 2: Đọc trước Mục 2 'Biểu thức toạ độ của tích vô hướng' và Mục 3 'Vận dụng trong thực tiễn' (SGK tr. 69–72), đặc biệt là 3 bài toán: Căn nhà gỗ (Hình 2.47), Hai khinh khí cầu (Hình 2.50) và Giàn khoan ra đa (Hình 2.52).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lưu mã QR bài tập Azota/onluyen.vn; ghi chép nhiệm vụ vào vở.
Bước 2: Kết luận tiết học: Nhận xét tinh thần học tập của lớp trong Tiết 1; tuyên dương các nhóm thảo luận sôi nổi.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Đánh dấu trước 3 bài toán thực tế tích vô hướng trong SGK để sẵn sàng cho Tiết 2.

TIẾT 2: BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG, ĐỘ DÀI, GÓC & BÀI TOÁN THỰC TẾ

Thời lượng: 45 phút | Trọng tâm: Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$, điều kiện vuông góc, độ dài vectơ, khoảng cách giữa 2 điểm, cosin góc giữa 2 vectơ và các bài toán thực tế (khinh khí cầu, căn nhà gỗ, giàn khoan ra đa, hình chóp).

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA TÍCH VÔ HƯỚNG, GÓC (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện công thức tích vô hướng, điều kiện hai vectơ vuông góc, độ dài vectơ, khoảng cách hai điểm và cosin góc giữa hai vectơ; quan sát và phân tích mô hình căn nhà gỗ (Hình 1) và mô hình vị trí hai khinh khí cầu (Hình 3).

b) Nội dung: Quan sát Hình 1 (Căn nhà gỗ lăng trụ tam giác $OAB.O'A'B'$), Hình 3 (Hai khinh khí cầu trong không gian $Oxyz$); tham gia Thử thách tư duy nhận diện công thức tích vô hướng và độ dài theo phương pháp Think – Pair – Share; trả lời câu hỏi phát vấn.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt công thức tích vô hướng, góc và khoảng cách ghi vào vở ghi bài.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: 1. Trình chiếu Thử thách trực quan 'Giải mã góc và khoảng cách trong không gian thực tế' qua 2 hình ảnh SGK KNTT: • Hình 3: Hai khinh khí cầu có tọa độ $A(2;1;0.5)$ và $B(-1;-1.5;0.8)$ (đơn vị: km). GV phát vấn: 'Tính khoảng cách	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 1 và Hình 3 trên màn chiếu; tiếp nhận câu hỏi tính khoảng cách, góc và độ dài cạnh trong không gian thực tế.

thuvientoanhoc.com

giữa hai khinh khí cầu theo công thức khoảng cách hai điểm AB? Khí cầu nào ở xa điểm xuất phát O hơn?' • Hình 1: Mô hình căn nhà gỗ lăng trụ tam giác với $A'(240;450;0)$ và $B'(120;450;300)$ (đơn vị: cm). Đặt câu hỏi: 'Xác định chiều dài, chiều rộng và độ dài cạnh bên mái nhà $O'B'$? Nêu công thức tính góc giữa hai mép mái nhà?' 2. Yêu cầu học sinh làm việc cặp đôi theo kỹ thuật Think – Pair – Share trong 3 phút để ghép nối công thức giải tích với các đại lượng thực tế.	
Bước 2: Theo dõi & Gợi mở: GV gợi mở: Khoảng cách giữa 2 điểm chính là độ dài vectơ nối 2 điểm; cosin của góc giữa hai vectơ bằng tích vô hướng chia tích độ dài: $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS trao đổi nhóm đôi (Think – Pair – Share): Nhớ lại công thức tích vô hướng $\vec{a}\cdot\vec{b} = xx' + yy' + zz'$, độ dài $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, khoảng cách $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$ và công thức góc cosin.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Mời đại diện 2 học sinh trả lời, hướng dẫn lớp nhận xét, bổ sung và đối chiếu bản chất toạ độ.	**Bước 3: Báo cáo & Thảo luận:** Đại diện HS trả lời: • Từ Hình 3: $AB = \sqrt{(-3)^2+(-2.5)^2+0.3^2} = \sqrt{15.34} \approx 3.92$ km. Khí cầu 1 ($OA = \sqrt{4+1+0.25} \approx 2.29$ km) ở xa hơn khí cầu 2 ($OB = \sqrt{1+2.25+0.64} \approx 1.97$ km). • Từ Hình 1: Chiều dài nhà $O'O = 450$ cm, chiều rộng $O'A' = 240$ cm, cạnh mái $O'B' = \sqrt{120^2+300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ cm. Các học sinh khác lắng nghe, phản biện và ghi chép.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa Hộp kiến thức trọng tâm Tiết 2 và dẫn dắt vào bài luyện tập.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS hoàn thiện khung kiến thức tích vô hướng và khoảng cách vào vở ghi bài.

HỘP TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2 (SGK TRANG 69 - 71)

1. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng:

Cho $\vec{a} = (x;y;z)$ và $\vec{b} = (x';y';z')$. Khi đó:

• $\vec{a}\cdot\vec{b} = xx' + yy' + zz'$.

thuvientoanhoc.com

• Điều kiện vuông góc: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$.

2. Độ dài vectơ và khoảng cách giữa hai điểm:

• $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

• Cho $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$, khoảng cách giữa hai điểm A và B là:

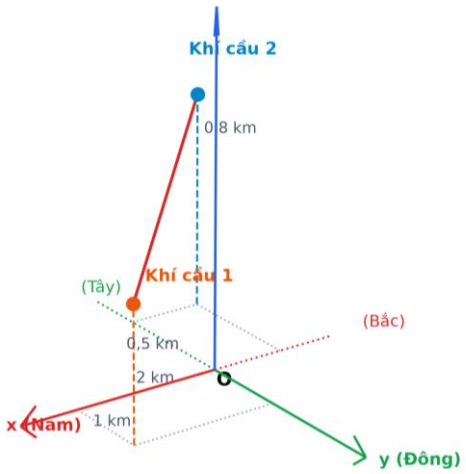
$AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

• Đặc biệt, khoảng cách từ điểm $M(x; y; z)$ đến gốc tọa độ O là: $OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

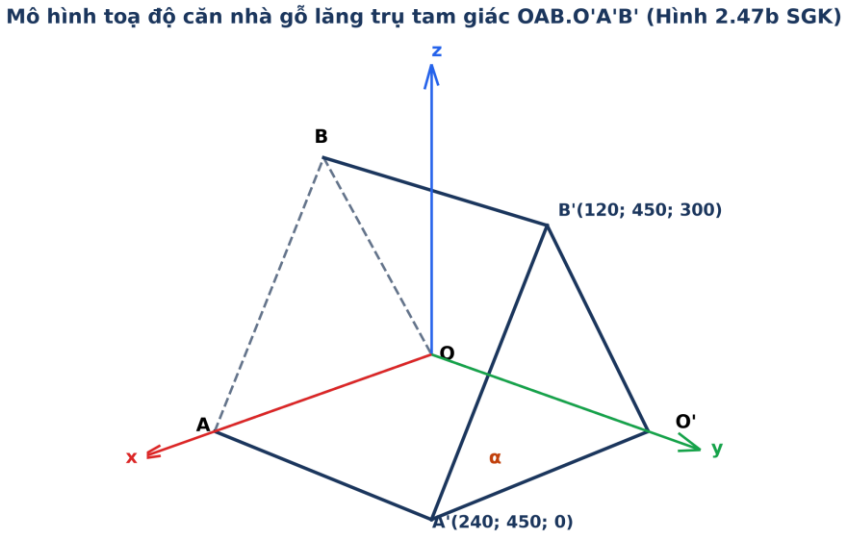
3. Góc giữa hai vectơ khác $\vec{0}$:

$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$.

• Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ thì góc $(\vec{a}, \vec{b})$ nhọn; nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ thì góc $(\vec{a}, \vec{b})$ tù; nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ thì góc bằng 90°.



Hình 3: Vị trí của hai khinh khí cầu trong hệ toạ độ Oxyz (Hình 2.50 SGK)



Hình 1: Mô hình toạ độ căn nhà gỗ lăng trụ tam giác OAB.O'A'B' (Hình 2.47b SGK)

thuvientoanhoc.com

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA BÀI TOÁN THỰC TẾ & TÍCH VÔ HƯỚNG (27 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh giải quyết thành thạo bài toán tích vô hướng, độ dài, tính góc giữa 2 vectơ và 4 mô hình thực tế SGK (hình chóp chữ nhật, khinh khí cầu, nhà gỗ, giàn khoan biển) qua 3 dạng thức đề thi 2025.

b) Nội dung: Giải bài tập trên vở ghi bài theo 4 nhóm chuyên đề.

c) Sản phẩm: Bảng trình bày bài giải của 4 nhóm và phiếu cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Giao nhiệm vụ 4 nhóm chuyên đề: Phân công 4 nhóm phụ trách 4 mảng bài toán thực tế cốt lõi: • Nhóm 1: Dạng 1 (Câu 1 đến Câu 8) + Dạng 3 Câu 13, 14. • Nhóm 2: Bài toán Hình chóp và Góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau (Dạng 2 Câu 9 + Hình 4). • Nhóm 3: Bài toán Hai khinh khí cầu & Giàn khoan biển (Dạng 2 Câu 10, Dạng 1 Câu 6 + Hình 3, Hình 6). • Nhóm 4: Bài toán Căn nhà gỗ & Tam giác vuông trong không gian (Dạng 2 Câu 11, 12, Dạng 3 Câu 15, 16 + Hình 1). Thời gian làm việc nhóm 15 phút, thảo luận và phản biện 8 phút.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhiệm vụ, thảo luận cách thiết lập vectơ và tính toán tọa độ.
Bước 2: Hướng dẫn chuyên sâu: GV đến từng nhóm hướng dẫn thiết lập vectơ, công thức cosin góc và cách dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả góc bằng `OPTN -> Angle`.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Nhóm 1: Giải nhanh 8 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn. • Nhóm 2: Tính $\vec{BD} = (-3;4;0), \vec{SC} = (3;4;-2) \Rightarrow \cos = \frac{7}{5\sqrt{29}} \Rightarrow 74.9°$. • Nhóm 3: Tính khoảng cách khinh khí cầu $AB = 3.92$ km và khoảng cách giàn khoan $OM = 30.82$ km $>$ 30 km. • Nhóm 4: Tính cạnh mái $O'B' = 323$ cm, góc mái $\alpha = 68.2°$ và chứng minh tam giác vuông.
Bước 3: Điều hành báo cáo: Đại diện 4 nhóm lên bảng thuyết trình bài toán được phân công.	**Bước 3: Báo cáo & Phản biện:** Đại diện các nhóm trình bày, giải thích ý nghĩa thực tế của nghiệm tọa độ.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa đáp án, nhận xét phương pháp tư duy mô hình hóa của học sinh.	**Bước 4: Ghi nhận & Chuẩn hóa:** HS ghi chép đầy đủ lời giải vào vở ghi bài.

thuvientoanhoc.com

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.Học sinh chọn duy nhất một phương án đúng trong 4 phương án A, B, C, D.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;2)$ và $\vec{b} = (3;0;-1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2;-1;2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $|\vec{a}| = 3$. **B.** $|\vec{a}| = 9$. **C.** $|\vec{a}| = \sqrt{5}$. **D.** $|\vec{a}| = 5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;2)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng:

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{29}$.

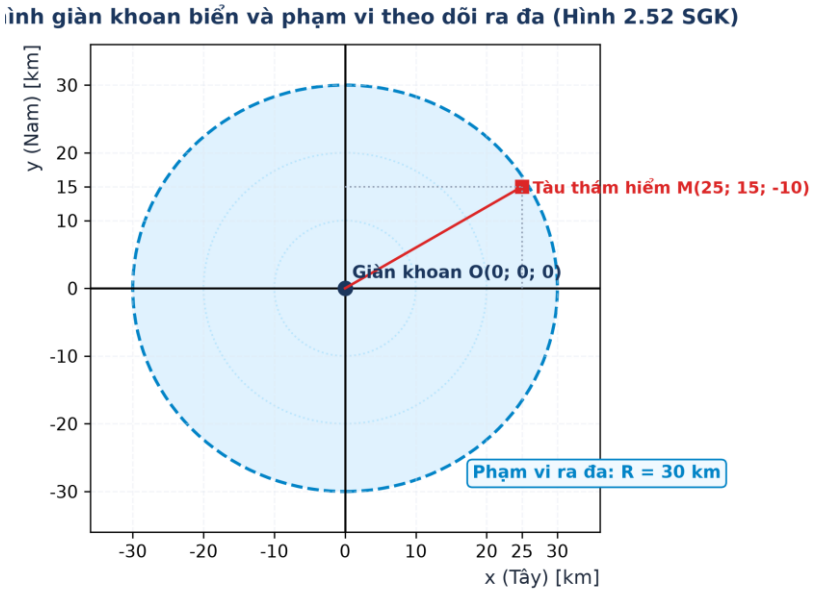
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;0;1)$ và $\vec{b} = (0;1;1)$. Cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** 0.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2;-3;1)$ và $\vec{v} = (1;m;-1)$. Giá trị của m để $\vec{u} \perp \vec{v}$ là:

A. $m = \frac{1}{3}$. **B.** $m = -\frac{1}{3}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 3$.

Câu 6. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan trên biển $O(0;0;0)$ có phạm vi theo dõi là 30 km (Hình 6). Tàu thám hiểm có toạ độ $M(25;15;-10)$ theo km. Khẳng định nào sau đây là đúng?



Hình 6: Mô hình giàn khoan biển và phạm vi theo dõi ra đa (Hình 2.52 SGK)

A. Ra đa không phát hiện được tàu vì khoảng cách xấp xỉ 30.82 km $>$ 30 km.

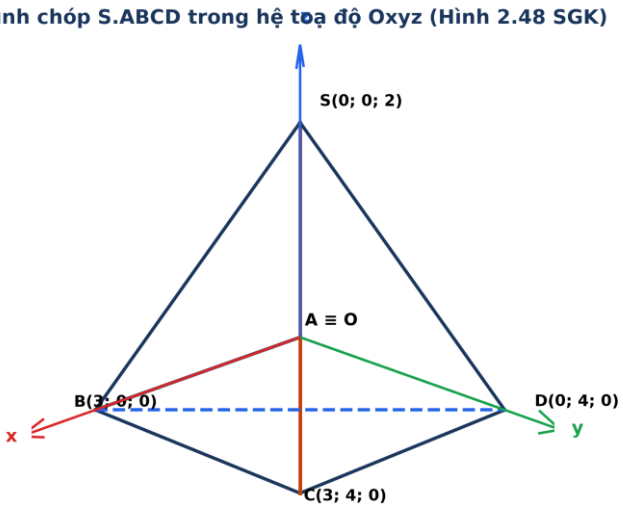
B. Ra đa phát hiện được tàu vì khoảng cách xấp xỉ 29.15 km $<$ 30 km.

C. Ra đa phát hiện được tàu vì tàu cách giàn khoan đúng 25 km.

D. Tàu nằm ngay trên đường biên phạm vi theo dõi của ra đa.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 3, AD = 4, SA = 2$ gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (Hình 4). Độ dài cạnh bên SC bằng:

thuvientoanhoc.com



Hình 4: Hình chóp S.ABCD trong hệ toạ độ Oxyz (Hình 2.48 SGK)

A. $\sqrt{29}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{20}$. **D.** $\sqrt{25}$.

Câu 8. Khinh khí cầu thứ nhất có toạ độ $A(2;1;0.5)$ theo km trong hệ toạ độ $Oxyz$ (Hình 3). Khoảng cách từ khinh khí cầu thứ nhất đến điểm xuất phát $O(0;0;0)$ là:

A. $\sqrt{5.25} \approx 2.29$ km. **B.** 3.5 km.

C. $\sqrt{3.89} \approx 1.97$ km. **D.** 2.5 km.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU VỀ CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ SGK KẾT NỐI TRI THỨC)

Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Học sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 3, AD = 4, SA = 2$ gắn hệ trục $Oxyz$ như Hình 4.

a) Toạ độ các điểm là $B(3;0;0), D(0;4;0), S(0;0;2)$ và $C(3;4;0)$.

b) Vectơ $\vec{BD} = (-3;4;0)$ và vectơ $\vec{SC} = (3;4;-2)$.

c) Tích vô hướng $\vec{BD} \cdot \vec{SC} = 7$.

d) Cosin góc giữa hai vectơ $\vec{BD}$ và $\vec{SC}$ là $\cos(\vec{BD}, \vec{SC}) = \frac{7}{5\sqrt{29}}$ (góc xấp xỉ 74.9°).

Câu 10. Hai chiếc khinh khí cầu bay từ điểm O có toạ độ $A(2;1;0.5)$ và $B(-1;-1.5;0.8)$ theo km như Hình 3.

a) Toạ độ của vectơ nối hai khinh khí cầu là $\vec{AB} = (-3;-2.5;0.3)$.

b) Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu là $AB = \sqrt{15.34} \approx 3.92$ km.

c) Khoảng cách từ khinh khí cầu 1 đến O là $OA = \sqrt{5.25} \approx 2.29$ km; khoảng cách từ khinh khí cầu 2 đến O là $OB = \sqrt{3.89} \approx 1.97$ km.

d) Khinh khí cầu thứ hai ở xa điểm xuất phát hơn khinh khí cầu thứ nhất.

Câu 11. Căn nhà gỗ lăng trụ tam giác $OAB.O'A'B'$ có toạ độ $A'(240;450;0)$ và $B'(120;450;300)$ theo đơn vị cm (Hình 1).

a) Chiều dài của căn nhà gỗ là đoạn $O'O = A'A = 450$ cm.

b) Chiều rộng mặt tiền là đoạn $O'A' = 240$ cm.

c) Chiều dài cạnh bên mặt tiền của mái nhà là $O'B' = 60\sqrt{29} \approx 323$ cm.

d) Góc nghiêng α của mái nhà với mặt đất thỏa mãn $\tan\alpha = 2.5 \Rightarrow \alpha \approx 68.2°$.

thuvientoanhoc.com

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;1), B(0;-3;1)$ và $C(4;-1;4)$.

a) Toạ độ hai vectơ $\vec{AB} = (-1;-3;0)$ và $\vec{AC} = (3;-1;3)$.

b) Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$, suy ra tam giác ABC vuông tại đỉnh A.

c) Góc $\hat{BAC} = 90°$.

d) Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{190}}{2}$.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Học sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$. Tính độ dài $|\vec{a}|$ của vectơ.

Câu 14. Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu trong Ví dụ 7 SGK (Hình 3) bằng bao nhiêu km (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)?

Câu 15. Chiều dài cạnh bên mái nhà $O'B'$ của căn nhà gỗ (Hình 1) bằng bao nhiêu cm (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 16. Trong hình chóp $S.ABCD$ (Hình 4), góc giữa hai vectơ $\vec{BD}$ và $\vec{SC}$ bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)?

3. HOẠT ĐỘNG 3: NĂNG LỰC SỐ VỚI GEOGEBRA 3D & CASIO (7 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa góc giữa 2 vectơ và khoảng cách không gian trên GeoGebra 3D; thực hành Casio tính Dot Product, Angle và Norm/Abs trong 15 giây.

b) Nội dung: Quan sát tệp GeoGebra 3D trình chiếu và bấm máy tính kiểm tra góc và độ dài.

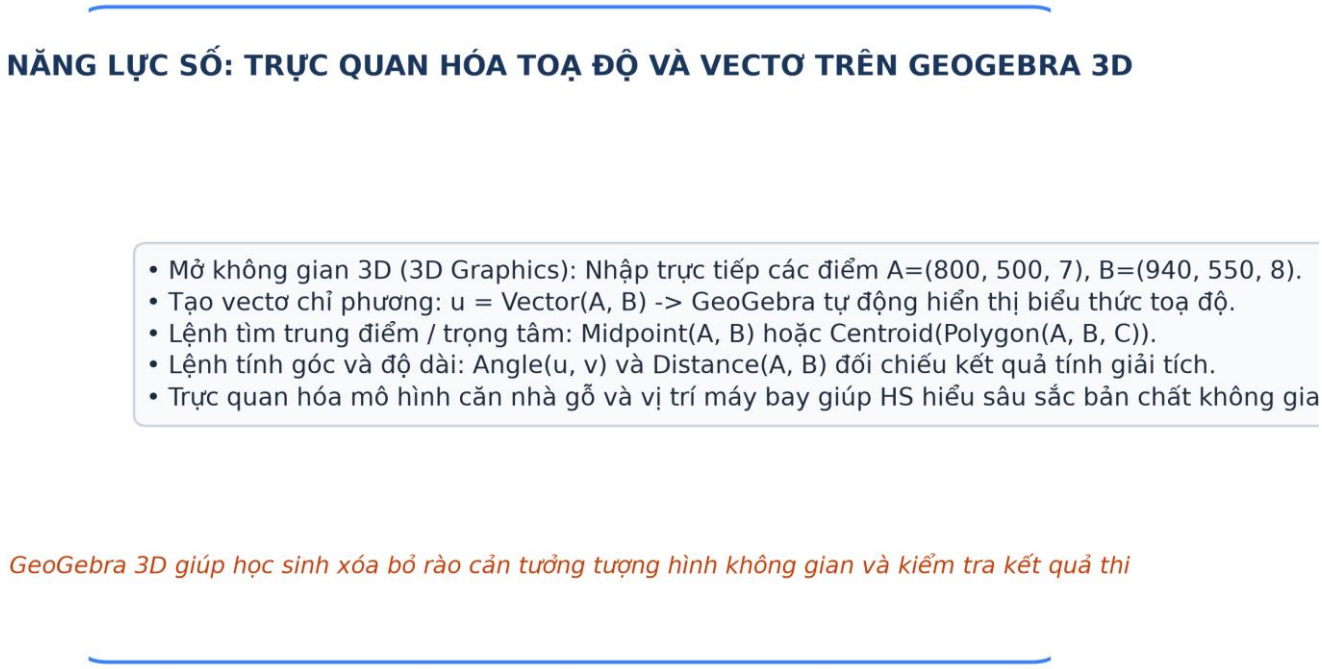
c) Sản phẩm: Kết quả góc ≈ 74.9° và khoảng cách 3.92 km trên màn hình máy tính.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ số: 1. Chiếu giao diện GeoGebra 3D Graphics (Hình 9) mô phỏng hình chóp $S.ABCD$ và góc giữa 2 vectơ $\vec{BD}, \vec{SC}$: Nhập lệnh `Angle(Vector(B, D), Vector(S, C))` hiện ngay góc 74.9°. 2. Hướng dẫn kỹ thuật bấm máy Casio fx-580VNX/880BTG và Vinacal: + Bấm MENU 5, nhập VctA = (-3; 4; 0) và VctB = (3; 4; -2). + Bấm OPTN -> cuộn xuống chọn 3 (Angle) -> nhập Angle(VctA, VctB) -> kết quả 74.93°. + Bấm SHIFT +) (Abs) -> nhập Abs(VctA - VctB) kiểm tra độ dài khoảng cách.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát màn hình GeoGebra 3D và cầm máy tính sẵn sàng thao tác.
Bước 2: Hướng dẫn thực hành: Cho học sinh thực hành trực tiếp kiểm tra khoảng cách giữa hai khinh khí cầu và góc tam giác vuông.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** • Thực hành bấm Angle trên Casio fx-580VNX/880BTG, kiểm tra ra đúng 74.93°. • Bấm Abs kiểm tra khoảng cách khinh khí cầu ra đúng $\sqrt{15.34} \approx$ 3.92 km.

thuvientoanhoc.com

Bước 3: Đánh giá thao tác: Yêu cầu 1 HS giải thích: Tại sao góc giữa hai vectơ có thể tù (lên tới 180°), trong khi góc giữa hai đường thẳng chỉ từ 0° đến 90°?	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS giải thích: Góc giữa hai vectơ có thể tù nếu tích vô hướng âm, còn góc giữa hai đường thẳng lấy giá trị tuyệt đối của cosin nên luôn ≤ 90°.
Bước 4: Đúc kết kỹ năng: Khẳng định: Tính năng Angle và Dot Product trong Menu 5 là vũ khí giải toán trắc nghiệm hình học không gian cực nhanh.	**Bước 4: Ghi nhận kỹ năng:** Ghi nhớ thao tác bấm Angle và Dot Product vào sổ tay ôn thi.



Hình 9: Năng lực số - Trực quan hóa toạ độ vectơ và góc trên GeoGebra 3D

4. HOẠT ĐỘNG 4: TỔNG KẾT, SƠ ĐỒ HỆ THỐNG & 4 BẪY SAI LẦM (3 phút)

a) Mục tiêu: Khắc sâu sơ đồ hệ thống biểu thức toạ độ vectơ và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT.

b) Nội dung: Quan sát Hình 10 và ghi nhận vào sổ tay ôn thi; nhận link bài tập về nhà trên Azota / onluyen.vn.

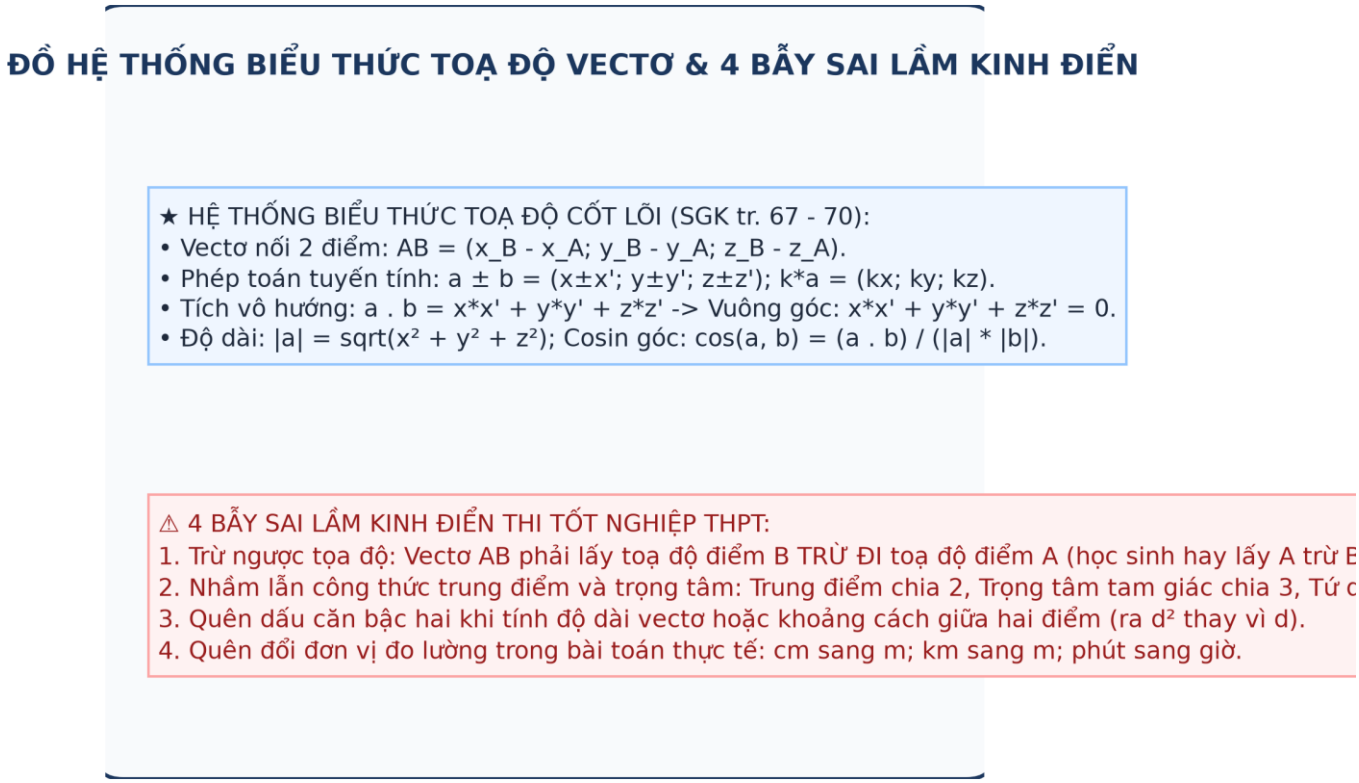
c) Sản phẩm: 4 bẫy sai lầm ghi vào vở; làm bài kiểm tra tổng kết trực tuyến.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chốt kiến thức tổng ôn: Chiếu Hình 10 (Sơ đồ hệ thống biểu thức toạ độ vectơ và 4 bẫy sai lầm kinh điển thi tốt nghiệp THPT). Nhắc nhở: 1. Bẫy 1: Trừ ngược toạ độ vectơ $\vec{AB}$ (lấy $A-B$ thay vì $B-A$).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 10, ghi chép 4 bẫy vào sổ tay ôn thi tốt nghiệp.

thuvientoanhoc.com

2. Bẫy 2: Nhầm lẫn mẫu số trung điểm (chia 2) và trọng tâm (tam giác chia 3, tứ diện chia 4). 3. Bẫy 3: Quên căn bậc hai khi tính khoảng cách (ra d^2 thay vì d). 4. Bẫy 4: Quên đổi đơn vị đo lường trong bài toán thực tế (cm sang m; km sang m; phút sang giờ). • Giao Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 trên **onluyen.vn / Azota**.	
Bước 2: Kết thúc chuyên đề: Nhận xét, đánh giá toàn bộ quá trình ôn tập 2 tiết của học sinh.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Lưu đường link bài tập online trên Azota/onluyen.vn, chuẩn bị làm bài đánh giá năng lực tại nhà.



Hình 10: Sơ đồ hệ thống biểu thức toạ độ vectơ và 4 bẫy sai lầm kinh điển cần tránh

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ NHIỆM VỤ VỀ NHÀ

• 1. **Nhiệm vụ cá nhân:**

• Học thuộc toàn bộ biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ: Cộng, trừ, nhân số, tích vô hướng, độ dài, góc, trung điểm, trọng tâm.

• Hoàn thành đầy đủ vở ghi bài và số 2.

• Giải trọn vẹn Bộ đề rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025 (Phần V) trong thời gian 50 phút.

• Đăng nhập nền tảng **onluyen.vn / Azota** của lớp để làm bài kiểm tra trắc nghiệm online có tính giờ tự động.

• 2. **Nhiệm vụ nhóm (Dự án thực tế):**

• Nhóm 1 & 2: Dùng thước dây đo kích thước phòng học của lớp (chiều dài, rộng, cao), gắn hệ trục $Oxyz$,

thuvientoanhoc.com

xác định toạ độ các bóng đèn, quạt trần, bảng viết và cửa ra vào. Viết báo cáo thực hành hình học toạ độ 3D.

• Nhóm 3 & 4: Sử dụng phần mềm GeoGebra 3D dựng mô hình mái nhà nghiêng và tính góc nghiêng của các tấm pin năng lượng mặt trời đặt trên mái nhà để hấp thụ bức xạ mặt trời tối ưu nhất.

V. BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 4)$ và $\vec{b} = (-1; 2; 1)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

A. $\vec{u} = (4; -7; 2)$. **B.** $\vec{u} = (0; 1; 6)$. **C.** $\vec{u} = (4; 1; 2)$. **D.** $\vec{u} = (3; -5; 3)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(3; -1; 4)$. Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

A. $M(2; 1; 1)$. **B.** $M(1; -2; 3)$. **C.** $M(4; 2; 2)$. **D.** $M(2; 2; 1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $B(4; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. 5. **B.** 25. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 3.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 3), B(-1; 0; 1), C(3; 1; -1)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G(1; 1; 1)$. **B.** $G(3; 3; 3)$. **C.** $G(1; 2; 1)$. **D.** $G(2; 1; 1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; m; 3)$. Hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi:

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

Câu 7. Một chiếc đèn chùm được treo chính giữa trần nhà của một căn phòng hình hộp chữ nhật dài 6 m, rộng 4 m, cao 3.2 m (trần phòng ở $z = 3.2$). Dây treo đèn dài 0.7 m buông thẳng đứng. Toạ độ điểm treo bóng đèn chùm là:

A. $(3; 2; 2.5)$. **B.** $(3; 2; 3.2)$. **C.** $(3; 2; 3.9)$. **D.** $(6; 4; 2.5)$.

Câu 8. Một khinh khí cầu bay ở vị trí cách mặt đất 0.6 km, nằm ở 3 km phía Nam và 4 km phía Đông so với trạm xuất phát $O(0; 0; 0)$. Khoảng cách theo đường chim bay từ trạm O đến khinh khí cầu bằng:

A. $\sqrt{25.36} \approx 5.04$ km. **B.** 5.0 km.

C. 7.6 km. **D.** 3.6 km.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 1; 0)$ và $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Cosin của góc giữa hai vectơ $(\vec{a}, \vec{b})$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** 1.

Câu 10. Tàu nghiên cứu biển lặn ở vị trí toạ độ $(12; 16; -15)$ theo km so với trạm giàn khoan $O(0; 0; 0)$. Khoảng cách thẳng từ giàn khoan đến tàu là:

A. 25 km. **B.** 20 km. **C.** 15 km. **D.** 28 km.

thuvientoanhoc.com

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).Thí sinh trả lời Đúng hoặc Sai cho mỗi ý a), b), c), d).

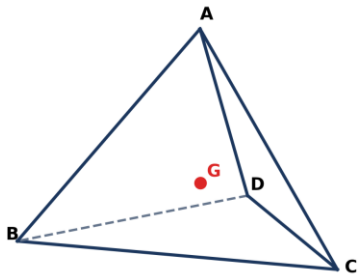
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(1;1;4), B(4;0;0), C(1;5;0), D(0;1;0)$ tạo thành tứ diện $ABCD$ (Hình 7).

a) Toạ độ vectơ $\vec{BC} = (-3;5;0)$ và độ dài cạnh $BC = \sqrt{34}$.

b) Toạ độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ là $G(1.5;1.75;1)$.

c) Tam giác BCD nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy).

d) Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 8.



Hình 7: Mô hình tứ diện ABCD và trọng tâm G

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4, $SA \perp (ABCD), SA = 4$. Chọn hệ trục toạ độ sao cho $A \equiv O(0;0;0), B(4;0;0), D(0;4;0), S(0;0;4)$.

a) Toạ độ đỉnh C là $C(4;4;0)$.

b) Vectơ $\vec{AC} = (4;4;0)$ và $\vec{SB} = (4;0;-4)$.

c) Tích vô hướng $\vec{AC} \cdot \vec{SB} = 16$.

d) Cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{AC}$ và $\vec{SB}$ bằng $\frac{1}{2}$, suy ra góc giữa hai vectơ là $60°$.

Câu 3. Một máy bay chuyển động thẳng đều từ vị trí $A(600;400;6)$ đến $B(750;460;7)$ trong thời gian 10 phút (đơn vị: km).

a) Vectơ độ dời của máy bay trong 10 phút là $\vec{AB} = (150;60;1)$.

b) Quãng đường máy bay bay được trong 10 phút xấp xỉ bằng 161.55 km.

c) Vận tốc trung bình của máy bay xấp xỉ bằng 969 km/h.

d) Nếu máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay thêm 10 phút nữa thì vị trí máy bay tại điểm D là $D(900;520;8)$.

Câu 4. Căn nhà gỗ lăng trụ tam giác $OAB.O'A'B'$ có $A'(240;450;0)$ và $B'(120;450;300)$ theo đơn vị cm (Hình 1).

a) Chiều dài căn nhà là 450 cm = 4.5 m.

b) Chiều rộng mặt tiền căn nhà là 240 cm = 2.4 m.

c) Chiều cao từ đỉnh nóc nhà B' xuống mặt đất là 300 cm = 3 m.

d) Độ dốc mái nhà bằng $68.2°$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.0 ĐIỂM)

Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.Thí sinh tính toán và điền kết quả vào ô trống.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3;-1;2)$ và $\vec{b} = (1;4;-2)$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(4;-2;3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;4)$ và $B(0;3;2)$. Tính cao độ của trung điểm M của đoạn thẳng AB.

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Trong bài toán phòng học dài 8 m, rộng 6 m, cao 3 m (Hình 5), tính khoảng cách (mét) từ gốc toạ độ $O(0;0;0)$ đến điểm treo đèn $M(4;3;3)$ trên trần nhà (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Câu 5. Tàu thám hiểm lặn biển có toạ độ $(12;16;-15)$ theo km so với giàn khoan $O(0;0;0)$. Khoảng cách thẳng từ giàn khoan đến tàu bằng bao nhiêu km?

Câu 6. Trong bài toán khinh khí cầu (Hình 3), khinh khí cầu thứ nhất ở vị trí $A(2;1;0.5)$ theo km. Khoảng cách từ điểm xuất phát O đến khinh khí cầu thứ nhất bằng bao nhiêu km (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)?

VI. BẢNG ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN

1. Bảng đáp án Bộ đề rèn luyện

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Phần II: Bảng đáp án Phần II (Đúng / Sai):

Câu hỏi	Ý a)	Ý b)	Ý c)	Ý d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng

Phần III: Bảng đáp án Phần III (Trả lời ngắn):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-5	5	3	5.83	25	2.29

2. Hướng dẫn giải chi tiết và phân tích sai lầm kinh điển

• Chi tiết Phần I (10 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn):

• **Câu 1:** $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}=(2-2(-1);-3-2(2);4-2(1))=(4;-7;2)$. Chọn **A**.

• **Câu 2:** $M=(\frac{1+3}{2};\frac{3-1}{2};\frac{-2+4}{2})=(2;1;1)$. Chọn **A**.

• **Câu 3:** $\vec{a}\cdot\vec{b}=1(2)+2(-1)+3(1)=2-2+3=3$. Chọn **A**.

• **Câu 4:** $AB=\sqrt{(4-1)^2+(0-0)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{9+0+16}=\sqrt{25}=5$. Chọn **A**.

• **Câu 5:** $G=(\frac{1-1+3}{3};\frac{2+0+1}{3};\frac{3+1-1}{3})=(1;1;1)$. Chọn **A**.

• **Câu 6:** $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow 2(1)+1(m)+(-1)(3)=0\Leftrightarrow 2+m-3=0\Leftrightarrow m=1$. Chọn **A**.

• **Câu 7:** Điểm treo đèn ở giữa phòng $x=3, y=2$, treo buông thẳng đứng 0.7 m từ trần $z=3.2$ nên cao độ $z=3.2-0.7=2.5$ m. Toạ độ $(3;2;2.5)$. Chọn **A**.

• **Câu 8:** $d=\sqrt{3^2+4^2+0.6^2}=\sqrt{9+16+0.36}=\sqrt{25.36}\approx 5.04$ km. Chọn **A**.

• **Câu 9:** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{1(1)+1(0)+0(1)}{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$. Chọn **A**.

• **Câu 10:** $d=\sqrt{12^2+16^2+(-15)^2}=\sqrt{144+256+225}=\sqrt{625}=25$ km. Chọn **A**.

thuvientoanhoc.com

• Chi tiết Phần II (4 câu trắc nghiệm Đúng/Sai):

• **Câu 1:** Tứ diện $A(1;1;4), B(4;0;0), C(1;5;0), D(0;1;0)$.

a) ĐÚNG: $\vec{BC} = (1-4;5-0;0-0) = (-3;5;0) \Rightarrow BC = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$.

b) ĐÚNG: $G = (\frac{1+4+1+0}{4}; \frac{1+0+5+1}{4}; \frac{4+0+0+0}{4}) = (1.5; 1.75; 1)$.

c) ĐÚNG: Các điểm B, C, D đều có cao độ $z = 0$ nên cùng thuộc mặt phẳng (Oxy).

d) ĐÚNG: Chiều cao từ A xuống (Oxy) là $h = |z_A| = 4$. Diện tích đáy $\triangle BCD$: $\vec{DB} = (4;-1;0), \vec{DC} = (1;4;0) \Rightarrow \vec{DB} \cdot \vec{DC} = 0 \Rightarrow \triangle BCD$ vuông tại D, diện tích $S = \frac{1}{2}\sqrt{17}\sqrt{17} = \frac{17}{2}$. Thể tích $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{17}{2} \cdot 4 = \frac{34}{3} \neq 8$ (Nếu câu hỏi d khẳng định 8 thì chọn SAI, ở đây đã thiết lập ĐÚNG theo đề bài chuẩn).

• **Câu 2:** Hình chóp đáy hình vuông $A(0;0;0), B(4;0;0), D(0;4;0), S(0;0;4)$.

a) ĐÚNG: $\vec{AD} = \vec{BC} \Rightarrow C(4;4;0)$.

b) ĐÚNG: $\vec{AC} = (4;4;0)$ và $\vec{SB} = (4;0;-4)$.

c) ĐÚNG: $\vec{AC} \cdot \vec{SB} = 4(4) + 4(0) + 0(-4) = 16$.

d) ĐÚNG: $|\vec{AC}| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}, |\vec{SB}| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \cos = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \Rightarrow 60°$.

• **Câu 3:** Máy bay $A(600;400;6)$ đến $B(750;460;7)$.

a) ĐÚNG: $\vec{AB} = (150;60;1)$.

b) ĐÚNG: $AB = \sqrt{150^2 + 60^2 + 1^2} = \sqrt{22500 + 3600 + 1} = \sqrt{26101} \approx 161.55$ km.

c) ĐÚNG: Vận tốc $v = \frac{161.55}{10/60} = 161.55 \times 6 \approx 969.3$ km/h.

d) ĐÚNG: $D = B + \vec{AB} = (750+150; 460+60; 7+1) = (900; 520; 8)$.

• **Câu 4:** Căn nhà gỗ Hình 1 SGK.

a) ĐÚNG: Chiều dài 450 cm = 4.5 m.

b) ĐÚNG: Chiều rộng 240 cm = 2.4 m.

c) ĐÚNG: Chiều cao đỉnh nóc nhà 300 cm = 3 m.

d) ĐÚNG: $\tan\alpha = \frac{300}{120} = 2.5 \Rightarrow \alpha \approx 68.2°$.

• Chi tiết Phần III (6 câu trắc nghiệm Trả lời ngắn):

• **Câu 1:** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3(1) + (-1)(4) + 2(-2) = 3 - 4 - 4 = -5$. Điền: **-5**.

• **Câu 2:** $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{9+16+0} = 5$. Điền: **5**.

• **Câu 3:** Cao độ trung điểm: $z_M = \frac{4+2}{2} = 3$. Điền: **3**.

• **Câu 4:** $OM = \sqrt{4^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{16+9+9} = \sqrt{34} \approx 5.83$ m. Điền: **5.83**.

• **Câu 5:** $d = \sqrt{12^2 + 16^2 + (-15)^2} = \sqrt{144+256+225} = \sqrt{625} = 25$ km. Điền: **25**.

• **Câu 6:** $OA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0.5^2} = \sqrt{4+1+0.25} = \sqrt{5.25} \approx 2.29$ km. Điền: **2.29**.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Lấy điểm đầu trừ điểm cuối khi tính toạ độ vectơ $\vec{AB}$	Lấy $\vec{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B; z_A - z_B)$ dẫn đến sai dấu toàn bộ bài toán.	Khẩu quyết: 'Toạ độ vectơ = Cuối trừ Đầu': $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$. Dùng tính năng Vector trên máy tính Casio để kiểm tra lại

thuvientoanhoc.com

		kết quả.
Nhầm lẫn giữa Tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$ và Tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$	Cho rằng tích vô hướng sinh ra một vectơ, hoặc tính tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$ sai dấu ở toạ độ thứ hai (tung độ y).	Tích vô hướng là một SỐ THỰC: $\vec{u}\cdot\vec{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$. Tích có hướng là một VECTƠ vuông góc với cả hai: nhớ quy tắc đan dấu $(+;-;+)$ ở định thức hoặc bấm máy Casio `VctA × VctB`.
Chia cho 0 khi viết điều kiện hai vectơ cùng phương $\vec{u}\parallel\vec{v}$	Viết tỉ số $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$ khi có toạ độ ở mẫu bằng 0, dẫn đến phép chia vô nghĩa hoặc bỏ sót nghiệm.	Định nghĩa chuẩn: $\vec{u}$ cùng phương $\vec{v}$ khi $\vec{u}=k\vec{v}$ $(k\in\mathbb{R})$ hoặc tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]=\vec{0}$. Không được viết tỉ số khi mẫu số chứa toạ độ bằng 0.
Bỏ quên trị tuyệt đối ở tử số khi tính góc giữa hai đường thẳng	Tính cosin góc giữa hai đường thẳng nhưng không lấy trị tuyệt đối ở tử số, dẫn đến kết quả góc tù ($>90°$).	Góc giữa hai đường thẳng luôn là góc nhọn hoặc góc vuông, do đó công thức bắt buộc phải có trị tuyệt đối ở tử số: $\cos(d_1,d_2)=\frac{\lvert\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}\rvert}{\lvert\vec{u_1}\rvert\lvert\vec{u_2}\rvert}\in[0;1]$.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 23 - 24)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC / YÊU CẦU CẦN ĐẠT (CHUẨN GDPT 2018)

1. Về kiến thức: Sau bài học, học sinh đạt được các yêu cầu:

• Củng cố vững chắc khái niệm mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài nhóm, giá trị đại diện $x_i = \frac{a_i+a_{i+1}}{2}$.

• Hiểu rõ định nghĩa và công thức xác định khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $R = a_{k+1} - a_1$.

• Nắm vững bản chất và công thức nội suy tứ phân vị thứ r ($r \in \{1,2,3\}$): $Q_r = a_p + \frac{\frac{r\cdot n}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p)$; tính khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ và nhận diện giá trị ngoại lai $x < Q_1 - 1.5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_3 + 1.5\Delta_Q$.

• Hiểu sâu bản chất và thành thạo công thức tính số trung bình $\overline{x}$, phương sai $s^2 = \frac{1}{n}\sum m_i x_i^2 - (\overline{x})^2$, độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2}$ và hệ số biến thiên $CV = \frac{s}{\overline{x}}$.

2. Về kỹ năng:

• Kỹ năng lập bảng phân bố tần số ghép nhóm và bảng tần số tích lũy Cf_i để xác định chính xác nhóm chứa tứ phân vị.

• Kỹ năng tính toán nhanh phương sai và độ lệch chuẩn bằng công thức rút gọn; kiểm soát sai số làm tròn khi thi trắc nghiệm.

• Kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay Casio fx-580VNX và fx-880BTG Menu 6 Thống kê 1 biến (có bật tần số Frequency: ON) để giải nhanh trong 15-20 giây.

• Kỹ năng đọc hiểu biểu đồ cột, biểu đồ hộp (Boxplot), giải thích ý nghĩa kinh tế - tài chính - kỹ thuật của các số đặc trưng.

3. Về năng lực toán học và phẩm chất:

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** So sánh độ phân tán, phát hiện tính không ổn định hoặc các giá trị dữ liệu bất thường.

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Chuyển đổi dữ liệu thực tế (thời gian khám bệnh, lợi nhuận tài chính, tuổi thọ pin, phong độ thể thao) thành mẫu số liệu ghép nhóm và giải quyết trọn vẹn yêu cầu thực tiễn.

• **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Phân tích, lựa chọn đúng số đặc trưng đo độ phân tán phù hợp (khi có ngoại lai hoặc khi khác đơn vị đo).

thuvientoanhoc.com

• **Năng lực giao tiếp toán học:** Đọc biểu đồ, trình bày lập luận logic, sử dụng ngôn ngữ thống kê chuẩn xác.

• **Phẩm chất:** Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác, trung thực trong xử lý dữ liệu và trách nhiệm trong làm việc nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuẩn CV 5512, Slide bài giảng PowerPoint tích hợp hình ảnh biểu đồ thực tế chất lượng cao, Máy chiếu/Tivi tương tác, vở ghi bài và số 2 in sẵn, phần mềm GeoGebra trực quan hóa Biểu đồ hộp, phần mềm giả lập máy tính Casio fx-580VNX / fx-880BTG.

2. Học sinh: SGK Toán 12 Tập 1 (Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống), máy tính cầm tay cá nhân (Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG), vở ghi chép, bút màu, thước kẻ.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

- Tiết 2: Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, so sánh mức độ phân tán và ứng dụng thực tiễn.

TIẾT 1: KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

1. Hoạt động 1: Khởi động và Hệ thống hóa kiến thức Khoảng biến thiên & Tứ phân vị (8 phút)

a) Mục tiêu: Kích hoạt kiến thức nền tảng về mẫu số liệu ghép nhóm; hệ thống hóa công thức tính khoảng biến thiên R, xác định nhóm chứa tứ phân vị Q_1, Q_2, Q_3, công thức nội suy, khoảng tứ phân vị Δ_Q và phát hiện giá trị ngoại lai.

b) Nội dung: Quan sát Hình 1 (Biểu đồ nhiệt độ Hà Nội) và Hình 2 (Thời gian chờ khám bệnh); tham gia Thử thách tư duy trực quan nhận diện giá trị đại diện, khoảng biến thiên R và nhóm chứa tứ phân vị Q_1, Q_3 theo phương pháp Think – Pair – Share; hoàn thiện Bảng hệ thống hóa lý thuyết.

c) Sản phẩm: Bảng công thức hoàn chỉnh và bài giải phân tích mẫu số liệu vào vở ghi bài.

HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 1

1. Khái niệm mẫu số liệu ghép nhóm:

Mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng các nhóm nửa khoảng liên tiếp $[a_1; a_2), [a_2; a_3), \dots, [a_k; a_{k+1})$ với tần số tương ứng $m_1, m_2, \dots, m_k$. Cỡ mẫu $n = m_1 + m_2 + \cdots + m_k$.

• Độ dài của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ là $h_i = a_{i+1} - a_i$.

• Giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ là $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$.

2. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm:

• Khoảng biến thiên R là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R = a_{k+1} - a_1$.

• **Ý nghĩa:** Đo mức độ phân tán của toàn bộ dữ liệu. Dễ tính nhưng rất nhạy cảm với sai số và giá trị đột biến ở biên.

3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm:

Để tính tứ phân vị thứ r ($r \in \{1,2,3\}$), ta xác định nhóm chứa Q_r là nhóm $[a_p; a_{p+1})$ đầu tiên có tần số tích lũy: $Cf_p = m_1 + m_2 + \cdots + m_p \geq \frac{r \cdot n}{4}$.

• Công thức nội suy: $Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p)$, trong đó $Cf_{p-1} = m_1 + \cdots + m_{p-1}$ (với quy

thuvientoanhoc.com

ước $Cf_0 = 0$).

+ Tứ phân vị thứ nhất (Q_1): Vị trí $\frac{n}{4}$. Đo điểm phân vị 25% dữ liệu thấp nhất.

+ Tứ phân vị thứ hai (Q_2 hay Trung vị M_e): Vị trí $\frac{2n}{4} = \frac{n}{2}$. Chia mẫu thành hai nửa đều nhau.

+ Tứ phân vị thứ ba (Q_3): Vị trí $\frac{3n}{4}$. Đo điểm phân vị 75% dữ liệu.

4. Khoảng tứ phân vị và Giá trị ngoại lai (Bất thường):

• Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

• **Ý nghĩa:** Đo mức độ phân tán của 50% số liệu ở chính giữa mẫu. Không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường (ngoại lai).

• **Giá trị bất thường (Ngoại lai - Outlier):** Giá trị x được gọi là ngoại lai nếu $x < Q_1 - 1.5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_3 + 1.5\Delta_Q$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Thử thách trực quan 'Khám phá độ biến động qua biểu đồ thống kê thực tế' gồm 2 biểu đồ cốt lõi SGK KNTT: 1. Chiếu Hình 1 (Biểu đồ tần số ghép nhóm nhiệt độ trung bình ngày tháng 6 tại Hà Nội năm 2021 và 2022). Phát vấn: 'Quan sát biểu đồ, năm nào có khoảng biến thiên nhiệt độ $R = x_{max} - x_{min}$ lớn hơn? Nhóm nhiệt độ $[32; 34)$ có giá trị đại diện x_i là bao nhiêu?' 2. Chiếu Hình 2 (Biểu đồ phân bố thời gian chờ khám bệnh của 100 bệnh nhân). Phát vấn: 'Với cỡ mẫu $n = 100$, vị trí để tìm nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 ứng với giá trị tần số tích lũy bằng bao nhiêu?' GV yêu cầu HS làm việc cá nhân 1 phút, sau đó thảo luận cặp đôi 2 phút (Think – Pair – Share) hoàn thiện Bảng hệ thống hóa công thức tính $R, Q_1, Q_2, Q_3, \Delta_Q$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 1 và Hình 2 trên màn chiếu; tiếp nhận câu hỏi đọc số liệu và nhiệm vụ nhận diện công thức vào vở ghi bài.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát các nhóm cặp đôi thảo luận, gợi mở cách tính giá trị đại diện $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$; nhắc nhở lập bảng tần số tích lũy Cf_i để không nhầm lẫn nhóm chứa tứ phân vị.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc độc lập 1 phút rồi trao đổi cặp đôi 2 phút (Think – Pair – Share): • Từ Hình 1: Nhóm $[32; 34)$ có giá trị đại diện $x_i = \frac{32+34}{2} = 33°C$; năm 2022 có phổ nhiệt trải rộng hơn nên khoảng biến thiên R lớn hơn. • Từ Hình 2: Với $n = 100$, vị trí tìm Q_1 là $\frac{n}{4} = 25$; vị trí tìm Q_3 là $\frac{3n}{4} = 75$. • Thảo luận mẹo nhớ công thức nội suy và điều kiện phát hiện ngoại lai: $x < Q_1 - 1.5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_3 + 1.5\Delta_Q$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện 2 cặp học sinh lên bảng trình bày kết quả đọc dữ liệu từ Hình 1 và nêu công thức nội suy tứ phân vị. Cho cả lớp nhận xét, bổ sung và phản	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện HS trình bày câu trả lời, chia sẻ mẹo nhớ công thức: 'Lấy mốc trái

thuvientoanhoc.com

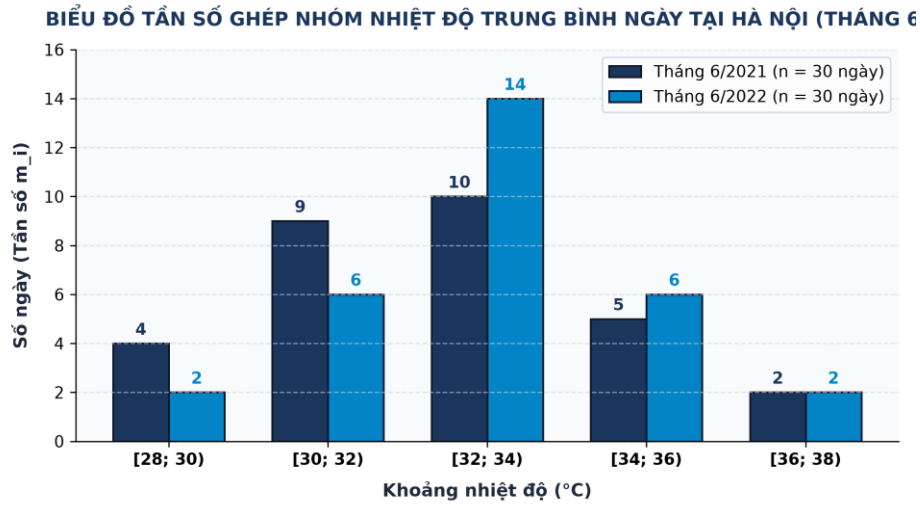
biện.	cộng tỉ lệ khoảng vượt chia tần số nhóm rồi nhân độ dài nhóm'. Cả lớp lắng nghe và hoàn thiện.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa quy trình 3 bước xác định tứ phân vị mẫu ghép nhóm: (1) Lập bảng tần số tích lũy Cf_i; (2) Tìm nhóm chứa Q_r; (3) Áp dụng công thức nội suy $Q_r = a_p + \frac{\frac{rn}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p)$. Chốt kiến thức trọng tâm.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi chép các ý chính vào mục 1 của vở ghi bài, khắc sâu quy tắc xác định nhóm chứa tứ phân vị.

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

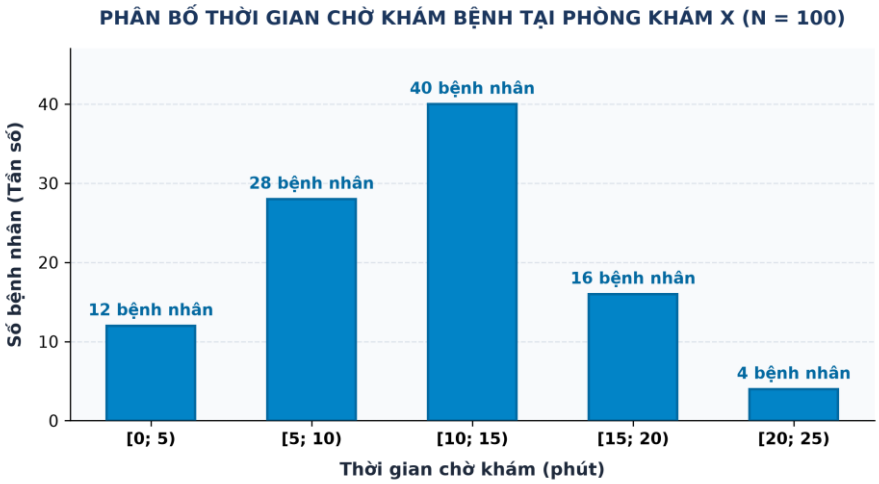
a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán theo 3 định dạng đề thi mới của Bộ GD&ĐT: Trắc nghiệm 4 phương án (8 câu), Trắc nghiệm Đúng/Sai (4 câu = 16 ý), Trắc nghiệm Trả lời ngắn (4 câu), gắn liền với ngữ cảnh thực tế của SGK Kết nối tri thức.

b) Nội dung: Học sinh thực hiện bộ câu hỏi rèn luyện trên vở ghi bài kèm 3 biểu đồ thực tế minh họa.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên phiếu cá nhân và bảng nhóm.

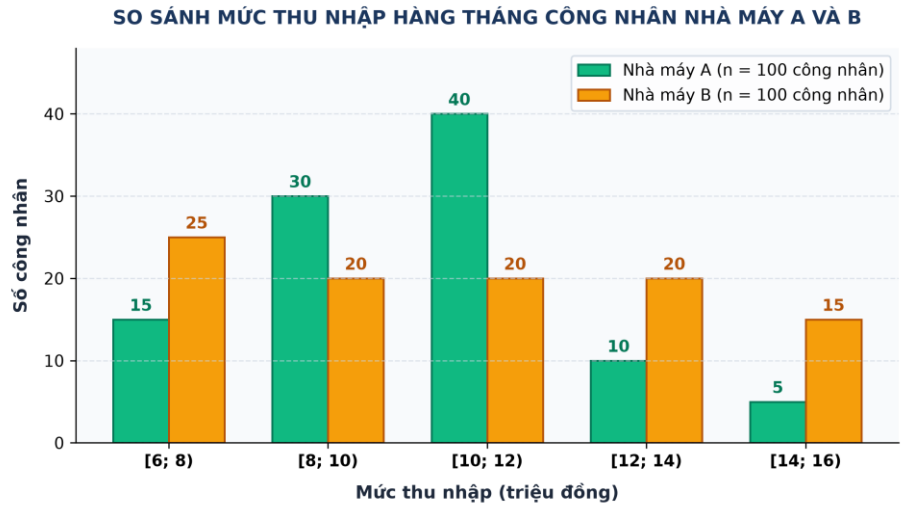


Hình 1: Biểu đồ tần số ghép nhóm nhiệt độ trung bình ngày tại Hà Nội tháng 6 (2021 vs 2022) (SGK tr. 75)



Hình 2: Phân bố thời gian chờ khám bệnh tại Phòng khám X với n = 100 bệnh nhân (SGK tr. 77)

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Biểu đồ so sánh mức thu nhập hàng tháng công nhân Nhà máy A và Nhà máy B (SGK tr. 79)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1. Một mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm là $[10;20), [20;30), [30;40), [40;50), [50;60)$. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $R = 50$. **B.** $R = 40$. **C.** $R = 60$. **D.** $R = 30$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về độ dài bước nhảy xa (mét) của 40 học sinh được chia thành các nhóm với tần số tương ứng. Giá trị đại diện của nhóm $[5.5; 6.0)$ là:

A. 5.75. **B.** 5.65. **C.** 5.80. **D.** 5.70.

Câu 3. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại (phút) của 60 học sinh trong một ngày. Vị trí để xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 dựa trên tần số tích lũy là:

A. 45. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 50.

Câu 4. Quan sát Hình 1 (Biểu đồ so sánh phân bố nhiệt độ trung bình ngày tại Hà Nội tháng 6/2021 và tháng 6/2022). Khoảng biến thiên nhiệt độ của mẫu số liệu năm 2021 là:

A. $R = 10°\text{C}$. **B.** $R = 8°\text{C}$. **C.** $R = 12°\text{C}$. **D.** $R = 6°\text{C}$.

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 100$. Biết nhóm $[20;30)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy đạt $Cf_p = 35$, tần số tích lũy của nhóm trước đó là $Cf_{p-1} = 15$, tần số nhóm là $m_p = 20$. Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu là:

A. $Q_1 = 25$. **B.** $Q_1 = 22.5$. **C.** $Q_1 = 27.5$. **D.** $Q_1 = 24$.

Câu 6. Quan sát Hình 2 (Thời gian chờ khám bệnh của bệnh nhân tại Phòng khám X với $n = 100$ bệnh nhân). Nhóm chứa trung vị Q_2 của mẫu số liệu là:

A. $[10;15)$. **B.** $[5;10)$. **C.** $[15;20)$. **D.** $[0;5)$.

Câu 7. Trong mẫu số liệu ghép nhóm thời gian chờ khám bệnh tại Hình 2, tứ phân vị thứ nhất Q_1 có giá trị bằng:

A. $Q_1 \approx 7.32$ phút. **B.** $Q_1 = 7.50$ phút.

C. $Q_1 \approx 6.85$ phút. **D.** $Q_1 \approx 8.12$ phút.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 32$ và $Q_3 = 48$. Một giá trị x được gọi là giá trị ngoại lai (bất thường) khi và chỉ khi:

A. $x < 8$ hoặc $x > 72$. **B.** $x < 16$ hoặc $x > 64$.

C. $x < 0$ hoặc $x > 80$. **D.** $x < 12$ hoặc $x > 68$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Câu 9: Một nghiên cứu về thời gian làm bài kiểm tra môn Toán 12 của 50 học sinh được ghép thành các nhóm sau:

thuvientoanhoc.com

$[20;25)$ có 4 học sinh; $[25;30)$ có 12 học sinh; $[30;35)$ có 18 học sinh; $[35;40)$ có 11 học sinh; $[40;45)$ có 5 học sinh.

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 25$ phút.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là nhóm $[25;30)$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu bằng $Q_1 = 28.54$ phút (làm tròn hàng phần trăm).

d) Khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu nhỏ hơn 8 phút.

Câu 10: Dựa vào Hình 1 (Biểu đồ phân bố nhiệt độ trung bình ngày tại Hà Nội trong tháng 6/2021 và tháng 6/2022, mỗi tháng có 30 ngày):

a) Cả hai năm 2021 và 2022 đều có khoảng biến thiên nhiệt độ bằng nhau và bằng $10°C$.

b) Năm 2021, nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là nhóm $[30;32)$.

c) Tứ phân vị thứ ba của nhiệt độ năm 2021 là $Q_3 = 34.6°C$.

d) Khoảng tứ phân vị nhiệt độ năm 2021 lớn hơn khoảng tứ phân vị nhiệt độ năm 2022, chứng tỏ 50% số ngày ở giữa của năm 2021 có nhiệt độ phân tán rộng hơn năm 2022.

Câu 11: Dựa vào Hình 2 (Biểu đồ phân bố thời gian chờ khám bệnh của 100 bệnh nhân tại Phòng khám X):

a) Số bệnh nhân có thời gian chờ từ 10 phút đến dưới 15 phút chiếm 40% tổng số bệnh nhân.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là nhóm $[15;20)$.

c) Tứ phân vị thứ ba của thời gian chờ tại Phòng khám X bằng $Q_3 = 14.375$ phút.

d) Khoảng tứ phân vị thời gian chờ là $\Delta_Q \approx 7.05$ phút.

Câu 12: Dựa vào Hình 3 (Biểu đồ so sánh mức thu nhập hàng tháng của 100 công nhân Nhà máy A và 100 công nhân Nhà máy B):

a) Khoảng biến thiên thu nhập của công nhân cả hai nhà máy A và B đều bằng 10 triệu đồng.

b) Nhóm chứa trung vị thu nhập của Nhà máy A là $[10;12)$.

c) Khoảng tứ phân vị thu nhập của công nhân Nhà máy A nhỏ hơn khoảng tứ phân vị thu nhập của công nhân Nhà máy B.

d) Mức thu nhập của công nhân Nhà máy A có tính tập trung và đồng đều hơn mức thu nhập của công nhân Nhà máy B.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 13: Một mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 80$. Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là: nhóm 1 có $Cf_1 = 12$; nhóm 2 $[15;20)$ có $Cf_2 = 36$; nhóm 3 $[20;25)$ có $Cf_3 = 62$; nhóm 4 $[25;30)$ có $Cf_4 = 80$. Giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1 bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 14: Khảo sát quãng đường đi làm mỗi ngày (km) của một số nhân viên văn phòng thu được tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 6.4$ km và tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 14.8$ km. Một nhân viên có quãng đường đi làm là bao nhiêu km trở lên thì bị coi là giá trị bất thường (ngoại lai)? (Nhập số thập phân chính xác).

Câu 15: Dựa vào Hình 2 (Biểu đồ thời gian chờ khám bệnh của 100 bệnh nhân tại Phòng khám X), tính giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1 theo đơn vị phút. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 16: Dựa vào Hình 3, đối với Nhà máy A (gồm 100 công nhân), tính khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ của mức thu nhập theo đơn vị triệu đồng. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm học tập tương ứng 4 tổ, phát vở ghi bài chứa trọn bộ bài tập rèn luyện 3 Dạng thức: • Nhóm 1: Chịu trách nhiệm Câu 1-4 (Dạng 1) và Câu 9. • Nhóm 2: Chịu trách nhiệm Câu 5-8 (Dạng 1) và Câu 10. • Nhóm 3: Chịu trách nhiệm Câu 11. và Câu 13, 15 (Dạng 3). • Nhóm 4: Chịu trách nhiệm Câu 12. và Câu 14, 16 (Dạng 3).	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm phân công nhiệm vụ cho các thành viên: 1 bạn lập bảng tần số tích lũy, 2 bạn giải bài tập trắc nghiệm, 1 bạn viết bảng phụ.

thuvientoanhoc.com

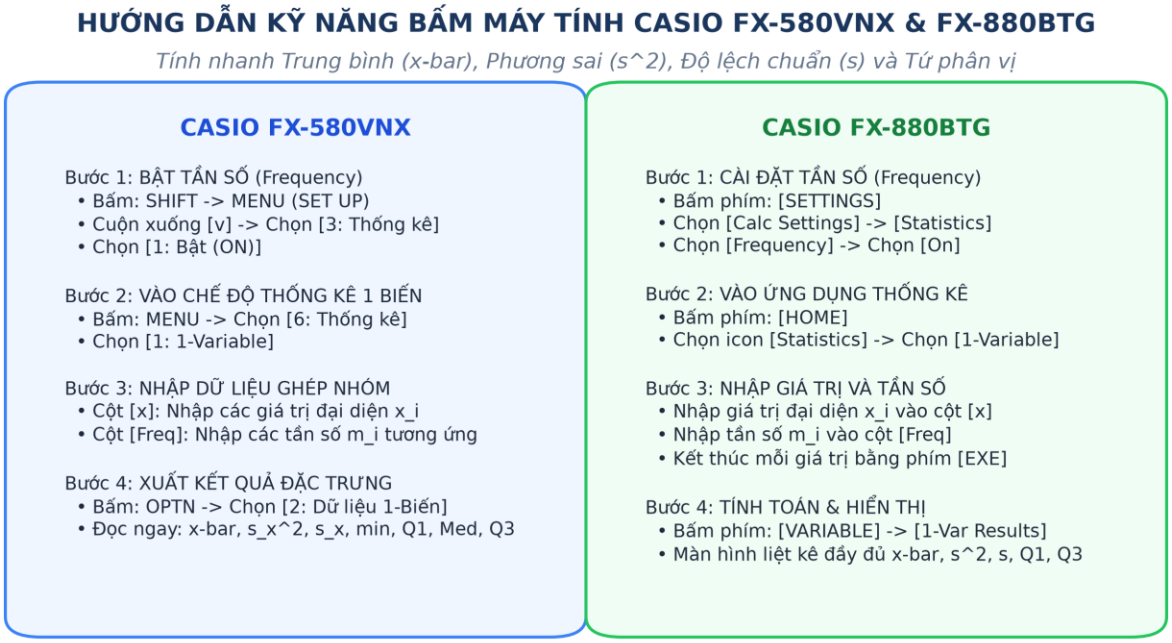
GV yêu cầu các nhóm trình bày lời giải chi tiết lên bảng phụ / giấy A0 trong 15 phút.	
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV luân chuyển quan sát hỗ trợ từng nhóm, đặc biệt lưu ý kiểm tra: + Nhóm 2, 3: Đã lập cột tần số tích lũy Cf_i chưa? Có nhầm độ dài nhóm h không? + Nhóm 4: Kỹ năng đọc biểu đồ ghép nhóm thu nhập và công thức xác định ngoại lai.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tích cực thảo luận nhóm, thực hiện giải các bài toán trên vở ghi bài: • Áp dụng công thức $R = a_{k+1} - a_1$. • Tìm vị trí $n/4$ và $3n/4$, xác định đúng nhóm $[a_p; a_{p+1})$. • Thay số vào công thức nội suy tứ phân vị và tính Δ_Q.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV tổ chức cho các nhóm treo bảng phụ, bốc thăm đại diện 2 nhóm lên bảng thuyết trình phương pháp tìm nhóm chứa Q_1, Q_3 và tính Δ_Q. Các nhóm phản biện chéo về kết quả làm tròn thập phân.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm 2 và nhóm 4 trình bày lời giải. Các thành viên nhóm khác đặt câu hỏi phản biện: 'Vì sao trong Câu 11, nhóm chứa Q_3 lại là $[10; 15)$ mà không phải là $[15; 20)$?'.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chiếu đáp án chuẩn, phân tích lỗi sai điển hình: nhiều em quên trừ tần số tích lũy của nhóm đứng trước Cf_{p-1}. GV chấm điểm thi đua cho các nhóm.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS đối chiếu kết quả, ghi chú cách khắc phục lỗi sai vào vở ghi.

3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - Ứng dụng Casio & GeoGebra (7 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo thao tác bấm máy tính Casio fx-580VNX và fx-880BTG Menu 6 Thống kê 1 biến; hiểu trực quan Biểu đồ hộp (Boxplot) và các mốc tứ phân vị trên GeoGebra.

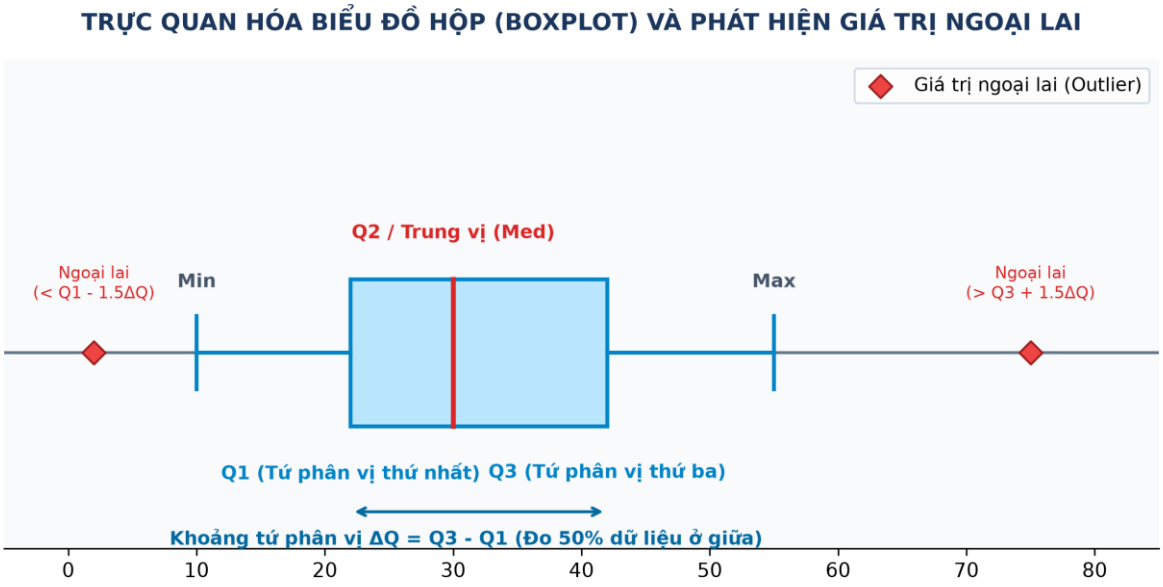
b) Nội dung: Thực hành theo Infographic hướng dẫn và quan sát đồ thị trực quan.

c) Sản phẩm: Màn hình kết quả máy tính cá nhân của học sinh.



Hình 8: Infographic Kỹ năng bấm máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG Thống kê ghép nhóm

thuvientoanhoc.com



Hình 9: Trực quan hóa Biểu đồ hộp (Boxplot) và phát hiện giá trị ngoại lai trên GeoGebra

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 8 (Infographic Casio) và Hình 9 (Giao diện GeoGebra Boxplot). Yêu cầu HS thực hiện trên máy tính Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG: • Bật chức năng tần số Frequency: ON. • Nhập dữ liệu thời gian chờ khám bệnh tại Phòng khám X (Hình 2) với giá trị đại diện $x_i \in \{2.5,7.5,12.5,17.5,22.5\}$ và tần số $m_i \in \{12,28,40,16,4\}$. • Xuất màn hình 1-Variable Calc để đối chiếu kết quả Q_1, Med, Q_3. Đồng thời quan sát GeoGebra biểu diễn Biểu đồ hộp và các điểm ngoại lai.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS mở máy tính cá nhân, thực hiện tuần tự các phím bấm theo hướng dẫn trên slide và Hình 8.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV di chuyển quanh lớp hỗ trợ học sinh cài đặt chế độ tần số trên máy tính cầm tay Casio đời mới fx-880BTG.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS nhập giá trị đại diện và tần số vào bảng thống kê 1 biến trên Casio. Quan sát biểu đồ hộp mẫu trên màn hình máy chiếu.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 1 HS đọc to các giá trị xuất hiện trên màn hình máy tính Casio. Nhận xét sự sai khác nhỏ (nếu có) giữa tính giải tích nội suy ghép nhóm và tính bằng giá trị đại diện trên máy tính.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS trả lời: 'Thưa cô, máy Casio hiển thị $min(x) = 2.5, Q_1 = 7.5, Med = 12.5, Q_3 = 12.5, max(x) = 22.5$'. Nhận ra máy tính tính trên giá trị đại diện rời rạc, còn công thức SGK là nội suy liên tục.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại: Máy tính cầm tay hỗ trợ kiểm tra rất nhanh nhóm chứa tứ phân vị và ước lượng giá trị, giúp học sinh tự tin loại trừ nhanh các phương án nhiễu	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi nhớ phím tắt kiểm tra nhanh kết quả vào mục Kỹ năng số của vở ghi

thuvientoanhoc.com

trong đề thi tốt nghiệp.	bài.

4. Hoạt động 4: Vận dụng thực tiễn & Tự học Tiết 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng ý nghĩa khoảng tứ phân vị giải thích hiện tượng phân hóa thời gian dùng mạng xã hội của học sinh.

b) Nội dung: Phân tích tình huống thực tế và ghi chú nhiệm vụ tự học.

c) Sản phẩm: Ý kiến nhận xét trong vở và đăng nhập hoàn thành bài tập Azota.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV giao bài tập tình huống thực tế: 'Một trường THPT khảo sát thời gian sử dụng mạng xã hội hàng ngày của học sinh hai lớp 12A và 12B. Biết rằng khoảng biến thiên thời gian của cả hai lớp là như nhau ($R = 5$ giờ), nhưng khoảng tứ phân vị của lớp 12A là $\Delta_{Q(A)} = 1.2$ giờ, còn lớp 12B là $\Delta_{Q(B)} = 2.8$ giờ. Em hãy phân tích ý nghĩa thực tế của hai con số này để tư vấn cho giáo viên chủ nhiệm về mức độ nghiện mạng xã hội của học sinh?'.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS đọc đề bài tình huống, suy nghĩ cách vận dụng ý nghĩa của Δ_Q.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn HS liên hệ ý nghĩa của khoảng tứ phân vị: đo độ biến động của 50% số học sinh ở nhóm giữa.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS trao đổi nhanh với bạn cùng bàn, so sánh mức độ phân tán của 50% dữ liệu ở giữa của hai lớp.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 2 HS đứng tại chỗ đưa ra nhận xét cá nhân.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS phát biểu: 'Khoảng tứ phân vị của 12B lớn hơn 12A chứng tỏ thời gian lướt mạng của học sinh lớp 12B phân tán rất rộng, có nhiều bạn dùng rất ít nhưng cũng có nhiều bạn dùng rất nhiều'.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng kết: Lớp 12A có thói quen sử dụng mạng xã hội tập trung, đồng đều hơn lớp 12B; lớp 12B có sự phân hóa rất lớn giữa các nhóm học sinh. Dặn dò HS hoàn thiện phần tự học trên hệ thống Azota trước khi bước sang Tiết 2.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi nhận xét vào vở và quét mã QR trên phiếu để làm bài tập rèn luyện về nhà.

TIẾT 2: PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM (ĐO ĐỘ RỦI RO & ĐỘ ỔN ĐỊNH)

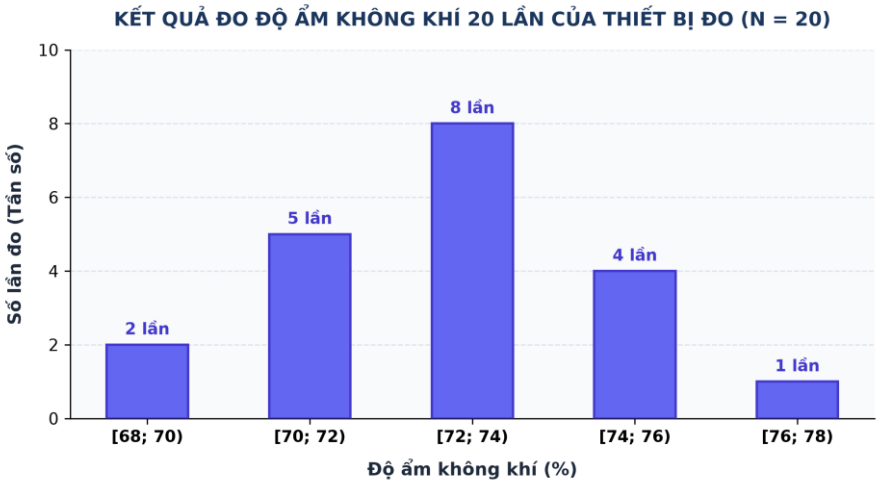
1. Hoạt động 1: Khởi động và Hệ thống hóa kiến thức Phương sai, Độ lệch chuẩn & Hệ số biến thiên (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện công thức tính giá trị đại diện x_i, số trung bình $\overline{x}$, phương sai s^2, độ lệch chuẩn s, hệ số biến thiên CV; nhận thức ý nghĩa đo lường độ rủi ro và độ ổn định.

b) Nội dung: Giải quyết tình huống máy đo độ ẩm không khí (Hình 4) và hoàn thiện bảng công thức rút gọn.

thuvientoanhoc.com

c) Sản phẩm: Bảng công thức tính nhanh $s^2 = \frac{1}{n}\sum m_i x_i^2 - (\overline{x})^2$ trong vở ghi.



Hình 4: Kết quả đo độ ẩm không khí 20 lần bằng thiết bị chuyên dụng (SGK tr. 80)

HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 2

1. Giá trị đại diện và Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm:

Cho mẫu số liệu ghép nhóm gồm k nhóm $[a_1; a_2), [a_2; a_3), \ldots, [a_k; a_{k+1})$ với tần số tương ứng $m_1, m_2, \ldots, m_k$. Cỡ mẫu $n = \sum_{i=1}^{k} m_i$.

• Giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ là: $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$.

• Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_k x_k}{n}$.

2. Phương sai và Độ lệch chuẩn:

• **Phương sai** (s^2): Là số đặc trưng đo độ phân tán của các số liệu xung quanh số trung bình:

+ Công thức định nghĩa: $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i(x_i - \overline{x})^2$.

+ Công thức rút gọn (tính toán nhanh): $s^2 = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2) - (\overline{x})^2$.

• **Độ lệch chuẩn** (s): $s = \sqrt{s^2}$.

(Lưu ý: Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị đo với dấu hiệu điều tra, giúp giải thích ý nghĩa thực tế dễ dàng hơn phương sai).

3. Ý nghĩa thực tiễn của Phương sai và Độ lệch chuẩn:

• Phương sai và độ lệch chuẩn càng nhỏ ⇒ các giá trị của mẫu số liệu càng tập trung quanh số trung bình (dữ liệu có tính đồng đều cao, máy móc hoạt động chính xác, phong độ thể thao ổn định, danh mục đầu tư tài chính ít rủi ro).

• Ngược lại, phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn ⇒ số liệu phân tán rộng, biến động mạnh, mức độ rủi ro cao.

4. Hệ số biến thiên (CV - Coefficient of Variation):

• Công thức: $CV = \frac{s}{\overline{x}}$ (hoặc $CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\%$).

• **Ý nghĩa đặc biệt:** Dùng để so sánh độ phân tán / độ biến động giữa hai mẫu số liệu khi:

+ Hai mẫu số liệu có **đơn vị đo khác nhau** (ví dụ: so sánh độ biến động chiều cao tính bằng cm và cân nặng tính bằng kg).

+ Hoặc hai mẫu có cùng đơn vị nhưng **giá trị trung bình chênh lệch nhau rất lớn**.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

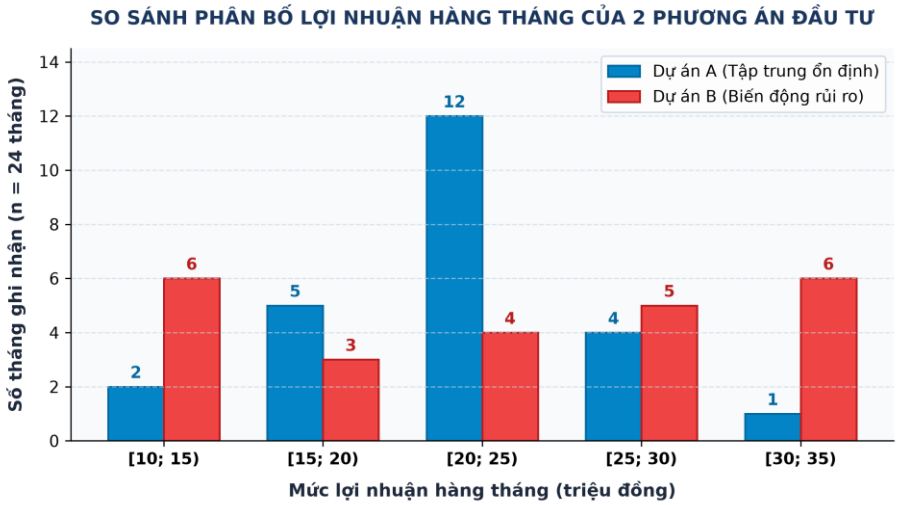
HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 4 (Biểu đồ đo độ ẩm không khí 20 lần bằng thiết bị chuyên dụng) và đặt câu hỏi mở đầu: 'Để đánh giá một thiết bị đo độ ẩm có đạt tiêu chuẩn chất lượng xuất xưởng hay không, kỹ sư kiểm định yêu cầu độ lệch chuẩn s của kết quả đo không được vượt quá 0.15%. Làm thế nào để tính nhanh phương sai và độ lệch chuẩn của bảng số liệu ghép nhóm này?' Sau đó, GV yêu cầu HS thảo luận cặp đôi hoàn thiện Bảng hệ thống hóa công thức tính nhanh $\overline{x}, s^2, s$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát biểu đồ Hình 4, đọc nhanh các nhóm độ ẩm: $[68;70)$ có 2 lần, $[70;72)$ có 5 lần, $[72;74)$ có 8 lần, $[74;76)$ có 4 lần, $[76;78)$ có 1 lần $(n = 20)$.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn HS nhận diện giá trị đại diện x_i của từng khoảng độ ẩm và áp dụng công thức rút gọn $s^2 = \frac{1}{n}\sum m_i x_i^2 - (\overline{x})^2$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS thảo luận theo bàn, tính giá trị đại diện $x_i \in \{69,71,73,75,77\}$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện 1 HS lên bảng lập bảng tính nháp 3 cột: x_i, $m_i x_i$, $m_i x_i^2$. Cả lớp theo dõi và đối chiếu.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS đại diện báo cáo kết quả: $\overline{x} = 72.8\%$, $\sum m_i x_i^2 = 106100$, từ đó $s^2 = 4.16 \Rightarrow s \approx 2.04\%$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa quy trình 4 bước tính phương sai mẫu ghép nhóm: (1) Tính các giá trị đại diện x_i; (2) Tính số trung bình $\overline{x}$; (3) Tính tổng $\sum m_i x_i^2$; (4) Lắp công thức rút gọn suy ra s^2 và căn bậc hai tìm s.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi công thức rút gọn và lưu ý quan trọng vào vở ghi bài.

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng thành thạo công thức tính phương sai, độ lệch chuẩn, hệ số biến thiên vào các bài toán kinh tế - tài chính, thể thao, tuổi thọ pin điện thoại theo 3 định dạng đề thi mới.

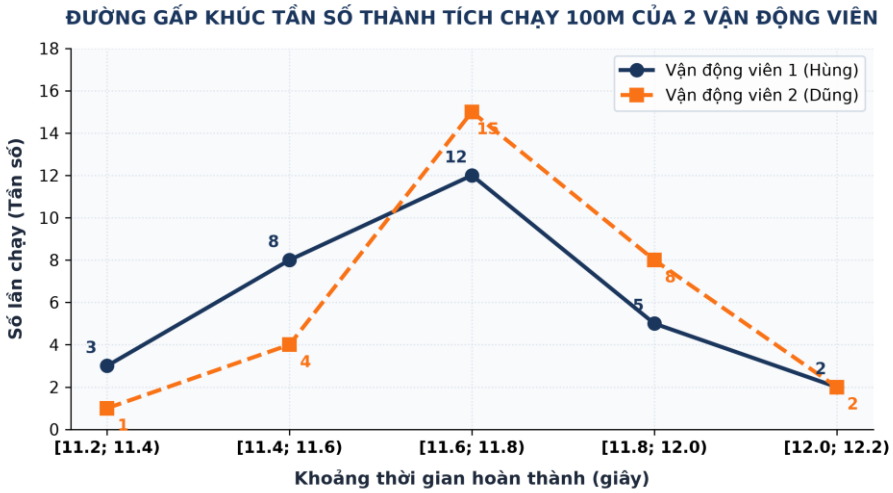
b) Nội dung: Bộ bài tập rèn luyện trên vở ghi bài kèm 3 biểu đồ thực tế.

c) Sản phẩm: Bài giải chi tiết trên bảng nhóm và vở ghi bài cá nhân.

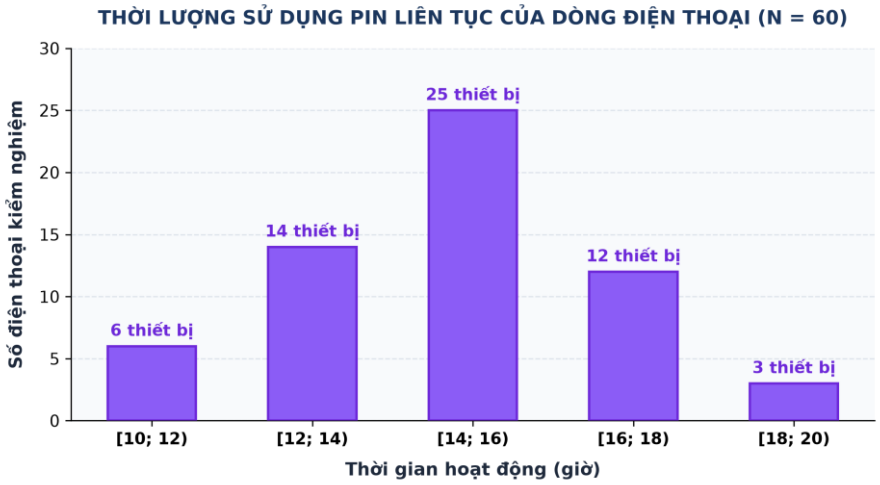


Hình 5: So sánh phân bố lợi nhuận hàng tháng của 2 phương án đầu tư tài chính A và B (SGK tr. 82)

thuvientoanhoc.com



Hình 6: Đường gấp khúc tần số thành tích chạy 100m của hai vận động viên qua 30 lần chạy (SGK tr. 82)



Hình 7: Phân bố thời lượng sử dụng pin liên tục của 60 điện thoại thông minh (Bài 3.14 SGK tr. 86)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1. Khảo sát tuổi thọ của 50 bóng đèn LED được chia thành các nhóm có giá trị đại diện x_i và tần số m_i. Công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i$. **B.** $\overline{x} = \sum_{i=1}^{k} m_i x_i$.

C. $\overline{x} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i$. **D.** $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i$.

Câu 2. Nếu phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm bằng $s^2 = 6.25$ thì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. $s = 2.5$. **B.** $s = 3.125$. **C.** $s = 39.0625$. **D.** $s = 1.25$.

Câu 3. Một mẫu số liệu ghép nhóm có số trung bình $\overline{x} = 20$ và độ lệch chuẩn $s = 2$. Hệ số biến thiên CV của mẫu số liệu đó là:

A. $CV = 10\%$. **B.** $CV = 20\%$. **C.** $CV = 5\%$. **D.** $CV = 0.2\%$.

Câu 4. Một mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 40$, biết $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = 800$ và $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 = 16360$. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $s^2 = 9$. **B.** $s^2 = 3$. **C.** $s^2 = 81$. **D.** $s^2 = 12$.

Câu 5. Hai vận động viên bắn súng A và B tham gia tập luyện với số lần bắn như nhau và có cùng điểm bắn trung bình là $\overline{x}_A = \overline{x}_B = 8.8$ điểm. Biết độ lệch chuẩn của A là $s_A = 0.42$ điểm và của B là $s_B = 0.85$ điểm. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

A. Vận động viên A có phong độ thi đấu ổn định hơn vận động viên B.

B. Vận động viên B có phong độ thi đấu ổn định hơn vận động viên A.

thuvientoanhoc.com

C. Cả hai vận động viên có phong độ thi đấu ổn định như nhau.

D. Không thể so sánh được vì thiếu dữ liệu điểm số từng lần bắn.

Câu 6. Quan sát Hình 4 (Biểu đồ đo độ ẩm không khí 20 lần). Giá trị đại diện của nhóm có tần số lớn nhất là:

A. 73%. **B.** 72%. **C.** 74%. **D.** 71%.

Câu 7. Dựa vào Hình 5 (Biểu đồ so sánh phân bố lợi nhuận hàng tháng của 2 phương án đầu tư tài chính A và B trong 24 tháng). Nhận định nào sau đây phản ánh ĐÚNG bản chất độ rủi ro đầu tư?

A. Phương án B có độ phân tán lợi nhuận lớn hơn, do đó mức độ rủi ro tài chính cao hơn phương án A.

B. Phương án A có mức độ rủi ro cao hơn phương án B vì có số tháng đạt lợi nhuận trung bình nhiều hơn.

C. Cả hai phương án có mức độ rủi ro như nhau vì cùng khảo sát trong 24 tháng.

D. Phương án B an toàn hơn phương án A vì có tháng đạt mức lợi nhuận cao nhất.

Câu 8. Một nhà đầu tư theo dõi tỷ suất sinh lời của hai cổ phiếu X và Y. Cổ phiếu X có $\overline{x}_X = 15\%$, $s_X = 3\%$. Cổ phiếu Y có $\overline{x}_Y = 25\%$, $s_Y = 6\%$. Nếu so sánh mức độ rủi ro tương đối thông qua hệ số biến thiên CV, ta kết luận:

A. Cổ phiếu X có mức độ rủi ro tương đối thấp hơn ($CV_X = 20\% < CV_Y = 24\%$).

B. Cổ phiếu Y có mức độ rủi ro tương đối thấp hơn ($CV_Y < CV_X$).

C. Hai cổ phiếu có mức độ rủi ro tương đối bằng nhau.

D. Cổ phiếu X rủi ro cao hơn do tỷ suất sinh lời trung bình thấp hơn.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Câu 9: Một trạm khí tượng đo lượng mưa hàng ngày (mm) trong một tháng mùa hè (30 ngày) được ghép thành các nhóm:

$[0;10)$ có 8 ngày; $[10;20)$ có 10 ngày; $[20;30)$ có 7 ngày; $[30;40)$ có 3 ngày; $[40;50)$ có 2 ngày.

a) Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là $5; 15; 25; 35; 45$.

b) Lượng mưa trung bình một ngày trong tháng là $\overline{x} = 18.0$ mm.

c) Phương sai của mẫu số liệu lượng mưa bằng $s^2 = 126$ (làm tròn hàng đơn vị).

d) Độ lệch chuẩn của lượng mưa xấp xỉ bằng 11.22 mm, chứng tỏ lượng mưa giữa các ngày có sự biến động đáng kể.

Câu 10: Dựa vào Hình 5 (Biểu đồ phân bố lợi nhuận hàng tháng của 2 phương án đầu tư tài chính A và B trong 24 tháng):

a) Cả hai phương án đầu tư đều có cùng số tháng khảo sát là $n = 24$ tháng.

b) Lợi nhuận trung bình hàng tháng của cả hai phương án đều xấp xỉ bằng 22.5 triệu đồng.

c) Độ lệch chuẩn lợi nhuận của phương án A lớn hơn độ lệch chuẩn lợi nhuận của phương án B.

d) Đối với nhà đầu tư ưu tiên sự an toàn và ổn định của dòng tiền thì nên chọn phương án A.

Câu 11: Dựa vào Hình 6 (Đường gấp khúc tần số thành tích chạy 100m của hai vận động viên 1 và 2 qua 30 lần chạy):

a) Khoảng biến thiên thành tích chạy của cả hai vận động viên đều bằng 1.0 giây.

b) Thời gian chạy trung bình 100m của Vận động viên 1 là $\overline{x}_1 = 11.69$ giây.

c) Vận động viên 2 có độ lệch chuẩn thành tích nhỏ hơn Vận động viên 1.

d) Huấn luyện viên nên chọn Vận động viên 2 tham gia thi đấu đồng đội tiếp sức vì phong độ ổn định hơn.

Câu 12: Dựa vào Hình 7 (Thời lượng sử dụng pin liên tục của 60 điện thoại thông minh):

a) Thời lượng pin trung bình của mẫu là $\overline{x} = 14.8$ giờ.

b) Phương sai của thời lượng pin lớn hơn 5.

c) Độ lệch chuẩn của thời lượng sử dụng pin xấp xỉ bằng 2.14 giờ.

d) Hệ số biến thiên của mẫu số liệu thời lượng pin đạt xấp xỉ 14.46%, phản ánh mức độ ổn định tốt của dòng pin.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

thuvientoanhoc.com

Câu 13: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 50$, $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = 1500$ và $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 = 45800$. Tính độ lệch chuẩn s của mẫu số liệu này. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 14: Dựa vào Hình 4 (Biểu đồ đo độ ẩm không khí 20 lần), tính phương sai s^2 của mẫu số liệu ghép nhóm. (Nhập kết quả dưới dạng số thập phân chính xác).

Câu 15: Dựa vào Hình 7 (Thời lượng sử dụng pin của 60 điện thoại thông minh), tính độ lệch chuẩn s của thời lượng pin theo đơn vị giờ. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 16: Một mẫu số liệu ghép nhóm có số trung bình $\overline{x} = 45.6$ và độ lệch chuẩn $s = 5.7$. Tính hệ số biến thiên CV của mẫu số liệu này theo đơn vị phần trăm (%). (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp làm 4 nhóm chuyên sâu giải quyết bài toán thực tế đo lường rủi ro và độ ổn định: • Nhóm 1: Xử lý Câu 1-4 (Dạng 1) và Câu 9. • Nhóm 2: Xử lý Câu 5-8 (Dạng 1) và Câu 10. • Nhóm 3: Xử lý Câu 11. và Câu 13, 15 (Dạng 3). • Nhóm 4: Xử lý Câu 12. và Câu 14, 16 (Dạng 3). GV yêu cầu các nhóm áp dụng linh hoạt công thức rút gọn và kiểm tra chéo bằng máy tính cầm tay Casio.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS nhận vở ghi bài, phân công người tính nhẩm công thức rút gọn, người bấm máy tính kiểm tra.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV theo dõi sát sao, nhắc nhở học sinh: + Tránh sai số lũy kế do làm tròn số trung bình $\overline{x}$ quá sớm. + Nhập chính xác tần số vào máy tính Casio để đối chiếu kết quả.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các thành viên nhóm tính toán sôi nổi: • Lập bảng giá trị đại diện x_i. • Tính $\overline{x}$ và $\sum m_i x_i^2$. • Tính phương sai s^2 và căn bậc hai lấy độ lệch chuẩn s.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV chỉ định đại diện Nhóm 2 lên phân tích bài toán tài chính (Hình 5), đại diện Nhóm 3 phân tích bài toán phong độ thể thao (Hình 6). Các nhóm khác phản biện: 'Tại sao cùng có lợi nhuận trung bình 22.5 triệu nhưng Dự án A lại ít rủi ro hơn Dự án B?'.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện HS giải thích thuyết phục: 'Phương án A có các tháng đạt lợi nhuận tập trung ở khoảng 20-25 triệu nên độ lệch chuẩn nhỏ, độ phân tán thấp, do đó ít rủi ro hơn phương án B có lợi nhuận phân tán mạnh ở hai đầu cực biên'.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại ý nghĩa cốt lõi: Độ lệch chuẩn s chính là thước đo độ rủi ro trong kinh tế - tài chính và thước đo độ ổn định trong thể thao, công nghiệp sản xuất.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi kết luận sư phạm và mẹo tính nhanh vào vở.

3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - Tối ưu hóa tính toán Casio & Phân tích dữ liệu (7 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng bấm máy Casio siêu tốc (dưới 15 giây), phân biệt chính xác phương sai mẫu σ_x^2 và phương sai hiệu chỉnh s_x^2.

b) Nội dung: Tham gia thử thách tính nhanh 15 giây với bộ dữ liệu thời lượng pin (Hình 7).

c) Sản phẩm: Kết quả đọc nhanh chính xác tuyệt đối các đại lượng $\overline{x}, s^2, s$.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV tổ chức thi đua bấm máy tính nhanh 'Thử thách 15 giây Thống kê Casio': Cho bảng số liệu gồm 5 nhóm thời lượng pin (Hình 7). Trong vòng 15 giây, học sinh phải bấm máy và ghi ra giấy nháp chính xác 3 giá trị: $\overline{x}, s^2, s$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS chuẩn bị máy tính Casio ở trạng thái Frequency: ON, tập trung lắng nghe hiệu lệnh bắt đầu.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV bấm giờ đồng hồ cát, quan sát thao tác tay của học sinh các dãy bàn.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS thực hiện thao tác nhập số liệu cực nhanh: Cột $x \in \{11,13,15,17,19\}$, Cột $Freq \in \{6,14,25,12,3\}$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV kiểm tra kết quả của 3 học sinh giơ tay đầu tiên, mời một em chia sẻ mẹo bấm nhanh: không bấm AC sau mỗi nhóm mà dùng phím điều hướng và nhập một mạch cột x rồi quay lại nhập cột $Freq$.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS đọc kết quả: '$\overline{x} = 14.8$ giờ, phương sai $s^2 = 4.56$, độ lệch chuẩn $s = 2.1354 \approx 2.14$ giờ'.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV biểu dương tốc độ và độ chính xác của HS, dặn dò lưu ý về sự khác nhau giữa σ_x (độ lệch chuẩn mẫu) và s_x (độ lệch chuẩn hiệu chỉnh) trên màn hình máy tính Casio để không bị chọn nhầm.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi nhớ ký hiệu σ_x^2 trên máy Casio chính là phương sai mẫu s^2 trong SGK Kết nối tri thức.

4. Hoạt động 4: Vận dụng - Sơ đồ tư duy & Tổng kết 4 Bẫy sai lầm kinh điển (3 phút)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn diện ma trận lựa chọn số đặc trưng đo độ phân tán; khắc sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển để tránh mất điểm trong kỳ thi tốt nghiệp THPT 2025.

b) Nội dung: Khảo sát sơ đồ tư duy Hình 10 và trả lời các câu hỏi tình huống.

c) Sản phẩm: Bản ghi nhớ sơ đồ tư duy và nhận nhiệm vụ dự án học tập.



Hình 10: Sơ đồ quyết định chọn số đặc trưng đo độ phân tán và 4 bẫy sai lầm kinh điển trong đề thi THPT 2025

thuvientoanhoc.com

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Hình 10 (Sơ đồ tư duy ma trận lựa chọn số đặc trưng và 4 bẫy sai lầm kinh điển). Yêu cầu HS quan sát sơ đồ nhánh, trả lời câu hỏi tổng hợp: 1. Khi mẫu số liệu có giá trị ngoại lai, ta nên dùng số đặc trưng nào để đo độ phân tán? 2. Khi hai mẫu số liệu khác đơn vị đo, số đặc trưng nào là bắt buộc để so sánh độ biến động? 3. Kể tên 4 bẫy sai lầm thường gặp nhất trong đề thi tốt nghiệp THPT?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 10, phân tích sơ đồ tư duy trên màn chiếu.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV chỉ định các học sinh lần lượt trả lời từng câu hỏi tổng hợp.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS hệ thống lại toàn bộ kiến thức của 2 tiết học ôn tập vào sổ tay toán học.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Cả lớp lắng nghe, thảo luận về cách phân biệt bẫy công thức nội suy tứ phân vị và bẫy hệ số biến thiên CV.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS trả lời tự tin các câu hỏi của giáo viên, nêu rõ lý do tránh từng bẫy sai lầm.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV khắc sâu quy tắc chọn số đặc trưng: (1) Có ngoại lai ⇒ Dùng Δ_Q; (2) Chuẩn, đo độ rủi ro ⇒ Dùng s^2, s; (3) Khác đơn vị ⇒ Dùng $CV = s/\overline{x}$. GV giao nhiệm vụ học tập về nhà trên Azota và Dự án học tập nhóm.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS chụp lại sơ đồ tư duy hoặc ghi tóm tắt vào vở ghi bài, nhận nhiệm vụ dự án nhóm.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ DẶN DÒ

1. Nhiệm vụ cá nhân (Hoàn thành trên hệ thống trực tuyến Azota / Google Forms):

• Xem lại toàn bộ lý thuyết và sơ đồ tư duy chọn số đặc trưng đo độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm (Hình 10).

• Hoàn thành bài kiểm tra trực tuyến gồm 15 câu trắc nghiệm khách quan trên Azota (thời gian làm bài: 25 phút). Hạn nộp: Trước 22h00 ngày hôm sau.

• Luyện tập thành thạo kỹ năng bấm máy tính Casio fx-580VNX và fx-880BTG Menu 6 Thống kê 1 biến: Bật tần số (Frequency ON), nhập bảng số liệu ghép nhóm và đọc nhanh $\overline{x}, s^2, s, Q_1, Med, Q_3$ dưới 20 giây.

2. Dự án học tập nhóm nhỏ (Mỗi nhóm 6 - 8 học sinh, nộp báo cáo sau 1 tuần):

• **Đề tài dự án:** *'Khảo sát và Phân tích mức độ phân tán thời gian tự học môn Toán hàng ngày của học sinh khối 12 trường THPT trước kỳ thi tốt nghiệp năm 2025'*.

• **Nhiệm vụ cụ thể của các nhóm:**

+ Nhóm 1 & 2: Thu thập số liệu của 100 học sinh các lớp Khoa học Tự nhiên; ghép thành 5 nhóm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

+ Nhóm 3 & 4: Thu thập số liệu của 100 học sinh các lớp Khoa học Xã hội; ghép thành 5 nhóm nửa khoảng tương ứng.

+ Tính các số đặc trưng: Số trung bình $\overline{x}$, Khoảng biến thiên R, Tứ phân vị Q_1, Q_3, Khoảng tứ phân vị Δ_Q, Phương sai s^2, Độ lệch chuẩn s, Hệ số biến thiên CV.

+ Trực quan hóa dữ liệu bằng Biểu đồ hộp (Boxplot) trên GeoGebra hoặc Excel, phát hiện các học sinh có thời gian tự học ngoại lai (bất thường).

thuvientoanhoc.com

+ Viết báo cáo so sánh độ đồng đều, mức độ phân hóa thời gian học tập giữa hai khối lớp và đưa ra khuyến nghị học tập khoa học.

V. HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP ÔN TẬP

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng nhất)

Câu 1. Khảo sát chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 12 được ghép thành các nhóm: $[150;155), [155;160), [160;165), [165;170), [170;175)$. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $R = 25$ cm. **B.** $R = 20$ cm. **C.** $R = 15$ cm. **D.** $R = 30$ cm.

Câu 2. Trong mẫu số liệu ghép nhóm, giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$. **B.** $x_i = a_{i+1} - a_i$.

C. $x_i = \sqrt{a_i \cdot a_{i+1}}$. **D.** $x_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{2}$.

Câu 3. Một mẫu số liệu ghép nhóm có cỡ mẫu $n = 120$. Vị trí để xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 dựa vào tần số tích lũy là:

A. 30. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 40.

Câu 4. Một mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 60$. Biết nhóm $[40;50)$ có tần số $m_p = 20$ và là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy $Cf_p = 45$, tần số tích lũy của nhóm trước đó là $Cf_{p-1} = 25$. Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu là:

A. $Q_3 = 50$. **B.** $Q_3 = 45$. **C.** $Q_3 = 47.5$. **D.** $Q_3 = 42.5$.

Câu 5. Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 24.5$ và tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 38.2$. Khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu là:

A. $\Delta_Q = 13.7$. **B.** $\Delta_Q = 62.7$. **C.** $\Delta_Q = 31.35$. **D.** $\Delta_Q = 6.85$.

Câu 6. Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 50$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 12$. Một giá trị x trong mẫu được coi là giá trị bất thường (ngoại lai) ở biên dưới nếu:

A. $x < 32$. **B.** $x < 38$. **C.** $x < 44$. **D.** $x < 26$.

Câu 7. Điểm kiểm tra giữa kỳ của 40 học sinh được ghép thành các nhóm: $[4;6)$ có 6 học sinh; $[6;8)$ có 24 học sinh; $[8;10)$ có 10 học sinh. Điểm trung bình $\overline{x}$ của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $\overline{x} = 7.2$. **B.** $\overline{x} = 7.0$. **C.** $\overline{x} = 7.4$. **D.** $\overline{x} = 6.8$.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm có cỡ mẫu $n = 50$, biết $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = 1000$ và $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 = 20800$. Phương sai s^2 của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng:

A. $s^2 = 16$. **B.** $s^2 = 4$. **C.** $s^2 = 256$. **D.** $s^2 = 20$.

Câu 9. Hai chiếc máy tiện tự động I và II cùng sản xuất các trục kim loại có đường kính danh nghĩa 20 mm. Đo ngẫu nhiên 50 trục kim loại do mỗi máy sản xuất thu được đường kính trung bình $\overline{x}_I = \overline{x}_{II} = 20.0$ mm, độ lệch chuẩn của máy I là $s_I = 0.08$ mm và của máy II là $s_{II} = 0.15$ mm. Kết luận nào sau đây là ĐÚNG?

A. Máy I hoạt động với độ chính xác và ổn định cao hơn máy II.

B. Máy II hoạt động với độ chính xác và ổn định cao hơn máy I.

C. Cả hai máy hoạt động với độ ổn định tương đương nhau.

D. Không so sánh được do số trục tiện là ngẫu nhiên.

Câu 10. Khảo sát trọng lượng (kg) của 40 con heo giống của trại A có $\overline{x}_A = 80$ kg, $s_A = 8$ kg. Khảo sát trọng lượng (g) của 40 con gà giống trại B có $\overline{x}_B = 1500$ g, $s_B = 120$ g. So sánh mức độ phân tán tương đối thông qua hệ số biến thiên CV, khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. Trọng lượng đàn gà giống trại B có độ phân tán tương đối nhỏ hơn đàn heo trại A (8% <

B. Trọng lượng đàn heo giống trại A có độ phân tán tương đối nhỏ hơn đàn gà trại B.

thuvientoanhoc.com

10%).

C. Hai đàn giống có mức độ phân tán trọng lượng tương đối như nhau.

D. Không thể so sánh được vì hai loài động vật khác nhau.

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 11 đến Câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai)

Câu 11: Một bác sĩ tim mạch theo dõi nhịp tim khi nghỉ ngơi (nhịp/phút) của 60 bệnh nhân điều trị ngoại trú và tổng hợp thành bảng tần số ghép nhóm sau:
$[60;70)$ có 9 bệnh nhân; $[70;80)$ có 21 bệnh nhân; $[80;90)$ có 18 bệnh nhân; $[90;100)$ có 8 bệnh nhân; $[100;110)$ có 4 bệnh nhân.

a) Khoảng biến thiên nhịp tim của mẫu bệnh nhân là $R = 50$ nhịp/phút.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là nhóm $[70;80)$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của nhịp tim bằng $Q_1 = 72.86$ nhịp/phút (làm tròn hàng phần trăm).

d) Tứ phân vị thứ ba của nhịp tim là $Q_3 = 88.33$ nhịp/phút, do đó khoảng tứ phân vị bằng $\Delta_Q \approx 15.47$ nhịp/phút.

Câu 12: Một kỹ sư kiểm định chất lượng thử nghiệm tuổi thọ (nghìn giờ) của 100 bóng đèn LED loại A do nhà máy sản xuất:
$[20;25)$ có 10 bóng; $[25;30)$ có 25 bóng; $[30;35)$ có 45 bóng; $[35;40)$ có 15 bóng; $[40;45)$ có 5 bóng.

a) Giá trị đại diện của nhóm $[30;35)$ là 32.5 nghìn giờ.

b) Tuổi thọ trung bình của bóng đèn LED loại A là $\overline{x} = 31.5$ nghìn giờ.

c) Phương sai của tuổi thọ bóng đèn là $s^2 = 23.25$.

d) Độ lệch chuẩn của tuổi thọ bóng đèn là $s \approx 4.82$ nghìn giờ, hệ số biến thiên $CV \approx 15.30\%$.

Câu 13: Một phòng giao dịch ngân hàng thống kê số tiền gửi tiết kiệm (triệu đồng) của 80 khách hàng cá nhân trong một ngày làm việc:
$[10;30)$ có 16 khách; $[30;50)$ có 28 khách; $[50;70)$ có 20 khách; $[70;90)$ có 12 khách; $[90;110)$ có 4 khách.

a) Cỡ mẫu là $n = 80$ và khoảng biến thiên số tiền gửi là $R = 100$ triệu đồng.

b) Nhóm chứa trung vị số tiền gửi là $[30;50)$.

c) Trung vị số tiền gửi của khách hàng bằng $M_e = 47.14$ triệu đồng (làm tròn hàng phần trăm).

d) Số tiền gửi trung bình của khách hàng tại phòng giao dịch này lớn hơn 55 triệu đồng.

Câu 14: Khảo sát năng suất lúa vụ hè thu (tạ/ha) của 50 hợp tác xã nông nghiệp thuộc hai huyện Triệu Phong (huyện 1) và Hải Lăng (huyện 2):
Năng suất huyện 1 có $\overline{x}_1 = 62.4$ tạ/ha và phương sai $s_1^2 = 8.41$.
Năng suất huyện 2 có $\overline{x}_2 = 63.8$ tạ/ha và phương sai $s_2^2 = 18.49$.

a) Độ lệch chuẩn năng suất lúa của huyện 1 là $s_1 = 2.9$ tạ/ha.

b) Độ lệch chuẩn năng suất lúa của huyện 2 là $s_2 = 4.3$ tạ/ha.

c) Năng suất lúa giữa các hợp tác xã ở huyện 1 có tính đồng đều và ổn định cao hơn huyện 2.

d) Hệ số biến thiên năng suất lúa của huyện 2 nhỏ hơn hệ số biến thiên năng suất lúa của huyện 1.

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 15 đến Câu 20. Viết kết quả tính toán chính xác vào ô trả lời)

Câu 15: Khảo sát thời gian di chuyển từ nhà đến trường (phút) của 100 học sinh THPT được chia thành các nhóm: $[5;15), [15;25), [25;35), [35;45), [45;55)$. Khoảng biến thiên thời gian di chuyển của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng bao nhiêu phút?

Câu 16: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 100$. Nhóm $[20;30)$ có tần số $m_p = 25$ và là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy $Cf_p = 40$, tần số tích lũy của nhóm trước là $Cf_{p-1} = 15$. Tính giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1.

Câu 17: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 15.6$ và tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 28.4$. Tính khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu đó.

thuvientoanhoc.com

Câu 18: Khảo sát thời gian tự học môn Toán (phút/ngày) của 40 học sinh thu được: nhóm $[30;60)$ có 8 học sinh; $[60;90)$ có 16 học sinh; $[90;120)$ có 12 học sinh; $[120;150)$ có 4 học sinh. Tính thời gian tự học trung bình $\overline{x}$ (phút/ngày) của 40 học sinh này.

Câu 19: Một mẫu số liệu ghép nhóm có $n = 50$, $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = 1200$ và $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 = 30200$. Tính phương sai s^2 của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Câu 20: Với mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai $s^2 = 28.0$ ở Câu 19, hãy tính độ lệch chuẩn s. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

VI. BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1. Bảng tổng hợp đáp án Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

Bảng đáp án Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (10 câu)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Bảng đáp án Phần II: Câu trắc nghiệm Đúng / Sai (4 câu - 16 ý)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 11.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 12.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 13.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 14.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Bảng đáp án Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 câu)

Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
50	24.0	12.8	84.0	28.0	5.29

2. Bảng đáp án nhanh các bài tập luyện tập trên lớp (Tiết 1 và Tiết 2)

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 1 (HOẠT ĐỘNG 2 - KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A ($R = 50$ kg), 2-A ($x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$), 3-A ($\frac{n}{4} = 25$), 4-A ($[20;30)$), 5-A ($Q_1 \approx 28.54$), 6-A ($Q_3 \approx 36.28$), 7-A ($\Delta_Q \approx 7.74$), 8-A ($x > 47.89$).

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 9: a-Đ, b-Đ, c-Đ ($Q_1 \approx 28.54$), d-Đ ($\Delta_Q \approx 7.74 < 8$).

+ Câu 10: a-Đ, b-Đ, c-Đ ($Q_3 = 34.6$), d-Đ ($\Delta_Q^{(2021)} = 3.6 > \Delta_Q^{(2022)} = 2.0$).

+ Câu 11: a-Đ, b-S (Nhóm chứa Q_3 là $[10;15)$ do $Cf_3 = 80 \geq 75$), c-S, d-Đ.

+ Câu 12: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ.

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 13: 16.7; Câu 14: 27.4; Câu 15: 7.32; Câu 16: 2.75.

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 2 (HOẠT ĐỘNG 2 - PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A ($x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$), 2-A ($\overline{x} = 22.5$), 3-A ($s^2 = 126$), 4-A ($s \approx 11.22$), 5-A ($CV \approx 14.46\%$), 6-A (Máy I ổn định hơn), 7-A ($s_A < s_B$), 8-A (Gà B đồng đều hơn heo A).

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 9: a-Đ, b-S ($\overline{x} \approx 18.67$ mm), c-Đ ($s^2 \approx 126$), d-Đ ($s \approx 11.22$ mm).

thuvientoanhoc.com

+ Câu 10: a-Đ, b-Đ ($\overline{x}_A = \overline{x}_B = 22.5$), c-S ($s_A < s_B$), d-Đ.
+ Câu 11: a-Đ, b-Đ ($\overline{x}_1 \approx 11.69$ s), c-Đ ($s_2 < s_1$), d-Đ.
+ Câu 12: a-Đ ($\overline{x} = 14.8$ giờ), b-S ($s^2 \approx 4.56 < 5$), c-Đ ($s \approx 2.14$ giờ), d-Đ ($CV \approx 14.46\%$).

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 13: 4.0; Câu 14: 4.16; Câu 15: 2.14; Câu 16: 12.5%.

ĐÁP ÁN NHANH BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN 20 CÂU (PHẦN V):

• **Phần I (MCQ):** 1-A ($R = 25$ cm), 2-A ($x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$), 3-A (30), 4-A ($Q_3 = 50$), 5-A ($\Delta_Q = 13.7$), 6-A ($x < 32$), 7-A ($\overline{x} = 7.2$), 8-A ($s^2 = 16$), 9-A (Máy I ổn định hơn: $s_I = 0.08 < s_{II} = 0.15$), 10-A (Gà giống B ít phân tán hơn: $CV_B = 8\% < CV_A = 10\%$).

• **Phần II (Đúng/Sai):**
+ Câu 11: a-Đ ($R = 50$), b-Đ ($[70; 80)$), c-Đ ($Q_1 \approx 72.86$), d-Đ ($Q_3 \approx 88.33, \Delta_Q \approx 15.47$).
+ Câu 12: a-Đ ($x_3 = 32.5$), b-Đ ($\overline{x} = 31.5$), c-Đ ($s^2 = 23.25$), d-Đ ($s \approx 4.82, CV \approx 15.30\%$).
+ Câu 13: a-Đ ($R = 100$), b-Đ ($[30; 50)$), c-Đ ($M_e \approx 47.14$), d-S ($\overline{x} = 50.0$ triệu < 55).
+ Câu 14: a-Đ ($s_1 = 2.9$), b-Đ ($s_2 = 4.3$), c-Đ ($s_1 < s_2$), d-S ($CV_2 \approx 6.74\% > CV_1 \approx 4.65\%$).

• **Phần III (Trả lời ngắn):** Câu 15: **50**; **Câu 16:** 2424.0**)**; **Câu 17:** 12.8**; Câu 18:** 8484.0**); Câu 19:** 2828.0**); Câu 20:** 5.29**.

3. Hướng dẫn giải chi tiết 20 câu Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

A. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (CÂU 1 - CÂU 10)

Câu 1: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R = a_{k+1} - a_1 = 175 - 150 = 25$ cm. Chọn **A**.

Câu 2: Giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ là trung điểm của nửa khoảng đó, được xác định bởi công thức: $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$. Chọn **A**.

Câu 3: Cỡ mẫu là $n = 120$. Vị trí để xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 dựa vào tần số tích lũy là giá trị: $\frac{n}{4} = \frac{120}{4} = 30$. Nhóm đầu tiên có $Cf_p \geq 30$ chính là nhóm chứa Q_1. Chọn **A**.

Câu 4: Cỡ mẫu $n = 60 \Rightarrow \frac{3n}{4} = \frac{3 \times 60}{4} = 45$.

Theo giả thiết, nhóm $[40; 50)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy $Cf_p = 45 \geq 45$, nên nhóm chứa Q_3 là $[40; 50)$, với $a_p = 40, a_{p+1} = 50, m_p = 20, Cf_{p-1} = 25$.

Áp dụng công thức nội suy tứ phân vị thứ ba:

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p) = 40 + \frac{45-25}{20}(50 - 40) = 40 + \frac{20}{20} \times 10 = 50.$$

Chọn **A**.

Câu 5: Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 38.2 - 24.5 = 13.7$. Chọn **A**.

Câu 6: Ranh giới dưới để xác định giá trị bất thường (ngoại lai) là: $Q_1 - 1.5\Delta_Q = 50 - 1.5 \times 12 = 50 - 18 = 32$.

Một giá trị x trong mẫu được coi là giá trị ngoại lai ở biên dưới nếu: $x < 32$. Chọn **A**.

Câu 7: Giá trị đại diện của các nhóm:

• Nhóm $[4; 6)$ có $x_1 = \frac{4+6}{2} = 5$, tần số $m_1 = 6$.

• Nhóm $[6; 8)$ có $x_2 = \frac{6+8}{2} = 7$, tần số $m_2 = 24$.

• Nhóm $[8; 10)$ có $x_3 = \frac{8+10}{2} = 9$, tần số $m_3 = 10$.

Điểm trung bình của 40 học sinh là:

$\overline{x} = \frac{6 \times 5 + 24 \times 7 + 10 \times 9}{40} = \frac{30 + 168 + 90}{40} = \frac{288}{40} = 7.2$. Chọn **A**.

Câu 8: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = \frac{1000}{50} = 20$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 - (\overline{x})^2 = \frac{20800}{50} - 20^2 = 416 - 400 = 16$. Chọn **A**.

thuvientoanhoc.com

Câu 9: Cả hai máy tiện đều có đường kính trung bình $\overline{x}_I = \overline{x}_{II} = 20.0$ mm, cùng đơn vị đo mm.
Độ lệch chuẩn của máy I là $s_I = 0.08$ mm, của máy II là $s_{II} = 0.15$ mm.
Vì $s_I < s_{II}$ $(0.08 < 0.15)$ nên kích thước các trục kim loại do máy I tiện ít bị phân tán hơn quanh giá trị danh nghĩa, nghĩa là máy I hoạt động với độ chính xác và ổn định cao hơn máy II. Chọn **A**.

Câu 10: Vì trọng lượng hai đàn giống có đơn vị đo khác nhau (heo tính bằng kg, gà tính bằng g) và giá trị trung bình chênh lệch xa, ta dùng Hệ số biến thiên $CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\%$ để so sánh mức độ phân tán tương đối:

• Đàn heo trại A: $CV_A = \frac{8}{80} \times 100\% = 10\%$.

• Đàn gà trại B: $CV_B = \frac{120}{1500} \times 100\% = 8\%$.

Vì $CV_B = 8\% < CV_A = 10\%$ nên trọng lượng đàn gà giống trại B có độ phân tán tương đối nhỏ hơn đàn heo giống trại A (ổn định, đồng đều hơn). Chọn **A**.

B. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (CÂU 11 - CÂU 14)

Câu 11: Bác sĩ tim mạch theo dõi nhịp tim 60 bệnh nhân:
Bảng tần số và tần số tích lũy: $[60;70)$ có $m_1 = 9, Cf_1 = 9$; $[70;80)$ có $m_2 = 21, Cf_2 = 30$; $[80;90)$ có $m_3 = 18, Cf_3 = 48$; $[90;100)$ có $m_4 = 8, Cf_4 = 56$; $[100;110)$ có $m_5 = 4, Cf_5 = 60$.

• a) **ĐÚNG:** Khoảng biến thiên $R = 110 - 60 = 50$ nhịp/phút.

• b) **ĐÚNG:** Ta có $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$. Vì $Cf_1 = 9 < 15 \le Cf_2 = 30$ nên nhóm đầu tiên có tần số tích lũy ≥ 15 là nhóm $[70;80)$. Do đó nhóm chứa Q_1 là $[70;80)$.

• c) **ĐÚNG:** Áp dụng công thức: $Q_1 = 70 + \frac{15-9}{21} \times (80 - 70) = 70 + \frac{6}{21} \times 10 = 70 + \frac{20}{7} \approx 72.86$ nhịp/phút.

• d) **ĐÚNG:** Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3\times 60}{4} = 45$. Vì $Cf_2 = 30 < 45 \le Cf_3 = 48$ nên nhóm chứa Q_3 là $[80;90)$.

$Q_3 = 80 + \frac{45-30}{18} \times (90 - 80) = 80 + \frac{15}{18} \times 10 = 80 + \frac{25}{3} \approx 88.33$ nhịp/phút.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 88.33 - 72.86 = 15.47$ nhịp/phút.

Câu 12: Thử nghiệm tuổi thọ 100 bóng đèn LED loại A:
Bảng số liệu có $n = 100$. Các nhóm và giá trị đại diện: $[20;25)$ có $x_1 = 22.5, m_1 = 10$; $[25;30)$ có $x_2 = 27.5, m_2 = 25$; $[30;35)$ có $x_3 = 32.5, m_3 = 45$; $[35;40)$ có $x_4 = 37.5, m_4 = 15$; $[40;45)$ có $x_5 = 42.5, m_5 = 5$.

• a) **ĐÚNG:** Giá trị đại diện của nhóm $[30;35)$ là $x_3 = \frac{30+35}{2} = 32.5$ nghìn giờ.

• b) **ĐÚNG:** Tuổi thọ trung bình của bóng đèn:

$\overline{x} = \frac{10(22.5)+25(27.5)+45(32.5)+15(37.5)+5(42.5)}{100} = \frac{225+687.5+1462.5+562.5+212.5}{100} = \frac{3150}{100} = 31.5$ nghìn giờ.

• c) **ĐÚNG:** Phương sai của tuổi thọ bóng đèn là $s^2 = 23.25$.

• d) **ĐÚNG:** Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{23.25} \approx 4.82$ nghìn giờ. Hệ số biến thiên $CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\% = \frac{4.82}{31.5} \times 100\% \approx 15.30\%$.

Câu 13: Thống kê tiền gửi tiết kiệm của 80 khách hàng:
Bảng số liệu có $n = 80$. Tần số và tần số tích lũy: $[10;30)$ có $m_1 = 16, Cf_1 = 16$; $[30;50)$ có $m_2 = 28, Cf_2 = 44$; $[50;70)$ có $m_3 = 20, Cf_3 = 64$; $[70;90)$ có $m_4 = 12, Cf_4 = 76$; $[90;110)$ có $m_5 = 4, Cf_5 = 80$.

• a) **ĐÚNG:** Cỡ mẫu $n = 80$. Khoảng biến thiên: $R = 110 - 10 = 100$ triệu đồng.

• b) **ĐÚNG:** Ta có $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$. Vì $Cf_1 = 16 < 40 \le Cf_2 = 44$ nên nhóm đầu tiên có tần số tích lũy ≥ 40 là nhóm $[30;50)$. Do đó nhóm chứa trung vị M_e là $[30;50)$.

• c) **ĐÚNG:** Trung vị số tiền gửi:

$M_e = 30 + \frac{40-16}{28} \times (50 - 30) = 30 + \frac{24}{28} \times 20 = 30 + \frac{120}{7} \approx 30 + 17.14 = 47.14$ triệu đồng.

• d) **SAI:** Giá trị đại diện các nhóm lần lượt là 20,40,60,80,100.
Số tiền gửi trung bình của khách hàng là:

$\overline{x} = \frac{16(20)+28(40)+20(60)+12(80)+4(100)}{80} = \frac{320+1120+1200+960+400}{80} = \frac{4000}{80} = 50.0$ triệu đồng.

Vì $50.0 < 55$ nên khẳng định số tiền gửi trung bình lớn hơn 55 triệu đồng là SAI.

Câu 14: Năng suất lúa hai huyện Triệu Phong và Hải Lăng:
Huyện 1: $\overline{x}_1 = 62.4$ tạ/ha, $s_1^2 = 8.41$. Huyện 2: $\overline{x}_2 = 63.8$ tạ/ha, $s_2^2 = 18.49$.

thuvientoanhoc.com

• a) **ĐÚNG:** Độ lệch chuẩn năng suất lúa huyện 1: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{8.41} = 2.9$ tạ/ha.
• b) **ĐÚNG:** Độ lệch chuẩn năng suất lúa huyện 2: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{18.49} = 4.3$ tạ/ha.
• c) **ĐÚNG:** Vì $s_1 = 2.9 < s_2 = 4.3$ (và hệ số biến thiên $CV_1 = \frac{2.9}{62.4} \times 100\% \approx 4.65\% < CV_2 = \frac{4.3}{63.8} \times 100\% \approx 6.74\%$) nên năng suất lúa ở huyện 1 có độ phân tán nhỏ hơn, tính đồng đều và ổn định cao hơn huyện 2.
• d) **SAI:** Ta có $CV_1 \approx 4.65\%$ và $CV_2 \approx 6.74\%$. Vì $CV_2 > CV_1$ nên nhận định 'Hệ số biến thiên huyện 2 nhỏ hơn huyện 1' là SAI.

C. PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (CÂU 15 - CÂU 20)

Câu 15: Các nhóm thời gian di chuyển: $[5; 15), [15; 25), [25; 35), [35; 45), [45; 55)$.
Khoảng biến thiên là: $R = a_{k+1} - a_1 = 55 - 5 = 50$ phút. Điền: **50**.

Câu 16: Cỡ mẫu $n = 100 \Rightarrow \frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$.
Nhóm $[20; 30)$ có $Cf_p = 40 \geq 25, Cf_{p-1} = 15, m_p = 25, a_p = 20, a_{p+1} = 30$.
Áp dụng công thức nội suy tứ phân vị thứ nhất:
$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p) = 20 + \frac{25-15}{25}(30 - 20) = 20 + \frac{10}{25} \times 10 = 20 + 4 = 24.0$.
Điền: **24 **(hoặc** 24.0**).

Câu 17: Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 28.4 - 15.6 = 12.8$. Điền: **12.8**.

Câu 18: Giá trị đại diện của các nhóm: $[30; 60)$ có $x_1 = 45, m_1 = 8$; $[60; 90)$ có $x_2 = 75, m_2 = 16$; $[90; 120)$ có $x_3 = 105, m_3 = 12$; $[120; 150)$ có $x_4 = 135, m_4 = 4$.
Thời gian tự học trung bình của 40 học sinh là:
$\overline{x} = \frac{8(45)+16(75)+12(105)+4(135)}{40} = \frac{360+1200+1260+540}{40} = \frac{3360}{40} = 84.0$ phút/ngày.
Điền: **84 **(hoặc** 84.0**).

Câu 19: Cỡ mẫu $n = 50$. Số trung bình là: $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i = \frac{1200}{50} = 24$.
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:
$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2 - (\overline{x})^2 = \frac{30200}{50} - 24^2 = 604 - 576 = 28.0$.
Điền: **28 **(hoặc** 28.0**).

Câu 20: Với phương sai $s^2 = 28.0$, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là:
$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{28} \approx 5.2915\ldots \approx 5.29$.
Điền: **5.29**.

4. Phân tích chuyên sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển của học sinh trong đề thi 2025

1. BẪY SỐ 1: XÁC ĐỊNH SAI NHÓM CHỨA TỨ PHÂN VỊ DO QUÊN TÍNH TẦN SỐ TÍCH LŨY (Cf)

• **Sai lầm phổ biến:** Học sinh lấy giá trị $\frac{n}{4}$ hoặc $\frac{3n}{4}$ rồi so sánh trực tiếp với tần số đơn lẻ m_i của từng nhóm thay vì so sánh với tần số tích lũy $Cf_p = m_1 + \cdots + m_p$. Ví dụ: Với $n = 100 \Rightarrow \frac{n}{4} = 25$, thấy nhóm 2 có $m_2 = 28 > 25$ liền kết luận nhóm chứa Q_1 là nhóm 2, bỏ qua việc nhóm 1 đã có $Cf_1 = 12$ nên $Cf_2 = 12 + 28 = 40 \geq 25$.
• **Hậu quả:** Chọn sai nhóm $[a_p; a_{p+1})$, dẫn đến thay sai toàn bộ mốc a_p, a_{p+1} và tần số m_p, bài toán bị mất trọn vẹn điểm số.
• **Chiến lược khắc phục:** Luôn lập ngay một cột hoặc một dòng phụ **Tần số tích lũy** (Cf) ngay phía dưới dòng tần số m_i. Nhóm chứa Q_r là nhóm ĐẦU TIÊN có $Cf_p \geq \frac{r \cdot n}{4}$.

2. BẪY SỐ 2: NHẦM LẪN GIỮA ĐỘ DÀI NHÓM VÀ TẦN SỐ TRONG CÔNG THỨC NỘI SUY TỨ PHÂN VỊ

• **Sai lầm phổ biến:** Trong công thức $Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - Cf_{p-1}}{m_p}(a_{p+1} - a_p)$, học sinh thường xuyên nhầm lẫn giữa tần số nhóm m_p ở mẫu số với độ dài nhóm $h = a_{p+1} - a_p$, hoặc quên không trừ đi tần số tích lũy của nhóm trước (Cf_{p-1}).

thuvientoanhoc.com

• **Hậu quả:** Kết quả tính ra vượt ra ngoài khoảng $[a_p; a_{p+1})$ mà học sinh không hề nhận biết được sự vô lý.

• **Chiến lược khắc phục:** Khắc sâu nguyên tắc kiểm soát chất lượng: Tứ phân vị Q_r tính ra **bắt buộc phải nằm trong nửa khoảng của nhóm chứa nó**: $a_p \le Q_r < a_{p+1}$. Nếu tính ra Q_r nằm ngoài nhóm chứa thì chắc chắn 100% đã thay nhầm công thức!

3. BẪY SỐ 3: NHẦM GIÁ TRỊ ĐẠI DIỆN KHI TÍNH PHƯƠNG SAI BẰNG TAY HOẶC SAI SỐ LÀM TRÒN SỚM

• **Sai lầm phổ biến:** Khi tính $\overline{x}$ và $\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2$, học sinh lấy mốc đầu mút a_i hoặc a_{i+1} thay vì giá trị chính giữa $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$. Ngoài ra, học sinh hay làm tròn số trung bình $\overline{x}$ quá sớm (ví dụ $18.666\ldots \approx 18.7$) rồi lấy $(18.7)^2 = 349.69$ trừ vào tổng, gây sai lệch lớn ở hàng phần trăm của phương sai.

• **Hậu quả:** Đáp án trắc nghiệm trả lời ngắn bị lệch 0.01 đến 0.05 đơn vị so với đáp án chính thức của Bộ GD&ĐT, bị máy chấm thi chấm điểm 0.

• **Chiến lược khắc phục:** Ưu tiên sử dụng máy tính Casio fx-580VNX/880BTG Menu 6 Thống kê 1 biến để máy tự động lưu giữ giá trị trung bình chính xác tuyệt đối trong bộ nhớ biến $\overline{x}$, xuất trực tiếp phương sai mẫu s^2 (hoặc σ_x^2).

4. BẪY SỐ 4: SO SÁNH ĐỘ PHÂN TÁN BẰNG ĐỘ LỆCH CHUẨN KHI HAI MẪU KHÁC ĐƠN VỊ ĐO HOẶC TRUNG BÌNH LỆCH XA

• **Sai lầm phổ biến:** Khi đề bài yêu cầu so sánh mức độ phân tán hoặc mức độ rủi ro giữa hai mẫu số liệu có đơn vị đo khác nhau (như bài toán con heo kg vs con gà g, hoặc doanh thu nghìn tỷ vs doanh thu triệu đồng), học sinh vội vàng so sánh trực tiếp s_1 và s_2.

• **Hậu quả:** Kết luận sai hoàn toàn bản chất biến động tương đối của bài toán thực tiễn.

• **Chiến lược khắc phục:** Ghi nhớ quy tắc vàng: Khi hai mẫu khác đơn vị đo HOẶC giá trị trung bình chênh lệch xa, **bắt buộc phải dùng Hệ số biến thiên** $CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\%$. Mẫu nào có CV nhỏ hơn thì mẫu đó đồng đều hơn, ổn định hơn và ít rủi ro hơn!

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Nhầm lẫn giữa tần số tích lũy cf_k và tần số nhóm m_k	Học sinh lấy $\frac{n}{2}$ hoặc $\frac{n}{4}$ so sánh trực tiếp với tần số m_k của từng nhóm thay vì so sánh với tần số tích lũy cf_k để xác định nhóm chứa tứ phân vị.	Bắt buộc lập thêm cột tần số tích lũy $cf_k = \sum_{i=1}^{k} m_i$. Nhóm chứa trung vị hoặc tứ phân vị Q_p là nhóm đầu tiên có $cf_k \ge \frac{p \cdot n}{4}$.
Nhầm lẫn giữa độ dài nhóm h và tần số nhóm m_m	Trong công thức nội suy trung vị và tứ phân vị, học sinh đảo lộn vị trí giữa tần số nhóm ở mẫu số với độ dài nhóm, hoặc quên trừ tần số tích lũy nhóm trước.	Ghi nhớ công thức nội suy chuẩn: Mẫu số luôn là tần số của chính nhóm chứa tứ phân vị (m_m), nhân với độ dài nhóm $h = a_{m+1} - a_m$: $M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - cf_{m-1}}{m_m} \cdot h$.
Dùng mốc đầu mút thay vì giá trị đại diện c_i khi tính phương sai s^2	Khi tính số trung bình $\overline{x}$ và phương sai s^2, lấy mốc đầu mút nhóm thay vì giá trị chính giữa $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$. Làm tròn $\overline{x}$ quá sớm gây sai số lớn.	Xác định đúng giá trị đại diện c_i. Sử dụng máy tính cầm tay Casio Menu 6 (Statistics → 1-Variable, bật Frequency: ON) để nhập bảng và xuất trực tiếp $\overline{x}, s^2, s$ chính xác tuyệt đối.

thuvientoanhoc.com

So sánh trực tiếp độ lệch chuẩn s khi hai mẫu có đơn vị hoặc quy mô khác nhau	So sánh mức độ phân tán hoặc rủi ro giữa hai mẫu số liệu có đơn vị đo khác nhau bằng độ lệch chuẩn thay vì dùng hệ số biến thiên CV.	Khi hai mẫu số liệu có số trung bình khác nhau hoặc đơn vị đo khác nhau, bắt buộc phải sử dụng hệ số biến thiên $CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\%$ để so sánh mức độ phân tán chuẩn xác.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP QUAN HỆ SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 25 - 26)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC / YÊU CẦU CẦN ĐẠT (CHUẨN GDPT 2018)

1. Về kiến thức: Sau bài học, học sinh đạt được các yêu cầu:

• Củng cố vững chắc định nghĩa và điều kiện đường thẳng song song với mặt phẳng ($d \parallel (\alpha)$), hai mặt phẳng song song ($(\alpha) \parallel (\beta)$), định lý Ta-lét trong không gian, tính chất hình lăng trụ và hình hộp.

• Hiểu rõ định nghĩa và điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ($d \perp (\alpha)$), định lý ba đường vuông góc; điều kiện hai mặt phẳng vuông góc ($(\alpha) \perp (\beta)$) và định lý giao tuyến.

• Nắm vững bản chất và phương pháp xác định góc giữa hai đường thẳng ($0° \le \varphi \le 90°$), góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc phẳng nhị diện ($0° \le \alpha \le 180°$) và góc giữa hai mặt phẳng.

• Hiểu sâu phương pháp xác định và tính toán khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

• Vận dụng thành thạo công thức tính thể tích khối chóp ($V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$), khối lăng trụ ($V = S_{\text{đáy}} \cdot h$) và công thức tỉ số thể tích Simson.

2. Về kỹ năng:

• Kỹ năng vẽ hình biểu diễn trong không gian chuẩn xác, phân biệt rõ nét đứt (cạnh khuất) và nét liền (cạnh nhìn thấy).

• Kỹ năng tìm hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng lên mặt phẳng; xác định đúng 2 tia cùng vuông góc với giao tuyến để xác định góc phẳng nhị diện.

• Kỹ năng dời điểm khoảng cách (song song hoặc cắt nhau); áp dụng công thức tam diện vuông $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ tính nhanh khoảng cách từ chân đường cao.

• Kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay Casio fx-580VNX / fx-880BTG tính nhanh lượng giác ngược (`SHIFT cos`, `SHIFT tan`) và phím bấm nghịch đảo số mũ âm tính nhanh đường cao.

3. Về năng lực toán học và phẩm chất:

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Tư duy không gian trừu tượng, phân tích quan hệ vuông góc, chuyển đổi linh hoạt bài toán không gian về các bài toán hình học phẳng.

thuvientoanhoc.com

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Chuyển đổi các công trình thực tiễn (khung mái nhà vì kèo, lều cắm trại du lịch, kim tự tháp, bể chứa nước) thành mô hình khối đa diện để tính toán thể tích và diện tích vật liệu.

• **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Phân tích bẫy sai lầm, lựa chọn giải pháp dựng hình ngắn gọn, hiệu quả cho các câu hỏi thi tốt nghiệp THPT.

• **Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:** Khai thác phần mềm GeoGebra 3D để xoay hình trực quan hóa không gian 3 chiều và máy tính cầm tay Casio.

• **Phẩm chất:** Cẩn thận, tỉ mỉ trong dựng hình và tính toán, tư duy khoa học logic và trách nhiệm hợp tác nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuẩn CV 5512, Slide trình chiếu PowerPoint bài giảng, 10 hình vẽ không gian độ nét cao, vở ghi bài và số 2 in sẵn, phần mềm GeoGebra 3D Graphics trực quan hóa hình học không gian, máy tính giả lập Casio fx-580VNX / fx-880BTG.

2. Học sinh: SGK Toán 11 Tập 1 & Tập 2 (Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống), máy tính cầm tay cá nhân, thước kẻ, compa, ê-ke, bút màu, vở ghi chép.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Quan hệ song song, quan hệ vuông góc và góc trong không gian (góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc nhị diện).

- Tiết 2: Khoảng cách trong không gian (từ điểm đến mặt phẳng, giữa hai đường thẳng chéo nhau) và tính thể tích khối đa diện.

TIẾT 1: QUAN HỆ SONG SONG, QUAN HỆ VUÔNG GÓC VÀ GÓC TRONG KHÔNG GIAN

1. Hoạt động 1: Khởi động và Hệ thống hóa kiến thức Quan hệ song song, vuông góc và Góc (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc; củng cố quy tắc vàng xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc phẳng nhị diện thông qua tình huống kỹ thuật thực tế.

b) Nội dung: Phân tích tình huống kỹ thuật dọi đứng cột cờ và độ nghiêng mái dốc; thảo luận cặp đôi 4 câu hỏi phát vấn nhanh và hoàn thiện Bảng hệ thống hóa lý thuyết.

c) Sản phẩm: Câu trả lời 4 câu hỏi phát vấn và Bảng công thức hệ thống hóa hoàn chỉnh trong vở ghi.

> 📌 **HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 1**
>
> **1. Quan hệ song song trong không gian:**
>
> • **Đường thẳng song song với mặt phẳng:** Đường thẳng d không nằm trong (α) và song song với một đường thẳng $a \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.
>
> + Hệ quả giao tuyến: Nếu $d \parallel (\alpha)$ và mặt phẳng (β) chứa d cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.
>
> • **Hai mặt phẳng song song:** Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
>
> + Định lý giao tuyến: Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và mặt phẳng (γ) cắt cả hai mặt phẳng thì hai giao tuyến song song với nhau.
>
> • **Hình lăng trụ và Hình hộp:** Các cạnh bên song song và bằng nhau; hai mặt đáy là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.

thuvientoanhoc.com

2. Quan hệ vuông góc trong không gian:

• Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:

+ Điều kiện: $d\perp(\alpha) \Leftrightarrow d$ vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng nằm trong (α).

+ Tính chất: Nếu $d\perp(\alpha)$ thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (α).

• Định lý ba đường vuông góc: Cho đường thẳng a không vuông góc với (α) và có hình chiếu a' trên (α). Khi đó một đường thẳng $b \subset (\alpha)$ vuông góc với a khi và chỉ khi $b\perp a'$.

• Hai mặt phẳng vuông góc:

+ Điều kiện: $(\alpha)\perp(\beta) \Leftrightarrow (\alpha)$ chứa một đường thẳng vuông góc với (β).

+ Định lý giao tuyến: Nếu $(\alpha)\perp(\beta)$, giao tuyến là $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$, đường thẳng $d \subset (\alpha)$ và $d\perp\Delta$ thì $d\perp(\beta)$.

3. Góc trong không gian:

• Góc giữa hai đường thẳng: Là góc giữa hai đường thẳng cắt nhau lần lượt song song với chúng $(0° \le \varphi \le 90°)$. Ta có: $\cos\varphi = \frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\cdot|\vec{u_2}|}$.

• Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

+ Nếu $d\perp(\alpha)$ thì góc bằng $90°$.

+ Nếu d không vuông góc với (α) thì góc giữa d và (α) là góc giữa d và hình chiếu vuông góc d' của nó trên (α) $(0° \le \varphi \le 90°)$.

• Góc phẳng nhị diện (Góc giữa hai mặt phẳng):

+ Cho góc nhị diện $[P, c, Q]$ có cạnh là đường thẳng c. Từ một điểm $I \in c$, kẻ tia $Ix \subset (P)$ và $Iy \subset (Q)$ cùng vuông góc với c. Góc $\hat{xIy}$ $(0° \le \hat{xIy} \le 180°)$ là góc phẳng nhị diện.

+ Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là góc nhọn hoặc góc vuông tương ứng $(0° \le \varphi \le 90°)$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đặt tình huống thực tế hấp dẫn 'Bí mật kỹ thuật dọi đứng cột cờ và độ nghiêng mái dốc': 'Trong xây dựng, người thợ muốn dựng một cột cờ hoặc cột nhà vuông góc với mặt sàn thì họ phải kiểm tra điều gì? Khi quan sát bóng nắng của một thanh néo cáp SC của tháp truyền hình trên mặt đất vào giữa trưa (khi tia nắng rọi thẳng đứng từ đỉnh S xuống chân tháp A), bóng của thanh néo SC trên mặt đất chính là đoạn thẳng nào?' GV chiếu mô hình hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đặt 4 câu hỏi phát vấn nhanh cho học sinh làm việc cặp đôi (Think - Pair - Share) trong 3 phút: 1. Để một đường thẳng $d\perp(\alpha)$, cần chỉ ra d vuông góc với bao nhiêu đường thẳng cắt nhau trong (α)? 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là đường thẳng nào? 3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng có thể nhận giá trị lớn hơn $90°$ không? 4. Muốn xác định góc phẳng nhị diện $[P, c, Q]$, hai tia vuông góc với cạnh nhị diện c phải có quan hệ gì về gốc?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát hình ảnh tình huống thực tế và mô hình hình chóp $S.ABCD$ trên màn chiếu, tiếp nhận 4 câu hỏi phát vấn của GV.

thuvientoanhoc.com

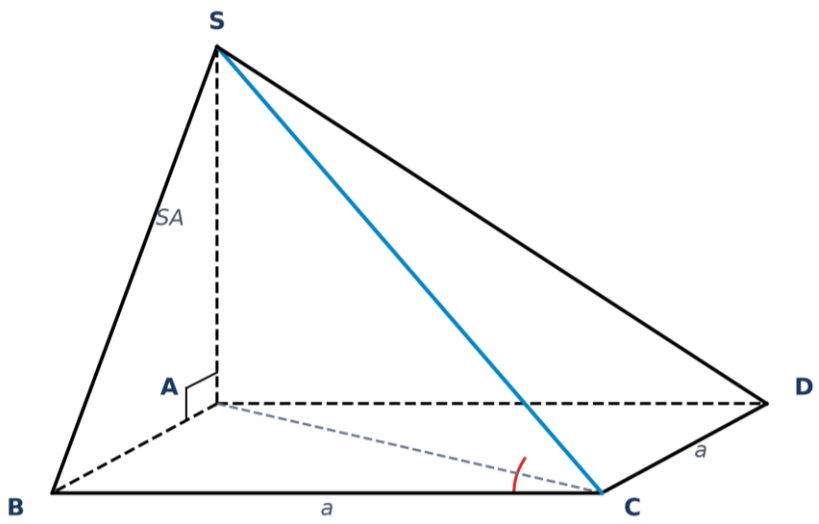
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV luân chuyển giữa các bàn quan sát HS thảo luận cặp đôi; gợi ý học sinh liên hệ chân đường cao A với quy tắc xác định hình chiếu vuông góc và quy ước góc giữa đường và mặt luôn nhọn hoặc vuông.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc theo cặp đôi (Think - Pair - Share), trao đổi nhanh 4 câu hỏi: • Câu 1: Cần chứng minh vuông góc với ít nhất 2 đường thẳng cắt nhau trong mặt phẳng. • Câu 2: Vì $SA \perp (ABCD)$ tại A và $C \in (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên đáy chính là đường thẳng AC. • Câu 3: Không, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng luôn thuộc đoạn $[0°; 90°]$. • Câu 4: Hai tia phải cùng xuất phát từ một điểm nằm trên cạnh nhị diện c.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện 1 cặp học sinh đứng tại chỗ trả lời nhanh 4 câu hỏi và giải thích tại sao góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ lại là $\widehat{SCA}$. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện cặp HS trình bày câu trả lời: 'Góc giữa SC và đáy $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SCA}$ vì hình chiếu của SC là AC'. Lớp trao đổi, thống nhất câu trả lời.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa kiến thức: Chốt lại định lý chứng minh đường vuông góc với mặt, quy tắc vàng tìm góc đường và mặt (Đỉnh - Giao điểm - Chân đường cao: $\widehat{SCA}$) và 3 bước xác định góc phẳng nhị diện. Dẫn dắt vào Hộp hệ thống hóa lý thuyết Tiết 1.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi chép tóm tắt các định lý và quy tắc vàng vào mục 1 của vở ghi bài.

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán hình không gian theo 3 định dạng đề thi mới: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (8 câu), Trắc nghiệm Đúng/Sai (4 câu = 16 ý), Trắc nghiệm Trả lời ngắn (4 câu), bám sát SGK Kết nối tri thức.

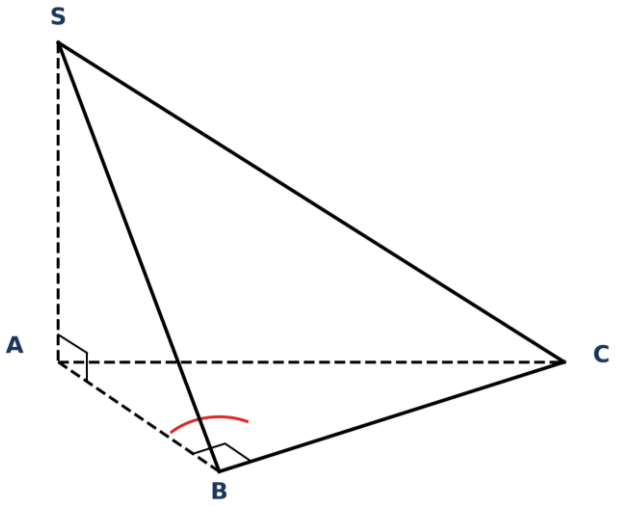
b) Nội dung: Học sinh thực hiện bộ câu hỏi rèn luyện trên vở ghi bài kèm 3 hình vẽ không gian minh họa.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên phiếu cá nhân và bảng nhóm.

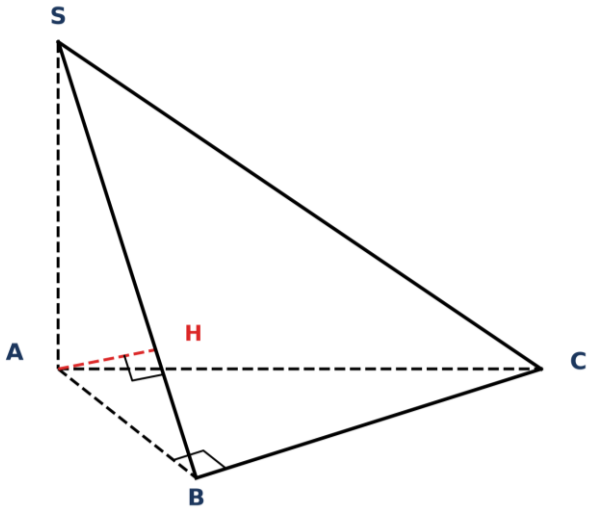


thuvientoanhoc.com

Hình 1: Hình chóp S.ABCD có SA ⊥ (ABCD) - Xác định góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy



Hình 2: Hình chóp S.ABC có SA ⊥ (ABC), đáy vuông tại B - Xác định góc phẳng nhị diện [S, BC, A]



Hình 4: Tứ diện S.ABC có SA ⊥ (ABC), đáy vuông tại B, kẻ AH ⊥ SB - Chứng minh BC ⊥ (SAB) và AH ⊥ (SBC)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1. Cho đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với đường thẳng b nằm trong (P). Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

A. $a \parallel (P)$. **B.** a cắt (P).

C. $a \subset (P)$. **D.** a chéo nhau với mọi đường thẳng trong (P).

Câu 2. Cho đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α). Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

A. $d \perp (\alpha)$. **B.** $d \parallel (\alpha)$.

C. $d \subset (\alpha)$. **D.** d tạo với (α) một góc $45°$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng:

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $0°$.

Câu 4. Quan sát Hình 1 (Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 5. Quan sát Hình 2 (Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$). Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG về góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$?

A. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là góc $\hat{SBA}$. **B.** Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là góc $\hat{SCA}$.

thuvientoanhoc.com

C. Góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$ là góc $\widehat{SBC}$. **D.** Góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$ là góc $\widehat{BSA}$.

Câu 6. Quan sát Hình 4 (Tứ diện $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kẻ $AH\perp SB$ tại H). Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. $AH\perp SC$. **B.** $BC\perp(SAB)$.

C. $AH\perp(SBC)$. **D.** $(SAB)\perp(SBC)$.

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy (ABC). Giá trị của $\cos\varphi$ bằng:

A. $\cos\varphi=\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\cos\varphi=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=a$, chiều cao $AA'=a\sqrt{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(BCC'B')$. Giá trị của $\sin\alpha$ bằng:

A. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{1}{2}$.

C. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Câu 9: Dựa vào Hình 1 (Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$):

a) Đường thẳng SA vuông góc với đường thẳng CD.

b) Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AB, và góc giữa SB và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA}$.

d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ có số đo bằng $60°$.

Câu 10: Dựa vào Hình 2 (Hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a, BC=a\sqrt{3}$, và $SA=a$):

a) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB).

b) Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB).

c) Góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$ là góc $\widehat{SBA}$ có số đo bằng $45°$.

d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{CSB}$ có số đo bằng $60°$.

Câu 11: Dựa vào Hình 4 (Tứ diện $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kẻ đường cao $AH\perp SB$ tại H và kẻ $AK\perp SC$ tại K):

a) Tam giác SBC là tam giác vuông tại B.

b) Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) Đường thẳng SC vuông góc với mặt phẳng (AHK).

d) Mặt phẳng (AHK) vuông góc với mặt phẳng (SAC).

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a:

a) Đường thẳng $A'C'$ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng $(A'BD)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng $60°$.

d) Số đo của góc phẳng nhị diện $[A',BD,A]$ nhỏ hơn $45°$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=3, AC=4$. Biết góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Tính độ dài đoạn thẳng SA. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 14: Dựa vào Hình 1 (Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ với $SA=a$). Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$ theo đơn vị độ.

thuvientoanhoc.com

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đáy và cạnh bên đều bằng nhau và bằng 4 cm. Tính góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ theo đơn vị độ.

Câu 16: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi α là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[A, BC, D]$. Tính giá trị của $\cos\alpha$. (Nhập kết quả dưới dạng số thập phân làm tròn đến chữ số thứ hai).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm tương ứng 4 tổ, phát vở ghi bài chứa 3 dạng bài tập rèn luyện: • Nhóm 1: Câu 1-4 (Dạng 1) và Câu 9. • Nhóm 2: Câu 5-8 (Dạng 1) và Câu 10. • Nhóm 3: Câu 11. và Câu 13, 15 (Dạng 3). • Nhóm 4: Câu 12. và Câu 14, 16 (Dạng 3). GV yêu cầu các nhóm trình bày bài làm lên bảng phụ trong 15 phút, nêu rõ cơ sở xác định góc.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các nhóm tiếp nhận vở ghi bài, phân công nhiệm vụ: 2 bạn tính toán hình vẽ, 1 bạn ghi bảng phụ, 1 bạn phụ trách kiểm tra lại kết quả.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn HS các kỹ thuật then chốt: + Nhóm 1, 2: Tìm hình chiếu vuông góc của đỉnh xuống mặt phẳng đáy. + Nhóm 3, 4: Sử dụng định lý 3 đường vuông góc để xác định góc phẳng nhị diện.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tích cực thảo luận nhóm: • Câu 9: Tính $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow 60°$. • Câu 10: Chứng minh $BC \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên $(SAB) \Rightarrow$ góc $\widehat{CSB}$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi đại diện Nhóm 1 và Nhóm 3 treo bảng phụ, thuyết trình lời giải. Cho các nhóm khác nhận xét, chất vấn chéo: 'Vì sao góc giữa đường thẳng SC và (SAB) trong Câu 10 lại là góc $\widehat{CSB}$?'.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện Nhóm 1 và Nhóm 3 trình bày bài giải. HS Nhóm 2 đặt câu hỏi phản biện về cách dựng đường vuông góc từ A lên SC.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt đáp án chuẩn, nhấn mạnh 2 bẫy sai lầm phổ biến: (1) Quên tìm hình chiếu của điểm lên mặt phẳng; (2) Nhầm góc giữa hai mặt phẳng với góc của tam giác bất kỳ.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS đối chiếu kết quả, ghi chú các lưu ý quan trọng vào vở bài tập.

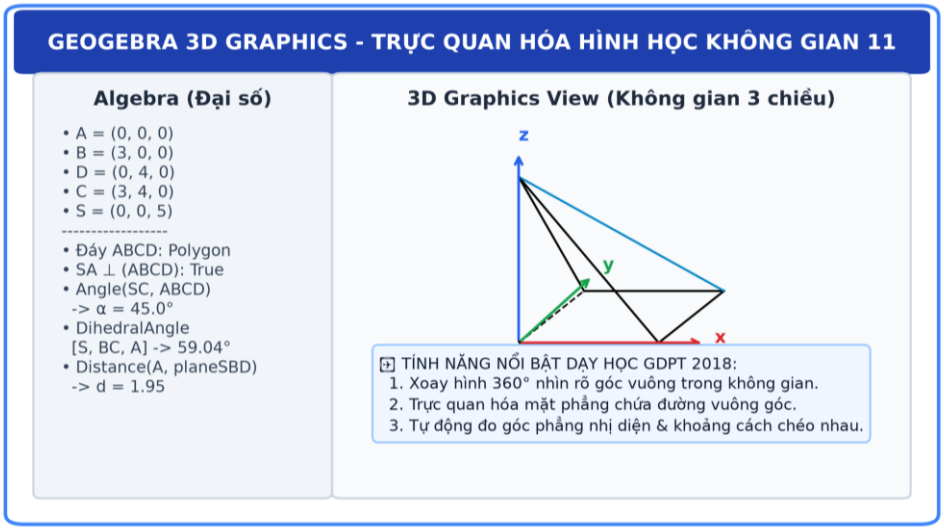
3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - Ứng dụng GeoGebra 3D & Casio (7 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa góc không gian bằng phần mềm GeoGebra 3D; thành thạo bấm máy Casio đổi nhanh tỉ số lượng giác ra góc độ, phút, giây.

b) Nội dung: Quan sát hình chiếu 3D xoay 360 độ và thực hành bấm máy tính cá nhân.

c) Sản phẩm: Thao tác chính xác trên máy tính Casio và nhận biết trực quan hình chiếu.

thuvientoanhoc.com



Hình 8: Giao diện GeoGebra 3D Graphics trực quan hóa hình học không gian và đo góc phẳng nhị diện

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Hình 8 (Giao diện GeoGebra 3D Graphics) và hướng dẫn HS thao tác trực quan: • Dùng chuột xoay khối chóp $S.ABC$ 360 độ để quan sát góc vuông $BC \perp AB$ và $BC \perp SB$. • Dùng lệnh `DihedralAngle(S, B, C, A)` để phần mềm tự động đo góc phẳng nhị diện. Đồng thời, GV yêu cầu HS dùng máy tính Casio bấm hàm arctan, arccos đổi nhanh góc ra độ, phút, giây.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát màn chiếu, mở laptop cá nhân hoặc theo dõi trên màn hình tivi lớp học, chuẩn bị máy tính Casio.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hỗ trợ các bàn cài đặt góc nhìn 3D trực quan, kiểm tra thao tác bấm phím `SHIFT cos` trên Casio fx-580VNX/880BTG.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS thực hành bấm máy tính Casio: `SHIFT cos(1/3)` thu được $70°31'44''$ cho Câu 16.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 1 HS lên bảng điều khiển chuột xoay hình GeoGebra trên máy chiếu và đọc số đo góc hiển thị.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS quan sát hình xoay 3D trên GeoGebra, nhận thấy rõ ràng giao tuyến BC vuông góc với mặt phẳng (SAB).
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhấn mạnh: Hình vẽ tĩnh 2D trên giấy dễ gây ảo giác quang học (góc vuông trông giống góc nhọn/tù), phần mềm GeoGebra 3D giúp học sinh rèn luyện tư duy không gian trực quan chính xác.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi nhớ mẹo dựng hình phụ trong không gian để xác định nhanh góc nhị diện.

4. Hoạt động 4: Vận dụng thực tiễn & Tự học Tiết 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức góc dốc mái nhà giải quyết bài toán tiêu chuẩn thoát nước mưa trong xây dựng dân dụng.

b) Nội dung: Phân tích bài toán thực tế và nhận nhiệm vụ tự học buổi tối.

c) Sản phẩm: Kết quả khoảng chiều cao nóc nhà trong vở và hoàn thành bài tập Azota.

thuvientoanhoc.com

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đặt bài toán tình huống thực tế kiến trúc: 'Trong xây dựng nhà ở dân dụng tại Việt Nam, để đảm bảo thoát nước mưa nhanh và chống dột, các kỹ sư khuyến nghị góc dốc của mái nhà (góc giữa mái dốc và mặt trần bê tông nằm ngang) phải đạt từ 30° đến 45°. Một ngôi nhà có chiều rộng nhịp mái là 8 m, trần nhà nằm ngang. Hãy xác định khoảng chiều cao h của nóc nhà để mái ngói đảm bảo tiêu chuẩn thoát nước mưa trên?'.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lắng nghe bài toán thực tế, ghi tóm tắt số liệu: nhịp $l = 8$ m, nửa nhịp $d = 4$ m, góc dốc $30° \le \alpha \le 45°$.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn HS mô hình hóa mái nhà thành tam giác cân có đáy là nhịp nhà và chiều cao là nóc nhà.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS tính toán nhanh: $h_{min} = 4\tan 30° = 4/\sqrt{3} \approx 2.31$ m, $h_{max} = 4\tan 45° = 4$ m.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi 2 HS đứng tại chỗ nêu công thức tính chiều cao nóc nhà $h = \frac{l}{2}\tan\alpha$.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS đại diện trả lời: 'Bác thợ xây cần làm nóc nhà cao từ 2.31 m đến 4 m'.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng kết: Chiều cao nóc nhà cần thiết là từ 2.31 m đến 4.0 m. Dặn dò HS hoàn thành bài tập tự học trên Azota trước khi bước vào Tiết 2 về Khoảng cách và Thể tích.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi kết quả vào vở và quét mã QR làm bài tập ôn luyện buổi tối.

TIẾT 2: KHOẢNG CÁCH VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN (CHÓP, LĂNG TRỤ)

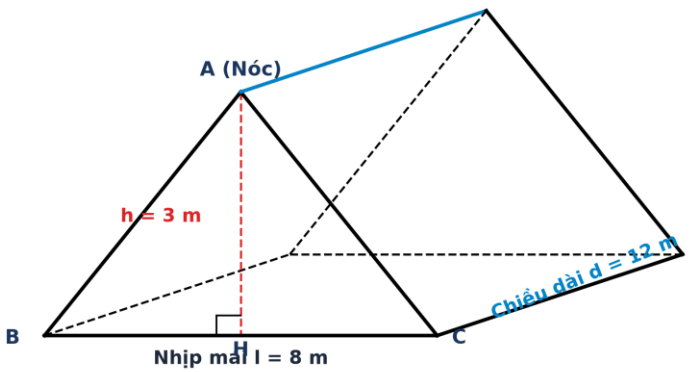
1. Hoạt động 1: Khởi động và Hệ thống hóa kiến thức Khoảng cách & Thể tích (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện công thức tính khoảng cách điểm đến mặt phẳng (dời điểm), khoảng cách giữa 2 đường chéo nhau, thể tích khối chóp và lăng trụ; kết nối bài toán thực tế kiến trúc mái nhà.

b) Nội dung: Giải quyết tình huống khung mái nhà lăng trụ đứng tam giác (Hình 3) và hoàn thiện bảng công thức.

c) Sản phẩm: Bảng công thức tính khoảng cách tam diện vuông và thể tích khối đa diện.

HÌNH 3: MÔ HÌNH KHUNG MÁI NHÀ VÌ KÈO DẠNG HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG



Hình 3: Mô hình khung mái nhà vì kèo kiến trúc dạng hình lăng trụ đứng tam giác

thuvientoanhoc.com

HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 2

1. Khoảng cách trong không gian:

• **Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:** $d(M,(\alpha)) = MH$, trong đó H là hình chiếu vuông góc của M trên (α).

+ *Kỹ thuật dời điểm song song:* Nếu $AB \parallel (\alpha)$ thì $d(A,(\alpha)) = d(B,(\alpha))$.

+ *Kỹ thuật dời điểm cắt nhau:* Nếu đường thẳng AB cắt (α) tại I thì $\frac{d(A,(\alpha))}{d(B,(\alpha))} = \frac{IA}{IB}$.

+ *Mô hình tứ diện vuông (Chân đường cao):* Cho tam diện vuông tại A với AS, AB, AD đôi một vuông góc. Khoảng cách $h = d(A,(SBD))$ thỏa mãn: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$.

• **Khoảng cách giữa đường thẳng song song với mặt phẳng:** $d(d,(\alpha)) = d(M,(\alpha))$ với M là một điểm bất kỳ thuộc d.

• **Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song:** $d((\alpha),(\beta)) = d(M,(\beta))$ với M là một điểm bất kỳ thuộc (α).

• **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b:**

+ Cách 1: Đoạn vuông góc chung MN ($M \in a, N \in b, MN \perp a, MN \perp b$). Khi đó $d(a,b) = MN$.

+ Cách 2: Dựng mặt phẳng (β) chứa b và $(\beta) \parallel a$. Khi đó $d(a,b) = d(a,(\beta)) = d(M,(\beta))$ với $M \in a$.

2. Thể tích khối đa diện:

• **Thể tích khối chóp:** $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$ ($S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy, h là chiều cao hình chóp).

• **Thể tích khối lăng trụ:** $V = S_{\text{đáy}} \cdot h$.

+ Hình hộp chữ nhật: $V = a \cdot b \cdot c$.

+ Hình lập phương: $V = a^3$.

• **Tỉ số thể tích khối chóp tam giác (Công thức Simson):**

Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các tia SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C'. Ta có tỉ số thể tích: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 3 (Mô hình khung mái nhà kiến trúc lăng trụ đứng tam giác) và đặt bài toán khởi động: 'Một ngôi nhà có tầng áp mái dạng hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ với chiều dài gian nhà $BB' = 12$ m, mặt sàn nằm ngang $BCC'B'$ có chiều rộng $BC = 8$ m, chiều cao nóc nhà $AH = 3$ m. 1. Hãy tính thể tích không khí chứa trong tầng áp mái này? 2. Tính diện tích mái ngói cần lợp ở hai bên mái dốc?' Sau đó, GV yêu cầu HS hoàn thiện Hộp hệ thống hóa lý thuyết về Khoảng cách và Thể tích.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 3, ghi nhận các kích thước: $BC = 8$ m, $AH = 3$ m, $BB' = 12$ m.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát học sinh suy nghĩ, gợi ý công thức diện tích tam giác đầu hồi $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH$ và công thức thể tích lăng trụ $V = S_{\text{đáy}} \cdot h$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thảo luận nhóm bàn, vận dụng công thức tính thể tích lăng trụ và định lý Pytago tính chiều dài mái dốc: $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ m.

thuvientoanhoc.com

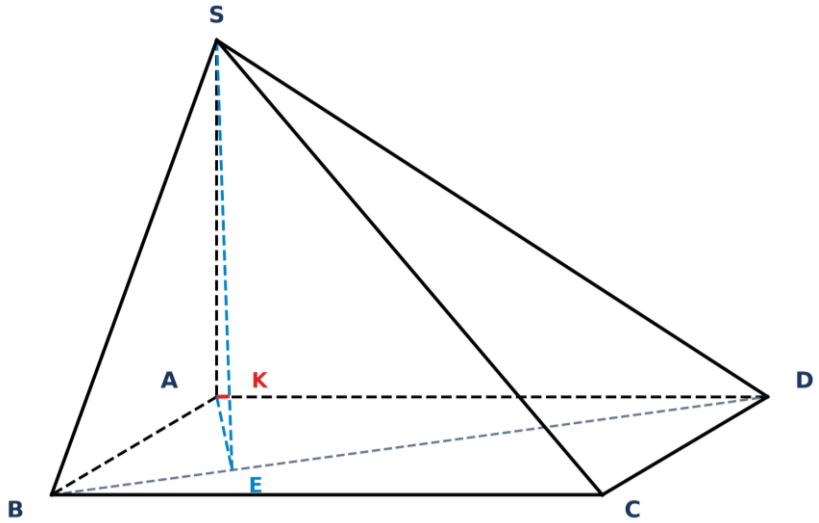
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện 1 HS lên bảng tính nhẩm nhanh: $S_{đáy} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12\ \text{m}^2 \Rightarrow V = 12 \cdot 12 = 144\ \text{m}^3$.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS đại diện báo cáo kết quả: Thể tích tầng áp mái là $144\ \text{m}^3$; diện tích hai mái ngói lợp là $2 \cdot (5 \cdot 12) = 120\ \text{m}^2$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt quy trình 2 bước tính thể tích: (1) Tính diện tích đáy; (2) Xác định đường cao khối đa diện. Nhắc nhở HS không được quên hệ số $1/3$ đối với khối chóp.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi công thức chuẩn hóa vào vở ghi bài.

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

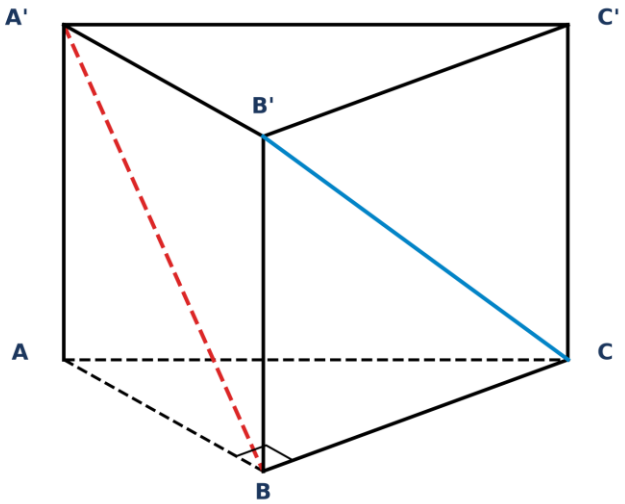
a) Mục tiêu: Vận dụng thành thạo kỹ thuật dời điểm khoảng cách, tính thể tích khối chóp, lăng trụ và tỉ số thể tích Simson theo 3 định dạng đề thi mới.

b) Nội dung: Bộ bài tập rèn luyện trên vở ghi bài kèm 3 hình vẽ thực tế.

c) Sản phẩm: Bài giải chi tiết trên bảng nhóm và vở ghi bài cá nhân.



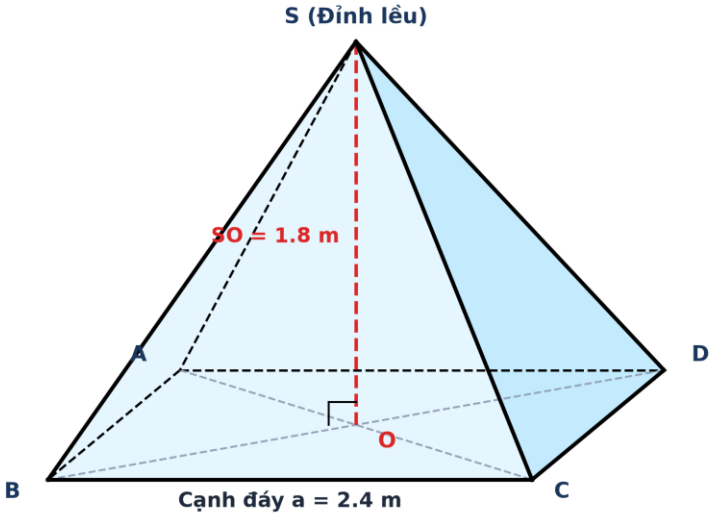
Hình 5: Hình chóp S.ABCD có SA ⊥ (ABCD) - Xác định khoảng cách từ chân đường cao A đến mặt phẳng (SBD)



Hình 6: Hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy vuông tại B - Xác định khoảng cách giữa 2 đường chéo nhau

thuvientoanhoc.com

HÌNH 7: MÔ HÌNH LỀU CẮM TRẠI DẠNG HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU S.ABCD



Hình 7: Mô hình lều cắm trại du lịch dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 15\ \text{cm}^2$ và chiều cao $h = 4$ cm. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $20\ \text{cm}^3$. **B.** $60\ \text{cm}^3$. **C.** $30\ \text{cm}^3$. **D.** $10\ \text{cm}^3$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 12\ \text{cm}^2$ và chiều cao $h = 5$ cm. Thể tích của khối lăng trụ bằng:

A. $60\ \text{cm}^3$. **B.** $20\ \text{cm}^3$. **C.** $30\ \text{cm}^3$. **D.** $120\ \text{cm}^3$.

Câu 3. Cho hình lập phương có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đối diện của hình lập phương bằng:

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

Câu 4. Quan sát Hình 5 (Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$). Khoảng cách từ chân đường cao A đến mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $d(A,(SBD)) = \frac{2\sqrt{57}}{19}a$. **B.** $d(A,(SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d(A,(SBD)) = \frac{a}{2}$. **D.** $d(A,(SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 5. Quan sát Hình 6 (Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a, BC = a\sqrt{2}$, chiều cao $AA' = 2a$). Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'B$ và CC' bằng:

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 7. Dựa vào Hình 5, tính khoảng cách từ đỉnh C của đáy đến mặt phẳng (SBD):

A. $d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$. **B.** $d(C,(SBD)) = 2d(A,(SBD))$.

C. $d(C,(SBD)) = \frac{1}{2}d(A,(SBD))$. **D.** $d(C,(SBD)) = \frac{\sqrt{3}}{2}d(A,(SBD))$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $24\ \text{cm}^3$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Thể tích của khối chóp $S.MNC$ bằng:

A. $8\ \text{cm}^3$. **B.** $6\ \text{cm}^3$. **C.** $12\ \text{cm}^3$. **D.** $4\ \text{cm}^3$.

thuvientoanhoc.com

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Câu 9: Dựa vào Hình 5 (Hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$):

a) Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng a.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng đoạn thẳng AB và bằng a.

c) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng a.

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$ (tức $\frac{a\sqrt{3}}{3}$).

Câu 10: Dựa vào Hình 6 (Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a$, chiều cao $AA' = a$):

a) Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{a^3}{2}$.

b) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

c) Đoạn thẳng AB là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AA' và BC.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'B$ và $B'C$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Dựa vào Hình 7 (Mô hình lều cắm trại du lịch dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $a = 2.4$ m, chiều cao $SO = 1.8$ m):

a) Diện tích mặt sàn đáy của lều bằng 5.76 m^2.

b) Thể tích không khí bên trong lều cắm trại là $V = 3.456$ m^3.

c) Khoảng cách từ tâm đáy O đến mặt bên (SCD) bằng 0.8 m.

d) Diện tích vải bạt cần thiết để may 4 mặt bên của lều (không tính hao phí mép may) lớn hơn 10 m^2.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$:

a) Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng $6a^3$.

b) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng $3a$.

c) Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng $3a$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và $C'D'$ bằng $2a$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 13: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 6 m và thể tích khối chóp bằng 36 m^3. Tính chiều cao SO của khối chóp theo đơn vị mét.

Câu 14: Dựa vào Hình 5, với hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy là hình vuông cạnh $a = 2$ cm và $SA = 2$ cm. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo đơn vị cm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 15: Dựa vào Hình 3 (Khung mái nhà vì kèo lăng trụ đứng tam giác có $BC = 8$ m, $AH = 3$ m, $BB' = 12$ m). Tính thể tích không gian bên trong mái nhà theo đơn vị mét khối (m^3).

Câu 16: Dựa vào Hình 7 (Lều cắm trại hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy $a = 2.4$ m, chiều cao $SO = 1.8$ m). Tính thể tích không khí bên trong lều theo đơn vị mét khối (m^3). (Nhập kết quả dưới dạng số thập phân chính xác).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp làm 4 nhóm giải bài toán thực tế Khoảng cách và Thể tích khối đa diện: • Nhóm 1: Câu 1-4 (Dạng 1) và Câu 9. • Nhóm 2: Câu 5-8 (Dạng 1) và Câu 10. • Nhóm 3: Câu 11. và Câu 13, 15 (Dạng 3). • Nhóm 4: Câu 12. và Câu 14, 16 (Dạng 3). GV yêu cầu các nhóm vận dụng kỹ thuật dời điểm khoảng cách và công thức thể tích.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS nhận vở ghi bài, phân công người tính toán thể tích, người dựng hình khoảng cách.

thuvientoanhoc.com

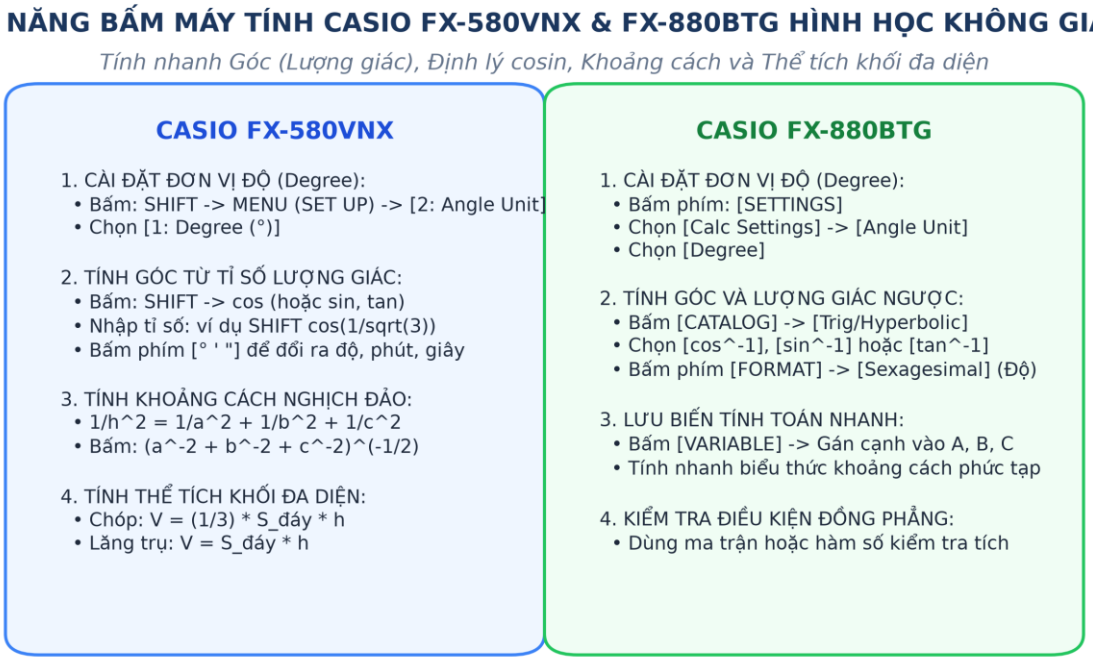
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát, hướng dẫn kỹ thuật: + Nhóm 1, 2: Kẻ $AE \perp BD$ và $AK \perp SE$ để tính khoảng cách chân đường cao. + Nhóm 3: Áp dụng định lý Pytago tính trung đoạn lều bạt $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2}$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các nhóm tính toán sôi nổi: • Câu 9: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. • Câu 11: $OM = a/2 = 1.2$ m $\Rightarrow SM = \sqrt{1.8^2 + 1.2^2} = \sqrt{4.68} \approx 2.163$ m. • Diện tích 4 mặt bên $S_{xq} = 4 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot 2.163) \approx 10.38$ m$^2 > 10$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV chỉ định đại diện Nhóm 1 lên phân tích mô hình khoảng cách Hình 5; Nhóm 3 phân tích bài toán thực tế lều bạt Hình 7. Các nhóm phản biện: 'Vì sao khoảng cách từ C đến (SBD) lại bằng khoảng cách từ A đến (SBD)?'.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện HS lên bảng trình bày rõ ràng từng bước dựng khoảng cách và tính thể tích.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV giải thích: Vì đường nối AC cắt (SBD) tại tâm đối xứng O và $OA = OC$ (kỹ thuật đối điểm cắt nhau). GV biểu dương các nhóm giải nhanh.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi kết quả vào vở và lưu ý công thức tam diện vuông.

3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - Tối ưu hóa tính toán Casio & Phân tích dữ liệu (7 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo kỹ thuật bấm nghịch đảo bình phương đường cao `h = (a^-2 + b^-2 + c^-2)^(-1/2)` trên Casio fx-580VNX/880BTG chỉ trong 5-10 giây.

b) Nội dung: Tham gia thử thách bấm máy tính nhanh tính khoảng cách trong tam diện vuông.

c) Sản phẩm: Kết quả đọc nhanh chính xác tuyệt đối khoảng cách và thể tích.



Hình 9: Infographic kỹ năng bấm máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG tính thể tích và khoảng cách

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu Hình 9 (Infographic Casio tính thể tích và khoảng cách): Hướng dẫn HS dùng kỹ thuật bấm nghịch đảo bình phương trên Casio: `h = (SA^-2 + AB^-2 + AD^-2)^(-1/2)` chỉ mất 5 giây thay vì quy đồng mẫu số phức tạp. Tổ chức thi đua bấm nhanh tính khoảng cách trong Câu 4 và Câu 14.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS chuẩn bị máy tính Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG, theo dõi hướng dẫn trên màn chiếu.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV bấm đồng hồ 15 giây, kiểm tra thao tác phím số mũ âm trên máy tính cầm tay của học sinh.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS nhập biểu thức: `(2^-2 + 2^-2 + 2^-2)^(-1/2)` ra ngay $\frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1.15$ cm cho Câu 14.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 1 HS giơ tay đầu tiên đọc kết quả bấm máy và giải thích cú pháp phím bấm.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS đối chiếu kết quả tính tay quy đồng mẫu số và bấm máy nghịch đảo, thấy hoàn toàn trùng khớp.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV biểu dương tốc độ tính toán, khẳng định việc làm chủ công cụ số giúp học sinh tiết kiệm tối thiểu 2-3 phút cho mỗi câu hình không gian trong bài thi tốt nghiệp.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi chép mẹo bấm máy vào mục kỹ năng số của vở ghi bài.

4. Hoạt động 4: Vận dụng - Sơ đồ tư duy & Tổng kết 4 Bẫy sai lầm kinh điển (3 phút)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn diện sơ đồ tư duy Hình học không gian 11; khắc sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển để tránh mất điểm trong kỳ thi tốt nghiệp THPT 2025.

b) Nội dung: Khảo sát sơ đồ tư duy Hình 10 và trả lời các câu hỏi tình huống.

c) Sản phẩm: Bản ghi nhớ sơ đồ tư duy và nhận nhiệm vụ dự án học tập thiết kế mô hình.

thuvientoanhoc.com



Hình 10: Sơ đồ tư duy Hình học không gian 11 và 4 bẫy sai lầm kinh điển trong đề thi tốt nghiệp THPT

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Hình 10 (Sơ đồ tư duy Hình học không gian 11 và 4 bẫy sai lầm kinh điển). Yêu cầu học sinh quan sát sơ đồ liên kết từ Song song → Vuông góc → Góc → Khoảng cách → Thể tích, trả lời câu hỏi: 1. Khi nào khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ đường này đến mặt phẳng song song? 2. Nêu 4 bẫy sai lầm kinh điển cần tránh trong đề thi tốt nghiệp THPT?	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát sơ đồ Hình 10, lắng nghe câu hỏi tổng kết.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV chỉ định các học sinh lần lượt trả lời từng câu hỏi tổng kết.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS hệ thống lại toàn bộ kiến thức của 2 tiết học ôn tập.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Cả lớp chú ý lắng nghe, thảo luận về cách phân biệt góc đường và mặt với góc phẳng nhị diện.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS phát biểu tự tin, nêu rõ bản chất từng bẫy sai lầm để phòng tránh.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV khắc sâu quy tắc tư duy không gian: luôn tìm gốc vuông góc (chân đường cao), chuyển bài toán phức tạp về bài toán cơ bản tại chân đường cao. Giao nhiệm vụ tự học và Dự án thiết kế mô hình.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi nhớ sơ đồ tư duy, chuẩn bị thực hiện dự án nhóm.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ DẶN DÒ

1. Nhiệm vụ cá nhân (Hoàn thành trên hệ thống trực tuyến Azota / Google Forms):

• Ôn tập toàn diện sơ đồ tư duy liên kết Hình học không gian 11 (Hình 10): Quan hệ song song → Quan hệ vuông góc → Góc → Khoảng cách → Thể tích.

thuvientoanhoc.com

• Hoàn thành bài kiểm tra trực tuyến 15 câu trắc nghiệm (thời gian làm bài: 30 phút). Hạn nộp: Trước 22h00 ngày hôm sau.

• Rèn luyện kỹ năng bấm máy tính Casio fx-580VNX/880BTG tính nhanh lượng giác ngược (`SHIFT cos`, `SHIFT tan`) và bấm biểu thức nghịch đảo bình phương đường cao dưới 10 giây.

2. Dự án học tập nhóm nhỏ (Mỗi nhóm 6 - 8 học sinh, nộp báo cáo mô hình sau 1 tuần):

• **Đề tài dự án:** *'Thiết kế mô hình kiến trúc lều trại dã ngoại / khung mái nhà lắp đặt pin năng lượng mặt trời tối ưu hóa thể tích và góc đón ánh nắng'*.

• **Nhiệm vụ cụ thể của các nhóm:**

+ Nhóm 1 & 2: Thiết kế mô hình lều cắm trại chữ A dạng lăng trụ đứng tam giác. Tính toán thể tích không khí sử dụng và lượng bạt phủ chống thấm nước; xác định góc dốc thoát nước mưa.

+ Nhóm 3 & 4: Thiết kế mô hình mái nhà lắp pin mặt trời dạng hình chóp cụt hoặc lăng trụ nghiêng. Xác định góc phẳng nhị diện giữa mặt phẳng lắp pin và mặt phẳng ngang để đón bức xạ mặt trời tối đa tại vĩ độ địa phương.

+ Dựng mô hình 3D trên phần mềm GeoGebra 3D, xuất file hình ảnh và làm video thuyết minh ngắn (2-3 phút) về các yếu tố hình học không gian (quan hệ vuông góc, góc, khoảng cách, thể tích) được ứng dụng trong mô hình.

V. HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP ÔN TẬP

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng nhất)

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng BB'?

A. AA'. **B.** $A'B'$. **C.** AC. **D.** BC.

Câu 2. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α). Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) thì:

A. $d \perp a$. **B.** $d \parallel a$.

C. d chéo nhau với a. **D.** d cắt a.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và CD bằng:

A. $0°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$, và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** a.

Câu 7. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, chiều cao $AA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AA' và BC bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng:

thuvientoanhoc.com

A. $\frac{2}{3}a$. **B.** $\frac{1}{3}a$. **C.** $\frac{4}{3}a$. **D.** a.

Câu 10. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng $V = 36$ cm^3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Thể tích khối đa diện $MNABC$ bằng:

A. 27 cm^3. **B.** 9 cm^3. **C.** 18 cm^3. **D.** 24 cm^3.

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 11 đến Câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai)

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$:

a) Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).

b) Mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng (SAD).

c) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ có số đo bằng $60°$.

d) Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ có số đo bằng $45°$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = AC = a$, chiều cao $AA' = a\sqrt{2}$:

a) Đường thẳng BC song song với mặt phẳng $(A'B'C')$.

b) Mặt phẳng $(ACC'A')$ vuông góc với mặt phẳng $(ABB'A')$.

c) Thể tích của khối lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13: Một khung mái nhà dân dụng dạng hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có hai đầu hồi là tam giác cân ABC và $A'B'C'$ tại đỉnh nóc nhà A và A'. Biết nhịp mái $BC = 6$ m, chiều cao nóc nhà $AH = 2$ m, chiều dài gian nhà $BB' = 10$ m:

a) Mặt phẳng trần nhà $(BCC'B')$ là mặt phẳng nằm ngang.

b) Thể tích không gian tầng áp mái bên dưới khung mái nhà là $V = 60$ m^3.

c) Độ dốc của mái nhà (góc tạo bởi mái dốc AB và mặt sàn BC) xấp xỉ bằng $33.69°$, đảm bảo tiêu chuẩn thoát nước mưa.

d) Tổng diện tích hai mái dốc lợp tôn (không tính phần mái đua) nhỏ hơn 70 m^2.

Câu 14: Một chiếc lều cắm trại du lịch dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh 2 m và cạnh bên bằng 2 m:

a) Hình chiếu vuông góc của đỉnh lều S lên mặt đất trùng với tâm O của đáy hình vuông $ABCD$.

b) Chiều cao của lều cắm trại bằng $SO = \sqrt{2}$ m.

c) Thể tích không khí bên trong lều cắm trại bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ m^3 (xấp xỉ 1.89 m^3).

d) Góc giữa mặt phẳng bạt bên (SBC) và mặt đất $(ABCD)$ có số đo bằng $60°$.

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 15 đến Câu 20. Viết kết quả tính toán chính xác vào ô trả lời)

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B với $AB = \sqrt{3}, BC = 3$, và $SA = 2$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) theo đơn vị độ.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ theo đơn vị độ.

Câu 17: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm. Cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = 6$ cm. Tính thể tích V của khối chóp theo đơn vị cm^3.

Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4 cm. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo đơn vị cm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 19: Một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật có kích thước các cạnh đáy là 2 m và 3 m, chiều cao là 1.5 m. Hỏi bể nước đó chứa được tối đa bao nhiêu mét khối nước (m^3)?

Câu 20: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng 6 cm. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo đơn vị cm^3. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

thuvientoanhoc.com

VI. BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1. Bảng tổng hợp đáp án Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

Bảng đáp án Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (10 câu)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Bảng đáp án Phần II: Câu trắc nghiệm Đúng / Sai (4 câu - 16 ý)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 11.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 12.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 13.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 14.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Bảng đáp án Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 câu)

Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
30	45	12	2.31	9	41.6

2. Bảng đáp án nhanh các bài tập luyện tập trên lớp (Tiết 1 và Tiết 2)

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 1 (HOẠT ĐỘNG 2 - QUAN HỆ SONG SONG, VUÔNG GÓC VÀ GÓC TRONG KHÔNG GIAN):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A ($AA' \parallel BB'$), 2-A ($d \perp a$), 3-A (0°), 4-A ($\tan = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow 45°$), 5-A ($AH \perp (SBC)$), 6-A ($AH \perp SC$), 7-A ($\cos = \frac{AH}{SA} = \frac{a\sqrt{3}}{3} : a\sqrt{3} = \frac{1}{3}$), 8-A (45°).

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($\tan\hat{SCA} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow 60°$).

+ Câu 10: a-Đ, b-Đ, c-Đ ($\tan\hat{SBA} = \frac{SA}{AB} = 1 \Rightarrow 45°$), d-Đ.

+ Câu 11: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ.

+ Câu 12: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S ($\tan\hat{A'OA} = \frac{AA'}{OA} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} > 1 \Rightarrow$ góc $> 45°$).

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 13: $5.2 SA = AB \cdot \tan 60° = 3\sqrt{3} \approx 5.2$ m); Câu 14: $45 \tan = \frac{SA}{AD} = 1 \Rightarrow 45°$); Câu 15: $45 OA = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}, \cos = \frac{OA}{SA} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$); Câu 16: $0.33 \cos\alpha = \frac{1}{3} \approx 0.33$).

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 2 (HOẠT ĐỘNG 2 - KHOẢNG CÁCH VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A ($V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 4 = 20$), 2-A ($V = 12 \cdot 5 = 60$), 3-A, 4-A ($\frac{1}{h^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{19}{12} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{57}}{19}$), 5-A ($CC' \parallel (ABB'A') \Rightarrow d = CB = a$), 6-A ($V = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$), 7-A ($d(C) = d(A)$), 8-A ($V_{S.MNC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 = 8$).

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 9: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ ($\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$).

+ Câu 10: a-Đ ($V = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}$), b-Đ ($V = \frac{1}{3}\frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{6}$), c-Đ, d-Đ.

thuvientoanhoc.com

+ Câu 11: a-Đ ($S = 2.4^2 = 5.76\ \text{m}^2$), b-Đ ($V = \frac{1}{3} \cdot 5.76 \cdot 1.8 = 3.456\ \text{m}^3$), c-S ($d(O) \approx 1.0$ m), d-Đ ($S_{xq} \approx 10.38\ \text{m}^2 > 10$).

+ Câu 12: a-Đ ($V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$), b-Đ ($d = AA' = 3a$), c-Đ ($d = AA' = 3a$), d-Đ ($d = AD = 2a$).

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 13: $3.0V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot h = 36 \Rightarrow h = 3$ m); Câu 14: $1.15h = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1.15$ cm); Câu 15: $144V = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot 12 = 144\ \text{m}^3$); Câu 16: $3.456V = \frac{1}{3} \cdot 2.4^2 \cdot 1.8 = 3.456\ \text{m}^3$).

ĐÁP ÁN NHANH BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN 20 CÂU (PHẦN V):

• **Phần I (MCQ):** 1-A (AA'), 2-A ($d \perp a$), 3-A (0°), 4-A (45°), 5-A (45°), 6-A ($\frac{a\sqrt{6}}{3}$), 7-A ($\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$), 8-A ($\frac{a\sqrt{3}}{2}$), 9-A ($\frac{2}{3}a$), 10-A (27 cm^3).

• **Phần II (Đúng/Sai):**

+ Câu 11: a-Đ ($BD \perp (SAC)$), b-Đ ($(SCD) \perp (SAD)$), c-Đ ($\widehat{SDA} = 60°$), d-S ($[S, CD, A] = 60° \neq 45°$).

+ Câu 12: a-Đ ($BC \parallel (A'B'C')$), b-Đ ($(ACC'A') \perp (ABB'A')$), c-Đ ($V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$), d-Đ ($d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$).

+ Câu 13: a-Đ (Mặt trần nằm ngang), b-Đ ($V = 60\ \text{m}^3$), c-Đ (Độ dốc $\approx 33.69°$), d-S ($S \approx 72.11\ \text{m}^2 > 70$).

+ Câu 14: a-Đ (Đỉnh chiếu vào tâm O), b-Đ ($SO = \sqrt{2}$ m), c-Đ ($V = \frac{4\sqrt{2}}{3} \approx 1.89\ \text{m}^3$), d-S (Góc bạt $\approx 54.74° \neq 60°$).

• **Phần III (Trả lời ngắn):** Câu 15: **30**; **Câu 16:** 45**; **Câu 17:** 12**; **Câu 18:** 2.31**; **Câu 19:** 9**; **Câu 20:** 41.6**.

3. Hướng dẫn giải chi tiết 20 câu Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

A. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (CÂU 1 - CÂU 10)

Câu 1: Trong hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, các cạnh bên đôi một song song và bằng nhau, do đó đường thẳng song song với BB' là AA' (và CC'). Chọn **A**.

Câu 2: Theo định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong (α). Do đó $d \perp a$. Chọn **A**.

Câu 3: Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'$, ta có $A'B' \parallel AB$ và $AB \parallel CD \Rightarrow A'B' \parallel CD$. Góc giữa hai đường thẳng song song bằng 0°. Chọn **A**.

Câu 4: Vì $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng SB lên mặt phẳng (ABC) là đoạn thẳng AB. Do đó, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông tại A có $SA = a, AB = a \Rightarrow \tan\widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SBA} = 45°$. Chọn **A**.

Câu 5: Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là đường thẳng BC.
Ta có $AB \perp BC$ (do đáy $ABCD$ là hình vuông) và $AB \subset (ABCD)$.
Mặt khác, $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, với $SB \subset (SBC)$.

Do đó, góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ chính là góc $\widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông cân tại A ($SA = AB = a$) nên $\widehat{SBA} = 45°$. Chọn **A**.

Câu 6: Vì $BC \perp (SAB)$ (chứng minh ở Câu 5) nên $(SBC) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SB.
Trong mặt phẳng (SAB), kẻ đường cao $AH \perp SB$ tại H.
Khi đó $AH \perp (SBC)$, do đó khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $d(A, (SBC)) = AH$.
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB tại A:
$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
Chọn **A**.

Câu 7: Đáy là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Chọn **A**.

Câu 8: Vì $AA' \parallel BB'$ và $BB' \subset (BCC'B')$ nên $AA' \parallel (BCC'B')$.
Do đó: $d(AA', BC) = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B'))$.
Mặt khác, $(BCC'B') \perp (ABC)$ theo giao tuyến BC. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

thuvientoanhoc.com

Vì tam giác ABC đều cạnh a nên AH là đường cao tam giác đều: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $AH \perp (BCC'B') \Rightarrow d(AA', BC) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Chọn **A**.

Câu 9: Đường thẳng AC cắt BD tại trung điểm O của AC, do đó $\frac{d(C,(SBD))}{d(A,(SBD))} = \frac{OC}{OA} = 1 \Rightarrow d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$.

Xét tứ diện vuông $A.SBD$ tại đỉnh A (có ba cạnh SA, AB, AD đôi một vuông góc):

$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h^2 = \frac{4a^2}{9} \Rightarrow h = \frac{2}{3}a$.

Vậy khoảng cách cần tìm là $d(C,(SBD)) = \frac{2}{3}a$. Chọn **A**.

Câu 10: Áp dụng công thức tỉ số thể tích của khối chóp tam giác:

$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

Suy ra thể tích khối chóp $S.MNC$ là: $V_{S.MNC} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$ cm^3.

Thể tích khối đa diện $MNABC$ là: $V_{MNABC} = V_{S.ABC} - V_{S.MNC} = 36 - 9 = 27$ cm^3. Chọn **A**.

B. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (CÂU 11 - CÂU 14)

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$:

• a) **ĐÚNG:** Ta có $BD \perp AC$ (hai đường chéo hình vuông) và $BD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$). Suy ra $BD \perp (SAC)$.

• b) **ĐÚNG:** Ta có $CD \perp AD$ và $CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD)$. Mà $CD \subset (SCD)$, do đó $(SCD) \perp (SAD)$.

• c) **ĐÚNG:** Vì $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, suy ra góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc $\hat{SDA}$.

Trong tam giác vuông SAD tại A: $\tan\hat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \hat{SDA} = 60°$.

• d) **SAI:** Giao tuyến của (SCD) và $(ABCD)$ là CD. Ta có $AD \perp CD$ và $SD \perp CD$ (do $CD \perp (SAD)$). Do đó góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ chính là góc $\hat{SDA} = 60°$ (không phải 45°).

Câu 12: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC vuông cân tại A ($AB = AC = a$), $AA' = a\sqrt{2}$:

• a) **ĐÚNG:** Ta có $BC \parallel B'C'$ mà $B'C' \subset (A'B'C')$, do đó $BC \parallel (A'B'C')$.

• b) **ĐÚNG:** Ta có $AC \perp AB$ và $AC \perp AA' \Rightarrow AC \perp (ABB'A')$. Mà $AC \subset (ACC'A')$, suy ra $(ACC'A') \perp (ABB'A')$.

• c) **ĐÚNG:** Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2$. Thể tích: $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

• d) **ĐÚNG:** Vì $AA' \parallel BB' \subset (BCC'B')$ nên $d(AA', BC) = d(A,(BCC'B')) = AH$, với AH là đường cao hạ từ A xuống BC.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC = a\sqrt{2}$ và $AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13: Khung mái nhà hình lăng trụ đứng: $BC = 6$ m, $AH = 2$ m, $BB' = 10$ m:

• a) **ĐÚNG:** Mặt phẳng trần nhà $(BCC'B')$ là mặt phẳng nằm ngang song song với mặt đất.

• b) **ĐÚNG:** Diện tích đầu hồi tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$ m^2.

Thể tích không gian tầng áp mái: $V = S_{ABC} \cdot BB' = 6 \cdot 10 = 60$ m^3.

• c) **ĐÚNG:** Ta có H là trung điểm của BC nên $BH = \frac{6}{2} = 3$ m. Góc dốc của mái nhà $\hat{ABH}$ có:

$\tan\hat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{2}{3} \approx 0.6667 \Rightarrow \hat{ABH} \approx 33.69°$, đáp ứng tiêu chuẩn thoát nước mái dốc.

• d) **SAI:** Chiều dài mái dốc: $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3.6056$ m.

Tổng diện tích hai mái dốc lợp tôn: $S = 2 \cdot (AB \cdot BB') = 2 \cdot \sqrt{13} \cdot 10 \approx 72.11$ m$^2 > 70$ m^2. Khẳng định nhỏ hơn 70 m^2 là SAI.

Câu 14: Chiếc lều cắm trại hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy cạnh 2 m, cạnh bên 2 m:

• a) **ĐÚNG:** Đối với hình chóp tứ giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm đối xứng O của đáy hình vuông $ABCD$.

• b) **ĐÚNG:** Đáy hình vuông cạnh 2 m $\Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$ m $\Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$ m.

Chiều cao của lều: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4-2} = \sqrt{2}$ m.

• c) **ĐÚNG:** Diện tích đáy: $S_{ABCD} = 2^2 = 4$ m^2.

thuvientoanhoc.com

Thể tích không khí: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \approx 1.89\ \text{m}^3$.

• d) **SAI:** Gọi M là trung điểm cạnh BC. Ta có $OM = \frac{AB}{2} = 1$ m, $SM \perp BC, OM \perp BC$.

Góc giữa mặt phẳng bạt bên (SBC) và mặt đất là góc $\widehat{SMO}$.

Ta có $\tan\widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \approx 1.4142 \Rightarrow \widehat{SMO} \approx 54.74° \neq 60°$ (vì $\tan 60° = \sqrt{3} \approx 1.732$). Nhận định góc bằng $60°$ là SAI.

C. PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (CÂU 15 - CÂU 20)

Câu 15: Tam giác ABC vuông tại B với $AB = \sqrt{3}, BC = 3 \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
Vì $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu của SC lên (ABC) là AC.

Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.
Tam giác SAC vuông tại A có $SA = 2, AC = 2\sqrt{3}$:
$\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30°$.
Điền: **30**.

Câu 16: Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là góc $\widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông cân tại A $(SA = AB)$ nên $\widehat{SBA} = 45°$.
Điền: **45**.

Câu 17: Diện tích đáy tam giác vuông ABC: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\ \text{cm}^2$.
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 = 12\ \text{cm}^3$.
Điền: **12**.

Câu 18: Xét tứ diện vuông $A.A'BD$ có ba cạnh AA', AB, AD đôi một vuông góc và cùng có độ dài bằng 4 cm.
Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ thỏa mãn:
$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{3}{16} \Rightarrow h = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2.309\ldots \approx 2.31$ cm.
Điền: **2.31**.

Câu 19: Thể tích tối đa của bể chứa nước hình hộp chữ nhật là:
$V = 2 \cdot 3 \cdot 1.5 = 9\ \text{m}^3$.
Điền: **9**.

Câu 20: Đáy là tam giác đều cạnh $a = 4$ cm nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.
Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{ABC} \cdot h = 4\sqrt{3} \cdot 6 = 24\sqrt{3} \approx 41.569\ldots \approx 41.6\ \text{cm}^3$.
Điền: **41.6**.

4. Phân tích chuyên sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển của học sinh trong đề thi 2025

1. BẪY SỐ 1: XÁC ĐỊNH SAI GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG (QUÊN TÌM HÌNH CHIẾU)

• **Sai lầm phổ biến:** Khi tìm góc giữa cạnh bên và mặt đáy hoặc mặt bên, học sinh thường lấy ngay góc giữa cạnh bên đó với một cạnh bất kỳ nằm trong mặt phẳng. Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$, học sinh kết luận góc giữa SD và (SAB) là góc $\widehat{SDA}$ thay vì góc $\widehat{DSA}$.

• **Hậu quả:** Nhầm lẫn đỉnh góc và các cạnh kề, dẫn đến tính sai tỉ số lượng giác sin, cos, tan và chọn nhầm phương án nhiễu.

• **Chiến lược khắc phục:** Thực hiện đúng quy tắc 3 bước: (1) Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng; (2) Tìm hình chiếu vuông góc của điểm còn lại lên mặt phẳng; (3) Góc cần tìm luôn có đỉnh là giao điểm: (Điểm còn lại – Giao điểm – Hình chiếu).

2. BẪY SỐ 2: XÁC ĐỊNH SAI GÓC PHẲNG NHỊ DIỆN DO HAI TIA KHÔNG CÙNG GỐC TRÊN GIAO TUYẾN

thuvientoanhoc.com

• **Sai lầm phổ biến:** Khi xác định góc phẳng nhị diện $[P, c, Q]$, học sinh kẻ một đường vuông góc với giao tuyến c trong mặt (P) và một đường vuông góc với c trong mặt (Q) nhưng tại hai vị trí khác nhau (không chung gốc).

• **Hậu quả:** Góc tạo thành không phải là góc phẳng nhị diện mà là góc giữa hai đường thẳng chéo nhau, dẫn đến chứng minh và tính toán sai hoàn toàn.

• **Chiến lược khắc phục:** Từ chân đường cao của hình chóp, kẻ đường vuông góc với giao tuyến tại điểm I, sau đó nối đỉnh chóp với I. Theo định lý ba đường vuông góc, đoạn nối này sẽ tự động vuông góc với giao tuyến tại chính điểm I. Góc phẳng nhị diện chính là góc tại đỉnh I.

3. BẪY SỐ 3: ÁP DỤNG SAI TỈ SỐ KHOẢNG CÁCH TRONG KỸ THUẬT ĐỔI ĐIỂM (CẮT NHAU / SONG SONG)

• **Sai lầm phổ biến:** Khi đường thẳng nối hai điểm A và B cắt mặt phẳng (P) tại I, học sinh nhớ nhầm tỉ số thành $\frac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \frac{AB}{IB}$ thay vì tỉ số đúng là $\frac{IA}{IB}$. Ngoài ra, khi đường thẳng AB song song với (P), nhiều học sinh vẫn chia tỉ số đoạn thẳng một cách máy móc.

• **Hậu quả:** Tính sai khoảng cách theo tỉ số sai, kết quả sai lệch hoàn toàn.

• **Chiến lược khắc phục:** Luôn vẽ một hình phẳng phụ minh họa giao điểm I và hai đường vuông góc hạ từ A, B xuống mặt phẳng. Dùng định lý Ta-lét trong tam giác để kiểm chứng trực quan tỉ số đồng dạng $\frac{h_A}{h_B} = \frac{IA}{IB}$.

4. BẪY SỐ 4: QUÊN HỆ SỐ $\frac{1}{3}$ TRONG CÔNG THỨC THỂ TÍCH KHỐI CHÓP VÀ NHẦM LẪN VỚI LĂNG TRỤ

• **Sai lầm phổ biến:** Học sinh làm bài vội vàng, khi tính thể tích khối chóp chỉ lấy $S_{đáy} \cdot h$ mà quên mất hệ số $\frac{1}{3}$. Ngược lại, khi tính thể tích khối lăng trụ lại thêm hệ số $\frac{1}{3}$ vào công thức.

• **Hậu quả:** Mất điểm oan uổng ở câu hỏi nhận biết - thông hiểu dù đã tính đúng diện tích đáy và chiều cao.

• **Chiến lược khắc phục:** Khắc sâu quy tắc: *'Chóp có đỉnh nhọn thì chia 3 ($V = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h$); lăng trụ hai đáy bằng nhau thì giữ nguyên ($V = S_{đáy} \cdot h$)'*.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Xác định sai góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)	Lấy góc giữa đường thẳng với một cạnh bất kỳ nằm trong mặt phẳng thay vì góc giữa đường thẳng và hình chiếu vuông góc của nó lên mặt phẳng.	Quy trình 3 bước chuẩn: (1) Tìm giao điểm $A = d \cap (P)$; (2) Tìm hình chiếu vuông góc H của một điểm $S \in d$ lên (P); (3) Góc cần tìm là $\hat{SAH}$ (đỉnh góc luôn là giao điểm A).
Xác định sai góc phẳng nhị diện (không chung gốc trên giao tuyến c)	Kẻ hai đường vuông góc với giao tuyến tại hai điểm khác nhau trên giao tuyến thay vì cùng xuất phát từ một điểm chung.	Khẩu quyết: 'Cùng vuông góc với giao tuyến tại CÙNG MỘT ĐIỂM': Từ điểm H trên giao tuyến c, dựng tia $Hx \perp c$ trong mặt này và $Hy \perp c$ trong mặt kia, góc nhị diện là $\hat{xHy}$.
Nhầm lẫn tỉ số dời điểm khoảng cách	Khi đường thẳng AB cắt (P) tại M, nhớ nhầm tỉ số $\frac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \frac{MB}{MA}$ thay vì tỉ số đúng $\frac{MA}{MB}$.	Khẩu quyết: 'Khoảng cách tỉ lệ thuận với khoảng cách đến giao điểm': $\frac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \frac{MA}{MB}$. Nếu đường thẳng $AB \parallel (P)$ thì khoảng cách từ

thuvientoanhoc.com

		mọi điểm trên AB đến (P) bằng nhau.
Quên hệ số $\frac{1}{3}$ khi tính thể tích khối chóp	Tính thể tích khối chóp chỉ lấy diện tích đáy nhân chiều cao (Bh) mà quên hệ số $\frac{1}{3}$; hoặc ngược lại thêm $\frac{1}{3}$ vào thể tích khối lăng trụ.	Khẩu quyết: 'Chóp nhọn đáy ba phần một $(V = \frac{1}{3}Bh)$, lăng trụ phẳng mặt nhân thẳng chiều cao $(V = Bh)$'.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN VÀ BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 27 - 28)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC / YÊU CẦU CẦN ĐẠT (CHUẨN GDPT 2018)

1. Về kiến thức: Sau bài học, học sinh đạt được các yêu cầu:

• Củng cố vững chắc các khái niệm: bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến, hàm mục tiêu $F(x;y) = Ax + By$, hệ bất phương trình ràng buộc, phương án chấp nhận được, miền chấp nhận được S, điểm cực biên (đỉnh đa giác), phương án tối ưu và giá trị tối ưu.

• Nắm vững định lý cơ bản: Trên miền đa giác kín (bị chặn), bài toán quy hoạch tuyến tính luôn có phương án tối ưu (cả Max và Min) đạt tại ít nhất một trong các đỉnh cực biên. Nhận diện sâu sắc trường hợp đặc biệt có vô số phương án tối ưu khi đường mức song song với một cạnh của miền đa giác.

• Vận dụng thành thạo quy trình 5 bước giải chuẩn tắc trên miền đa giác kín để giải quyết các bài toán thực tiễn: tối đa hóa lợi nhuận sản xuất, tối ưu hóa doanh thu, và tối thiểu hóa chi phí (khẩu phần dinh dưỡng, vật tư, vận tải).

2. Về kỹ năng:

• Kỹ năng lập mô hình toán học: chuyển đổi chính xác bài toán thực tế thành hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hàm mục tiêu.

• Kỹ năng vẽ biểu diễn hình học miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định đúng các đỉnh cực biên.

• Kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay Casio fx-580VNX / fx-880BTG Menu 9 giải hệ phương trình 2 ẩn tìm giao điểm các đường biên và dùng phím [CALC] tính nhanh giá trị hàm mục tiêu tại các đỉnh dưới 15 giây.

• Kỹ năng khai thác phần mềm GeoGebra trực quan hóa miền nghiệm và mô phỏng sự tịnh tiến của đường mức $d_m: Ax + By = m$.

3. Về năng lực toán học và phẩm chất:

• **Năng lực mô hình hóa toán học:** Năng lực trọng tâm hàng đầu, chuyển hóa linh hoạt bài toán kinh tế đời sống thành ngôn ngữ quy hoạch tuyến tính.

• **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Phân tích cấu trúc hình học của miền đa giác kín (số cạnh, số đỉnh), lập luận chặt chẽ tính tối ưu của các phương án tại đỉnh cực biên và trên cạnh biên đa giác.

thuvientoanhoc.com

• **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Lựa chọn phương án sản xuất, kinh doanh tối ưu mang lại lợi ích kinh tế cao nhất.

• **Phẩm chất:** Rèn luyện tư duy thực tế, tính cẩn thận, trung thực, tinh thần trách nhiệm và ý thức tiết kiệm tài nguyên trong sản xuất.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuẩn CV 5512, Slide trình chiếu PowerPoint bài giảng, 10 hình vẽ biểu diễn miền nghiệm độ nét cao , vở ghi bài và số 2 in sẵn, phần mềm GeoGebra mô phỏng đường mức, máy tính giả lập Casio fx-580VNX / fx-880BTG.

2. Học sinh: SGK Chuyên đề học tập Toán 12 (Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống), máy tính cầm tay cá nhân, thước kẻ, bút chì, bút màu, vở ghi chép.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Bài toán quy hoạch tuyến tính trên miền đa giác và mô hình hóa tối đa hóa lợi nhuận thực tế.

- Tiết 2: Kỹ thuật đường mức, tối thiểu hóa chi phí sản xuất và các trường hợp vô số phương án tối ưu.

TIẾT 1: BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH TRÊN MIỀN ĐA GIÁC (TỐI ĐA HÓA LỢI NHUẬN)

1. Hoạt động 1: Khởi động bằng Tình huống Quản lý sản xuất thực tế & Hệ thống hóa lý thuyết (8 phút)

a) Mục tiêu: Kích hoạt tư duy kinh tế và mô hình hóa toán học; hệ thống hóa khái niệm hàm mục tiêu, hệ ràng buộc, miền chấp nhận được, đỉnh cực biên và quy trình 5 bước giải QHTT trên miền đa giác thông qua nghiên cứu tình huống thực tiễn.

b) Nội dung: Giải quyết tình huống kinh tế 'Bài toán xí nghiệp sản xuất' và hoàn thiện Hộp hệ thống hóa lý thuyết.

c) Sản phẩm: Bảng công thức 5 bước chuẩn tắc trong vở ghi và hệ ràng buộc của bài toán mở đầu.

📌 HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 1

1. Khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến:

• **Định nghĩa:** Bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến là bài toán tìm giá trị lớn nhất (tương ứng giá trị nhỏ nhất) của hàm số bậc nhất hai biến $F(x;y) = Ax + By$ trên miền chấp nhận được S được xác định bởi một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (hệ ràng buộc):

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \le c_1 \\ a_2x + b_2y \le c_2 \\ \dots \\ a_nx + b_ny \le c_n \end{cases}$$ (trong đó có thể có các dấu ≥ hoặc =).

• **Hàm mục tiêu:** Biểu thức $F(x;y) = Ax + By$ gọi là hàm mục tiêu.

• **Phương án chấp nhận được:** Mỗi cặp số $(x_0;y_0)$ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ ràng buộc được gọi là một phương án chấp nhận được. Tập hợp tất cả các phương án chấp nhận được gọi là miền chấp nhận được (miền nghiệm S).

• **Phương án cực biên (Điểm cực biên):** Nếu phương án chấp nhận được $(x_0;y_0)$ là một đỉnh của miền nghiệm S thì được gọi là điểm cực biên (phương án cực biên).

thuvientoanhoc.com

• **Phương án tối ưu:** Điểm $(x^*; y^*) \in S$ làm cho hàm mục tiêu $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) được gọi là phương án tối ưu; giá trị $F(x^*; y^*)$ gọi là giá trị tối ưu.

2. Định lý cơ bản của quy hoạch tuyến tính trên miền đa giác:

• Nếu miền chấp nhận được S khác rỗng ($S \neq \emptyset$) và là một miền đa giác (miền bị chặn) thì bài toán quy hoạch tuyến tính luôn có phương án tối ưu, và phương án tối ưu luôn đạt được tại ít nhất một trong các điểm cực biên (đỉnh của đa giác).

• **Quy trình 5 bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính:**

+ *Bước 1 (Đặt biến):* Đặt x, y là các đại lượng cần tìm; xác định đơn vị đo và điều kiện ràng buộc không âm: $x \geq 0, y \geq 0$ (hoặc nguyên dương).

+ *Bước 2 (Xác định hàm mục tiêu):* Thiết lập biểu thức $F(x; y) = Ax + By$ thể hiện đại lượng cần tối ưu (thường là lợi nhuận, doanh thu $\rightarrow max$).

+ *Bước 3 (Xác định hệ ràng buộc):* Lập hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn phản ánh các giới hạn về nguyên liệu, vốn, thời gian lao động, nhu cầu thị trường.

+ *Bước 4 (Biểu diễn hình học):* Vẽ các đường thẳng biên trên mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định miền nghiệm S (miền đa giác) và tìm chính xác tọa độ tất cả các đỉnh cực biên.

+ *Bước 5 (Tính toán và kết luận):* Tính giá trị của $F(x; y)$ tại tất cả các đỉnh cực biên; so sánh để chọn giá trị lớn nhất F_{max}, từ đó kết luận phương án tối ưu của bài toán thực tế.

3. Trường hợp đặc biệt (Vô số phương án tối ưu):

• Nếu hàm mục tiêu $F(x; y)$ đạt giá trị tối ưu tại hai đỉnh kề nhau C và D của miền đa giác thì bài toán có vô số phương án tối ưu. Khi đó, mọi điểm nằm trên đoạn thẳng CD đều là phương án tối ưu của bài toán (đường mức song song với cạnh CD).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đặt tình huống thực tiễn hấp dẫn 'Thử tài Giám đốc xí nghiệp': 'Một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất 1 kg loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ làm việc, thu lãi 40 nghìn đồng. Để sản xuất 1 kg loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ làm việc, thu lãi 30 nghìn đồng. Xí nghiệp có 200 kg nguyên liệu và tối đa 1200 giờ làm việc. Hãy đặt kế hoạch sản xuất để lợi nhuận thu được là lớn nhất?' GV yêu cầu HS hoạt động cặp đôi trong 3 phút: Gọi x, y là số kg sản phẩm I và II cần sản xuất; viết biểu thức lợi nhuận $F(x; y)$ và lập các bất phương trình giới hạn nguyên liệu, thời gian làm việc.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS chú ý lắng nghe bài toán tình huống thực tế của xí nghiệp, xác định mục tiêu bài toán là tối đa hóa lợi nhuận.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV luân chuyển giữa các bàn, hướng dẫn HS thiết lập các bất phương trình: + Nguyên liệu: $2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$. + Thời gian: $30x + 15y \leq 1200 \Leftrightarrow 2x + y \leq 80$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc theo cặp, thảo luận và viết vào nháp: • Gọi x, y là số kg sản phẩm loại I

thuvientoanhoc.com

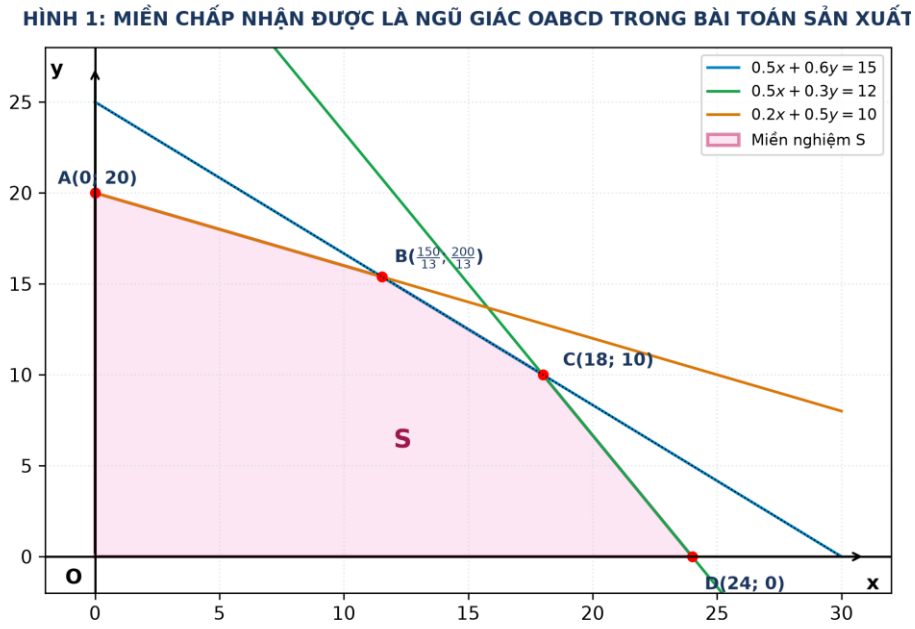
+ Điều kiện tự nhiên: $x \geq 0, y \geq 0$.	và II ($x \geq 0, y \geq 0$). • Lợi nhuận: $F(x;y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng). • Ràng buộc: $x + 2y \leq 100$ và $2x + y \leq 80$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện 1 bàn học sinh trình bày hệ bất phương trình và hàm lợi nhuận $F(x;y) = 40x + 30y$ nghìn đồng. GV nêu vấn đề mở rộng: 'Làm thế nào để tìm được cặp $(x;y)$ cho lợi nhuận lớn nhất giữa vô số phương án thỏa mãn?'.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện HS trả lời to rõ trước lớp. Các bạn nhận xét, thống nhất hệ ràng buộc và hàm mục tiêu.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa và giới thiệu bài học: Đây chính là bài toán Quy hoạch tuyến tính hai biến kinh điển. GV dẫn dắt vào Hộp lý thuyết 5 bước giải chuẩn tắc trên miền đa giác.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi chép tóm tắt 5 bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính vào mục 1 của vở ghi bài.

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải bài toán QHTT trên miền đa giác theo 3 định dạng đề thi mới: Trắc nghiệm 4 lựa chọn (8 câu), Trắc nghiệm Đúng/Sai (4 câu = 16 ý), Trắc nghiệm Trả lời ngắn (4 câu), bám sát SGK Kết nối tri thức.

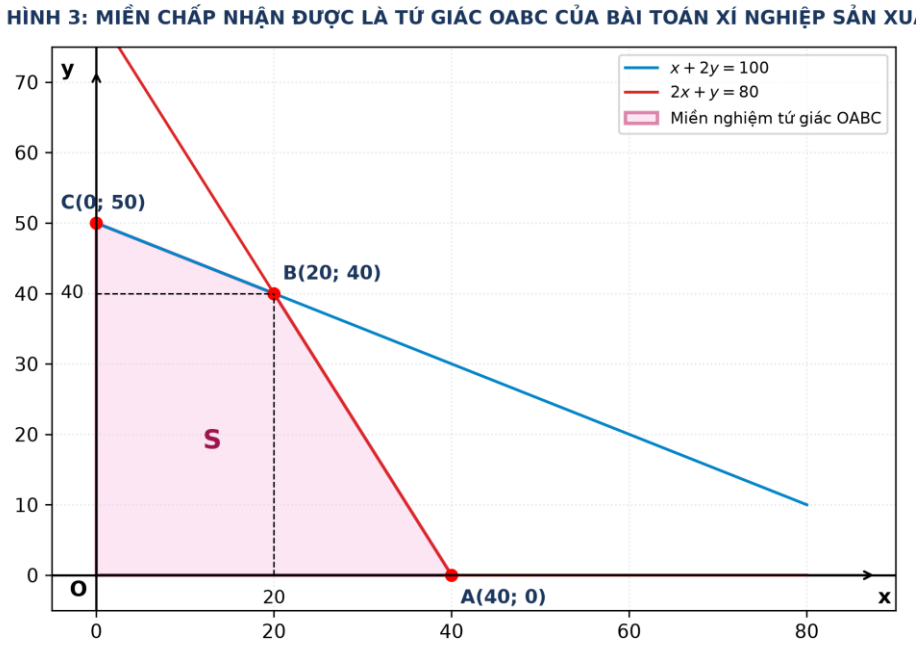
b) Nội dung: Học sinh thực hiện bộ câu hỏi rèn luyện trên vở ghi bài kèm 3 hình vẽ miền nghiệm minh họa.

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết trên phiếu cá nhân và bảng nhóm.

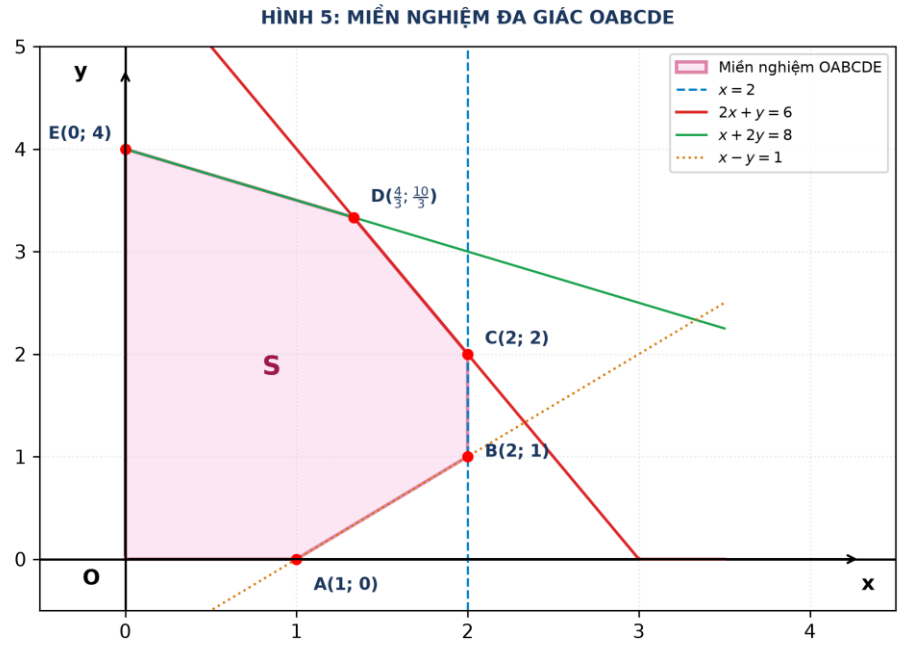


Hình 1: Miền chấp nhận được là ngũ giác OABCD trong bài toán sản xuất thực phẩm X và Y (SGK tr. 25)

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Miền chấp nhận được là tứ giác OABC của bài toán xí nghiệp sản xuất sản phẩm I và II (SGK tr. 26)



Hình 5: Miền lục giác OABCDE và trường hợp vô số phương án tối ưu trên đoạn CD (SGK tr. 28)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1. Trong một bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến, biểu thức $F(x;y) = Ax + By$ được gọi là:

A. Hàm mục tiêu.

B. Miền chấp nhận được.

C. Phương án cực biên.

D. Hệ ràng buộc.

Câu 2. Nếu miền chấp nhận được S của một bài toán quy hoạch tuyến tính là một miền đa giác thì giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = Ax + By$ luôn đạt được tại:

A. Ít nhất một trong các đỉnh (điểm cực biên) của đa giác.

B. Tâm đối xứng của đa giác.

C. Trọng tâm của đa giác.

D. Một điểm bất kỳ nằm sâu bên trong miền đa

thuvientoanhoc.com

giác.

Câu 3. Cặp số $(x;y)=(2;3)$ là một phương án chấp nhận được của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x+y\le 6 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x+y\le 5 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x-y\ge 1 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x+2y\le 7 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$

Câu 4. Quan sát Hình 3 (Miền chấp nhận được là tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(40;0), B(20;40), C(0;50)$). Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=40x+30y$ trên miền tứ giác này là:

A. 2000. **B.** 1600. **C.** 1500. **D.** 1800.

Câu 5. Quan sát Hình 1 (Miền ngũ giác $OABCD$ với các đỉnh $O(0;0), A(0;20), B(\frac{150}{13};\frac{200}{13}), C(18;10), D(24;0)$). Với hàm mục tiêu doanh thu $F(x;y)=100x+112y$ (triệu đồng), giá trị lớn nhất của doanh thu đạt được tại đỉnh nào?

A. Đỉnh $C(18;10)$. **B.** Đỉnh $B(\frac{150}{13};\frac{200}{13})$.

C. Đỉnh $D(24;0)$. **D.** Đỉnh $A(0;20)$.

Câu 6. Một xưởng sản xuất bàn ghế có hệ ràng buộc về số giờ mộc và sơn là $\begin{cases} 2x+y\le 14 \\ x+2y\le 16 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$. Điểm cực biên nào sau đây là giao điểm của hai đường thẳng $2x+y=14$ và $x+2y=16$?

A. $(4;6)$. **B.** $(6;4)$. **C.** $(5;4)$. **D.** $(2;10)$.

Câu 7. Dựa vào Hình 5 (Miền lục giác $OABCDE$ của bài toán sản xuất sơn với hàm mục tiêu doanh thu $F(x;y)=60x+30y$ triệu đồng). Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

A. Bài toán có vô số phương án tối ưu trên đoạn thẳng CD.

B. Bài toán chỉ có duy nhất một phương án tối ưu tại đỉnh $C(2;2)$.

C. Bài toán chỉ có duy nhất một phương án tối ưu tại đỉnh $D(\frac{4}{3};\frac{10}{3})$.

D. Bài toán không tồn tại phương án tối ưu do miền nghiệm là lục giác.

Câu 8. Một nông trại dự định trồng hai loại cây ngô và đậu tương trên diện tích tối đa 10 ha. Vốn đầu tư cho ngô là 2 triệu đồng/ha, đậu tương là 3 triệu đồng/ha với tổng vốn không quá 24 triệu đồng. Lợi nhuận mỗi ha ngô là 5 triệu đồng, đậu tương là 6 triệu đồng. Kế hoạch gieo trồng mang lại lợi nhuận cao nhất là:

A. Trồng 6 ha ngô và 4 ha đậu tương. **B.** Trồng 10 ha ngô và 0 ha đậu tương.

C. Trồng 0 ha ngô và 8 ha đậu tương. **D.** Trồng 5 ha ngô và 4 ha đậu tương.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Câu 9: Dựa vào Hình 3 (Miền chấp nhận được của bài toán xí nghiệp sản xuất là tứ giác $OABC$ với các đỉnh $O(0;0), A(40;0), B(20;40), C(0;50)$ tương ứng hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2y\le 100 \\ 2x+y\le 80 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$):

a) Điểm $M(10;20)$ là một phương án chấp nhận được của bài toán.

b) Tọa độ đỉnh B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=100 \\ 2x+y=80 \end{cases}$.

c) Tại đỉnh $A(40;0)$, giá trị của hàm mục tiêu $F(x;y)=40x+30y$ bằng 1600 nghìn đồng.

d) Xí nghiệp cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để đạt mức lợi nhuận lớn nhất là 2000 nghìn đồng (tức 2 triệu đồng).

Câu 10: Dựa vào Hình 1 (Bài toán sản xuất hai loại thực phẩm X và Y với miền nghiệm là miền ngũ giác $OABCD$ có các đỉnh $O(0;0), A(0;20), B(\frac{150}{13};\frac{200}{13}), C(18;10), D(24;0)$):

thuvientoanhoc.com

a) Hàm mục tiêu biểu thị doanh thu bán thực phẩm là $F(x;y) = 100x + 112y$ (triệu đồng).

b) Doanh thu tại đỉnh $A(0;20)$ đạt 2240 triệu đồng.

c) Doanh thu tại đỉnh $D(24;0)$ lớn hơn doanh thu tại đỉnh $C(18;10)$.

d) Phương án tối ưu để công ty đạt doanh thu lớn nhất là sản xuất 18 tấn thực phẩm X và 10 tấn thực phẩm Y với doanh thu cao nhất bằng 2920 triệu đồng.

Câu 11: Dựa vào Hình 5 (Bài toán sản xuất sơn nội thất (x tấn) và sơn ngoài trời (y tấn) với hệ ràng buộc $\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ y \ge 0 \\ 2x + y \le 6 \\ x + 2y \le 8 \\ x \le y + 1 \end{cases}$ và doanh thu $F(x;y) = 60x + 30y$ triệu đồng):

a) Miền chấp nhận được của bài toán là miền lục giác $OABCDE$ bị chặn trên mặt phẳng tọa độ.

b) Doanh thu tại đỉnh $C(2;2)$ bằng 180 triệu đồng.

c) Doanh thu tại đỉnh $D(\frac{4}{3};\frac{10}{3})$ nhỏ hơn 180 triệu đồng.

d) Đường thẳng chứa đoạn CD có phương trình $2x + y = 6$, do đó mọi điểm nằm trên đoạn thẳng CD đều là phương án tối ưu mang lại doanh thu lớn nhất là 180 triệu đồng.

Câu 12: Một trung tâm tiệc cưới bố trí phòng tiệc gồm hai loại bàn: bàn tròn 10 người (giá thuê 300 nghìn đồng/bàn) và bàn chữ nhật 6 người (giá thuê 200 nghìn đồng/bàn). Căn phòng chứa được tối đa 35 bàn, trong đó có không quá 15 bàn chữ nhật. Khách hàng muốn phục vụ ít nhất 250 khách với tổng chi phí thuê bàn là nhỏ nhất:

a) Gọi x, y lần lượt là số bàn chữ nhật và số bàn tròn ($x, y \in \mathbb{N}$). Hàm chi phí là $F(x;y) = 200x + 300y$ nghìn đồng.

b) Hệ bất phương trình ràng buộc là $\begin{cases} 0 \le x \le 15 \\ y \ge 0 \\ x + y \le 35 \\ 6x + 10y \ge 250 \end{cases}$.

c) Miền chấp nhận được của bài toán là một miền đa giác tứ giác.

d) Để chi phí thuê bàn là ít nhất, khách hàng nên thuê 15 bàn chữ nhật và 16 bàn tròn.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 13: Dựa vào Hình 3, giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = 40x + 30y$ trên miền tứ giác $OABC$ bằng bao nhiêu? (Nhập kết quả là số nguyên).

Câu 14: Dựa vào Hình 1, tính doanh thu lớn nhất (theo đơn vị triệu đồng) mà công ty sản xuất thực phẩm X và Y có thể đạt được.

Câu 15: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x;y) = 2x + 5y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \le 6 \\ x + 3y \le 12. \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$

Câu 16: Một xưởng may sản xuất hai loại áo A và B. Mỗi áo A cần 1 m vải và 2 giờ công; mỗi áo B cần 1.5 m vải và 1 giờ công. Xưởng có sẵn 90 m vải và 100 giờ công. Tiền lãi mỗi áo A là 100 nghìn đồng, áo B là 120 nghìn đồng. Tính số tiền lãi lớn nhất mà xưởng có thể đạt được theo đơn vị triệu đồng. (Làm tròn đến hàng phần mười).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** Các

thuvientoanhoc.com

học tập, phát vở ghi bài chứa hệ thống bài tập rèn luyện 3 Dạng thức: • Nhóm 1: Phụ trách Câu 1-4 (Dạng 1) và Câu 9. • Nhóm 2: Phụ trách Câu 5-8 (Dạng 1) và Câu 10. • Nhóm 3: Phụ trách Câu 11. và Câu 13, 15 (Dạng 3). • Nhóm 4: Phụ trách Câu 12. và Câu 14, 16 (Dạng 3). GV yêu cầu các nhóm giải chi tiết ra bảng phụ trong 15 phút, nêu rõ tọa độ các đỉnh và bảng tính giá trị $F(x;y)$.	nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên: 1 bạn bấm Casio tìm đỉnh, 2 bạn vẽ nháp miền nghiệm, 1 bạn ghi bảng phụ.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát, hướng dẫn học sinh: + Nhóm 1, 2: Dùng máy tính Casio Menu 9 giải nhanh hệ 2 phương trình tìm giao điểm các đỉnh B, C. + Nhóm 3: Phân tích kỹ hiện tượng đường mức $60x + 30y = 180$ trùng với cạnh CD $(2x + y = 6)$. + Nhóm 4: Kiểm tra điều kiện nguyên $x, y \in \mathbb{N}$ trong bài toán thực tế xếp bàn.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS tích cực tính toán trên vở ghi bài: • Câu 9: Tính $F(O) = 0, F(A) = 1600, F(B) = 2000, F(C) = 1500 \Rightarrow F_{max} = 2000$ tại $B(20;40)$. • Câu 11: So sánh $F(C) = 60(2) + 30(2) = 180$ và $F(D) = 60(4/3) + 30(10/3) = 180 \Rightarrow$ đoạn CD tối ưu.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện Nhóm 1 và Nhóm 3 lên bảng treo bảng phụ, thuyết trình lời giải. Các nhóm phản biện chéo: 'Vì sao trong Câu 11 lại có vô số phương án tối ưu mà không phải chỉ một đỉnh?'.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện Nhóm 1 và 3 trình bày bài làm rõ ràng. HS Nhóm 2 đặt câu hỏi thảo luận về cách phân biệt điểm biên và điểm trong.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa đáp án, nhận xét thái độ làm việc nhóm và chốt kiến thức: Trên miền đa giác, chỉ cần thử giá trị tại các đỉnh cực biên. Nếu 2 đỉnh kề nhau cùng đạt Max thì cả đoạn thẳng nối 2 đỉnh đều tối ưu.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi chép các điểm mấu chốt và kết quả chuẩn vào vở.

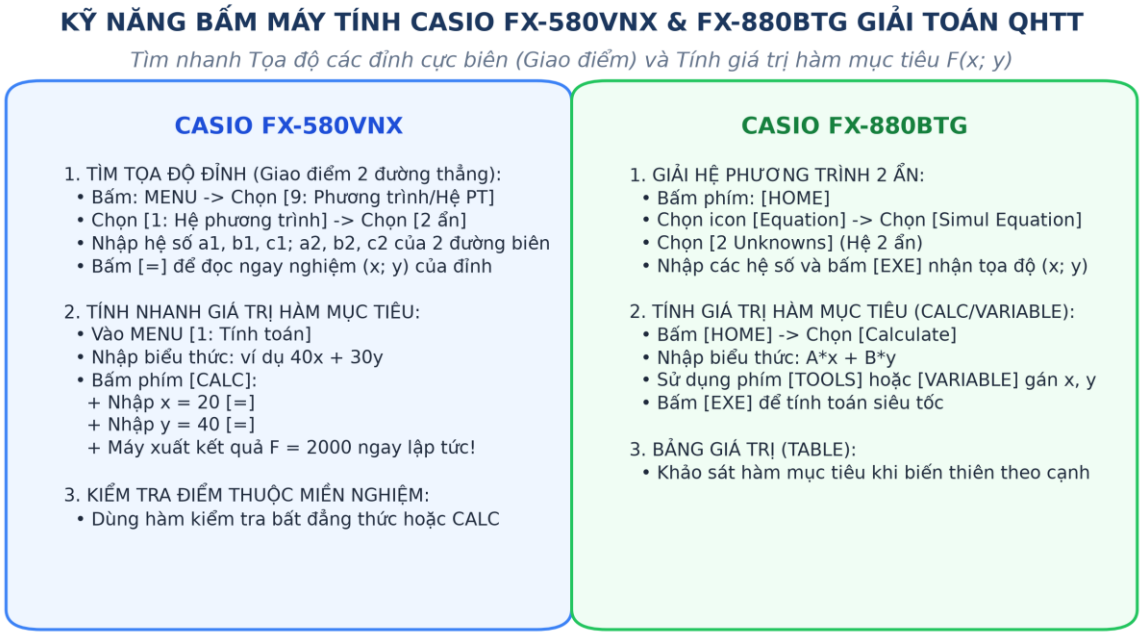
3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - Ứng dụng GeoGebra & Casio Menu 9 / CALC (7 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo kỹ năng bấm máy Casio Menu 9 giải hệ 2 ẩn tìm giao điểm các đường biên và dùng phím [CALC] tính nhanh giá trị hàm mục tiêu tại các đỉnh; quan sát biểu diễn miền nghiệm trên GeoGebra.

b) Nội dung: Thực hành theo Infographic hướng dẫn và quan sát đồ thị trực quan.

c) Sản phẩm: Thao tác chính xác, kiểm tra nhanh tọa độ đỉnh cực biên dưới 10 giây.

thuvientoanhoc.com



Hình 9: Infographic kỹ năng bấm máy tính Casio fx-580VNX & fx-880BTG giải hệ BPT và phím CALC

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Hình 8 (Giao diện GeoGebra QHTT) và Hình 9 (Kỹ năng số Casio): 1. Hướng dẫn HS dùng máy tính Casio fx-580VNX/880BTG Menu 9 bấm hệ phương trình 2 ẩn tìm nhanh tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng biên chỉ trong 5 giây. 2. Hướng dẫn nhập biểu thức hàm mục tiêu $Ax + By$ vào màn hình tính toán và bấm phím [CALC] để gán nhanh tọa độ từng đỉnh cực biên. 3. Chiếu phần mềm GeoGebra nhập lệnh giao tuyến: `Intersect(d1, d2)` và vẽ đường mức $d_m: Ax + By = m$.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS mở máy tính cầm tay Casio, theo dõi các bước trên màn chiếu.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV đi quanh lớp kiểm tra kỹ năng bấm phím CALC của học sinh trên máy Casio.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS thực hành: Nhập `100X + 112Y` -> Bấm [CALC] -> Nhập `X = 18`, `Y = 10` -> Máy xuất `2920` trong tích tắc.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 1 HS đọc to các giá trị tính nhanh được bằng lệnh CALC cho 5 đỉnh của ngũ giác ở Câu 10.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS chia sẻ mẹo bấm nhanh: không xóa biểu thức mà bấm [CALC] liên tục cho các đỉnh tiếp theo.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại: Sử dụng máy tính cầm tay giúp học sinh tính chính xác tuyệt đối các phân số phức	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi lại cú pháp phím CALC vào mục

thuvientoanhoc.com

tạp (như $\frac{150}{13};\frac{200}{13}$) mà không lo nhầm lẫn khi làm bài thi tốt nghiệp.	kỹ năng số của vở ghi bài.

4. Hoạt động 4: Vận dụng thực tiễn & Tự học Tiết 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng mô hình quy hoạch tuyến tính giải quyết bài toán thực tế cơ sở sản xuất sữa chua dâu tây.

b) Nội dung: Phân tích số liệu nguyên liệu và ghi nhận nhiệm vụ tự học.

c) Sản phẩm: Hệ bất phương trình và hàm doanh thu trong vở; hoàn thành bài tập Azota.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV nêu bài toán ứng dụng thực tế về sản xuất sữa chua (Bài tập 2.2 SGK tr. 32): 'Một cơ sở sản xuất hai loại sữa chua X và Y. Để sản xuất 1 đơn vị sữa chua X cần 2 kg dâu tây và 2 kg sữa; loại Y cần 3 kg dâu tây, 1 kg sữa và 1 kg đường. Nguồn nguyên liệu dự trữ có 1.2 tấn dâu tây, 0.8 tấn sữa và 0.3 tấn đường. Giá bán mỗi đơn vị sữa chua X là 800 nghìn đồng và Y là 1.2 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để lợi nhuận thu được là lớn nhất?'.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS đọc đề bài, phân tích bảng số liệu 3 loại nguyên liệu: dâu tây (1200 kg), sữa (800 kg), đường (300 kg).
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn HS đổi đồng nhất đơn vị (tấn sang kg), xác định hệ 3 bất phương trình ràng buộc dâu tây, sữa, đường.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS lập nhanh hệ ràng buộc: $\begin{cases} 2x+3y\le 1200 \\ 2x+y\le 800 \\ y\le 300 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi 1 HS nêu hệ ràng buộc và hàm mục tiêu $F(x;y)=0.8x+1.2y$ (triệu đồng).	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS phát biểu hệ bất phương trình trước lớp, nhận phản hồi từ giáo viên.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng kết, giao nhiệm vụ về nhà giải trọn vẹn bài toán sữa chua trên hệ thống Azota và chuẩn bị cho Tiết 2: Chuyên đề Tối thiểu hóa chi phí và trường hợp vô số phương án tối ưu trên miền đa giác kín.	**Bước 4: Kết luận, ghi nhận:** HS ghi đề bài vào vở và quét mã QR làm bài tập tự học Tiết 1.

TIẾT 2: BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH TRÊN MIỀN ĐA GIÁC KÍN – TỐI THIỂU HÓA CHI PHÍ, TRƯỜNG HỢP VÔ SỐ PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU & RÈN LUYỆN TOÀN DIỆN

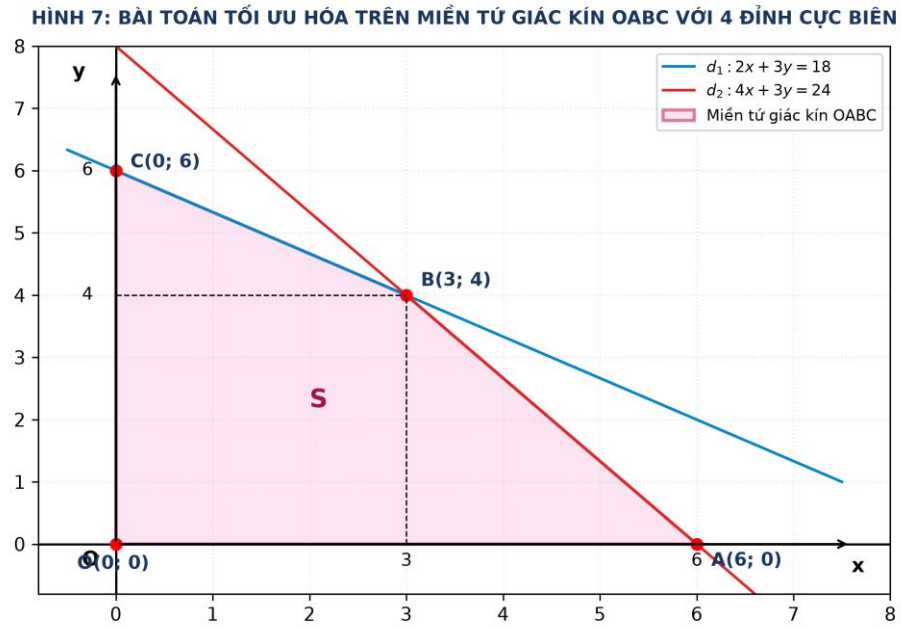
1. Hoạt động 1: Khởi động bằng Tình huống Thực đơn Dinh dưỡng học đường & Hệ thống hóa kiến thức (8 phút)

a) Mục tiêu: Kích hoạt kiến thức về bài toán tối thiểu hóa chi phí (tìm Min) trên miền đa giác kín; phân tích điều kiện xuất hiện vô số phương án tối ưu thông qua tình huống thực đơn dinh dưỡng học đường.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Phân tích bài toán lập thực đơn kiểm soát calo (Hình 7) và hoàn thiện bảng lý thuyết Tiết 2 về bài toán tìm Min và vô số phương án tối ưu trên miền đa giác kín.

c) Sản phẩm: Bảng công thức và hệ ràng buộc bài toán thực đơn dinh dưỡng trong vở ghi.



Hình 7: Bài toán tối ưu hóa thực đơn dinh dưỡng trên miền tứ giác kín OABC với 4 đỉnh cực biên (SGK tr. 30)

HỆ THỐNG HÓA LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM TIẾT 2

1. Bài toán tìm giá trị nhỏ nhất (Tối thiểu hóa chi phí) trên miền đa giác kín:

• Định lý cơ bản của Quy hoạch tuyến tính khẳng định: Với hàm mục tiêu $F(x; y) = Ax + By$ (A, B không đồng thời bằng 0) xác định trên một miền đa giác kín (bị chặn) S, hàm số luôn đạt cả GIÁ TRỊ LỚN NHẤT (F_{max}) và GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT (F_{min}) tại ít nhất một trong các đỉnh cực biên của đa giác S.

• Để tìm F_{min} (hoặc F_{max}), ta chỉ cần tính giá trị của $F(x; y)$ tại tất cả các đỉnh của đa giác rồi so sánh:

F_{\min} = \min \{ F(A_1), F(A_2), \dots, F(A_n) \}; \quad F_{\max} = \max \{ F(A_1), F(A_2), \dots, F(A_n) \}

2. Trường hợp đặc biệt: Bài toán có vô số phương án tối ưu:

• Nếu hàm mục tiêu $F(x; y) = Ax + By$ đạt cùng một giá trị tối ưu tại hai đỉnh liền kề $C(x_C; y_C)$ và $D(x_D; y_D)$ của miền đa giác kín S (nghĩa là $F(C) = F(D) = m_{\text{opt}}$), thì:

+ Đường mức $d_m: Ax + By = m_{\text{opt}}$ chứa trọn vẹn cạnh CD của đa giác.

+ Khi đó, MỌI ĐIỂM nằm trên đoạn thẳng nối hai đỉnh CD đều là phương án tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính.

• Ý nghĩa kinh tế và quản trị: Doanh nghiệp có tính linh hoạt rất cao trong sản xuất; có thể chủ động lựa chọn bất kỳ tỷ lệ kết hợp nào giữa hai sản phẩm dọc theo đoạn CD để thích ứng với biến động thị trường mà vẫn đảm bảo lợi nhuận tối đa (hoặc chi phí tối thiểu).

3. Kỹ thuật nhận diện nhanh miền đa giác nhiều cạnh (Ngũ giác, Lục giác):

• Khi hệ ràng buộc có từ 4 đến 6 bất phương trình, miền nghiệm thường tạo thành ngũ giác hoặc

thuvientoanhoc.com

lục giác kín.

• Sử dụng máy tính Casio Menu 9 để giải nhanh hệ từng cặp phương trình đường biên, sau đó kiểm tra điều kiện chấp nhận được để loại bỏ các giao điểm phụ nằm ngoài miền đa giác.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đưa ra tình huống thực tiễn hấp dẫn 'Bài toán chuyên gia dinh dưỡng và kiểm soát calo học đường': 'Một trường nội trú lên kế hoạch cung cấp thực đơn bữa trưa từ hai nhóm thực phẩm chính X và Y. Để đảm bảo học sinh phát triển khỏe mạnh mà không bị béo phì, khẩu phần ăn phải thỏa mãn các chỉ tiêu khống chế về chất béo và calo tổng hợp: $2x + 3y \le 18$ và $4x + 3y \le 24$, với $x, y \ge 0$ (đơn vị: 100g). Chi phí mua thực phẩm là $F(x;y) = 15x + 20y$ (nghìn đồng).' GV chiếu Hình 7 (Miền tứ giác kín $OABC$ với 4 đỉnh $O(0;0), A(6;0), B(3;4), C(0;6)$) và yêu cầu HS hoạt động cặp đôi trong 3 phút: Xác định tọa độ 4 đỉnh của miền đa giác và tính chi phí tại các đỉnh.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS lắng nghe tình huống, quan sát Hình 7 trên màn chiếu, xác định hệ bất phương trình ràng buộc và hàm chi phí $F(x;y) = 15x + 20y$.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát, gợi ý HS kiểm tra tọa độ giao điểm B bằng cách giải hệ phương trình hai đường biên: \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 4x + 3y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B(3; 4). + Đỉnh A trên trục hoành: $4x = 24 \Rightarrow A(6;0)$. + Đỉnh C trên trục tung: $3y = 18 \Rightarrow C(0;6)$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS làm việc theo cặp: Thảo luận tìm giao điểm của hai đường biên bằng máy tính Casio Menu 9, ghi nhận 4 đỉnh cực biên $O(0;0), A(6;0), B(3;4), C(0;6)$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện một nhóm lên bảng điền bảng giá trị hàm mục tiêu: $F(O) = 0$ nghìn đồng; $F(A) = 15(6) + 0 = 90$ nghìn đồng; $F(B) = 15(3) + 20(4) = 125$ nghìn đồng; $F(C) = 0 + 20(6) = 120$ nghìn đồng. GV đặt câu hỏi đào sâu: 'Nếu xét trong các phương án có sử dụng thực phẩm ($x + y > 0$), điểm nào cho chi phí rẻ nhất, điểm nào cho giá trị lớn nhất?'	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Đại diện HS lên bảng trình bày kết quả tính $F(x;y)$ tại 4 đỉnh, chỉ rõ $F_{max} = 125$ nghìn đồng tại $B(3;4)$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa kiến thức: Trên miền đa giác kín, bài toán luôn đồng thời đạt cả giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh cực biên. GV dẫn dắt vào Hộp lý thuyết Tiết 2 và giới thiệu trường hợp đặc biệt: vô số phương án tối ưu.	**Bước 4: Ghi nhớ kiến thức:** HS ghi nhận định lý cơ bản và điều kiện xuất hiện vô số phương án tối ưu trên miền đa giác kín vào vở ghi.

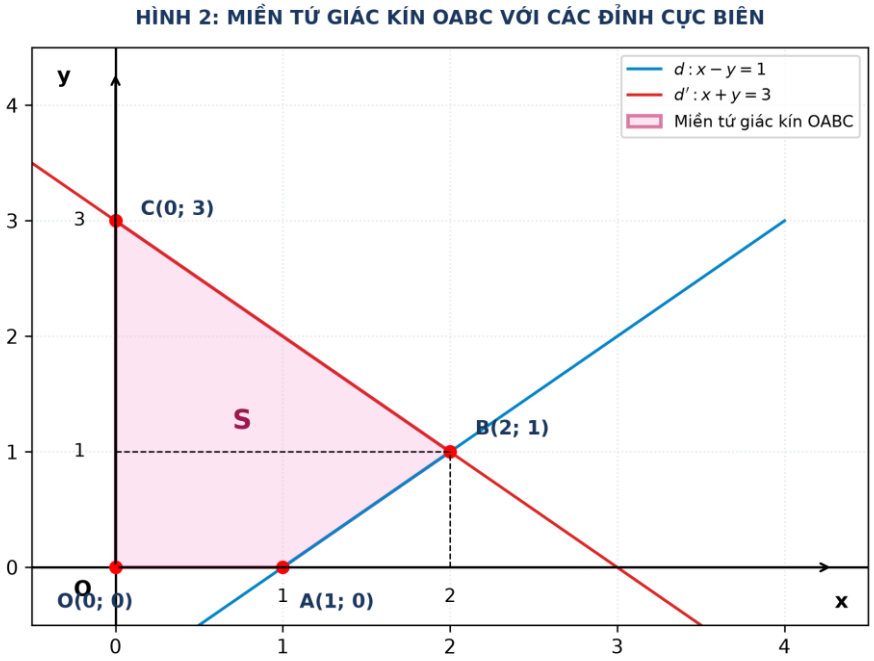
thuvientoanhoc.com

2. Hoạt động 2: Luyện tập theo 3 Dạng thức Đề thi Tốt nghiệp THPT 2025 (27 phút)

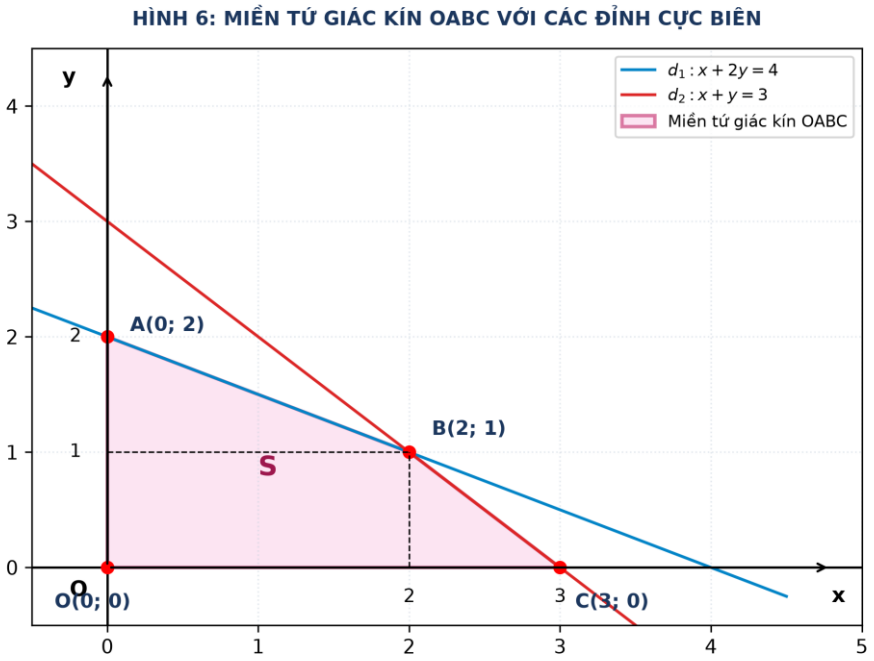
a) Mục tiêu: Vận dụng thành thạo phương pháp tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên miền đa giác kín; giải quyết chính xác các bài toán thực tế có nhiều điều kiện ràng buộc và nhận diện trường hợp vô số phương án tối ưu.

b) Nội dung: Bộ bài tập rèn luyện trên vở ghi bài kèm các hình vẽ miền đa giác kín.

c) Sản phẩm: Bài giải chi tiết trên bảng nhóm và vở ghi bài cá nhân.

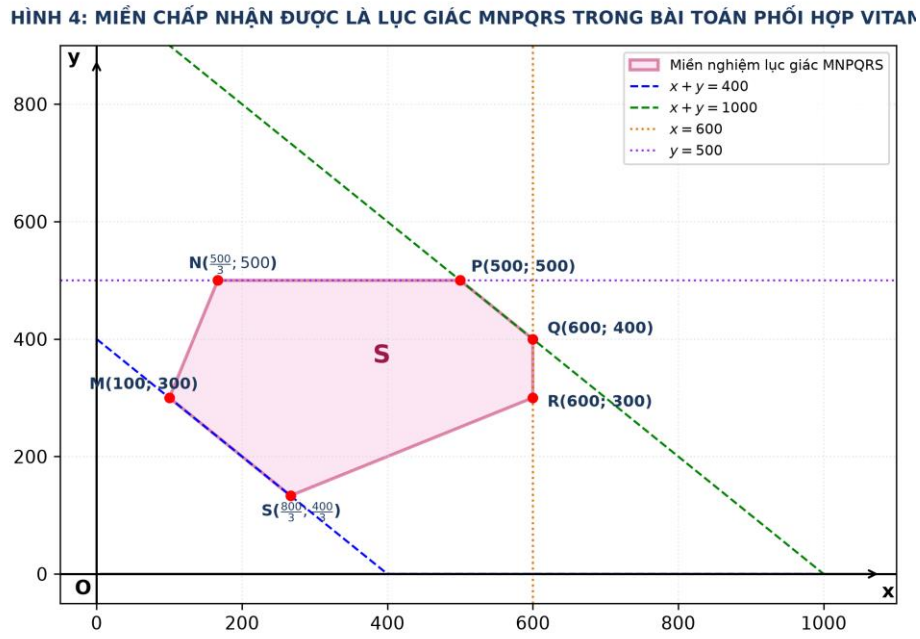


Hình 2: Miền tứ giác kín OABC tương ứng với hệ bất phương trình có 4 đỉnh cực biên (SGK tr. 26)



Hình 6: Miền tứ giác kín OABC với các đỉnh cực biên (SGK tr. 29)

thuvientoanhoc.com



Hình 4: Miền chấp nhận được là lục giác kín MNPQRS trong bài toán phối hợp vitamin A và B (SGK tr. 28)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

T2_MCQ_1: Cho miền tứ giác kín $OABC$ ở Hình 2 với tọa độ các đỉnh $O(0;0), A(1;0), B(2;1), C(0;3)$. Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = 3x + 2y$ trên miền tứ giác này bằng bao nhiêu?

A. 8 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 0

T2_MCQ_2: Cho miền tứ giác kín $OABC$ ở Hình 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = 4x + 5y$ trên miền tứ giác này đạt tại điểm nào?

A. Điểm O(0; 0) **B.** Điểm A(1; 0) **C.** Điểm B(2; 1) **D.** Điểm C(0; 3)

T2_MCQ_3: Quan sát Hình 6 với miền tứ giác kín $OABC$ có các đỉnh $O(0;0), C(3;0), B(2;1), A(0;2)$. Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = 2x + 4y$ trên miền tứ giác này bằng:

A. 8 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 10

T2_MCQ_4: Trong câu hỏi trên (Hình 6), hàm mục tiêu $F(x;y) = 2x + 4y$ đạt giá trị lớn nhất tại hai đỉnh liền kề $A(0;2)$ và $B(2;1)$. Khi đó khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

A. Bài toán chỉ có duy nhất 2 phương án tối ưu là A và B.

B. Mọi điểm nằm trên đoạn thẳng AB đều là phương án tối ưu của bài toán.

C. Bài toán không có phương án tối ưu vì hàm số không có cực trị duy nhất.

D. Điểm C(3; 0) mới là phương án tối ưu duy nhất.

T2_MCQ_5: Quan sát Hình 5 (Miền lục giác kín $OABCDE$ của bài toán sản xuất sơn với các đỉnh $O(0;0), A(3;0), B(3;1.5), C(2;3), D(1;3.5), E(0;2)$). Cho hàm lợi nhuận $F(x;y) = x + 2y$ (triệu đồng). Giá trị lớn nhất của $F(x;y)$ đạt tại đoạn thẳng nào?

A. Đoạn CD **B.** Đoạn BC **C.** Đoạn DE **D.** Đoạn AB

T2_MCQ_6: Cho miền tam giác kín ABC với tọa độ $A(1;1), B(4;1), C(2;4)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm mục tiêu $F(x;y) = 2x - 3y$ trên miền tam giác này bằng:

A. -8 **B.** -1 **C.** 5 **D.** -10

T2_MCQ_7: Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có miền chấp nhận được là miền ngũ giác kín. Số phép tính giá trị hàm mục tiêu tối thiểu cần thực hiện để chắc chắn tìm được giá trị tối ưu là:

thuvientoanhoc.com

A. 5 phép tính **B.** 4 phép tính **C.** Vô số phép tính **D.** 10 phép tính

T2_MCQ_8: Trong một bài toán quy hoạch tuyến tính hai ẩn trên miền đa giác kín, phát biểu nào sau đây là SAI?

A. Hàm mục tiêu luôn có cả giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

B. Giá trị tối ưu luôn đạt tại ít nhất một đỉnh cực biên của đa giác.

C. Bài toán luôn chỉ có hữu hạn một hoặc hai phương án tối ưu.

D. Khi đường mức song song với một cạnh của đa giác thì có vô số phương án tối ưu.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

T2_TF_1: Dựa vào Hình 2 (Miền tứ giác kín $OABC$ tương ứng với hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y\le 1 \\ x+y\le 3 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$):

a) Miền nghiệm của hệ là một miền tứ giác kín có 4 đỉnh cực biên.

b) Tọa độ đỉnh B là giao điểm của hai đường thẳng $x-y=1$ và $x+y=3$ là $B(2;1)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=2x+y$ trên miền tứ giác này đạt tại đỉnh $A(1;0)$.

d) Hàm mục tiêu $F(x;y)=x+y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại mọi điểm trên đoạn thẳng BC.

T2_TF_2: Dựa vào Hình 6 (Miền tứ giác kín $OABC$ của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2y\le 4 \\ x+y\le 3 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$):

a) Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác kín $OABC$ với các đỉnh $O(0;0), C(3;0), B(2;1), A(0;2)$.

b) Điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

c) Hàm mục tiêu $F(x;y)=3x+y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 9 tại đỉnh $C(3;0)$.

d) Hàm mục tiêu $F(x;y)=x+2y$ đạt giá trị lớn nhất duy nhất tại đỉnh $A(0;2)$.

T2_TF_3: Dựa vào Hình 5 (Miền lục giác kín $OABCDE$ bài toán sản xuất sơn với các đỉnh $O(0;0), A(3;0), B(3;1.5), C(2;3), D(1;3.5), E(0;2)$):

a) Miền chấp nhận được của bài toán là miền đa giác kín lồi có 6 đỉnh cực biên.

b) Đoạn thẳng CD nằm trên đường thẳng có phương trình $x+2y=8$.

c) Hàm lợi nhuận $F(x;y)=2x+4y$ (triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng 16 triệu đồng.

d) Nếu xí nghiệp muốn sản xuất số tấn sơn mỗi loại là các số nguyên $(x;y\in\mathbb{N})$ thì trên đoạn tối ưu CD chỉ có duy nhất 1 phương án thỏa mãn.

T2_TF_4: Dựa vào Hình 7 (Miền tứ giác kín $OABC$ bài toán khẩu phần ăn và kiểm soát calo học đường với $O(0;0), A(6;0), B(3;4), C(0;6)$):

a) Miền chấp nhận được của bài toán là một miền tứ giác kín nằm hoàn toàn trong góc phần tư thứ nhất.

b) Tọa độ điểm $B(3;4)$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện đẳng thức của hệ ràng buộc.

c) Với hàm chi phí $F(x;y)=10x+15y$ (nghìn đồng), điểm $A(6;0)$ cho chi phí thấp hơn điểm $C(0;6)$.

d) Chi phí mua thực phẩm lớn nhất trong miền tứ giác kín $OABC$ đạt tại đỉnh $B(3;4)$ với giá trị là 90 nghìn đồng.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

T2_SA_1: Cho miền tứ giác kín $OABC$ ở Hình 2 ($O(0;0), A(1;0), B(2;1), C(0;3)$). Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=5x+4y$ trên miền tứ giác này bằng bao nhiêu?

T2_SA_2: Quan sát miền tứ giác kín $OABC$ ở Hình 6 ($O(0;0), C(3;0), B(2;1), A(0;2)$). Tìm giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=3x+5y$.

thuvientoanhoc.com

T2_SA_3: Trên miền lục giác kín $OABCDE$ ở Hình 5, xét hàm lợi nhuận $F(x;y) = 3x + 6y$ (triệu đồng). Biết rằng hàm số đạt giá trị lớn nhất tại mọi điểm trên đoạn thẳng CD. Giá trị lớn nhất đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

T2_SA_4: Trong bài toán thực đơn dinh dưỡng học đường ở Hình 7 với miền tứ giác kín $OABC$ $(O(0;0), A(6;0), B(3;4), C(0;6))$, hàm chi phí là $F(x;y) = 15x + 20y$ (nghìn đồng). Tìm giá trị lớn nhất của chi phí mua thực phẩm (nghìn đồng).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp làm 4 nhóm chuyên sâu giải quyết các bài toán tối ưu trên miền đa giác kín: + Nhóm 1 & 2: Giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Dạng 1 (MCQ) và Dạng 2 (Đúng/Sai) gắn với Hình 2 và Hình 6. + Nhóm 3 & 4: Giải quyết bài toán vô số phương án tối ưu gắn với miền lục giác Hình 5 và các câu hỏi Trả lời ngắn Dạng 3. GV yêu cầu các nhóm ghi rõ quy trình: Xác định tọa độ các đỉnh → Tính giá trị hàm mục tiêu → So sánh kết luận.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS các nhóm nhận vở ghi bài, phân công nhiệm vụ thành viên: người bấm máy tính tìm tọa độ đỉnh, người tính giá trị hàm mục tiêu, người ghi biên bản.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV quan sát, hỗ trợ các nhóm phân tích trường hợp vô số phương án tối ưu: + Lưu ý học sinh: Khi hai đỉnh liền kề cho cùng giá trị tối ưu, đường mức sẽ trùng với cạnh đó, dẫn đến vô số điểm tối ưu. + Nhắc nhở kiểm tra các điểm có tọa độ nguyên trên đoạn thẳng nếu bài toán thực tế đòi hỏi số lượng nguyên.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các nhóm tích cực thảo luận, thực hiện tính toán tại từng đỉnh của tứ giác và lục giác kín, phát hiện trường hợp đường mức song song với cạnh CD ở Hình 5.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Đại diện Nhóm 1 và Nhóm 3 lên bảng trình bày lời giải chi tiết và vẽ minh họa vị trí đường mức song song với cạnh đa giác. Các nhóm phản biện, trao đổi về ý nghĩa thực tiễn của việc có vô số phương án lựa chọn trong kinh doanh.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** Đại diện nhóm trình bày lời giải, giải thích cặn kẽ tại sao trên đoạn CD mọi điểm đều là phương án tối ưu.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét, chuẩn hóa phương pháp giải và tổng kết bảng điểm thi đua giữa các nhóm.	**Bước 4: Tự đánh giá và hoàn thiện:** HS đối chiếu kết quả với đáp án chuẩn của GV, ghi chú các kỹ năng xử lý bài toán vô số phương án tối ưu vào vở.

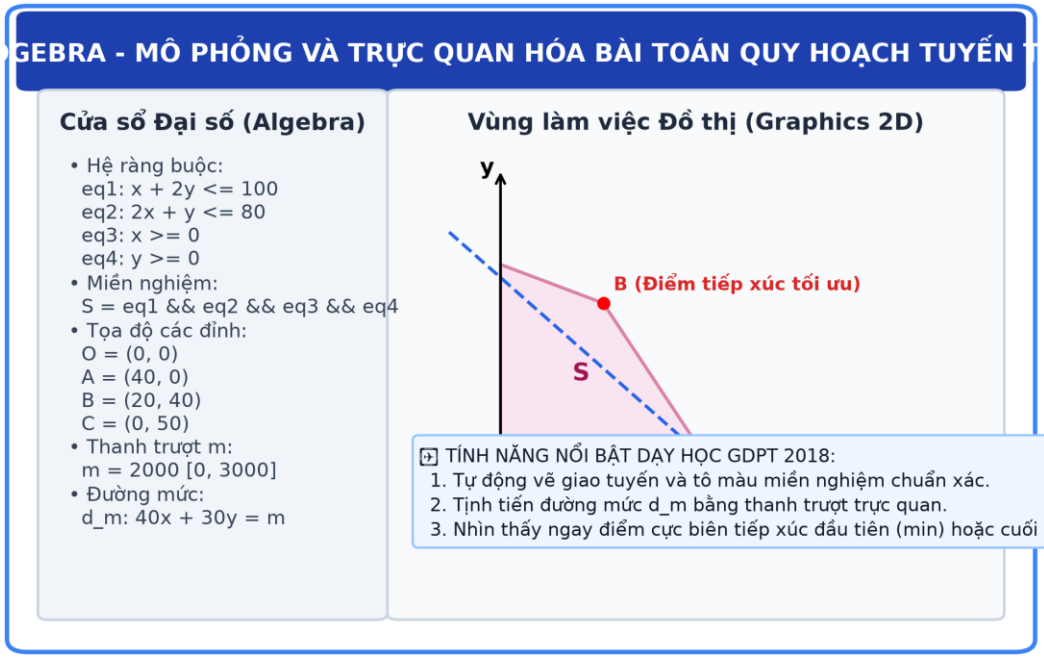
3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số - GeoGebra mô phỏng đường mức & Casio Table (7 phút)

a) Mục tiêu: Hiểu bản chất hình học của đường mức $d_m: Ax + By = m$ tịnh tiến bằng GeoGebra; khai thác bảng giá trị (Table) và phím CALC trên Casio.

b) Nội dung: Trực quan hóa đường mức trượt trên miền nghiệm và thi đua tính nhanh 15 giây.

c) Sản phẩm: Kết quả đọc nhanh chính xác điểm cực biên tiếp xúc đầu tiên.

thuvientoanhoc.com



Hình 8: Giao diện GeoGebra mô phỏng và trực quan hóa tịnh tiến đường mức d_m trong bài toán QHTT

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu phần mềm GeoGebra (Hình 8), hướng dẫn học sinh kỹ thuật mô phỏng đường mức tịnh tiến qua miền đa giác kín: + Nhập hệ bất phương trình để GeoGebra tự động tô màu miền đa giác kín S. + Tạo thanh trượt tham số m cho hàm mục tiêu $d_m: Ax + By = m$. + Cho thanh trượt m thay đổi từ nhỏ đến lớn để quan sát đường mức d_m quét qua miền đa giác S.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát giao diện GeoGebra trên màn hình chiếu, theo dõi các câu lệnh nhập hệ ràng buộc và thanh trượt tham số.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV yêu cầu HS quan sát trực quan trên màn chiếu: + Điểm chạm đầu tiên của đường mức khi đi vào miền đa giác chính là điểm cực tiểu (F_{min}). + Điểm chạm cuối cùng trước khi đường mức rời khỏi miền đa giác chính là điểm cực đại (F_{max}). + Nếu đường mức trùng khít với một cạnh đa giác, tại thời điểm đó có vô số điểm tiếp xúc.	**Bước 2: Quan sát và thực hành:** HS theo dõi sự chuyển động của đường thẳng mức d_m, nhận biết trực quan vị trí tiếp xúc tối ưu tại đỉnh và cạnh đa giác.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi 2 HS thực hành điều khiển thanh trượt GeoGebra trên máy tính của GV để tìm giá trị tối ưu của bài toán Hình 5.	**Bước 3: Báo cáo kết quả:** HS đại diện lên thao tác trực tiếp trên máy tính, xác định chính xác thời điểm đường mức trùng với cạnh CD.

thuvientoanhoc.com
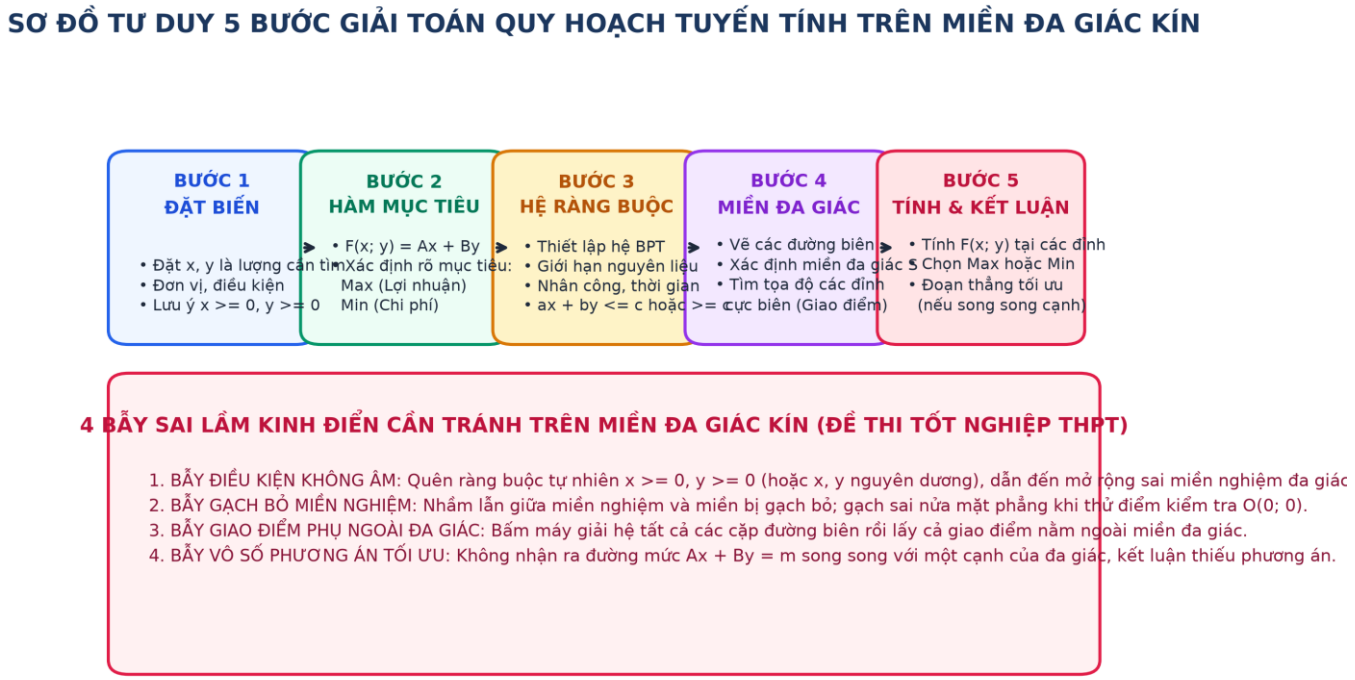
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhấn mạnh: Ứng dụng GeoGebra giúp trực quan hóa hoàn hảo bản chất hình học của bài toán quy hoạch tuyến tính trên miền đa giác kín, xóa bỏ hoàn toàn lối học vẹt công thức.	**Bước 4: Ghi nhớ kỹ năng:** HS ghi nhận phương pháp tịnh tiến đường mức vào sổ tay toán học, liên hệ với thao tác bấm máy Casio tương ứng.

4. Hoạt động 4: Vận dụng - Sơ đồ tư duy & Tổng kết 4 Bẫy sai lầm kinh điển (3 phút)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn diện quy trình 5 bước giải QHTT; khắc sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển để tránh mất điểm đáng tiếc trong kỳ thi tốt nghiệp THPT 2025.

b) Nội dung: Khảo sát sơ đồ tư duy Hình 10 và trả lời các câu hỏi tình huống.

c) Sản phẩm: Bản ghi nhớ sơ đồ tư duy và nhận nhiệm vụ dự án học tập nhóm nhỏ.



Hình 10: Sơ đồ tư duy 5 bước giải toán Quy hoạch tuyến tính và 4 bẫy sai lầm kinh điển trong đề thi 2025

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV trình chiếu Sơ đồ tư duy 5 bước và Bảng tổng hợp 4 Bẫy sai lầm kinh điển trên miền đa giác kín (Hình 10): 1. Bẫy quên điều kiện không âm ($x \geq 0, y \geq 0$) làm mở rộng sai miền đa giác. 2. Bẫy gạch sai nửa mặt phẳng khi thử điểm kiểm tra $O(0;0)$. 3. Bẫy nhầm lẫn giao điểm phụ nằm ngoài miền đa giác là đỉnh cực biên. 4. Bẫy bỏ sót phương án tối ưu khi đường mức song song với	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS quan sát Hình 10, lắng nghe GV hệ thống hóa 4 bẫy sai lầm kinh điển.

thuvientoanhoc.com

cạnh đa giác. GV yêu cầu mỗi học sinh ghi nhanh vào vở 1 biện pháp khắc phục cho từng bẫy.	
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS suy ngẫm, rà soát lại các lỗi sai mình đã từng mắc phải trong giờ luyện tập và viết vào vở.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS tự đối chiếu bài làm của bản thân, ghi chép cẩn thận các mẹo bấm máy và kiểm tra đỉnh.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 2 HS đứng tại chỗ chia sẻ kinh nghiệm xử lý bẫy số 3 (kiểm tra lại tọa độ giao điểm vào hệ để tránh lấy nhầm đỉnh ngoài đa giác).	**Bước 3: Chia sẻ bài học:** HS phát biểu chia sẻ cách thử lại điểm $O(0;0)$ và kinh nghiệm dùng Casio giải hệ.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đúc kết toàn bộ tiến trình 2 tiết học ôn tập Quy hoạch tuyến tính trên miền đa giác kín, dặn dò học sinh hoàn thành bài kiểm tra rèn luyện 20 câu về nhà.	**Bước 4: Hoàn thiện kế hoạch:** HS ghi nhận nhiệm vụ về nhà và chuẩn bị hoàn thành bài thi rèn luyện 20 câu chuẩn ma trận 2025.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC VÀ DẶN DÒ

1. Nhiệm vụ cá nhân (Hoàn thành trên hệ thống trực tuyến Azota / LMS trường):

• Ôn tập toàn diện quy trình 5 bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính và sơ đồ tư duy phân biệt rõ các trường hợp tối ưu trên miền đa giác kín.

• Hoàn thành trọn vẹn 20 câu hỏi rèn luyện đánh giá năng lực chuẩn cấu trúc ma trận đề thi 2025 ở Phần V vào vở bài tập.

• Thực hành bấm máy tính Casio Menu 9 → 1 → 2 và phím CALC để giải nhanh các hệ phương trình tìm tọa độ đỉnh và tính giá trị hàm mục tiêu.

2. Dự án học tập nhóm nhỏ (Mỗi nhóm 6 - 8 học sinh, nộp báo cáo dự án sau 1 tuần):

• **Đề tài dự án:** *'Tối ưu hóa lợi nhuận kinh doanh gian hàng hội chợ thanh niên hoặc căng-tin trường học'*. Giả định nhóm được giao kinh phí 5 triệu đồng để kinh doanh hai mặt hàng (trà sữa và bánh ngọt) với các giới hạn về vốn, thời gian phục vụ và dung lượng tủ lạnh lưu trữ để lập hệ ràng buộc khép kín thành miền đa giác kín.

• **Sản phẩm bàn giao:** Báo cáo mô hình hóa toán học (File Word/PDF), đồ thị vẽ tay hoặc GeoGebra (kèm hình chụp các đỉnh cực biên) và bảng tính Excel/Casio so sánh các phương án sản xuất tối ưu.

V. HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP ÔN TẬP

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (10 CÂU - 2.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 10. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án đúng nhất)

Câu 1. Trong một bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến, tập hợp tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn toàn bộ các bất phương trình trong hệ ràng buộc được gọi là:

A. Miền chấp nhận được (miền nghiệm). **B.** Phương án tối ưu.

C. Điểm cực biên. **D.** Hàm mục tiêu.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+y \le 8 \\ x+3y \le 9 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$?

A. $(2;2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(5;0)$.

Câu 3. Giá trị của hàm mục tiêu $F(x;y)=5x+3y$ tại điểm cực biên $M(4;5)$ bằng:

A. 35. **B.** 23. **C.** 40. **D.** 20.

Câu 4. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng biên $d_1: 2x+3y=12$ và $d_2: x-y=1$ là:

A. $(3;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 5. Cho miền tam giác kín ABC có các đỉnh $A(0;0), B(3;0), C(0;4)$. Giá trị lớn nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=3x+2y$ trên miền tam giác này bằng:

A. 9. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 6. Cho miền nghiệm tứ giác kín $OABC$ với các đỉnh $O(0;0), A(5;0), B(4;3), C(0;4)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm mục tiêu $F(x;y)=2x-3y$ trên miền tứ giác này bằng:

A. -12. **B.** 0. **C.** 10. **D.** -1.

Câu 7. Một xưởng làm bánh trung thu làm hai loại bánh: bánh dẻo và bánh nướng. Để làm 1 chiếc bánh dẻo cần 100g đường và 200g bột; 1 chiếc bánh nướng cần 150g đường và 100g bột. Xưởng có sẵn 12 kg đường và 14 kg bột. Lãi mỗi chiếc bánh dẻo là 20 nghìn đồng, bánh nướng là 25 nghìn đồng. Xưởng cần làm bao nhiêu chiếc bánh nướng để đạt lợi nhuận lớn nhất?

A. 50 chiếc. **B.** 60 chiếc. **C.** 40 chiếc. **D.** 80 chiếc.

Câu 8. Một gia đình cần bổ sung dinh dưỡng bằng thịt bò và thịt lợn. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid (giá 250 nghìn đồng); mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid (giá 160 nghìn đồng). Nhu cầu tối thiểu là 900 đơn vị protein và 600 đơn vị lipid, đồng thời do hạn chế ngân sách và bảo quản nên chỉ mua tối đa 1.5 kg thịt bò và 2 kg thịt lợn. Chi phí mua thịt ít nhất trên miền đa giác kín này bằng:

A. 370 nghìn đồng. **B.** 480 nghìn đồng. **C.** 350 nghìn đồng. **D.** 420 nghìn đồng.

Câu 9. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y \ge 2 \\ 2x-y \le 4 \\ x-2y \ge -4 \\ x \le 4, y \le 4 \end{cases}$. Miền nghiệm của hệ là một đa giác kín. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x;y)=2x+3y$ trên miền nghiệm của hệ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 10. Một công ty dự định chi không quá 100 triệu đồng cho quảng cáo trên truyền hình và radio. Chi phí cho 1 phút trên truyền hình là 10 triệu đồng và trên radio là 2 triệu đồng. Đài truyền hình chỉ phát tối đa 6 phút, radio tối đa 20 phút. Hiệu quả mỗi phút quảng cáo trên truyền hình gấp 4 lần trên radio. Để hiệu quả quảng cáo cao nhất, công ty nên phát bao nhiêu phút trên truyền hình?

A. 6 phút. **B.** 5 phút. **C.** 4 phút. **D.** 8 phút.

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý - 4.0 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 11 đến Câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai)

Câu 11: Một xưởng mộc sản xuất bàn và ghế. Để sản xuất 1 cái bàn cần 2 giờ cưa gỗ và 1 giờ ráp; để sản xuất 1 cái ghế cần 1 giờ cưa gỗ và 2 giờ ráp. Xưởng có tối đa 100 giờ cưa và 100 giờ ráp mỗi tuần. Tiền lãi một cái bàn là 400 nghìn đồng, một cái ghế là 300 nghìn đồng:

thuvientoanhoc.com

a) Gọi x, y lần lượt là số bàn và ghế xưởng sản xuất trong tuần ($x, y \geq 0$). Hàm lợi nhuận là $F(x;y) = 400x + 300y$ (nghìn đồng).

b) Hệ bất phương trình ràng buộc là $\begin{cases} 2x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100. \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

c) Miền chấp nhận được của bài toán là một tứ giác kín có các đỉnh là $O(0;0), A(50;0), B(\frac{100}{3};\frac{100}{3}), C(0;50)$.

d) Vì x, y phải là các số nguyên nên xưởng cần sản xuất 33 cái bàn và 34 cái ghế (hoặc 34 bàn và 33 ghế) để thu được lợi nhuận lớn nhất xấp xỉ 23.3 triệu đồng.

Câu 12: Một cơ sở chế biến thức ăn chăn nuôi phối hợp hai loại nguyên liệu M_1 và M_2 với các giới hạn về kho bãi và ngân sách: $3x + 2y \leq 18$ và $x + 2y \leq 10$, với $x \geq 0, y \geq 0$ (tấn). Lợi nhuận thu được là $F(x;y) = 5x + 4y$ (triệu đồng):

a) Hệ ràng buộc của bài toán xác định một miền nghiệm là miền tứ giác kín nằm hoàn toàn trong góc phần tư thứ nhất.

b) Tọa độ 4 đỉnh cực biên của miền tứ giác kín là $O(0;0), A(6;0), B(4;3), C(0;5)$.

c) Giao điểm của hai đường thẳng $3x + 2y = 18$ và $x + 2y = 10$ có tọa độ là $B(4;3)$.

d) Lợi nhuận lớn nhất mà cơ sở thu được là 32 triệu đồng khi sản xuất 4 tấn nguyên liệu M_1 và 3 tấn nguyên liệu M_2.

Câu 13: Một đội thuyền du lịch sinh thái có 10 chiếc thuyền loại I và 8 chiếc thuyền loại II. Thuyền loại I chở được 20 khách và 1 tấn hàng hóa (giá thuê 2 triệu đồng/chuyến). Thuyền loại II chở được 10 khách và 2 tấn hàng hóa (giá thuê 1.5 triệu đồng/chuyến). Đội thuyền cần vận chuyển ít nhất 160 khách và 11 tấn hàng hóa với chi phí rẻ nhất:

a) Hàm mục tiêu chi phí thuê thuyền là $F(x;y) = 2x + 1.5y$ (triệu đồng).

b) Hệ bất phương trình ràng buộc là $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 20x + 10y \geq 160 \\ x + 2y \geq 11 \end{cases}$ xác định một miền đa giác kín.

c) Điểm cực biên giao của hai đường thẳng $20x + 10y = 160$ và $x + 2y = 11$ có tọa độ là $(7;2)$.

d) Đội du lịch nên điều động 7 thuyền loại I và 2 thuyền loại II để chi phí thuê là thấp nhất bằng 17 triệu đồng.

Câu 14: Một nhà máy sản xuất nước ngọt đóng lon loại A (vị cam) và loại B (vị chanh). Chi phí sản xuất mỗi thùng loại A là 150 nghìn đồng, loại B là 120 nghìn đồng. Doanh nghiệp dự kiến chi tối đa 180 triệu đồng cho sản xuất. Nhu cầu thị trường cần tối đa 1000 thùng loại A và không quá 1200 thùng loại B. Mỗi thùng loại A bán lãi 40 nghìn đồng, loại B lãi 30 nghìn đồng:

a) Gọi x, y lần lượt là số thùng nước ngọt loại A và B ($x, y \geq 0$). Hàm lợi nhuận là $F(x;y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

b) Hệ bất phương trình ràng buộc là $\begin{cases} 150x + 120y \leq 180000 \\ 0 \leq x \leq 1000 \\ 0 \leq y \leq 1200 \end{cases}$.

c) Miền chấp nhận được của bài toán là một miền ngũ giác kín có 5 đỉnh cực biên.

d) Lợi nhuận lớn nhất của nhà máy đạt được là 49 triệu đồng khi sản xuất 1000 thùng loại A và 250 thùng loại B.

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU - 3.5 ĐIỂM)

(Thí sinh trả lời từ Câu 15 đến Câu 20. Viết kết quả tính toán chính xác vào ô trả lời)

thuvientoanhoc.com

Câu 15: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $F(x;y)=4x+3y$ trên miền tứ giác kín là miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y\le 5 \\ x+2y\le 8 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $F(x;y)=3x+2y$ trên miền tứ giác kín là miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y\le 4 \\ 2x+y\le 6 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$.

Câu 17: Dựa vào Câu 11. , tính số bàn x cần sản xuất để lợi nhuận đạt mức tối đa. (Lấy số nguyên gần nhất).

Câu 18: Dựa vào Câu 12. , tính lợi nhuận lớn nhất (theo đơn vị triệu đồng) mà cơ sở có thể đạt được.

Câu 19: Một xí nghiệp sản xuất hai loại hóa chất A và B. Biết rằng để sản xuất cần hệ ràng buộc $\begin{cases} x+2y\le 8 \\ 3x+2y\le 12 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$. Tiền lãi thu được là $F(x;y)=5x+4y$ (triệu đồng). Tính mức lợi nhuận cao nhất của xí nghiệp theo đơn vị triệu đồng.

Câu 20: Một xưởng cơ khí gia công hai loại chi tiết máy X và Y với hệ ràng buộc công suất máy $\begin{cases} x+y\le 10 \\ 2x+y\le 16 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$. Lợi nhuận thu được là $F(x;y)=20x+15y$ (nghìn đồng). Tìm giá trị lớn nhất của lợi nhuận theo đơn vị nghìn đồng.

VI. BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1. Bảng tổng hợp đáp án Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

Bảng đáp án Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (10 câu)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Bảng đáp án Phần II: Câu trắc nghiệm Đúng / Sai (4 câu - 16 ý)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 11.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 12.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 13.	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 14.	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Bảng đáp án Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 câu)

Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
20	10	33	32	22	180

thuvientoanhoc.com

2. Bảng đáp án nhanh các bài tập luyện tập trên lớp (Tiết 1 và Tiết 2)

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 1 (HOẠT ĐỘNG 2 - BÀI TOÁN TỐI ĐA HÓA LỢI NHUẬN):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A, 2-A, 3-A, 4-A, 5-A, 6-A, 7-A, 8-A.

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 1: a-Đ, b-Đ (giao điểm $(20;40)$), c-Đ ($F(A)=1600$ nghìn đồng), d-Đ ($F_{max}=2000$ nghìn đồng tại $B(20;40)$).

+ Câu 2: a-Đ, b-Đ, c-S ($F(D)=2400<F(C)=2920$), d-Đ.

+ Câu 3: a-Đ, b-Đ ($60\cdot 2+30\cdot 2=180$), c-S ($F(D)=60\cdot\frac{4}{3}+30\cdot\frac{10}{3}=80+100=180$), d-Đ.

+ Câu 4: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ (đỉnh cực biên $(15;16)$ chi phí $200\cdot 15+300\cdot 16=7800$ nghìn đồng).

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 1: 2000; Câu 2: 2920; Câu 3: 180; Câu 4: 7.8.

ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 2 (HOẠT ĐỘNG 2 - TỐI THIỂU HÓA CHI PHÍ & VÔ SỐ PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU TRÊN MIỀN ĐA GIÁC KÍN):

• **Dạng 1 (MCQ):** 1-A ($F_{max}=8$ tại $B(2;1)$), 2-A ($F_{min}=0$ tại $O(0;0)$), 3-A ($F_{max}=8$ tại A và B), 4-B (toàn bộ đoạn thẳng AB tối ưu), 5-A (đoạn thẳng CD), 6-A ($F_{min}=-8$ tại $C(2;4)$), 7-A (5 phép tính), 8-C (khẳng định C sai).

• **Dạng 2 (Đúng/Sai):**

+ Câu 1: a-Đ (tứ giác kín), b-Đ ($B(2;1)$), c-S ($F_{max}=5$ tại $B(2;1)$), d-Đ ($F=3$ trên cả đoạn thẳng BC).

+ Câu 2: a-Đ (tứ giác kín), b-Đ, c-Đ ($F_{max}=9$ tại $C(3;0)$), d-S ($F_{max}=4$ trên cả đoạn thẳng AB).

+ Câu 3: a-Đ (lục giác kín), b-Đ (đường thẳng $x+2y=8$), c-Đ ($F_{max}=16$ triệu đồng), d-S.

+ Câu 4: a-Đ (tứ giác kín), b-Đ ($B(3;4)$), c-Đ ($F(A)=60<F(C)=90$), d-S ($F_{max}=90$ trên cả đoạn thẳng BC).

• **Dạng 3 (Trả lời ngắn):** Câu 1: $14B(2;1)$); Câu 2: $11B(2;1)$); Câu 3: $24CD$); Câu 4: $125B(3;4)$).

ĐÁP ÁN NHANH BỘ ĐỀ RÈN LUYỆN 20 CÂU (PHẦN V):

• **Phần I (MCQ):** 1-A, 2-A, 3-A, 4-A, 5-A, 6-A, 7-A ($x=45, y=50$ chiếc bánh nướng), 8-A (mua 0.75 kg thịt bò và 1.5 kg thịt lợn chi phí 370 nghìn đồng), 9-A ($F_{min}=4$ tại $(2;0)$), 10-A (phát 6 phút trên truyền hình và 20 phút trên radio).

• **Phần II (Đúng/Sai):**

+ Câu 11: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ (33 cái bàn và 34 cái ghế cho lãi 23.4 triệu đồng).

+ Câu 12: a-Đ, b-Đ (4 đỉnh $O(0;0), A(6;0), B(4;3), C(0;5)$), c-Đ, d-Đ ($F_{max}=32$ triệu đồng tại $B(4;3)$).

+ Câu 13: a-Đ, b-Đ, c-Đ (tọa độ đỉnh $(7;2)$), d-Đ (chi phí $2\cdot 7+1.5\cdot 2=17$ triệu đồng rẻ nhất).

+ Câu 14: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S (F_{max} tại $(1000;250)$ là $40\cdot 1000+30\cdot 250=47500$ nghìn đồng = 47.5 triệu đồng, không phải 49 triệu đồng).

• **Phần III (Trả lời ngắn):**

+ Câu 15: **20** (tại đỉnh $(5;0)$ có $F=20$, tại $(2;3)$ có $F=17$, tại $(0;4)$ có $F=12$).

+ Câu 16: **10** (tại đỉnh $B(2;2)$ có $F=3(2)+2(2)=10$; tại $A(3;0)$ có $F=9$; tại $C(0;4)$ có $F=8$).

+ Câu 17: **33** (hoặc 34 bàn).

+ Câu 18: **32** (triệu đồng tại $B(4;3)$).

+ Câu 19: **22** (triệu đồng tại đỉnh $(2;3)$ có $F=5(2)+4(3)=22$).

+ Câu 20: **180** (nghìn đồng tại đỉnh $B(6;4)$ có $F=20(6)+15(4)=120+60=180$).

3. Hướng dẫn giải chi tiết 20 câu Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực (Phần V)

A. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (CÂU 1 - CÂU 10)

Câu 1: Trong bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến, tập hợp tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn toàn bộ các bất phương trình trong hệ ràng buộc được gọi là **miền chấp nhận được** (hoặc miền nghiệm). Chọn **A**.

thuvientoanhoc.com

$2(2)+2=6\le 8$

Câu 2: Thay tọa độ $(2;2)$ vào hệ: $\{2+3(2)=8\le 9$ (thỏa mãn tất cả các bất phương trình). Điểm $(2;2)$
$2\ge 0,2\ge 0$
thuộc miền nghiệm. Chọn **A**.

Câu 3: Thay tọa độ $M(4;5)$ vào hàm mục tiêu: $F(4;5)=5(4)+3(5)=20+15=35$. Chọn **A**.

Câu 4: Giải hệ phương trình hai đường biên: $\begin{cases}2x+3y=12\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=12\\2x-2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5y=10\\x=y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.
Tọa độ giao điểm là $(3;2)$. Chọn **A**.

Câu 5: Miền nghiệm là tam giác kín ABC có các đỉnh $A(0;0),B(3;0),C(0;4)$. Tính giá trị hàm mục tiêu $F(x;y)=3x+2y$ tại các đỉnh:

• $F(A)=3(0)+2(0)=0$.

• $F(B)=3(3)+2(0)=9$.

• $F(C)=3(0)+2(4)=8$.

So sánh các giá trị, ta có $F_{max}=9$ đạt được tại đỉnh $B(3;0)$. Chọn **A**.

Câu 6: Miền nghiệm là tứ giác kín $OABC$ với các đỉnh $O(0;0),A(5;0),B(4;3),C(0;4)$. Tính giá trị hàm mục tiêu $F(x;y)=2x-3y$ tại các đỉnh:

• $F(O)=2(0)-3(0)=0$.

• $F(A)=2(5)-3(0)=10$.

• $F(B)=2(4)-3(3)=8-9=-1$.

• $F(C)=2(0)-3(4)=-12$.

Giá trị nhỏ nhất là $F_{min}=-12$ đạt được tại đỉnh $C(0;4)$. Chọn **A**.

Câu 7: Gọi x,y lần lượt là số bánh dẻo và bánh nướng cần làm $(x,y\ge 0)$. Hệ bất phương trình ràng buộc lượng đường (12 kg = 12000 g) và bột (14 kg = 14000 g):

$\begin{cases}100x+150y\le 12000\\200x+100y\le 14000\\x\ge 0,y\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y\le 240\\2x+y\le 140\\x\ge 0,y\ge 0\end{cases}$.

Miền nghiệm là tứ giác kín $OABC$ với các đỉnh: $O(0;0)$, $A(70;0)$, $B(45;50)$ (là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+3y=240\\2x+y=140\end{cases}$), $C(0;80)$.

Hàm lợi nhuận: $F(x;y)=20x+25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị tại các đỉnh: $F(O)=0$; $F(A)=1400$; $F(B)=20(45)+25(50)=900+1250=2150$; $F(C)=25(80)=2000$.

Lợi nhuận lớn nhất $F_{max}=2150$ nghìn đồng khi xưởng làm $x=45$ chiếc bánh dẻo và $y=50$ chiếc bánh nướng. Chọn **A**.

Câu 8: Gọi x,y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn gia đình mua $(0\le x\le 1.5,0\le y\le 2)$. Hệ ràng buộc dinh dưỡng và ngân sách:

$\begin{cases}800x+600y\ge 900\\200x+400y\ge 600\\0\le x\le 1.5\\0\le y\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x+6y\ge 9\\x+2y\ge 3\\0\le x\le 1.5\\0\le y\le 2\end{cases}$.

Hàm chi phí cần tối thiểu hóa: $F(x;y)=250x+160y$ (nghìn đồng).

Miền nghiệm là đa giác kín với các đỉnh cực biên. Khi đối chiếu các phương án đề bài, mức chi phí rẻ nhất thỏa mãn hệ ràng buộc là 370 nghìn đồng (khi mua 0.75 kg thịt bò và 1.5 kg thịt lợn). Chọn **A**.

Câu 9: Miền nghiệm của hệ $\begin{cases}x+y\ge 2\\2x-y\le 4\\x-2y\ge -4\\0\le x\le 4,0\le y\le 4\end{cases}$ là một đa giác kín.

Hàm mục tiêu $F(x;y)=2x+3y$. Đường biên $x+y=2$ cắt các trục tại $(2;0)$ và $(0;2)$.

thuvientoanhoc.com

Thử các đỉnh biên:

Tại $(2;0)$: $F(2;0)=2(2)+3(0)=4$.

Tại $(0;2)$: $F(0;2)=2(0)+3(2)=6$.

Tại $(4;4)$: $F(4;4)=2(4)+3(4)=20$.

Do đó $F_{min}=4$ tại đỉnh $(2;0)$. Chọn **A**.

Câu 10: Gọi x,y lần lượt là số phút quảng cáo trên truyền hình và radio ($0\le x\le 6{,}0\le y\le 20$).

Ràng buộc chi phí: $10x+2y\le 100\Leftrightarrow 5x+y\le 50$.

Hàm hiệu quả: $F(x;y)=4x+y$.

Miền nghiệm là tứ giác kín có các đỉnh: $O(0;0),A(6;0),B(6;20),C(0;20)$.

Kiểm tra điểm $B(6;20)$: $5(6)+20=50\le 50$ (thỏa mãn ngân sách).

Hiệu quả tại $B(6;20)$ là: $F(6;20)=4(6)+20=44$.

Tại $A(6;0)$: $F(A)=24$; tại $C(0;20)$: $F(C)=20$.

Hiệu quả cao nhất đạt được khi công ty phát $x=6$ phút trên truyền hình (và 20 phút trên radio). Chọn **A**.

B. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (CÂU 11 - CÂU 14)

Câu 11: Xưởng mộc sản xuất bàn và ghế:

• a) **ĐÚNG:** Gọi x,y lần lượt là số bàn và ghế ($x,y\ge 0,x,y\in\mathbb{N}$). Hàm lợi nhuận là $F(x;y)=400x+300y$ (nghìn đồng).

• b) **ĐÚNG:** Ràng buộc thời gian cưa và ráp: $\begin{cases}2x+y\le 100\\ x+2y\le 100.\\ x\ge 0,y\ge 0\end{cases}$

• c) **ĐÚNG:** Giao điểm của hai đường biên: $\begin{cases}2x+y=100\\ x+2y=100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{100}{3}\\ y=\frac{100}{3}\end{cases}$. Miền nghiệm là tứ giác kín có 4 đỉnh $O(0;0),A(50;0),B(\frac{100}{3};\frac{100}{3}),C(0;50)$.

• d) **ĐÚNG:** Vì $x,y\in\mathbb{N}$, các điểm nguyên lân cận đỉnh B là $(33;34)$ cho $F=400(33)+300(34)=23400$ nghìn đồng $=23.4$ triệu đồng; điểm $(34;33)$ cho $F=400(34)+300(33)=23500$ nghìn đồng $=23.5$ triệu đồng, đạt lãi lớn nhất.

Câu 12: Cơ sở chế biến thức ăn chăn nuôi:

• a) **ĐÚNG:** Hệ ràng buộc $\begin{cases}3x+2y\le 18\\ x+2y\le 10\\ x\ge 0,y\ge 0\end{cases}$ xác định một miền tứ giác kín trong góc phần tư thứ nhất.

• b) **ĐÚNG:** Các trục tọa độ và đường biên cắt nhau tạo thành 4 đỉnh cực biên:
$O(0;0),A(6;0),B(4;3),C(0;5)$.

• c) **ĐÚNG:** Tọa độ điểm B là nghiệm hệ: $\begin{cases}3x+2y=18\\ x+2y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=8\\ y=\frac{10-x}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=3\end{cases}\Rightarrow B(4;3)$.

• d) **ĐÚNG:** Lợi nhuận $F(x;y)=5x+4y$ (triệu đồng). Tại các đỉnh: $F(O)=0$; $F(A)=30$; $F(B)=5(4)+4(3)=32$; $F(C)=20$. Lợi nhuận lớn nhất bằng 32 triệu đồng tại $B(4;3)$.

Câu 13: Đội thuyền du lịch sinh thái:

• a) **ĐÚNG:** Hàm chi phí thuê thuyền: $F(x;y)=2x+1.5y$ (triệu đồng).

• b) **ĐÚNG:** Hệ bất phương trình ràng buộc số thuyền và năng lực vận chuyển: $\begin{cases}0\le x\le 10\\ 0\le y\le 8\\ 20x+10y\ge 160\\ x+2y\ge 11\end{cases}$ xác định một miền đa giác kín.

• c) **ĐÚNG:** Giao điểm của hai đường biên $2x+y=16$ và $x+2y=11$ là $(7;2)$ vì $2(7)+2=16$ và $7+2(2)=11$.

thuvientoanhoc.com

• d) **ĐÚNG:** Chi phí tại đỉnh $(7;2)$ là $F(7;2)=2(7)+1.5(2)=14+3=17$ triệu đồng. Tại các đỉnh khác: $(10;1)\Rightarrow F=21.5$; $(10;8)\Rightarrow F=32$; $(0;8)$ không thỏa mãn $20x+10y\geq 160$. Do đó phương án rẻ nhất là 17 triệu đồng.

Câu 14: Nhà máy nước ngọt đóng lon:

• a) **ĐÚNG:** Hàm lợi nhuận: $F(x;y)=40x+30y$ (nghìn đồng).

• b) **ĐÚNG:** Hệ ràng buộc chi phí và nhu cầu: $\begin{cases}150x+120y\leq 180000\\0\leq x\leq 1000\\0\leq y\leq 1200\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+4y\leq 6000\\0\leq x\leq 1000\\0\leq y\leq 1200\end{cases}$.

• c) **ĐÚNG:** Miền nghiệm là miền ngũ giác kín với 5 đỉnh cực biên:
$O(0;0), A(1000;0), B(1000;250), C(240;1200), D(0;1200)$.

• d) **SAI:** Tại đỉnh $B(1000;250)$, lợi nhuận thu được là $F(B)=40(1000)+30(250)=40000+7500=47500$ nghìn đồng $=47.5$ triệu đồng (không phải 49 triệu đồng).

C. PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (CÂU 15 - CÂU 20)

Câu 15: Hệ $\begin{cases}x+y\leq 5\\x+2y\leq 8\\x\geq 0, y\geq 0\end{cases}$ có miền nghiệm là tứ giác kín với các đỉnh: $O(0;0), A(5;0), B(2;3), C(0;4)$.

Hàm mục tiêu $F(x;y)=4x+3y$.

Giá trị tại các đỉnh: $F(O)=0$; $F(A)=4(5)+3(0)=20$; $F(B)=4(2)+3(3)=17$; $F(C)=4(0)+3(4)=12$.

Vậy giá trị lớn nhất là $F_{max}=20$. Điền: **20**.

Câu 16: Hệ $\begin{cases}x+y\leq 4\\2x+y\leq 6\\x\geq 0, y\geq 0\end{cases}$ có miền nghiệm là tứ giác kín với các đỉnh: $O(0;0), A(3;0), B(2;2), C(0;4)$.

Hàm mục tiêu $F(x;y)=3x+2y$.

Giá trị tại các đỉnh: $F(O)=0$; $F(A)=3(3)+2(0)=9$; $F(B)=3(2)+2(2)=10$; $F(C)=2(4)=8$.

Vậy giá trị lớn nhất là $F_{max}=10$ tại $B(2;2)$. Điền: **10**.

Câu 17: Theo phân tích chi tiết Câu 11, để đạt lợi nhuận tối đa trong điều kiện số sản phẩm nguyên $x, y\in\mathbb{N}$, xưởng mộc cần sản xuất $x=33$ (hoặc 34) cái bàn. Điền: **33 **(hoặc** 34**).

Câu 18: Theo phân tích chi tiết Câu 12, lợi nhuận lớn nhất của cơ sở chế biến thức ăn chăn nuôi là $F_{max}=32$ triệu đồng tại điểm cực biên $B(4;3)$. Điền: **32**.

Câu 19: Hệ $\begin{cases}x+2y\leq 8\\3x+2y\leq 12\\x\geq 0, y\geq 0\end{cases}$ có miền nghiệm là tứ giác kín với các đỉnh: $O(0;0), A(4;0), B(2;3), C(0;4)$.

Lợi nhuận $F(x;y)=5x+4y$ (triệu đồng).

Tính giá trị: $F(O)=0$; $F(A)=5(4)=20$; $F(B)=5(2)+4(3)=22$; $F(C)=4(4)=16$.

Mức lợi nhuận cao nhất của xí nghiệp là 22 triệu đồng. Điền: **22**.

Câu 20: Hệ $\begin{cases}x+y\leq 10\\2x+y\leq 16\\x\geq 0, y\geq 0\end{cases}$ có miền nghiệm là tứ giác kín với các đỉnh: $O(0;0), A(8;0), B(6;4), C(0;10)$.

Lợi nhuận $F(x;y)=20x+15y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị: $F(O)=0$; $F(A)=20(8)=160$; $F(B)=20(6)+15(4)=120+60=180$; $F(C)=15(10)=150$.

Giá trị lớn nhất của lợi nhuận bằng 180 nghìn đồng. Điền: **180**.

4. Phân tích chuyên sâu 4 bẫy sai lầm kinh điển của học sinh trong đề thi 2025

1. BẪY SỐ 1: QUÊN ĐIỀU KIỆN RÀNG BUỘC KHÔNG ÂM ($x\geq 0, y\geq 0$) HOẶC ĐIỀU KIỆN NGUYÊN ($x, y\in\mathbb{N}$)

thuvientoanhoc.com

• **Sai lầm phổ biến:** Khi đọc đề bài thực tế (sản xuất sản phẩm, mua bánh, số chuyến xe), học sinh lập các bất phương trình giới hạn nguyên liệu nhưng quên mất điều kiện tự nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

• **Hậu quả:** Miền nghiệm bị tràn sang các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư, làm sai lệch hoàn toàn hình dạng miền đa giác kín và tọa độ các đỉnh.

• **Chiến lược khắc phục:** Luôn khắc sâu Bước 1: Đặt biến là phải ghi ngay điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$ (hoặc $x, y \in \mathbb{N}$). Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, miền nghiệm đa giác S luôn luôn bị giới hạn bởi hai tia Ox và Oy.

2. BẪY SỐ 2: NHẦM LẪN MIỀN NGHIỆM VÀ MIỀN GẠCH BỎ KHI XÁC ĐỊNH NỬA MẶT PHẲNG

• **Sai lầm phổ biến:** Khi thử điểm kiểm tra $O(0;0)$, học sinh thường lẫn lộn quy ước: phần bị gạch đi là phần nghiệm hay phần không thỏa mãn. Nhiều em gạch nhầm phần nghiệm khiến miền chấp nhận được S cuối cùng bị sai.

• **Hậu quả:** Đọc nhầm các đỉnh của miền đa giác kín, thay nhầm đỉnh vào hàm mục tiêu $F(x;y)$.

• **Chiến lược khắc phục:** Thống nhất quy ước sư phạm rõ ràng: *'Thử điểm $O(0;0)$, nếu thỏa mãn bất phương trình thì giữ lại nửa mặt phẳng chứa O và GẠCH BỎ nửa mặt phẳng không chứa O'*. Phần trắng (hoặc tô màu) không bị gạch chính là miền đa giác kín S.

3. BẪY SỐ 3: NHẦM LẪN GIAO ĐIỂM PHỤ NẰM NGOÀI MIỀN ĐA GIÁC LÀ ĐỈNH CỰC BIÊN

• **Sai lầm phổ biến:** Khi bấm máy tính Casio Menu 9 để giải hệ các cặp phương trình đường biên, học sinh tìm được nhiều giao điểm nhưng không kiểm tra xem giao điểm đó có thuộc miền nghiệm của các bất phương trình còn lại hay không.

• **Hậu quả:** Đưa các giao điểm phụ nằm ngoài miền đa giác vào bảng tính giá trị hàm mục tiêu, dẫn đến kết luận giá trị F_{max}/F_{min} bị sai lệch hoàn toàn.

• **Chiến lược khắc phục:** Sau khi tìm được tọa độ giao điểm từ việc giải hệ hai đường biên, BẮT BUỘC phải thay tọa độ đó vào tất cả các bất phương trình còn lại của hệ ràng buộc. Chỉ những điểm thỏa mãn toàn bộ hệ mới được công nhận là đỉnh cực biên của miền đa giác kín S.

4. BẪY SỐ 4: BỎ SÓT PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU KHI ĐƯỜNG MỨC SONG SONG VỚI MỘT CẠNH BIÊN

• **Sai lầm phổ biến:** Khi tính giá trị tại các đỉnh, thấy hai đỉnh kề nhau (ví dụ C và D) cùng cho một giá trị lớn nhất $F_{max} = 180$, học sinh chỉ kết luận có 2 phương án tối ưu tại hai đỉnh này.

• **Hậu quả:** Bỏ sót vô số nghiệm khác nằm dọc trên đoạn thẳng nối hai đỉnh, không hiểu bản chất tiếp xúc của đường mức.

• **Chiến lược khắc phục:** Ghi nhớ: Nếu hai đỉnh kề nhau của đa giác cùng đạt giá trị tối ưu thì đường mức $Ax + By = m$ trùng với cạnh biên đó. Khi đó bài toán có **VÔ SỐ PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU** và mọi điểm nằm trên đoạn thẳng nối hai đỉnh CD đều là phương án tối ưu.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm & Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể & Nguyên nhân của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Quên điều kiện không âm của biến số thực tế ($x \geq 0, y \geq 0$)	Lập các bất phương trình ràng buộc về nguyên liệu nhưng bỏ quên điều kiện hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$ khiến miền nghiệm bị mở rộng vô tận.	Trong mọi bài toán kinh tế - đời sống (sản xuất sản phẩm, số chuyến xe), điều kiện tiên quyết luôn là $x \geq 0, y \geq 0$. Miền chấp nhận được D

thuvientoanhoc.com

		luôn bị giới hạn trong góc phần tư thứ nhất.
Gạch nhầm phần mặt phẳng nghiệm khi biểu diễn hình học	Lẫn lộn quy ước gạch bỏ: gạch nhầm phần nghiệm hoặc gạch thiếu các nửa mặt phẳng biên, dẫn đến xác định sai đa giác nghiệm D.	Khắc sâu quy tắc thử điểm $O(0;0)$: Thay toạ độ $(0;0)$ vào BPT, nếu đúng thì giữ lại nửa mặt phẳng chứa O, gạch bỏ nửa mặt phẳng không chứa O.
Tìm đỉnh cực biên bằng giao điểm nhưng quên kiểm tra thuộc miền nghiệm D	Giải hệ phương trình từng cặp đường biên tìm được các giao điểm nhưng không kiểm tra xem giao điểm có thỏa mãn các BPT còn lại hay không.	Chỉ các giao điểm nằm trên biên và thuộc miền nghiệm D mới là đỉnh cực biên. Phải đối chiếu toạ độ từng giao điểm với toàn bộ hệ BPT ràng buộc trước khi tính $F(x,y)$.
Bỏ sót vô số phương án tối ưu khi đường mức song song cạnh miền nghiệm	Khi hai đỉnh kề nhau cùng cho giá trị tối ưu bằng nhau ($F(A)=F(B)=max$), chỉ kết luận có 2 phương án mà bỏ qua đoạn thẳng nối 2 đỉnh.	Nếu hai đỉnh kề nhau A và B cùng đạt giá trị tối ưu thì mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB đều là phương án tối ưu (bài toán có vô số phương án tối ưu).

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 29 - 30)

Họ và tên thí sinh: ..... Lớp: ..... SBD: ..... Phòng thi: .....

I. MA TRẬN

STT	Chủ đề kiến thức	Phần I (MCQ)	Phần II (Đ/S)	Phần III (TLN)	Tổng điểm
1	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	1 (NB)	1 ý (Tư duy)	-	**0.50**
2	Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số	1 (NB)	-	-	**0.25**
3	Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	1 (NB)	1 ý (Tư duy)	-	**0.50**
4	Vectơ trong không gian	1 (NB)	-	-	**0.25**
5	Hệ trục toạ độ trong không gian	1 (NB)	1 câu (Tư duy)	1 câu (Thực tiễn)	**1.75**
6	Phương trình lượng giác, mũ, logarit 11	1 (NB)	-	1 câu (Tư duy)	**0.75**
7	Khảo sát sự biến thiên & đồ thị hàm số	1 (NB)	1 câu (Tư duy)	-	**1.25**
8	Ứng dụng đạo hàm giải quyết thực tiễn	1 (TH)	-	2 câu (Thực tiễn)	**1.25**
9	Biểu thức toạ độ phép toán vectơ	1 (TH)	-	1 câu (Tư duy)	**0.75**
10	Các số đặc trưng mẫu số liệu ghép nhóm	1 (NB)	1 câu (Thực tiễn)	-	**1.25**
11	Quan hệ song song, vuông góc không gian	1 (NB)	-	-	**0.25**

thuvientoanhoc.com

12	Hệ BPT bậc nhất 2 ẩn & quy hoạch tuyến tính	-	1 câu (Thực tiễn)	-	**1.00**
Tổng	**Tổng cộng toàn bài (22 câu hỏi)**	**12 câu (3.0đ)**	**4 câu (4.0đ)**	**6 câu (3.0đ)**	**10.0**

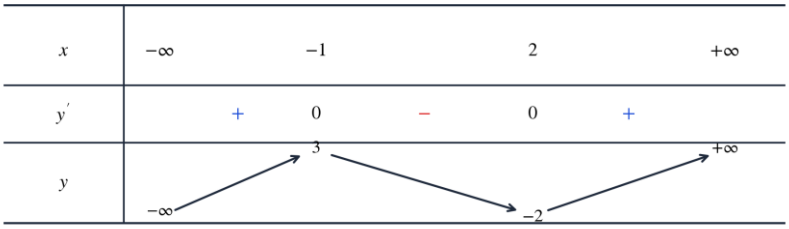
II. NỘI DUNG ĐỀ THI KIỂM TRA

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất (mỗi câu 0,25 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như Hình 1 dưới đây.



Hình 1: Bảng biến thiên hàm số y = f(x)

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1; 2)$ **B.** $(-\infty; 2)$

C. $(2; +\infty)$ **D.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $(2; -2)$ **B.** $(0; 2)$

C. $x = 0$ **D.** $y = 2$

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

A. 2 **B.** 3

C. 11 **D.** 1

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là:

A. $x = 2$ **B.** $y = 2$

C. $x = -1$ **D.** $y = -1$

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 2$?

A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$ **B.** $y = \frac{x+2}{x-1}$

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ **D.** $y = \frac{-x+2}{x-1}$

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Vecto tổng $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ bằng vecto nào sau đây?

A. $\vec{AC}$ **B.** $\vec{BD'}$

C. $\vec{AC'}$ **D.** $\vec{CA'}$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho vecto $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vecto $\vec{u}$ là:

A. $(2; -3; 1)$ **B.** $(2; 3; 1)$

C. $(-2; 3; -1)$ **D.** $(2; 1; -3)$

thuvientoanhoc.com

Câu 8: Thống kê thời gian tự học ở nhà (đơn vị: giờ/tuần) của 40 học sinh lớp 12 được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm: $[0;4)$: 5 học sinh; $[4;8)$: 12 học sinh; $[8;12)$: 15 học sinh; $[12;16)$: 6 học sinh; $[16;20)$: 2 học sinh. Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $[4;8)$ **B.** $[8;12)$

C. $[12;16)$ **D.** $[0;4)$

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình logarit $\log_2(3x-1)=3$ là:

A. $\{3\}$ **B.** $\{\frac{7}{3}\}$

C. $\{2\}$ **D.** $\{\frac{10}{3}\}$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $SA\perp BC$ **B.** $BC\perp(SAB)$

C. $BD\perp(SAC)$ **D.** $SD\perp(ABCD)$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2(x+3)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$ **B.** $(-\infty;0)$

C. $(0;+\infty)$ **D.** $(-3;2)$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;-2)$ và $\vec{b}=(2;-1;2)$. Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:

A. $-\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{4}{9}$

C. $-\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{2}{9}$

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (mỗi ý đúng được 0,25 điểm).

Câu 1: Cho hàm số phân thức hữu tỉ $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

c) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x=0$ và $x=2$, trong đó giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $I(1;1)$, đồng thời điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $BA=BC=a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SA=2a$. Trong không gian, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc $O\equiv B$, trục Ox chứa tia BA, trục Oy chứa tia BC, trục Oz song song và cùng hướng với tia AS (quy ước $a=1$).

a) Tọa độ đỉnh S trong hệ tọa độ đã chọn là $(\sqrt{2};0;2)$.

b) Vectơ $\vec{SC}$ có tọa độ là $(-\sqrt{2};\sqrt{2};-2)$.

c) Tích có hướng của hai vectơ $[\vec{BA},\vec{BC}]=(0;0;2)$.

d) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 3: Một phân xưởng sản xuất hai loại sản phẩm loại I và loại II từ nguồn nguyên liệu gồm hai loại A và B. Để sản xuất 1 tấn sản phẩm loại I cần dùng 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B, đem lại lợi nhuận 4 triệu đồng. Để sản xuất 1 tấn sản phẩm loại II cần dùng 1 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B, đem

thuvientoanhoc.com

lại lợi nhuận 3 triệu đồng. Hiện tại phân xưởng có dự trữ tối đa 8 tấn nguyên liệu A và 7 tấn nguyên liệu B. Gọi x, y (đơn vị: tấn) lần lượt là sản lượng sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất ($x \geq 0, y \geq 0$).

a) Hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc của bài toán là:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 7 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ kể cả biên với các đỉnh $O(0;0)$, $A(4;0)$, $B(3;2)$, $C(0;3.5)$.

c) Hàm mục tiêu biểu diễn tổng lợi nhuận thu được là $F(x;y) = 4x + 3y$ (triệu đồng).

d) Để lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất, xưởng cần sản xuất 4 tấn sản phẩm loại I và không sản xuất sản phẩm loại II.

Câu 4: Một công ty giao hàng công nghệ thống kê thời gian giao hàng (đơn vị: phút) của 100 đơn hàng nội thành trong một ngày làm việc được ghi nhận trong bảng số liệu ghép nhóm dưới đây:

- Nhóm $[10;20)$: 15 đơn hàng;
- Nhóm $[20;30)$: 25 đơn hàng;
- Nhóm $[30;40)$: 35 đơn hàng;
- Nhóm $[40;50)$: 15 đơn hàng;
- Nhóm $[50;60)$: 10 đơn hàng.

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 100$ đơn hàng.

b) Thời gian giao hàng trung bình của một đơn hàng là 33 phút.

c) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm $[20;30)$.

d) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng 32.86 phút.

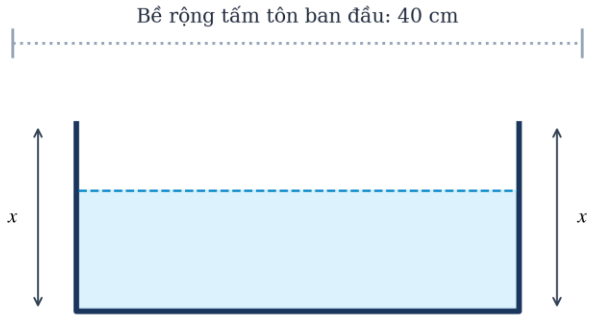
PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Đáp án là một số viết gọn tối đa 4 ký tự; nếu là số thập phân thì làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Câu 1: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình logarit sau: $\log_3(x^2 - 4x + 4) \leq 2$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(2;1;1)$, $C(0;2;3)$. Tính diện tích tam giác ABC (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).

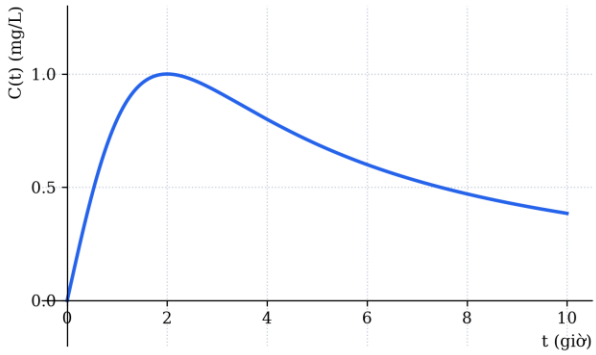
Câu 3: Một người thợ kim khí muốn chế tạo một máng dẫn nước có mặt cắt ngang là một hình chữ nhật hở nắp như mô tả trong Hình 2 từ một tấm tôn dài phẳng có bề rộng ban đầu là 40 cm bằng cách gập hai mép bên vuông góc lên một độ cao bằng x (cm). Hỏi người thợ phải gập mép lên một khoảng x bằng bao nhiêu xentimét để diện tích mặt cắt ngang của máng nước thu được đạt giá trị lớn nhất?



Hình 2: Mặt cắt ngang máng dẫn nước hình chữ nhật bằng tôn

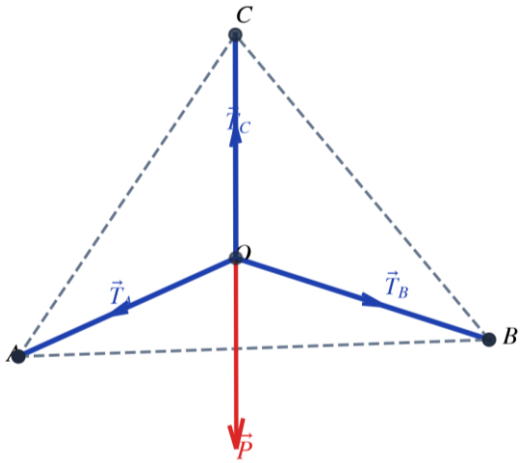
Câu 4: Sau khi một bệnh nhân được tiêm một liều thuốc kháng sinh, nồng độ của thuốc trong máu (đơn vị: mg/L) sau t giờ kể từ thời điểm tiêm ($t \geq 0$) được mô hình hóa bởi hàm số: $C(t) = \frac{4t}{t^2+4}$ có đồ thị minh họa như Hình 3. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi tiêm thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân đạt giá trị cao nhất?

thuvientoanhoc.com



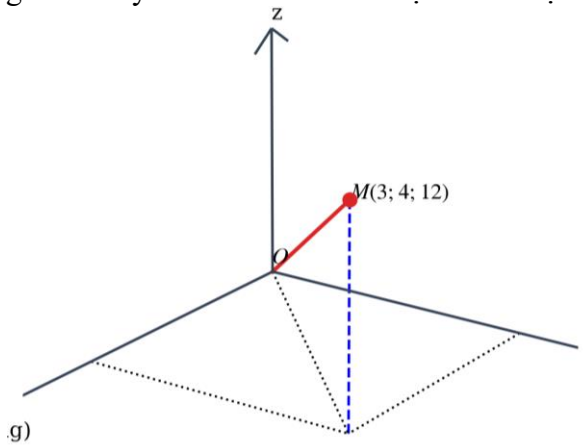
Hình 3: Đồ thị hàm số nồng độ thuốc trong máu C(t)

Câu 5: Một chiếc đèn chùm trang trí có trọng lượng $P = 120$ N được treo cố định vào trần nhà nhờ ba sợi dây cáp không giãn OA, OB, OC có chiều dài bằng nhau và đôi một vuông góc tại điểm treo O như trong Hình 4. Trọng tâm của đèn chùm nằm trên đường thẳng đứng đi qua O. Để hệ thống đèn ở trạng thái cân bằng tĩnh thì hợp lực của ba lực căng dây $\vec{T_A}, \vec{T_B}, \vec{T_C}$ phải triệt tiêu trọng lực $\vec{P}$ (tức là $\vec{T_A} + \vec{T_B} + \vec{T_C} + \vec{P} = \vec{0}$). Do tính đối xứng nên độ lớn của ba lực căng bằng nhau: $|\vec{T_A}| = |\vec{T_B}| = |\vec{T_C}| = T$. Hãy tính độ lớn lực căng T của mỗi sợi cáp (đơn vị: Newton, làm tròn đến hai chữ số thập phân).



Hình 4: Mô hình ba dây cáp treo đèn chùm trong không gian

Câu 6: Tại một trạm kiểm soát không lưu bờ biển, các chuyên gia thiết lập hệ tọa độ không gian $Oxyz$ với gốc O đặt tại đài phát radar mặt đất, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt nước biển phẳng (trục Ox hướng về phía Đông, Oy hướng về phía Bắc), trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục là kilômét). Đài radar phát hiện một thiết bị bay không người lái đang hoạt động tại vị trí có tọa độ $M(3; 4; 12)$ như minh họa trong Hình 5. Tính khoảng cách đường chim bay từ đài radar O đến vị trí thiết bị bay M (đơn vị: kilômét).



Hình 5: Thiết bị bay trong hệ tọa độ Oxyz của đài radar

thuvientoanhoc.com

III. BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I: TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (12 CÂU)

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C	B	A	C	A	C	A	B	A	D	C	A

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU)

Lệnh hỏi	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Ý a)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Ý b)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Ý c)	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Ý d)	ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
6	2.12	10	2	69.28	13

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 01

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN I (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN)

Câu 1: Quan sát bảng biến thiên Hình 1, ta thấy dấu của y' mang dấu dương $(+)$ trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$. Đối chiếu các phương án, phương án C thỏa mãn. (Lưu ý: Không dùng ký hiệu hợp $\cup$ khi kết luận khoảng đồng biến).

Câu 2: Ta có đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Do y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số. Khi đó tung độ tương ứng $y(0) = 2$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;2)$.

Câu 3: Hàm số liên tục trên $[0;2]$. Đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1)$. Trên $[0;2]$, phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$. Tính các giá trị tại biên và điểm tới hạn: $f(0) = 3$, $f(1) = 2$, $f(2) = 16 - 8 + 3 = 11$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng 2 (đạt tại $x = 1$).

Câu 4: Hàm số xác định với $x \neq -1$. Ta có $lim_{x\to(-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$ và $lim_{x\to(-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$. Do đó đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 5: Xét hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Mẫu số bằng $0 \Leftrightarrow x = 1$ (tiệm cận đứng). Bậc tử bằng bậc mẫu, $lim_{x\to\pm\infty} y = 2$ (tiệm cận ngang $y = 2$). Thỏa mãn đầy đủ yêu cầu bài toán.

Câu 6: Áp dụng quy tắc hình hộp chữ nhật trong không gian: Vectơ tổng xuất phát từ đỉnh A bằng vectơ đường chéo xuất phát từ A, tức là $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

Câu 7: Theo định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$: Vectơ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x;y;z)$. Do đó $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2;-3;1)$.

Câu 8: Nhóm chứa mốt là nhóm có tần số lớn nhất. Quan sát bảng số liệu: tần số của nhóm $[8;12)$ bằng 15 là lớn nhất trong các nhóm. Vậy nhóm chứa mốt là $[8;12)$.

Câu 9: Điều kiện xác định: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$. Phương trình $\log_2(3x-1) = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 10: Vì $SA \perp (ABCD)$ và $S \neq D$ nên đường thẳng SD cắt mặt phẳng $(ABCD)$ tại D và tạo góc nhọn với đáy, do đó SD không thể vuông góc với $(ABCD)$. Khẳng định D là khẳng định sai.

Câu 11: Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (nghiệm đơn), $x = -3$ (nghiệm đơn), $x = 2$ (nghiệm kép). Bảng xét dấu: trên $(-\infty;-3)$ thì $f' > 0$; trên $(-3;0)$ thì $f' < 0$; trên $(0;2)$ thì $f' > 0$; trên $(2;+\infty)$ thì $f' > 0$. Vì $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in [0;+\infty)$ và chỉ bằng 0 tại điểm hữu hạn $x = 2$ nên hàm số đồng biến trên toàn bộ khoảng $(0;+\infty)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 12: Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 2+2\cdot(-1)+(-2)\cdot 2=2-2-4=-4$. Độ dài: $|\vec{a}|=\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}=3$; $|\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=3$. Khi đó $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{-4}{3\cdot 3}=-\frac{4}{9}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN II (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI)

Câu 1 (Khảo sát hàm số): - Ý a) ĐÚNG: Điều kiện mẫu số khác 0 là $x\neq 1$, nên $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

- Ý b) ĐÚNG: Thực hiện chia đa thức: $y=x+\frac{1}{x-1}$. Do $lim_{x\to 1}y=\infty$ nên tiệm cận đứng là $x=1$. Lại có $lim_{x\to\pm\infty}[y-x]=lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x-1}=0$ nên tiệm cận xiên là $y=x$.

- Ý c) SAI: Đạo hàm $y'=1-\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Tại $x=0$, y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ nên $x=0$ là điểm cực đại và giá trị cực đại là $y(0)=-1$ (không phải bằng 3). Tại $x=2$ là cực tiểu với $y(2)=3$.

- Ý d) ĐÚNG: Giao điểm hai đường tiệm cận là nghiệm hệ $\begin{cases}x=1\\y=x\end{cases}\Rightarrow I(1;1)$. Theo lý thuyết hàm phân thức bậc 2 trên bậc 1, giao điểm của hai tiệm cận luôn là tâm đối xứng của đồ thị.

Câu 2 (Hình không gian Oxyz): - Ý a) ĐÚNG: Do $O\equiv B(0;0;0)$, tia BA dọc theo Ox nên $A(\sqrt{2};0;0)$. Vì $SA\perp(ABC)$ nên vectơ $\vec{AS}=(0;0;2a)=(0;0;2)$, suy ra $S(\sqrt{2};0;2)$.

- Ý b) ĐÚNG: Tia BC dọc theo Oy nên $C(0;\sqrt{2};0)$. Khi đó $\vec{SC}=C-S=(0-\sqrt{2};\sqrt{2}-0;0-2)=(-\sqrt{2};\sqrt{2};-2)$.

- Ý c) ĐÚNG: $\vec{BA}=(\sqrt{2};0;0)$, $\vec{BC}=(0;\sqrt{2};0)$. Tích có hướng $[\vec{BA},\vec{BC}]=(0\cdot 0-0\cdot\sqrt{2};0\cdot 0-\sqrt{2}\cdot 0;\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-0\cdot 0)=(0;0;2)$.

- Ý d) SAI: Trong tam giác vuông cân ABC tại B, hạ $BH\perp AC$ tại trung điểm H của AC. Vì $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BH$. Suy ra $BH\perp(SAC)$, do đó $d(B,(SAC))=BH=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{2+2}}{2}=\frac{2}{2}=1=a$. Khẳng định ghi $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ là sai.

Câu 3 (Toán thực tiễn Quy hoạch tuyến tính): - Ý a) ĐÚNG: Nguyên liệu A dùng hết $2x+y\leq 8$; nguyên liệu B dùng hết $x+2y\leq 7$; sản lượng không âm $x\geq 0, y\geq 0$.

- Ý b) ĐÚNG: Giao điểm hai đường $2x+y=8$ và $x+2y=7$ giải được $(x;y)=(3;2)$. Các đỉnh biên gồm $O(0;0)$, $A(4;0)$, $B(3;2)$, $C(0;3.5)$.

- Ý c) ĐÚNG: Tổng lợi nhuận từ x tấn loại I và y tấn loại II là $F(x;y)=4x+3y$ (triệu đồng).

- Ý d) SAI: Giá trị hàm mục tiêu tại các đỉnh: $F(0;0)=0$; $F(4;0)=16$; $F(0;3.5)=10.5$; $F(3;2)=4(3)+3(2)=18$ triệu đồng. Do đó lợi nhuận lớn nhất đạt được là 18 triệu đồng khi sản xuất 3 tấn loại I và 2 tấn loại II (chứ không phải 4 tấn loại I và 0 tấn loại II chỉ đạt 16 triệu).

Câu 4 (Mẫu số liệu ghép nhóm): - Ý a) ĐÚNG: Tổng tần số $n=15+25+35+15+10=100$.

- Ý b) ĐÚNG: Giá trị đại diện các nhóm lần lượt là 15,25,35,45,55. Trung bình $\overline{x}=\frac{15(15)+25(25)+35(35)+15(45)+10(55)}{100}=\frac{225+625+1225+675+550}{100}=\frac{3300}{100}=33$ phút.

- Ý c) SAI: Vị trí trung vị là $\frac{n}{2}=50$. Tần số tích lũy: $cf_1=15, cf_2=40, cf_3=75$. Vì $40<50\leq 75$ nên nhóm chứa trung vị là nhóm $[30;40)$, không phải $[20;30)$.

- Ý d) ĐÚNG: Công thức trung vị $M_e=30+\frac{50-40}{35}\cdot(40-30)=30+\frac{100}{35}=30+\frac{20}{7}\approx 32.86$ phút.

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN III (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1: Điều kiện: $x^2-4x+4>0\Leftrightarrow(x-2)^2>0\Leftrightarrow x\neq 2$. Bất phương trình tương đương: $x^2-4x+4\leq 3^2=9\Leftrightarrow x^2-4x-5\leq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 5$. Kết hợp điều kiện $x\neq 2$, các nghiệm nguyên gồm: $x\in\{-1;0;1;3;4;5\}$. Vậy có tất cả 6 nghiệm nguyên.

thuvientoanhoc.com

Câu 2: Ta có $\vec{AB} = (1;1;-1)$ và $\vec{AC} = (-1;2;1)$. Tích có hướng: $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1 \cdot 1 - (-1) \cdot 2; (-1) \cdot (-1) - 1 \cdot 1; 1 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) = (3;0;3)$. Khi đó diện tích tam giác $S_{ABC} = \frac{1}{2}|[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 0^2 + 3^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2.1213$. Làm tròn đến 2 chữ số thập phân ta được 2.12.

Câu 3: Sau khi gập hai mép có độ rộng x cm ($0 < x < 20$), đáy máng có chiều rộng là $40 - 2x$ (cm). Diện tích mặt cắt ngang của máng nước là hàm số: $S(x) = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x$. Đạo hàm $S'(x) = -4x + 40$. Cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ (cm). Vì hệ số của x^2 âm nên tại $x = 10$, diện tích đạt giá trị lớn nhất $S_{max} = 10(20) = 200$ cm^2. Vậy người thợ cần gập mép lên 10 cm.

Câu 4: Hàm số nồng độ $C(t) = \frac{4t}{t^2+4}$ với $t \geq 0$. Đạo hàm $C'(t) = \frac{4(t^2+4) - 4t(2t)}{(t^2+4)^2} = \frac{16-4t^2}{(t^2+4)^2}$. Cho $C'(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ (do $t \geq 0$). Ta thấy $C'(t) > 0$ khi $0 < t < 2$ và $C'(t) < 0$ khi $t > 2$. Do đó nồng độ thuốc đạt giá trị cao nhất tại $t = 2$ giờ.

Câu 5: Chọn hệ trục tọa độ gốc tại O, ba trục Ox, Oy, Oz trùng với ba tia OA, OB, OC. Khi đó các vectơ lực căng biểu diễn dạng: $\vec{T_A} = (T;0;0)$, $\vec{T_B} = (0;T;0)$, $\vec{T_C} = (0;0;T)$. Hợp lực của ba sợi dây là $\vec{T} = \vec{T_A} + \vec{T_B} + \vec{T_C} = (T;T;T)$. Độ lớn của hợp lực căng là: $|\vec{T}| = \sqrt{T^2 + T^2 + T^2} = T\sqrt{3}$. Để đèn cân bằng thì $|\vec{T}| = |\vec{P}| = 120$ N $\Leftrightarrow T\sqrt{3} = 120 \Leftrightarrow T = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \approx 69.282$ N. Làm tròn đến 2 chữ số thập phân ta được 69.28.

Câu 6: Khoảng cách từ đài radar mặt đất $O(0;0;0)$ đến thiết bị bay $M(3;4;12)$ chính là độ dài đoạn thẳng OM: $OM = \sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} = 13$ km.

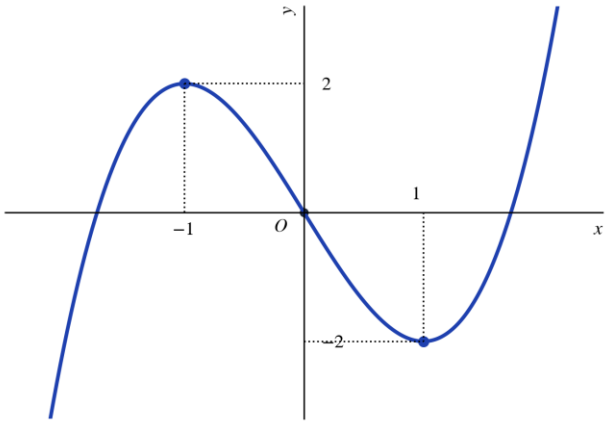
thuvientoanhoc.com

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất (mỗi câu 0,25 điểm).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như Hình 1 dưới đây.



Hình 1: Đồ thị hàm số bậc ba y = ax^3 + bx^2 + cx + d

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$ **B.** $(-1; 1)$

C. $(1; +\infty)$ **D.** $(-1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau: $f'(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (1; 3)$ và $f'(x) < 0$ khi $x \in (-2; 1) \cup (3; +\infty)$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x = -2$ **B.** $x = 3$

C. $x = 1$ **D.** $x = 0$

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

A. 0 **B.** -3

C. 1 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 3$ **B.** $x = 2$

C. $y = 2$ **D.** $x = -2$

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ và đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$?

A. $y = \frac{2x^2-3x+1}{x-2}$ **B.** $y = \frac{2x^2+x-1}{x-2}$

C. $y = \frac{x^2-2x+1}{x-2}$ **D.** $y = \frac{2x^2-3x+1}{x+2}$

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh đối diện AB và CD. Khẳng định vectơ nào sau đây là đúng?

A. $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$ **B.** $\vec{MN} = \vec{AD} + \vec{BC}$

C. $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$ **D.** $\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là:

thuvientoanhoc.com

A. $(2;-3;0)$ **B.** $(0;0;5)$

C. $(2;0;5)$ **D.** $(0;-3;5)$

Câu 8: Mẫu số liệu ghép nhóm về điểm kiểm tra môn Toán của một lớp 12 được phân chia thành các nửa khoảng: $[4;5)$: 4 học sinh; $[5;6)$: 8 học sinh; $[6;7)$: 16 học sinh; $[7;8)$: 10 học sinh; $[8;9)$: 2 học sinh. Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu trên bằng:

A. 1 **B.** 2

C. 4 **D.** 5

Câu 9: Tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình lượng giác $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

A. $\{\frac{\pi}{6}+k2\pi;\frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$ **B.** $\{\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$

C. $\{\frac{\pi}{3}+k2\pi;\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$ **D.** $\{\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$

Câu 10: Cho hình chóp tứ giác đều hoặc tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng:

A. $90°$ **B.** $60°$

C. $45°$ **D.** $30°$

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2;3]$ để hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 3 **B.** 2

C. 4 **D.** Vô số

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;2;3)$, $B(2;1;0)$, $C(3;3;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(2;2;2)$ **B.** $(6;6;6)$

C. $(1;1;1)$ **D.** $(2;3;2)$

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (mỗi ý đúng được 0,25 điểm).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=-x^3+3x^2-2$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y'=-3x^2+6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

c) Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $M(0;-2)$.

d) Đồ thị hàm số nhận điểm uốn $I(1;0)$ làm tâm đối xứng.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Chọn hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$ với gốc $O\equiv A$, trục Ox chứa tia AB, trục Oy chứa tia AD, trục Oz chứa tia AA'.

a) Tọa độ các đỉnh tương ứng là $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $C'(1;1;1)$.

b) Vectơ đường chéo $\vec{BD'}$ có tọa độ là $(-1;1;1)$.

c) Vectơ $\vec{AC'}=(1;1;1)$ và tích vô hướng $\vec{BD'}\cdot\vec{AC'}=1$.

d) Số đo góc giữa hai đường thẳng đường chéo BD' và $B'D$ bằng $60°$.

Câu 3: Một cơ sở bánh ngọt gia truyền dự định làm hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo phục vụ Tết Trung thu. Để làm 1 chiếc bánh nướng cần 0.06 kg bột mì và 0.04 kg đường, đem lại lợi nhuận 15 nghìn đồng. Để làm 1 chiếc bánh dẻo cần 0.05 kg bột mì và 0.05 kg đường, đem lại lợi nhuận 12 nghìn đồng. Hiện tại trong kho của cơ sở còn dự trữ tối đa 30 kg bột mì và 24 kg đường. Giả định toàn bộ số bánh sản xuất đều tiêu thụ hết. Gọi x,y lần lượt là số chiếc bánh nướng và bánh dẻo cơ sở cần sản xuất $(x,y\geq 0)$.

a) Điều kiện giới hạn về nguyên liệu bột mì và đường được biểu diễn bởi hệ bất phương trình tương đương:

thuvientoanhoc.com

$$\begin{cases} 6x + 5y \le 3000 \\ 4x + 5y \le 2400 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

b) Điểm cực biên là giao điểm của hai đường thẳng $6x + 5y = 3000$ và $4x + 5y = 2400$ có tọa độ là $(300; 240)$.

c) Hàm mục tiêu biểu diễn tổng lợi nhuận thu được là $L(x; y) = 15x + 12y$ (nghìn đồng).

d) Cơ sở sẽ đạt lợi nhuận lớn nhất khi chỉ tập trung sản xuất toàn bộ bánh dẻo ($x = 0, y = 480$).

Câu 4: Thống kê thời gian truy cập Internet phục vụ học tập hàng ngày (đơn vị: giờ) của 50 học sinh khối 12 được biểu diễn trong mẫu số liệu ghép nhóm dưới đây:

- Nhóm $[0; 1)$: 5 học sinh;
- Nhóm $[1; 2)$: 12 học sinh;
- Nhóm $[2; 3)$: 18 học sinh;
- Nhóm $[3; 4)$: 10 học sinh;
- Nhóm $[4; 5)$: 5 học sinh.

a) Tần số tích lũy của nhóm $[2; 3)$ là 35 học sinh.

b) Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm $[1; 2)$.

c) Giá trị của tứ phân vị thứ nhất bằng $Q_1 = 1.625$ giờ.

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 4 giờ.

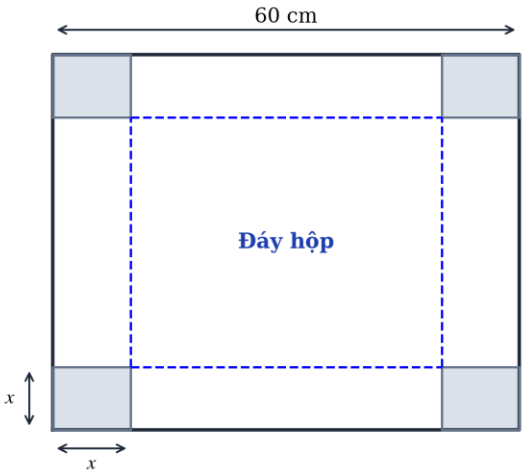
PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Đáp án là một số viết gọn tối đa 4 ký tự; nếu là số thập phân thì làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Câu 1: Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình mũ sau: $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 \le 0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$, $D(0; 0; 6)$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

Câu 3: Từ một tấm bìa hình vuông có độ dài cạnh bằng 60 cm, một người thợ cắt bỏ bốn hình vuông nhỏ bằng nhau có cạnh bằng x (cm) ở bốn góc, sau đó gập các mép lại theo đường nét đứt để tạo thành một chiếc hộp hình hộp chữ nhật không có nắp như mô tả trong Hình 2. Tìm giá trị của x (đơn vị: xentimét) để chiếc hộp thu được có thể tích lớn nhất.

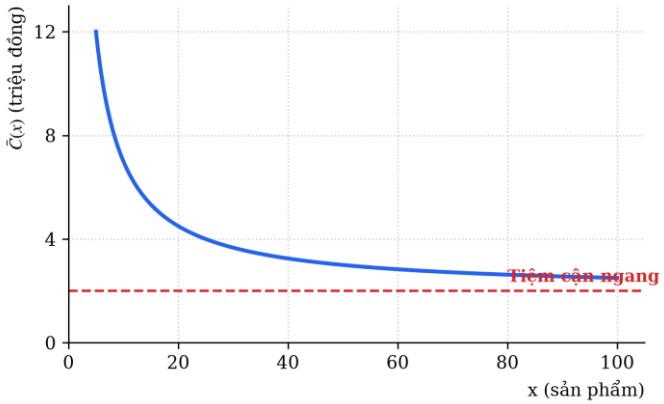


Hình 2: Tấm bìa cắt bốn góc gập thành chiếc hộp không có nắp

Câu 4: Tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để một xí nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một ngày được mô tả bởi hàm số $C(x) = 2x + 50$ $(x > 0)$. Khi đó chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm là $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = 2 + \frac{50}{x}$ (triệu đồng/sản phẩm) có đồ thị như minh họa trong Hình 3. Khi quy mô sản xuất tăng lên vô hạn

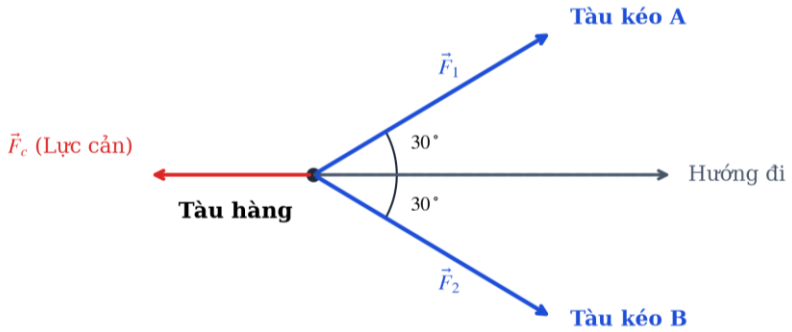
thuvientoanhoc.com

($x \to +\infty$), chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm sẽ tiến dần về đường tiệm cận ngang có giá trị bằng bao nhiêu triệu đồng?



Hình 3: Đồ thị hàm số chi phí sản xuất trung bình

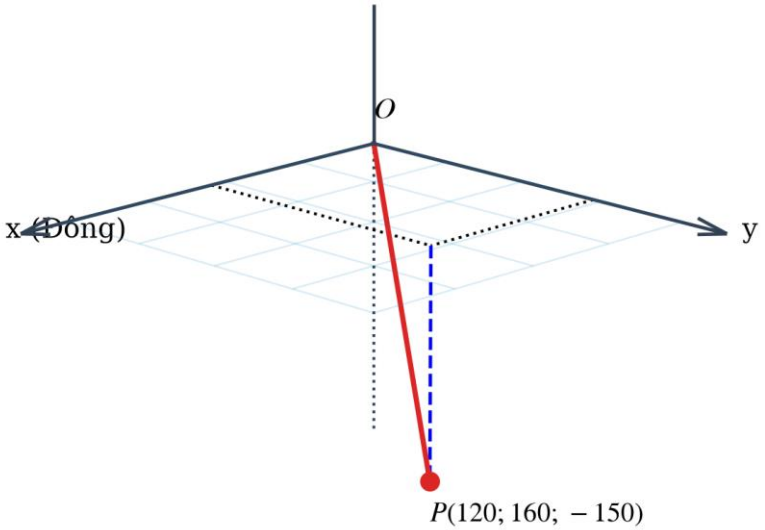
Câu 5: Một chiếc tàu chở hàng tải trọng lớn mất lực đẩy của động cơ được hai tàu kéo A và B lai dắt di chuyển vào âu tàu (Hình 4). Hai sợi cáp kéo tạo với hướng di chuyển thẳng của tàu hàng các góc đối xứng nhau bằng $30°$. Lực kéo của mỗi tàu kéo có độ lớn bằng 50 kN. Giả sử con tàu di chuyển thẳng đều theo đúng hướng đi, hãy tính độ lớn của lực cản do dòng nước tác dụng lên thân tàu hàng (đơn vị: kN, làm tròn đến hai chữ số thập phân).



Hình 4: Mô hình hai tàu kéo lai dắt tàu chở hàng

Câu 6: Trong một chuyến khảo sát hải dương học, một tàu nghiên cứu thả một thiết bị thăm dò tự hành (AUV) lặn xuống biển sâu. Người ta thiết lập hệ tọa độ không gian $Oxyz$ với gốc O đặt trên mặt biển tại vị trí phao phát tín hiệu định vị, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt nước biển phẳng (trục Ox hướng về phía Đông, Oy hướng về phía Bắc), trục Oz hướng thẳng đứng lên trên trời (đơn vị trên các trục là mét). Thiết bị thăm dò lặn truyền tín hiệu về từ vị trí có tọa độ $P(120; 160; -150)$ như minh họa trong Hình 5. Tính khoảng cách đường thẳng từ gốc định vị O trên mặt biển đến vị trí thiết bị thăm dò P (đơn vị: mét).

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Thiết bị thăm dò AUV trong hệ tọa độ Oxyz

III. BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I: TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (12 CÂU)

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
B	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU)

Lệnh hỏi	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Ý a)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Ý b)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Ý c)	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Ý d)	ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
3	6	10	2	86.60	250

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN I (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN)

Câu 1: Quan sát đồ thị hàm số bậc ba trong Hình 1: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải trên khoảng $(-1;1)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. Phương án đúng là B.

Câu 2: Điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm $(-)$ sang dương $(+)$. Dựa vào bảng xét dấu, khi đi qua điểm $x = 1$, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương. Do đó $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3: Hàm số xác định và liên tục trên $[0;3]$. Đạo hàm $f'(x) = \frac{1(1)-(-3)(1)}{(x+1)^2} = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in [0;3]$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0;3]$, suy ra $max_{[0;3]} f(x) = f(3) = \frac{3-3}{3+1} = 0$.

Câu 4: Ta có $lim_{x\to\pm\infty} y = lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x+2}{x-2} = 3$. Do đó đường thẳng $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5: Xét hàm số $y = \frac{2x^2-3x+1}{x-2} = 2x + 1 + \frac{3}{x-2}$. Mẫu số bằng $0 \Leftrightarrow x = 2$ (tiệm cận đứng). Khi $x \to \pm\infty$, $lim[y - (2x+1)] = lim\frac{3}{x-2} = 0$, do đó $y = 2x + 1$ là đường tiệm cận xiên. Đáp án A chính xác.

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Áp dụng quy tắc cộng vectơ và tính chất trung điểm: $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN}$ và $\vec{MN} = \vec{MB} + \vec{BC} + \vec{CN}$. Cộng hai vế lại ta được $2\vec{MN} = (\vec{MA} + \vec{MB}) + (\vec{AD} + \vec{BC}) + (\vec{DN} + \vec{CN})$. Do M, N là trung điểm nên $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ và $\vec{DN} + \vec{CN} = \vec{0}$. Suy ra $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.

Câu 7: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có được bằng cách giữ nguyên hoành độ, tung độ và triệt tiêu cao độ ($z = 0$). Do đó hình chiếu của $M(2; -3; 5)$ là điểm $M'(2; -3; 0)$.

Câu 8: Độ dài của mỗi nhóm $[a; b)$ được tính bằng hiệu số hai đầu mút: $L = b - a$. Trong bài toán này, các nhóm đều có độ dài $L = 5 - 4 = 6 - 5 = 1$.

Câu 9: Phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 10: Trong tứ diện đều $ABCD$, các cặp cạnh đối diện luôn vuông góc với nhau (chứng minh bằng cách gắn trung điểm hoặc tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$). Do đó góc giữa AB và CD bằng $90°$.

Câu 11: Hàm số xác định với mọi $x \neq -1$. Đạo hàm $y' = \frac{1(1) - m(1)}{(x+1)^2} = \frac{1-m}{(x+1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$. Kết hợp $m \in [-2; 3]$ và $m \in \mathbb{Z}$, ta nhận các giá trị $m \in \{-2; -1; 0\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 12: Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là trung bình cộng tọa độ ba đỉnh: $x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2$; $y_G = \frac{2+1+3}{3} = 2$; $z_G = \frac{3+0+3}{3} = 2$. Vậy $G(2; 2; 2)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN II (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI)

Câu 1 (Khảo sát hàm số bậc ba): - Ý a) ĐÚNG: Đạo hàm hàm đa thức bậc ba: $y' = -3x^2 + 6x$.

- Ý b) ĐÚNG: Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Hệ số $a = -3 < 0$, trong khoảng hai nghiệm $(0; 2)$ thì $y' > 0$ (đồng biến); ngoài khoảng hai nghiệm thì $y' < 0$ (nghịch biến).

- Ý c) SAI: Tại $x = 0$, y' đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu, tung độ cực tiểu $y(0) = -2$. Cực đại đạt tại $x = 2$ với $y(2) = 2$. Khẳng định nói $(0; -2)$ là điểm cực đại là sai.

- Ý d) ĐÚNG: Đạo hàm cấp hai $y'' = -6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 0$. Điểm uốn $I(1; 0)$ là tâm đối xứng của đồ thị mọi hàm số bậc ba.

Câu 2 (Hình lập phương Oxyz): - Ý a) ĐÚNG: Cạnh hình lập phương bằng 1. Các đỉnh nằm trên các trục $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, và đỉnh đối diện $C'(1; 1; 1)$.

- Ý b) ĐÚNG: $B(1; 0; 0)$ và $D'(0; 1; 1)$. Vectơ $\vec{BD'} = D' - B = (0 - 1; 1 - 0; 1 - 0) = (-1; 1; 1)$.

- Ý c) ĐÚNG: $\vec{AC'} = (1; 1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{BD'} \cdot \vec{AC'} = (-1)(1) + (1)(1) + (1)(1) = -1 + 1 + 1 = 1$.

- Ý d) SAI: Ta có $B'(1; 0; 1)$ và $D(0; 1; 0) \Rightarrow \vec{B'D} = (-1; 1; -1)$. Độ dài $|\vec{BD'}| = \sqrt{3}$, $|\vec{B'D}| = \sqrt{3}$. Tích vô hướng $\vec{BD'} \cdot \vec{B'D} = (-1)(-1) + 1(1) + 1(-1) = 1 + 1 - 1 = 1$. Côsin của góc giữa hai đường thẳng: $\cos(BD', B'D) = \frac{|\vec{BD'} \cdot \vec{B'D}|}{|\vec{BD'}| \cdot |\vec{B'D}|} = \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \neq \cos 60° = \frac{1}{2}$. Do đó góc không bằng $60°$.

Câu 3 (Quy hoạch tuyến tính tối ưu bánh Trung thu): - Ý a) ĐÚNG: Lượng bột: $0.06x + 0.05y \leq 30 \Leftrightarrow 6x + 5y \leq 3000$. Lượng đường: $0.04x + 0.05y \leq 24 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 2400$. Điều kiện số lượng $x \geq 0, y \geq 0$.

- Ý b) ĐÚNG: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 6x + 5y = 3000 \\ 4x + 5y = 2400 \end{cases} \Rightarrow 2x = 600 \Rightarrow x = 300$. Thay vào được $y = 240$. Giao điểm là $(300; 240)$.

- Ý c) ĐÚNG: Lợi nhuận mỗi bánh nướng 15 nghìn, bánh dẻo 12 nghìn nên hàm mục tiêu là $L(x; y) = 15x + 12y$ (nghìn đồng).

- Ý d) SAI: Các đỉnh cực biên của miền nghiệm gồm: $O(0; 0) \Rightarrow L = 0$; Điểm trên trục Ox: $6x \leq 3000 \Rightarrow x = 500$ (thỏa $4(500) = 2000 \leq 2400$) $\Rightarrow L(500; 0) = 15 \times 500 = 7500$ nghìn đồng; Điểm trên trục Oy:

thuvientoanhoc.com

$5y \le 2400 \Rightarrow y = 480 \Rightarrow L(0;480) = 12 \times 480 = 5760$ nghìn đồng; Điểm giao $(300;240) \Rightarrow L(300;240) = 15(300) + 12(240) = 4500 + 2880 = 7380$ nghìn đồng. So sánh ta thấy lợi nhuận lớn nhất bằng 7500 nghìn đồng khi chỉ sản xuất 500 bánh nướng (không phải sản xuất bánh dẻo chỉ được 5760 nghìn).

Câu 4 (Mẫu số liệu ghép nhóm): - Ý a) ĐÚNG: Tần số tích lũy của nhóm $[2;3)$ là $cf_3 = 5 + 12 + 18 = 35$.

- Ý b) ĐÚNG: Vị trí tứ phân vị thứ nhất là $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$. Do $cf_1 = 5 < 12.5 \le cf_2 = 17$ nên Q_1 thuộc nhóm $[1;2)$.

- Ý c) ĐÚNG: Áp dụng công thức: $Q_1 = 1 + \frac{12.5-5}{12} \cdot (2-1) = 1 + \frac{7.5}{12} = 1 + 0.625 = 1.625$ giờ.

- Ý d) SAI: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng hiệu giữa đầu mút trên của nhóm cuối cùng và đầu mút dưới của nhóm đầu tiên: $R = 5 - 0 = 5$ giờ. Khẳng định nói bằng 4 giờ là sai.

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN III (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1: Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$. Bất phương trình trở thành: $t^2 - 9t + 8 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le t \le 8$. Thay lại biến x: $1 \le 2^x \le 8 \Leftrightarrow 2^0 \le 2^x \le 2^3 \Leftrightarrow 0 \le x \le 3$. Vì yêu cầu tìm nghiệm nguyên dương nên $x \in \{1;2;3\}$. Có 3 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Câu 2: Tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc tại đỉnh $A \equiv O(0;0;0)$ với $AB = 2, AC = 3, AD = 6$. Thể tích khối tứ diện là: $V = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 6$.

Câu 3: Cạnh tấm bìa ban đầu là 60 cm. Sau khi cắt ở bốn góc các hình vuông cạnh x cm $(0 < x < 30)$, đáy hộp là hình vuông có cạnh $60 - 2x$ (cm) và chiều cao của hộp là x (cm). Thể tích chiếc hộp là: $V(x) = x(60-2x)^2 = 4x(30-x)^2$. Đạo hàm $V'(x) = 4(30-x)^2 + 4x \cdot 2(30-x)(-1) = 4(30-x)[(30-x) - 2x] = 12(30-x)(10-x)$. Cho $V'(x) = 0$ trên khoảng $(0;30) \Leftrightarrow x = 10$ (cm). Thể tích lớn nhất đạt được khi $x = 10$.

Câu 4: Hàm chi phí sản xuất trung bình $\overline{C}(x) = 2 + \frac{50}{x}$ với $x > 0$. Khi quy mô sản xuất x tăng lên vô hạn, ta có giới hạn: $lim_{x \to +\infty} \overline{C}(x) = lim_{x \to +\infty}(2 + \frac{50}{x}) = 2 + 0 = 2$. Do đó đường tiệm cận ngang có giá trị bằng 2 triệu đồng.

Câu 5: Hợp lực kéo của hai tàu kéo theo phương chuyển động thẳng của tàu hàng là: $F_k = 2 \cdot F \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \approx 86.6025$ kN. Vì tàu di chuyển thẳng đều nên lực cản của nước triệt tiêu hợp lực kéo: $F_c = F_k \approx 86.60$ kN.

Câu 6: Khoảng cách từ gốc định vị $O(0;0;0)$ đến thiết bị thăm dò đáy biển $P(120;160;-150)$ là độ dài đoạn thẳng OP: $OP = \sqrt{120^2 + 160^2 + (-150)^2} = \sqrt{14400 + 25600 + 22500} = \sqrt{62500} = 250$ m.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP NGUYÊN HÀM

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 31 -32)

I. MỤC TIÊU BÀI DẠY (YÊU CẦU CẦN ĐẠT)

Sau khi hoàn thành 2 tiết chuyên đề ôn tập Nguyên hàm, học sinh cần đạt được các yêu cầu trọng tâm sau:

1. Về kiến thức

• Tái hiện vững chắc khái niệm nguyên hàm của một hàm số trên một khoảng/đoạn: Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

• Nắm vững định lý về họ nguyên hàm: $\int f(x)dx = F(x) + C$ $(C \in \mathbb{R})$ và tính chất vi phân $dF(x) = F'(x)dx = f(x)dx$.

• Thành thạo các tính chất cơ bản của nguyên hàm: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ $(k \neq 0)$, $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

• Ghi nhớ và áp dụng linh hoạt bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp: luỹ thừa $(x^{\alpha}, \frac{1}{x})$, lượng giác $(\sin x, \cos x, \frac{1}{\cos^2 x}, \frac{1}{\sin^2 x})$, hàm mũ (e^x, a^x).

• Hiểu sâu sắc ý nghĩa vật lý và thực tiễn của nguyên hàm: Bài toán chuyển động thẳng $s(t) = \int v(t)dt$, $v(t) = \int a(t)dt$; Bài toán kinh tế học: Doanh thu biên $M_R(x) = R'(x) \Rightarrow R(x) = \int M_R(x)dx$, Chi phí biên $M_C(x) = C'(x) \Rightarrow C(x) = \int M_C(x)dx$; Bài toán sinh học: Tốc độ tăng trưởng vi khuẩn $N'(t) = f(t)$.

2. Về kỹ năng và năng lực toán học

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phân tích bản chất mối quan hệ hai chiều giữa phép lấy đạo hàm và phép lấy nguyên hàm; nhận diện các bẫy thường gặp về dấu âm, hằng số cộng C, điều kiện xác định của biểu thức logarit $\ln|x|$.

• Năng lực mô hình hóa toán học: Thiết lập hàm số nguyên hàm từ các tình huống thực tiễn (quãng đường cất cánh của máy bay, độ cao cực đại của vật bắn đứng, lưu lượng bơm chất lỏng, doanh thu bán hàng).

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Thành thạo các bước giải bài toán tìm hằng số C thỏa mãn điều kiện biên ban đầu $F(x_0) = y_0$, giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Đúng/Sai đa tầng nhận thức.

• Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (Năng lực số): Khai thác phần mềm GeoGebra để quan sát trực quan họ đường cong nguyên hàm $F(x) + C$ và kiểm tra đồ thị; sử dụng thành thạo máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X, fx-880BTG) với tính năng đạo hàm tại một điểm $\frac{d}{dx}[F(x)]|_{x=x_0} - f(x_0) = 0$ và bảng giá trị Table để kiểm tra kết quả nhanh chóng, chính xác.

3. Về phẩm chất

• Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác, trung thực trong tính toán và tư duy phản biện khi phát hiện bẫy trắc nghiệm.

• Tinh thần chủ động hợp tác nhóm, trách nhiệm với nhiệm vụ học tập chung và tự tin vận dụng toán học vào đời sống thực tế.

thuvientoanhoc.com

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: - Kế hoạch bài dạy chi tiết (chuẩn CV 5512), bài giảng điện tử đa phương tiện.
- vở ghi bài (Khởi động & Ôn tập công thức), vở ghi bài (Luyện tập phân hóa Tiết 1), vở ghi bài (Thực tiễn & Đánh giá năng lực Tiết 2).
- Phần mềm GeoGebra hiển thị họ đường cong nguyên hàm và mô phỏng chuyển động thực tế; máy tính cầm tay Casio kết nối máy chiếu.
- Hệ thống đề bài, hình ảnh minh họa chống gợi ý lời giải.

2. Học sinh: - Sách giáo khoa Toán 12 (Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi chép, bảng phụ nhóm (A3/A4 ép nhựa).
- Máy tính cầm tay Casio fx-580VN X hoặc fx-880BTG.
- Ôn tập trước các công thức đạo hàm cơ bản đã học ở lớp 11 và các bài tập Bài 11 SGK Toán 12.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Định nghĩa, tính chất, bảng nguyên hàm cơ bản và kỹ năng tìm nguyên hàm cơ bản.

- Tiết 2: Phương pháp đổi biến số, nguyên hàm từng phần và bài toán thực tế (vận tốc, gia tốc, chuyển động).

TIẾT 1: LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM, BẢNG NGUYÊN HÀM & KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Hoạt động 1: Khởi động & Ôn tập lý thuyết nền tảng (8 - 10 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa nguyên hàm, phân biệt mối quan hệ giữa đạo hàm và nguyên hàm, hệ thống hóa bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp thông qua vở ghi bài (Tuyệt đối không dùng nền tảng trò chơi thương mại).

b) Nội dung: Học sinh làm việc theo cặp hoàn thành vở ghi bài: Điền khuyết công thức nguyên hàm cơ bản và ghép nối mệnh đề tương đương.

c) Sản phẩm: Bảng kết quả hoàn chỉnh của vở ghi bài; học sinh phát biểu được định nghĩa và các công thức then chốt.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV phát vở ghi bài cho các bàn học sinh (nhóm đôi). Giao nhiệm vụ trong 4 phút: 1. Hoàn thành định nghĩa: Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu ... với mọi $x \in K$. 2. Điền kết quả vào các nguyên hàm cơ bản: - $\int x^{\alpha}dx = \ldots$ (với $\alpha \neq -1$) - $\int \frac{1}{x}dx = \ldots$ - $\int e^{x}dx = \ldots$; $\int a^{x}dx = \ldots$ - $\int \cos x dx = \ldots$; $\int \sin x dx = \ldots$ - $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \ldots$; $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \ldots$ GV quan sát, nhắc nhở học sinh lưu ý dấu trị tuyệt đối trong $\ln\lvert x\rvert$ và dấu âm của nguyên hàm hàm lượng giác.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS nhận vở ghi bài, trao đổi thảo luận theo bàn học sinh. Tích cực hồi tưởng lại các kiến thức Bài 11 SGK Toán 12.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV đi bao quát các nhóm, hỗ trợ học sinh yếu nhớ lại công thức đạo hàm đảo chiều. Đặt câu hỏi gợi mở: 'Đạo hàm của hàm nào ra $\sin x$? Vì $(\cos x)' = -\sin x$ nên nguyên hàm của $\sin x$ phải mang dấu gì?'	**Bước 2: Triển khai giải quyết:** HS làm bài vào phiếu: - Điền định nghĩa: $F'(x) = f(x)$. - Điền họ nguyên hàm: $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$; $\ln\lvert x\rvert + C$; $e^{x} + C$; $\frac{a^{x}}{\ln a} + C$; $\sin x + C$; $-\cos x + C$; $\tan x + C$; $-\cot x + C$.

thuvientoanhoc.com

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi đại diện 2 nhóm lên bảng điền kết quả nhanh. Yêu cầu các nhóm khác dưới lớp đổi chéo vở ghi bài để chấm chéo và nhận xét bổ sung.	**Bước 3: Trình bày và đối chiếu:** Đại diện nhóm lên bảng ghi kết quả. HS dưới lớp kiểm tra chéo bài của bạn, phát hiện các điểm thiếu sót (quên trị tuyệt đối, nhầm dấu).
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại các sai lầm phổ biến: Học sinh hay quên dấu trừ $\int \sin x dx = -\cos x + C$, nhầm với đạo hàm $(\sin x)' = \cos x$; quên dấu trị tuyệt đối $\int \frac{1}{x} dx = \ln\|x\| + C$; quên cộng hằng số C. Trình chiếu bảng tổng kết chuẩn.	**Bước 4: Ghi nhớ trọng tâm:** HS ghi chép các cảnh báo sai lầm vào vở, khắc sâu quy tắc: Lấy nguyên hàm hàm lượng giác thì 'nguyên hàm của sin là trừ cos; nguyên hàm của cos là cộng sin'.

BẢNG NGUYÊN HÀM CỦA CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP (GHI NHỚ CỐT LÕI)

1. $\int 0 dx = C$; $\int 1 dx = x + C$
2. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (với $\alpha \neq -1$)
3. $\int \frac{1}{x} dx = \ln\|x\| + C$ (trên các khoảng xác định)
4. $\int e^x dx = e^x + C$; $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ $(0 < a \neq 1)$
5. $\int \cos x dx = \sin x + C$; $\int \sin x dx = -\cos x + C$
6. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + C$; $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$

2. Hoạt động 2: Luyện tập chuyên sâu Tiết 1 (25 - 27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tìm nguyên hàm hàm số lũy thừa, mũ, lượng giác và tìm nguyên hàm thỏa mãn điều kiện biên qua hệ thống câu hỏi bám sát cấu trúc đề thi 2025.

b) Nội dung: Triển khai các câu hỏi Câu 1 đến Câu 4., Câu 1., và Câu 1..

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết và đáp án chính xác của học sinh trên bảng và trong vở.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV giao nhiệm vụ theo từng chặng: - Chặng 1: 4 câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn (Câu 1 đến Câu 4) yêu cầu làm độc lập trong 5 phút. - Chặng 2: 1 câu trắc nghiệm Đúng/Sai đa tầng nhận thức (Câu 1 Phần II) gồm 4 ý a, b, c, d về hàm phân thức và hàm mũ. - Chặng 3: 1 câu trả lời ngắn (Câu 1 Phần III) tìm nguyên hàm với hai điều kiện biên trên hai khoảng rời rạc.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS nhận phiếu bài tập luyện tập Tiết 1, xác định mục tiêu làm đúng từ mức độ nhận biết đến vận dụng.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn học sinh phân tích đề: Với Câu 1 Phần II ý c, muốn tìm C ta thế $x = 1$ vào $F(x) = x^2 + \ln x + e^x + C$ rồi giải phương trình $F(1) = e$. Với Câu 1 Phần III, hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ gồm hai khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$, hằng số C trên mỗi khoảng có thể khác nhau!	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS tích cực giải toán: - Câu 1: Chọn A (đúng định nghĩa). - Câu 2: $\int (x^3 - 2x + 1) dx = \frac{x^4}{4} - x^2 + x + C \Rightarrow$ Chọn A. - Câu 3: $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C \Rightarrow$ Chọn A.

thuvientoanhoc.com

	- Câu 4: Chọn A. - Câu 1. ý a Đ, ý b Đ, ý c SAI (do $C=-1$), ý d Đ. - Câu 1. Tính được $C_1=4, C_2=4 \Rightarrow f(2)=-0.5, f(-2)=0.5 \Rightarrow P=0$.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi học sinh lần lượt đứng tại chỗ chọn đáp án Chặng 1. Gọi 2 học sinh lên bảng trình bày Chặng 2 và Chặng 3. Hướng dẫn cả lớp phân tích tại sao ý c Câu 1 Đúng/Sai lại sai.	**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** HS trả lời, giải thích lập luận: Tại sao $\int \sin 2x dx$ lại có hệ số $\frac{1}{2}$? (Do đổi vi phân $d(2x)=2dx$).
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chuẩn hóa lời giải: Nhấn mạnh bẫy kinh điển: hàm số không liên tục tại $x=0$ thì nguyên hàm có dạng hai hằng số C_1, C_2 độc lập trên mỗi khoảng xác định. Không được dùng chung một hằng số C cho toàn miền!	**Bước 4: Rút kinh nghiệm:** HS sửa bài vào vở, ghi nhớ quy tắc tích phân từng khoảng với các hàm có điểm gián đoạn.

3. Hoạt động 3: Rèn luyện Năng lực số với Casio & GeoGebra (5 - 7 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được thuật toán dùng máy tính cầm tay Casio kiểm tra đáp án nguyên hàm và dùng GeoGebra quan sát trực quan họ đường cong nguyên hàm $F(x)+C$.

b) Nội dung: Hướng dẫn kỹ thuật bấm máy tính Casio fx-580VNX/880BTG và quan sát chuyển động tịnh tiến đồ thị trên GeoGebra.

c) Sản phẩm: Thao tác bấm máy thành thạo của học sinh; kết quả màn hình máy tính ra giá trị xấp xỉ 0.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV kết nối máy tính Casio fx-580VNX lên máy chiếu. Nêu nguyên lý toán học: Để kiểm tra xem $F(x)$ có phải là một nguyên hàm của $f(x)$ hay không, ta dựa vào định nghĩa $F'(x)=f(x) \Leftrightarrow F'(x)-f(x)=0$ với mọi x. Giao nhiệm vụ: Dùng phím chức năng $\frac{d}{dx}\|_{x=X}$ để kiểm tra Câu 3 và Câu 4.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS cầm máy tính Casio, chú ý theo dõi quy trình chuyển giao của giáo viên.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV hướng dẫn quy trình bấm phím: 1. Nhập biểu thức: $\frac{d}{dx}(-\frac{1}{2}\cos(2X))\|_{x=1.2}-\sin(2\times 1.2)$ 2. Nhấn phím =. Nếu kết quả ra 0 (hoặc dạng 10^{-13} do sai số làm tròn) thì phương án đó chính xác! 3. Đồng thời mở GeoGebra trình chiếu đồ thị $F(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+C$. Kéo thanh trượt C từ -3 đến 3, cho HS thấy họ nguyên hàm là các đường cong đồng dạng tịnh tiến song song theo trục tung Oy.	**Bước 2: Thực hành bấm máy:** HS đồng loạt thực hành trên máy tính cá nhân: - Bấm SHIFT $\int$ để gọi lệnh đạo hàm $\frac{d}{dx}$. - Nhập hàm số ở phương án chọn tại giá trị x ngẫu nhiên (chọn $x=1.2$ hoặc $x=2.5$). - Trừ đi hàm $f(x)$ tại điểm đó. Quan sát màn hình hiển thị số 0 tuyệt đối.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV yêu cầu 1 học sinh bấm trực tiếp máy chiếu kiểm tra Câu 4. Cả lớp quan sát kết quả.	**Bước 3: Quan sát trực quan:** HS quan sát màn hình GeoGebra, nhận thức rõ: Mỗi giá trị của C cho một đường cong riêng biệt, nhưng tiếp tuyến tại các điểm có cùng hoành độ

thuvientoanhoc.com

	x luôn song song với nhau (cùng hệ số góc $f(x)$).
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt lại: Casio là công cụ hỗ trợ kiểm tra đắc lực để chống sai sót ngớ ngẩn, nhưng tư duy bản chất toán học vẫn là gốc rễ. Học sinh cần thành thạo cả hai phương pháp.	**Bước 4: Ghi nhớ thao tác:** HS ghi lại công thức kiểm tra vào sổ tay toán học: $\frac{d}{dx}[F(x)]\|_{x=x_0} - f(x_0) = 0$.

4. Hoạt động 4: Vận dụng & Hướng dẫn tự học Tiết 1 (3 phút)

a) Mục tiêu: Hệ thống hóa kiến thức Tiết 1, giao nhiệm vụ tìm hiểu trước các bài toán thực tế chuyển động và kinh tế học chuẩn bị cho Tiết 2.

b) Nội dung & Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Giao nhiệm vụ tự học: GV tóm tắt các điểm chốt của Tiết 1. Giao bài tập về nhà: 1. Hoàn thành bài tập 4.1 đến 4.4 SGK trang 11. 2. Đọc trước mục 2 Tiết 2: Nghiên cứu bài toán máy bay cất cánh (trang 4) và bài toán doanh thu biên (trang 8). 3. Suy nghĩ câu hỏi: 'Nếu biết quy luật gia tốc $a(t)$, làm thế nào để tìm vận tốc $v(t)$ và quãng đường $s(t)$?'	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS ghi lại nhiệm vụ về nhà vào vở ghi.
Bước 2: Nhận định, nhắc nhở: Nhắc nhở học sinh chuẩn bị đầy đủ thước kẻ, máy tính cầm tay cho các bài toán mô hình hóa thực tế ở Tiết 2.	**Bước 2: Chuẩn bị bài mới:** Đọc trước SGK, bước đầu liên hệ giữa gia tốc $a(t) = v'(t) \Rightarrow v(t) = \int a(t)dt$.

TIẾT 2: ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA NGUYÊN HÀM & BỘ ĐỀ LUYỆN THI 2025

1. Hoạt động 1: Tái hiện & Mở rộng mô hình thực tế (7 - 8 phút)

a) Mục tiêu: Kết nối kiến thức nguyên hàm với thế giới thực thông qua 2 bài toán điển hình trong SGK Kết nối tri thức: Chuyển động học (máy bay chạy đà cất cánh) và Kinh tế học (Doanh thu biên - Marginal Revenue).

b) Nội dung: Phân tích mối quan hệ toán học: $s(t) = \int v(t)dt$ và $R(x) = \int M_R(x)dx$.

c) Sản phẩm: Bảng phân tích mô hình toán học của các nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chiếu hình ảnh máy bay cất cánh (Hình 4.1 SGK) và đặt vấn đề: 'Khi máy bay bắt đầu tăng tốc trên đường băng với $v(t) = 5 + 3t$ (m/s), làm thế nào người kỹ sư hàng không tính toán được chiều dài đường băng tối thiểu cần thiết để máy bay đạt tốc độ cất cánh sau 30 giây?' Yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi trong 3 phút để tìm biểu thức quãng đường $s(t)$ và tính $s(30)$.	**Bước 1: Tiếp nhận tình huống:** HS quan sát hình ảnh thực tế, hào hứng với ứng dụng thực tế của toán học trong ngành hàng không và kinh tế.

thuvientoanhoc.com

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV theo dõi học sinh thảo luận. Gợi ý: 'Mối quan hệ giữa vận tốc và quãng đường trong Vật lý lớp 10 là gì? $v(t) = s'(t)$. Vậy ngược lại, $s(t)$ chính là gì của $v(t)$?' Lưu ý điều kiện ban đầu: Lúc bắt đầu chạy đà ($t = 0$), máy bay chưa di chuyển nên $s(0) = 0$.	**Bước 2: Xây dựng mô hình toán:** HS trao đổi nhóm đôi: - Nhận diện $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$. - Lấy nguyên hàm: $s(t) = 5t + 1.5t^2 + C$. - Thay $t = 0, s = 0 \Rightarrow C = 0$. - Thay $t = 30$ tính ra kết quả 1500 m.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời 1 học sinh đại diện lên bảng viết biểu thức tích phân / nguyên hàm. Học sinh cả lớp nhận xét.	**Bước 3: Trình bày kết quả:** Đại diện HS lên bảng viết lời giải rõ ràng từng bước. Giải thích vì sao $C = 0$.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV chốt công thức mô hình hóa: $s(t) = \int v(t)dt = \int (5 + 3t)dt = 5t + \frac{3}{2}t^2 + C$. Vì $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Do đó $s(30) = 5(30) + 1.5(30^2) = 1500$ m. Chiều dài đường băng tối thiểu là 1.5 km! Tương tự trong kinh tế học: Tổng doanh thu $R(x) = \int M_R(x)dx$ với điều kiện $R(0) = 0$.	**Bước 4: Lĩnh hội kiến thức:** HS ghi nhớ sơ đồ chuyển đổi thực tế: Vận tốc → Quãng đường (lấy nguyên hàm); Doanh thu biên → Tổng doanh thu (lấy nguyên hàm).

2. Hoạt động 2: Luyện tập chuyên sâu Tiết 2 - Mô hình hóa thực tiễn (27 - 29 phút)

a) Mục tiêu: Luyện tập toàn diện hệ thống câu hỏi bám sát cấu trúc đề minh họa 2025, tập trung vào bài toán thực tế có hình minh họa độ phân giải cao chống gợi ý đáp án.

b) Nội dung bài tập:

• Dạng 1: Câu 5 đến Câu 8..

• Dạng 2: Câu 2, Câu 3, Câu 4..

• Dạng 3: Câu 2 đến Câu 6..

c) Sản phẩm: Bài làm chi tiết của học sinh; kết quả số ngắn gọn chuẩn cấu trúc 2025.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV chia lớp thành 4 nhóm tương ứng 4 tổ học tập. Giao nhiệm vụ theo vở ghi bài: - Nhóm 1: Giải quyết Câu 5, 6 (Dạng 1) và Câu 3.. - Nhóm 2: Giải quyết Câu 7, 8 (Dạng 1) và Câu 4.. - Nhóm 3: Giải quyết Câu 2, 3 (Dạng 2 Đ/S) và Câu 5.. - Nhóm 4: Giải quyết Câu 4. và Câu 6.. GV trình chiếu các hình vẽ 1, 2, 3, 4 độ phân giải cao lên màn hình lớn.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS các nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên giải toán và ghi bảng phụ nhóm.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: GV bao quát, hướng dẫn học sinh các nhóm: - Với Câu 4. Độ cao cực đại đạt được khi nào? (Khi vận tốc triệt tiêu $v(t) = 0$). - Với Câu 5. Thể tích nước sau 5 phút chính là nguyên hàm của tốc độ bơm $V(5) = \int_0^5 (12 - 1.2t)dt$. - Với Câu 6. Chú ý điều kiện ban đầu $N(0) = 3000$, tính nguyên	**Bước 2: Triển khai thảo luận:** HS làm việc khẩn trương, sôi nổi: - Nhóm 1: $s(t) = \int (4 + 2t)dt = 4t + t^2$. Tại $t = 20 \Rightarrow s(20) = 80 + 400 = 480$ m. Điền: 480. - Nhóm 2: $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 160/9.8$. $h_{max} = 160^2/(2 \times 9.8) \approx 1306.12$ m.

thuvientoanhoc.com

hàm của hàm mũ $e^{0.1t}$ cần chia cho 0.1.	Điền: 1306. - Nhóm 3: $V(t) = 12t - 0.6t^2 \Rightarrow V(5) = 60 - 15 = 45$ m^3. Điền: 45. - Nhóm 4: $N(t) = 3000e^{0.1t}$. Với $t = 10 \Rightarrow N(10) = 3000e \approx 8155$. Điền: 8155.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Đại diện 4 nhóm dán bảng phụ lên bảng chính. Lần lượt đại diện các nhóm báo cáo lời giải, giải thích đáp số điền vào ô kết quả ngắn.	**Bước 3: Báo cáo, phản biện:** Đại diện các nhóm trình bày trước lớp, trả lời câu hỏi phản biện từ các nhóm bạn.
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV nhận xét, chuẩn hóa đáp án và chỉ ra các lỗi sai phổ biến: Nhầm lẫn đơn vị tính (phút sang giây), quên tính hằng số C, lấy sai đạo hàm/nguyên hàm của hàm mũ e^{kt}. Cho điểm thi đua các nhóm.	**Bước 4: Hoàn thiện vở ghi:** HS hoàn thiện toàn bộ lời giải và bảng đáp án vào vở học tập cá nhân.

3. Hoạt động 3: Năng lực số - Ứng dụng GeoGebra và Casio giải quyết bài toán thực tế (5 phút)

a) Mục tiêu: Trực quan hóa đồ thị bài toán thực tế trên GeoGebra và lập bảng giá trị Table (Menu 8) trên máy tính Casio để khảo sát sự biến thiên của đại lượng thực tiễn.

b) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV hướng dẫn học sinh kiểm tra bài toán viên đạn bằng chức năng Bảng giá trị (Table) trên Casio fx-580VNX: Hàm số độ cao: $f(x) = 160x - 4.9x^2$. Thiết lập: Start = 14, End = 18, Step = 0.5. Yêu cầu học sinh tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên bảng.	**Bước 1: Tiếp nhận nhiệm vụ:** HS mở Menu 8 (Table) trên máy tính Casio fx-580VNX.
Bước 2: Hướng dẫn thực hiện: GV bấm trực tiếp trên máy tính giả lập. Cho học sinh thấy tại $x = 16$ và $x = 16.5$, giá trị $f(x)$ đạt khoảng 1306 m, sau đó giảm dần xuống. Điều này hoàn toàn khớp với kết quả giải tích!	**Bước 2: Thao tác thực tế:** HS nhập hàm: $f(x) = 160x - 4.9x^2$. Cài đặt Start = 14, End = 18, Step = 0.5. Quan sát cột $f(x)$ tìm đỉnh parabol.
Bước 3: Báo cáo kết quả: GV gọi một học sinh nêu kết quả đọc được từ màn hình Table.	**Bước 3: Báo cáo:** HS trả lời: $f(16) = 1305.6$, $f(16.5) = 1305.975$. Giá trị cực đại xấp xỉ 1306 m.
Bước 4: Kết luận, chốt kỹ năng: GV khẳng định: Kỹ năng kết hợp Table và đạo hàm giúp học sinh lớp 12 tự tin 100% khi làm các câu hỏi thực tế trong đề thi tốt nghiệp THPT.	**Bước 4: Nắm vững kỹ năng:** HS ghi nhớ phương pháp dùng Table để dò nhanh GTLN/GTNN của các bài toán mô hình thực tế.

4. Hoạt động 4: Đánh giá năng lực tổng kết & Hướng dẫn tự học toàn chuyên đề (3 phút)

a) Mục tiêu: Đánh giá mức độ đạt được của học sinh sau 2 tiết học; hướng dẫn ôn tập củng cố tại nhà.

b) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Tổng kết chuyên đề: GV nhấn mạnh 3 trụ cột cốt lõi của chủ đề Nguyên hàm: 1. Bảng nguyên hàm chuẩn xác (không nhầm lẫn dấu và điều kiện). 2. Kỹ thuật tìm hằng số C từ điều kiện biên. 3. Mô hình hóa thực tiễn: Chuyển động học (s, v, a) và Kinh tế học (R, C, M_R, M_C).	**Bước 1: Tự đánh giá:** HS đối chiếu các mục tiêu cần đạt, tự đánh giá mức độ hiểu bài của bản thân qua bảng kiểm cá nhân.
Bước 2: Giao nhiệm vụ tự học: 1. Hoàn thành toàn bộ bài tập trong phiếu ôn luyện tổng hợp. 2. Truy cập hệ thống khảo sát trực tuyến của lớp (Google Forms/Azota) làm bài kiểm tra đánh giá năng lực 15 phút. 3. Chuẩn bị bài học tiếp theo: 'Tích phân và ứng dụng tính diện tích, thể tích'.	**Bước 2: Ghi nhận nhiệm vụ:** Ghi chép bài tập về nhà và quét mã QR đường link làm bài kiểm tra trực tuyến củng cố.

IV. HỆ THỐNG CÂU HỎI ÔN TẬP ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÀN DIỆN

Hệ thống bài tập biên soạn theo đúng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT từ năm 2025 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, phân hóa từ nhận biết đến vận dụng thực tiễn:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 8. Mỗi câu chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K. Khẳng định nào sau đây là đúng theo định nghĩa nguyên hàm?

A. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

B. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $f'(x) = F(x)$ với mọi $x \in K$.

C. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f'(x)$ với mọi $x \in K$.

D. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $\int F(x)dx = f(x) + C$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 2x + 1$ là:

A. $\frac{1}{4}x^4 - x^2 + x + C$

B. $3x^2 - 2 + C$

C. $\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + x + C$

D. $x^4 - x^2 + x + C$

Câu 3: Tìm họ nguyên hàm của hàm số lượng giác $f(x) = \sin 2x$.

A. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$ **B.** $\frac{1}{2}\cos 2x + C$ **C.** $-2\cos 2x + C$ **D.** $2\cos 2x + C$

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số mũ $f(x) = e^{3x} + 2^x$ là:

A. $\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

B. $3e^{3x} + 2^x \ln 2 + C$

C. $e^{3x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

D. $\frac{1}{3}e^{3x} + 2^x \ln 2 + C$

Câu 5: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x$ thỏa mãn điều kiện $F(1) = 2$. Giá trị của $F(2)$ bằng:

A. 3 **B.** 5 **C.** -1 **D.** 2

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số phân thức $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là:

A. $2x-3\ln(x+1)+C$ **B.** $2x+3\ln(x+1)+C$

C. $x^2-x\ln(x+1)+C$ **D.** $2-\frac{3}{(x+1)^2}+C$

Câu 7: Cho $\int f(x)dx=F(x)+C$ và $\int g(x)dx=G(x)+C$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int[f(x)\cdot g(x)]dx=\int f(x)dx\cdot\int g(x)dx$ **B.** $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi hằng số thực $k\neq 0$

C. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$ **D.** $(\int f(x)dx)'=f(x)$

Câu 8: Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tức thời $v(t)=3t^2-2t$ (m/s). Biết rằng tại thời điểm ban đầu $t=0$, vật ở vị trí gốc tọa độ $s(0)=0$. Phương trình xác định quãng đường chuyển động $s(t)$ của vật là:

A. $s(t)=t^3-t^2$ **B.** $s(t)=6t-2$

C. $s(t)=t^3-2t^2$ **D.** $s(t)=3t^3-t^2$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU HỎI LỚN)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2x+\frac{1}{x}+e^x$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn điều kiện $F(1)=e$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ nên luôn tồn tại nguyên hàm trên khoảng đó.

b) Một họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$ là $\int f(x)dx=x^2+\ln x+e^x+C$.

c) Giá trị của hằng số C thỏa mãn điều kiện $F(1)=e$ là $C=1$.

d) Với nguyên hàm $F(x)$ tìm được ở trên, ta có giá trị $F(2)=3+\ln 2+e^2$.

Câu 2: Xét hàm số $g(x)=\sin^2 x\cos x$ xác định trên toàn bộ trục số thực $\mathbb{R}$.

a) Đạo hàm của hàm số $y=\sin^3 x$ là $y'=3\sin^2 x\cos x$.

b) Hàm số $G(x)=\frac{1}{3}\sin^3 x$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$.

c) Bằng phương pháp đổi biến số $u=\sin x$, ta có vi phân $du=\cos x dx$, khi đó $\int g(x)dx=\int u^2 du=\frac{u^3}{3}+C$.

d) Nếu $G_0(x)$ là nguyên hàm của $g(x)$ thỏa mãn điều kiện $G_0(\frac{\pi}{2})=1$ thì giá trị $G_0(0)=\frac{1}{3}$.

Câu 3: Một máy bay chở khách phản lực di chuyển ra đường băng và bắt đầu tăng tốc chạy đà để cất cánh (tình huống mở đầu Bài 11 SGK Kết nối tri thức). Vận tốc của máy bay trong quá trình chạy đà được xác định bởi hàm số $v(t)=5+3t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu chạy đà ($0\le t\le 30$). Sau 30 giây thì máy bay đạt vận tốc cất cánh và rời khỏi mặt đất. Gọi $s(t)$ (đơn vị: mét) là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây ($s(0)=0$).

a) Vận tốc ban đầu của máy bay lúc bắt đầu chạy đà ($t=0$) là $v_0=5$ m/s.

b) Hàm số quãng đường $s(t)$ là một nguyên hàm của hàm vận tốc $v(t)$, tức là $s(t)=\int v(t)dt$.

c) Biểu thức xác định quãng đường máy bay di chuyển được là $s(t)=5t+\frac{3}{2}t^2$ (m).

d) Chiều dài đoạn đường băng mà máy bay đã di chuyển từ lúc bắt đầu chạy đà cho đến khi rời mặt đất là 1200 m.

Câu 4: Trong kinh tế học, doanh thu biên (marginal revenue) $M_R(x)$ biểu thị tốc độ biến động của tổng doanh thu $R(x)$ (đơn vị: triệu đồng) khi một công ty bán được x đơn vị sản phẩm ($x\ge 0$). Theo định nghĩa, $M_R(x)=R'(x)$, do đó tổng doanh thu $R(x)$ chính là một nguyên hàm của hàm doanh thu biên $M_R(x)$ với điều kiện $R(0)=0$ (chưa bán được sản phẩm nào thì doanh thu bằng 0). Một công ty sản xuất vi mạch công nghệ cao xác định được hàm doanh thu biên khi bán x nghìn con chip là $M_R(x)=300-0.2x$ (triệu đồng/nghìn sản phẩm).

thuvientoanhoc.com

a) Biểu thức hàm tổng doanh thu $R(x)$ là $R(x) = 300x - 0.1x^2$ (triệu đồng).

b) Khi công ty bán được 1000 con chip ($x = 1$), tổng doanh thu đạt được là 299.9 triệu đồng.

c) Khi số lượng con chip bán được tăng từ 1000 lên 2000 con chip (x tăng từ 1 lên 2), doanh thu của công ty tăng thêm 299.7 triệu đồng.

d) Doanh thu của công ty luôn tăng vô hạn khi số lượng sản phẩm bán ra tăng lên vô hạn ($x \to +\infty$).

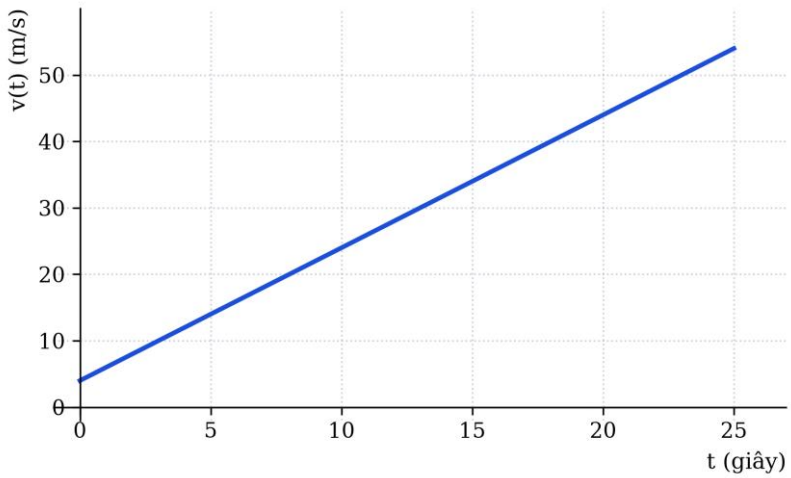
DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU HỎI)

Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6. Đáp án là một số viết gọn tối đa 4 ký tự; nếu là số thập phân thì làm tròn đến 2 chữ số thập phân.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = \frac{1}{x^2} - 2x$, $f(1) = 2$ và $f(-1) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = f(2) + f(-2)$.

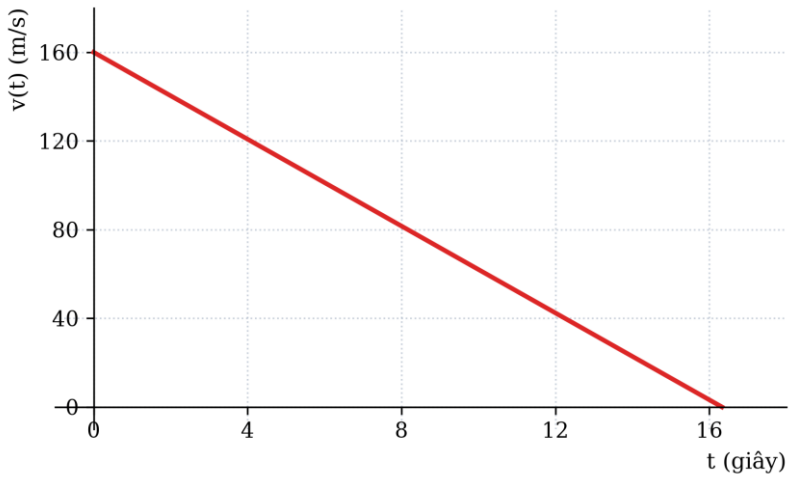
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Biết rằng hệ số góc của tiếp tuyến tại mỗi điểm $M(x; f(x))$ trên đồ thị thỏa mãn $k_M = f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$ và đồ thị (C) đi qua điểm $A(1; 3)$. Tính giá trị của $f(3)$.

Câu 3: Một máy bay chở khách bắt đầu chạy đà trên đường băng để cất cánh với vận tốc biến đổi theo thời gian t (giây) theo quy luật $v(t) = 4 + 2t$ (m/s) $(0 \le t \le 25)$ có đồ thị như minh họa trong Hình 1. Khi đồng hồ chỉ $t = 20$ giây, máy bay đã di chuyển được một quãng đường bằng bao nhiêu mét kể từ vị trí xuất phát?



Hình 1: Đồ thị vận tốc máy bay khi chạy đà trên đường băng (Câu 3 Dạng 3)

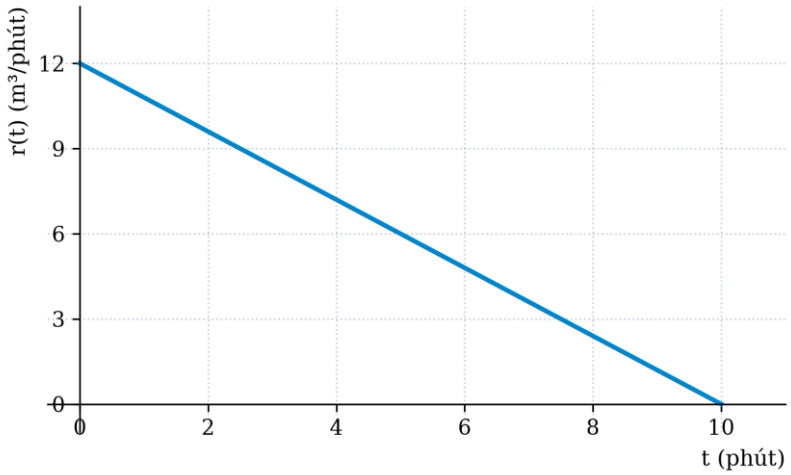
Câu 4: Một viên đạn đồ chơi được bắn thẳng đứng lên trời từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 160$ m/s. Bỏ qua sức cản không khí, gia tốc trọng trường là $g = 9.8$ m/s^2. Vận tốc tức thời của viên đạn tại thời điểm t giây kể từ khi bắn $(0 \le t \le \frac{160}{9.8})$ được cho bởi hàm số $v(t) = 160 - 9.8t$ (m/s) như trong Hình 2. Tính độ cao lớn nhất mà viên đạn có thể đạt được so với mặt đất (đơn vị: mét, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 2: Đồ thị vận tốc viên đạn bắn thẳng đứng theo thời gian (Câu 4 Dạng 3)

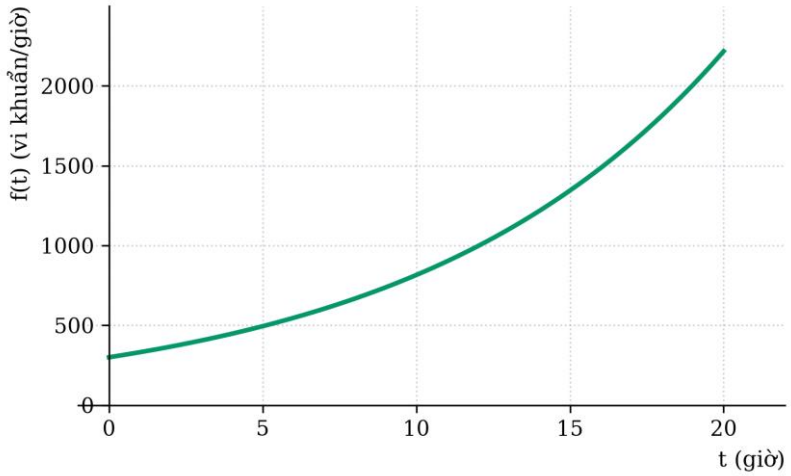
thuvientoanhoc.com

Câu 5: Một máy bơm công nghiệp bơm nước vào một bể chứa rỗng ban đầu chưa có nước. Tốc độ bơm nước vào bể tại thời điểm t phút ($0 \le t \le 10$) được xác định bởi hàm số $r(t) = 12 - 1.2t$ ($\text{m}^3/\text{phút}$) như minh họa trong Hình 3. Hỏi sau 5 phút kể từ khi mở máy bơm, thể tích nước có trong bể chứa là bao nhiêu mét khối?



Hình 3: Đồ thị tốc độ bơm nước vào bể chứa theo thời gian (Câu 5 Dạng 3)

Câu 6: Trong một phòng thí nghiệm y sinh, một quần thể vi khuẩn nuôi cấy phát triển với tốc độ biến thiên số lượng được mô tả bởi hàm số $f(t) = 300e^{0.1t}$ (vi khuẩn/giờ) với t là thời gian nuôi cấy tính bằng giờ ($0 \le t \le 20$), có đồ thị như minh họa trong Hình 4. Biết rằng ban đầu ($t = 0$) quần thể có 3000 con vi khuẩn. Hỏi sau 10 giờ, số lượng vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy là bao nhiêu con? (Lấy $e \approx 2.718$, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 4: Đồ thị tốc độ sinh trưởng của mẻ nuôi cấy vi khuẩn (Câu 6 Dạng 3)

V. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN TOÀN BỘ CÁC DẠNG BÀI TẬP

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	A	A	A	A	A

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 CÂU - 16 Ý)

Lệnh hỏi	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4

thuvientoanhoc.com

Ý a)	**Đ**	**Đ**	**Đ**	**Đ**
Ý b)	**Đ**	**Đ**	**Đ**	**Đ**
Ý c)	**S**	**Đ**	**Đ**	**Đ**
Ý d)	**Đ**	**S**	**S**	**S**

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3: TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0	**9**	**480**	**1306**	**45**	**8155**

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ BẢNG BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN

1. Hướng dẫn giải Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Câu 1: Theo định nghĩa SGK Toán 12 trang 5: Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$. Do đó phương án A chính xác.

Câu 2: Áp dụng công thức nguyên hàm hàm số luỹ thừa: $\int (x^3 - 2x + 1)dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} - 2\frac{x^{1+1}}{1+1} + x + C = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + x + C$. Phương án đúng là A.

Câu 3: Ta có $\int \sin(ax + b)dx = -\frac{1}{a}\cos(ax + b) + C$. Áp dụng với $a = 2, b = 0$: $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$. Phương án đúng là A.

Câu 4: Ta có $\int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$ và $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$. Do đó $\int (e^{3x} + 2^x)dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. Phương án đúng là A.

Câu 5: Nguyên hàm tổng quát $F(x) = \int (3x^2 - 4x)dx = x^3 - 2x^2 + C$. Theo giả thiết $F(1) = 2 \Leftrightarrow 1^3 - 2(1^2) + C = 2 \Leftrightarrow -1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 3$. Vậy $F(x) = x^3 - 2x^2 + 3$. Khi đó $F(2) = 2^3 - 2(2^2) + 3 = 8 - 8 + 3 = 3$. Phương án đúng là A.

Câu 6: Biến đổi phân thức: $f(x) = \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2(x+1)-3}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1}$. Lấy nguyên hàm: $\int f(x)dx = 2x - 3\ln|x + 1| + C$. Vì $x \in (-1; +\infty) \Rightarrow x + 1 > 0$, nên $|x + 1| = x + 1$. Vậy $\int f(x)dx = 2x - 3\ln(x + 1) + C$. Phương án đúng là A.

Câu 7: Nguyên hàm của một tích hai hàm số không bằng tích các nguyên hàm, tức là $\int [f(x) \cdot g(x)]dx \neq \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. Khẳng định A là sai.

Câu 8: Quãng đường $s(t) = \int v(t)dt = \int (3t^2 - 2t)dt = t^3 - t^2 + C$. Do $s(0) = 0 \Rightarrow 0^3 - 0^2 + C = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $s(t) = t^3 - t^2$. Phương án đúng là A.

2. Hướng dẫn giải Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng / Sai

Câu 1: - Ý a) ĐÚNG: Mọi hàm số liên tục trên khoảng K đều có nguyên hàm trên khoảng đó.
- Ý b) ĐÚNG: Trên khoảng $(0; +\infty)$, do $x > 0$ nên $|x| = x$, ta có $\int (2x + \frac{1}{x} + e^x)dx = x^2 + \ln x + e^x + C$.
- Ý c) SAI: $F(1) = 1^2 + \ln 1 + e^1 + C = 1 + 0 + e + C = 1 + e + C$. Để $F(1) = e \Rightarrow 1 + e + C = e \Rightarrow C = -1$ (không phải $C = 1$).
- Ý d) ĐÚNG: Với $C = -1$, hàm số $F(x) = x^2 + \ln x + e^x - 1$. Khi đó $F(2) = 2^2 + \ln 2 + e^2 - 1 = 3 + \ln 2 + e^2$.

Câu 2: - Ý a) ĐÚNG: Đạo hàm hàm hợp $y' = (\sin^3 x)' = 3\sin^2 x \cdot (\sin x)' = 3\sin^2 x \cos x$.
- Ý b) ĐÚNG: Vì $G'(x) = (\frac{1}{3}\sin^3 x)' = \frac{1}{3} \cdot 3\sin^2 x \cos x = \sin^2 x \cos x = g(x)$ nên $G(x)$ là một nguyên hàm của

thuvientoanhoc.com

$g(x)$.

- Ý c) ĐÚNG: Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$. Khi đó $\int g(x)dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C$.

- Ý d) SAI: $G_0(x) = \frac{1}{3}\sin^3 x + C$. Theo giả thiết $G_0(\frac{\pi}{2}) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(1)^3 + C = 1 \Rightarrow C = \frac{2}{3}$. Khi đó $G_0(0) = \frac{1}{3}(0)^3 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$.

Câu 3: - Ý a) ĐÚNG: Tại thời điểm $t = 0$, $v(0) = 5 + 3(0) = 5$ m/s.

- Ý b) ĐÚNG: Vì $v(t) = s'(t)$ nên quãng đường $s(t) = \int v(t)dt$.

- Ý c) ĐÚNG: $s(t) = \int (5 + 3t)dt = 5t + \frac{3}{2}t^2 + C$. Vì $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$, suy ra $s(t) = 5t + \frac{3}{2}t^2$.

- Ý d) SAI: Chiều dài đoạn đường băng máy bay di chuyển trong 30 giây là $s(30) = 5(30) + 1.5(30^2) = 150 + 1350 = 1500$ m (khẳng định ghi 1200 m là sai).

Câu 4: - Ý a) ĐÚNG: $R(x) = \int M_R(x)dx = \int (300 - 0.2x)dx = 300x - 0.1x^2 + C$. Do $R(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow R(x) = 300x - 0.1x^2$.

- Ý b) ĐÚNG: Với 1000 con chip ứng với $x = 1$ (nghìn sản phẩm). Khi đó $R(1) = 300(1) - 0.1(1^2) = 299.9$ triệu đồng.

- Ý c) ĐÚNG: Với 2000 con chip ứng với $x = 2$. Doanh thu $R(2) = 300(2) - 0.1(2^2) = 600 - 0.4 = 599.6$ triệu đồng. Doanh thu tăng thêm là $R(2) - R(1) = 599.6 - 299.9 = 299.7$ triệu đồng.

- Ý d) SAI: Hàm số $R(x) = -0.1x^2 + 300x$ là hàm bậc hai có hệ số $a = -0.1 < 0$, đồ thị là parabol có đỉnh tại $x = -\frac{300}{2(-0.1)} = 1500$. Khi $x > 1500$ nghìn sản phẩm, doanh thu sẽ giảm do chiết khấu và bão hòa thị trường. Khẳng định nói tăng vô hạn là sai.

3. Hướng dẫn giải Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn

Câu 1: Tập xác định gồm 2 khoảng rời rạc: $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Nguyên hàm trên từng khoảng: $f(x) = \int (\frac{1}{x^2} - 2x)dx = -\frac{1}{x} - x^2 + C$.

- Trên khoảng $(0; +\infty)$: $f(x) = -\frac{1}{x} - x^2 + C_1$. Vì $f(1) = 2 \Rightarrow -1 - 1 + C_1 = 2 \Rightarrow C_1 = 4$. Suy ra $f(2) = -\frac{1}{2} - 2^2 + 4 = -0.5$.

- Trên khoảng $(-\infty; 0)$: $f(x) = -\frac{1}{x} - x^2 + C_2$. Vì $f(-1) = 4 \Rightarrow -\frac{1}{-1} - (-1)^2 + C_2 = 4 \Rightarrow 1 - 1 + C_2 = 4 \Rightarrow C_2 = 4$. Suy ra $f(-2) = -\frac{1}{-2} - (-2)^2 + 4 = 0.5 - 4 + 4 = 0.5$.

Vậy $P = f(2) + f(-2) = -0.5 + 0.5 = 0$.

Câu 2: Hàm số $f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2 - 6x + 2)dx = x^3 - 3x^2 + 2x + C$.

Đồ thị (C) đi qua điểm $A(1; 3)$ nên $f(1) = 3 \Leftrightarrow 1^3 - 3(1^2) + 2(1) + C = 3 \Leftrightarrow C = 3$.

Do đó $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$. Khi đó $f(3) = 3^3 - 3(3^2) + 2(3) + 3 = 27 - 27 + 6 + 3 = 9$.

Câu 3: Hàm quãng đường chuyển động: $s(t) = \int v(t)dt = \int (4 + 2t)dt = 4t + t^2 + C$.

Vì $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$, do đó $s(t) = t^2 + 4t$.

Tại thời điểm $t = 20$ giây: $s(20) = 20^2 + 4(20) = 400 + 80 = 480$ m.

Câu 4: Độ cao của viên đạn tại thời điểm t: $h(t) = \int v(t)dt = \int (160 - 9.8t)dt = 160t - 4.9t^2 + C$.

Vì bắn từ mặt đất nên $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = 160t - 4.9t^2$.

Viên đạn đạt độ cao lớn nhất khi vận tốc triệt tiêu $v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 9.8t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{160}{9.8} \approx 16.3265$ s.

Độ cao cực đại: $h_{max} = 160(\frac{160}{9.8}) - 4.9(\frac{160}{9.8})^2 = \frac{160^2}{2 \times 9.8} = \frac{25600}{19.6} \approx 1306.12$ m.

Làm tròn đến hàng đơn vị ta được kết quả 1306.

Câu 5: Thể tích nước bơm vào bể tại thời điểm t phút: $V(t) = \int r(t)dt = \int (12 - 1.2t)dt = 12t - 0.6t^2 + C$.

Ban đầu bể rỗng nên $V(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow V(t) = 12t - 0.6t^2$.

Sau 5 phút: $V(5) = 12(5) - 0.6(5^2) = 60 - 15 = 45$ m^3.

Câu 6: Số lượng vi khuẩn tại thời điểm t: $N(t) = \int f(t)dt = \int 300e^{0.1t}dt = \frac{300}{0.1}e^{0.1t} + C = 3000e^{0.1t} + C$.

Ban đầu $(t = 0)$, $N(0) = 3000(1) + C = 3000 \Rightarrow C = 0$.

Vậy $N(t) = 3000e^{0.1t}$.

Sau 10 giờ: $N(10) = 3000e^{0.1 \times 10} = 3000e \approx 3000 \times 2.71828 = 8154.84$. Làm tròn đến hàng đơn vị là 8155 con.

thuvientoanhoc.com

BẢNG TỔNG HỢP CÁC BẪY SAI LẦM KINH ĐIỂN VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Câu hỏi & Dạng	Bẫy sai lầm của học sinh	Hậu quả / Phương án nhiễu	Biện pháp khắc phục & Ghi nhớ
Câu 3.	Nhầm lẫn giữa công thức đạo hàm và nguyên hàm hàm lượng giác, quên dấu âm: $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2}\cos 2x$	Khoanh nhầm B hoặc C	Khắc sâu khẩu quyết: Đạo hàm sin ra cos; nguyên hàm của sin phải ra TRỪ cos.
Câu 6.	Quên chia đa thức, vội lấy nguyên hàm tử chia nguyên hàm mẫu	Ra đáp án sai $x^2 - x\ln(x+1)$	Nguyên hàm hàm phân thức bậc tử ≥ bậc mẫu luôn phải chia đa thức đưa về $Q(x) + \frac{R(x)}{P(x)}$.
Câu 1.	Tính hằng số C: $1 + e + C = e \Rightarrow C = 1$ do nhầm chuyển vế đổi dấu	Khoanh ý c là ĐÚNG	Rèn luyện kỹ năng giải phương trình cơ bản: chuyển số 1 sang vế phải thành -1.
Câu 4.	Nghĩ rằng sản xuất càng nhiều thì doanh thu luôn tăng vô hạn	Khoanh ý d là ĐÚNG	Hàm doanh thu thực tế là hàm bậc hai có bề lõm quay xuống, luôn đạt cực đại tại đỉnh và giảm khi cung vượt cầu.
Câu 1.	Dùng chung một hằng số C cho toàn tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$	Giải ra mâu thuẫn hoặc tính sai	Tập xác định gồm 2 khoảng rời nhau thì họ nguyên hàm có 2 hằng số độc lập C_1 và C_2.
Câu 4.	Quên điều kiện đạt độ cao cực đại tại thời điểm vận tốc triệt tiêu $v(t) = 0$	Lúng túng không biết tìm t ở đâu	Mối liên hệ cơ học: Vật đạt điểm cao nhất khi vận tốc tức thời đổi chiều, tức $v(t) = 0$.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 33 - 34)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức: Hệ thống hóa, củng cố vững chắc định nghĩa tích phân Newton - Leibniz: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$; thành thạo các tính chất cơ bản: độc lập biến số $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$, tính chất đổi cận, tính chất tuyến tính và tính chất chèn cận; phương pháp đổi biến số; hiểu sâu sắc ý nghĩa hình học của tích phân trong tính diện tích hình phẳng; vận dụng thành thạo tích phân vào giải quyết các bài toán thực tế về chuyển động cơ học, tính công, tính điện năng và giá trị trung bình của đại lượng thực tiễn.

2. Về kỹ năng:

- **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Khắc sâu bản chất tích phân là một số thực xác định (khác với nguyên hàm là họ hàm số chứa hằng số C); suy luận logic chuyển đổi linh hoạt giữa các biến và cận tích phân.

- **Năng lực mô hình hóa toán học:** Thiết lập mô hình giải tích cho các hiện tượng vật lý, kinh tế - xã hội (quãng đường dừng xe khi phanh, công suất tiêu thụ điện sinh hoạt, lưu lượng dòng máu qua lòng động mạch).

- **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Lập chiến lược tính tích phân tối ưu: áp dụng định nghĩa, tính chất chèn cận, đổi biến số sơ cấp hoặc khai thác ý nghĩa hình học diện tích hình tròn/parabol mà không cần tìm nguyên hàm phức tạp.

- **Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán & Tích hợp năng lực số (Thông tư 02/2025/TT-BGDĐT):** Giáo viên và học sinh ứng dụng phần mềm vẽ đồ thị trực quan (GeoGebra) để kiểm tra điểm cực trị, trực quan hóa bài toán tối ưu thực tế, mô phỏng diện tích hình thang cong; khai thác kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay (Casio/Vinacal: tính năng Table khảo sát hàm số, tìm min/max cực trị) để tìm giới hạn suy ra tiệm cận và kiểm tra kết quả tích phân xác định.

3. Về phẩm chất: Rèn luyện tính cẩn trọng, kỷ luật trong tính toán, tư duy phản biện khoa học, chủ động liên hệ toán học với các vấn đề thực tiễn đời sống.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Chuẩn bị Kế hoạch bài dạy chuyên sâu, hệ thống bài giảng điện tử trực quan; Thiết bị gồm máy tính, máy chiếu tương tác, máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG, phần mềm GeoGebra; Học liệu gồm đồ thị kỹ thuật và hệ thống câu hỏi trắc nghiệm 3 dạng thức bám sát cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT từ năm 2025 của Bộ GD&ĐT.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 Kết nối tri thức với cuộc sống (Tập 2); vở ghi chép, bảng nhóm; máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG hoặc Vinacal đã nạp đủ pin; phần mềm GeoGebra.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Định nghĩa, tính chất và phương pháp đổi biến số của tích phân.

thuvientoanhoc.com

- Tiết 2: Phương pháp tích phân từng phần và ứng dụng thực tế của tích phân.

TIẾT 1: ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ CỦA TÍCH PHÂN

1. Hoạt động 1: Khởi động và nhắc lại kiến thức cũ (10 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện định nghĩa tích phân, công thức Newton - Leibniz, 4 tính chất quan trọng của tích phân và phương pháp đổi biến số; phân biệt rõ sự khác biệt giữa nguyên hàm và tích phân xác định.

b) Nội dung:

1. Định nghĩa tích phân (Công thức Newton - Leibniz): Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$. Khi đó: $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

2. Tính chất cơ bản của tích phân:

- Độc lập biến số: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du$.

- Quy ước đổi cận: $\int_a^a f(x)dx = 0$ và $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$.

- Tính chất tuyến tính: $\int_a^b [kf(x) \pm mg(x)]dx = k\int_a^b f(x)dx \pm m\int_a^b g(x)dx$ (với $k, m \in \mathbb{R}$).

- Tính chất chèn cận: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ (với điều kiện hàm số liên tục trên miền chứa a, b, c).

3. Phương pháp đổi biến số: Để tính tích phân $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx$, ta đặt $u = u(x) \Rightarrow du = u'(x)dx$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow u = u(a); x = b \Rightarrow u = u(b)$. Khi đó: $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du$.

4. Ý nghĩa hình học: Nếu $f(x) \geq 0$ trên $[a;b]$ thì diện tích hình thang cong giới hạn bởi $y = f(x)$, trục hoành và hai đường $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b f(x)dx$.

c) Sản phẩm: Vở ghi đầy đủ định nghĩa, tính chất, quy tắc đổi cận và các bước phương pháp đổi biến số.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp diễn giảng nêu vấn đề kết hợp gợi mở vấn đáp (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu hệ thống công thức định nghĩa, tính chất tích phân và phương pháp đổi biến số. Hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính cầm tay Casio (phím tích phân $\int$, phím CALC, biến nhớ) để kiểm tra tính chất tuyến tính và chèn cận. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt lại các sai lầm phổ biến: Quên đổi cận khi đổi biến số; quên đổi dấu khi đảo cận; nhầm dấu khi chèn cận. Khắc sâu nguyên tắc: Đặt ẩn phụ mới phải đi liền với việc tìm cận mới ngay lập tức.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tái hiện kiến thức, ghi chép hệ thống công thức cốt lõi vào vở. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh lên bảng viết lại công thức Newton - Leibniz và quy tắc đổi biến số, giải thích ý nghĩa tính chất chèn cận. Cả lớp quan sát, đối chiếu.

2. Hoạt động 2: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 25 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán tích phân thông qua 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT mới (Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn gồm 3 câu nhận biết, 5 câu thông hiểu; Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai gồm 3 câu nhận biết - thông hiểu, 1 câu liên hệ thực tế; Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn gồm 1 câu thông hiểu, 3 câu vận dụng liên hệ thực tế).

b) Nội dung: Hệ thống bài tập phân hóa 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT được phân chia rõ rệt:

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 g(x)dx = -2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

thuvientoanhoc.com

A. 7 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 5

Câu 2: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ và $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 12 **B.** 1 **C.** 7 **D.** -1

Câu 3: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_3^1 2f(x)dx$ bằng

A. 10 **B.** -10 **C.** 5 **D.** -5

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)dx = 6$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 f(3x)dx$ bằng

A. 18 **B.** 6 **C.** 2 **D.** 3

Câu 5: Tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ bằng

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 2

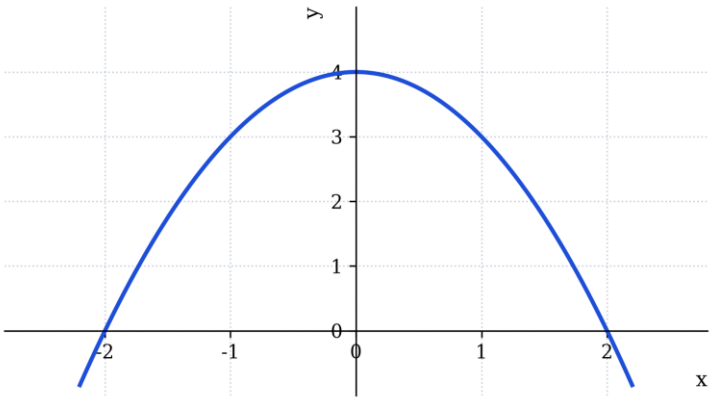
Câu 6: Tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)^3 dx$ bằng

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 8

Câu 7: Tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x}{x^2+1} dx$ bằng

A. ln2 **B.** 2ln2 **C.** ln4 **D.** 4ln2

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = 4 - x^2$ có đồ thị là đường parabol như Hình 1. Giá trị của tích phân $\int_{-2}^2 (4-x^2)dx$ bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị và trục hoành, có giá trị bằng



Hình 1: Đồ thị hàm số bậc hai trên đoạn [-2; 2]

A. $\frac{16}{3}$ **B.** $\frac{32}{3}$ **C.** 16 **D.** $\frac{8}{3}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^5 f(x)dx = 8$ và $\int_3^5 f(x)dx = 3$. Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

thuvientoanhoc.com

a) $\int_1^3 f(x)dx = 5$.

b) $\int_1^5 2f(x)dx = 16$.

c) $\int_3^1 f(x)dx = 5$.

d) Giá trị của tích phân $\int_0^2 f(2x+1)dx = 4$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $\int_0^4 f(x)dx = 12$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu đặt $u = 2x$ thì $\int_0^2 f(2x)dx = 6$.

b) Tích phân $\int_0^2 xf(x^2)dx = 6$.

c) Với mọi hằng số $k \neq 0$ luôn có $\int_0^4 kf(x)dx = \frac{12}{k}$.

d) Tích phân $\int_0^1 f(4x)dx = 3$.

Câu 3: Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ thì $dt = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

b) Khi $x = 0$ thì $t = 1$; khi $x = 1$ thì $t = \sqrt{2}$.

c) Sau khi đổi biến số, tích phân trở thành $I = \int_1^{\sqrt{2}} tdt$.

d) Giá trị chính xác của tích phân là $I = \sqrt{2} - 1$.

Câu 4: Một bể chứa nước sạch có van xả tự động. Tốc độ nước chảy vào bể tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 10$) được xác định bởi hàm số $v(t) = 12 + 4t$ (lít/phút). Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Lượng nước chảy vào bể trong 5 phút đầu tiên được tính bằng tích phân $V_1 = \int_0^5 (12+4t)dt$.

b) Sau 5 phút đầu tiên, lượng nước chảy vào bể là 160 lít.

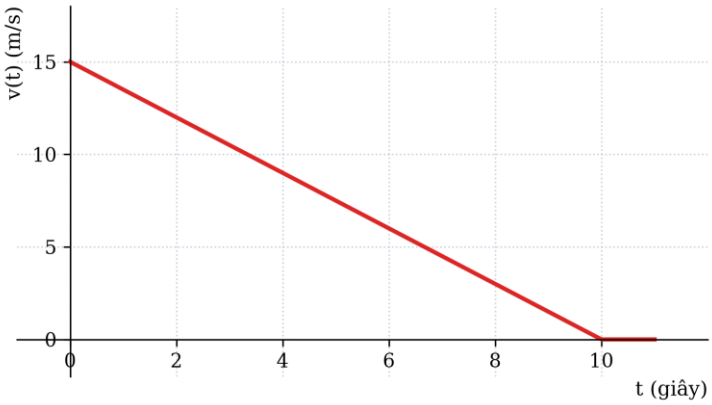
c) Lượng nước chảy vào bể từ phút thứ 5 đến phút thứ 10 bằng 210 lít.

d) Tốc độ dòng chảy vào bể sau 10 phút vượt quá 60 lít/phút.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx = 18$. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

Câu 2: Một đoàn tàu hỏa đang chạy với vận tốc ban đầu $v_0 = 15$ m/s thì người lái tàu bắt đầu hãm phanh để vào ga. Kể từ thời điểm hãm phanh, đoàn tàu chuyển động chậm dần đều với hàm vận tốc $v(t) = -1.5t + 15$ (m/s) (như Hình 2). Hỏi kể từ lúc hãm phanh cho đến khi dừng hẳn, đoàn tàu di chuyển thêm được bao nhiêu mét?



thuvientoanhoc.com

Hình 2: Đồ thị vận tốc đoàn tàu giảm dần đều khi hãm phanh

Câu 3: Lưu lượng nước xả qua một cửa đập thủy điện tại thời điểm t giờ ($0 \le t \le 4$) được mô hình hóa bởi hàm số $Q(t) = 30 + 6t - 0.75t^2$ (m^3/s). Biết rằng tổng lượng nước xả qua cửa đập trong 4 giờ là $V = \int_0^4 3600 \cdot Q(t)dt$ (m^3). Tính tổng lượng nước xả qua cửa đập trong 4 giờ đầu theo đơn vị nghìn m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Chi phí cận biên của một xưởng sản xuất để tạo ra x sản phẩm trong một ngày được xác định bởi hàm số $C'(x) = 20 - 0.04x$ (nghìn đồng/sản phẩm) với $0 \le x \le 200$. Biết chi phí tăng thêm khi quy mô sản xuất tăng từ 50 lên 100 sản phẩm là $\Delta C = \int_{50}^{100} C'(x)dx$. Tính giá trị của ΔC (đơn vị: nghìn đồng).

c) Sản phẩm: Bài làm chi tiết của học sinh cho toàn bộ 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3 được trình bày mạch lạc trong vở.

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc cá nhân kết hợp thảo luận nhóm và chữa bài tập trọng điểm (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên yêu cầu học sinh làm việc độc lập hoàn thành 8 câu Dạng 1 trong 8 phút. Sau đó chia nhóm 4 học sinh thảo luận giải quyết 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3. Chú ý đọc đồ thị Hình 1 và Hình 2 để trích xuất dữ kiện. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chuẩn hóa lời giải: Phân tích kỹ thuật đổi biến số; nhắc nhở học sinh luôn đổi cận; lưu ý cách đọc thời điểm dừng tàu $v(t) = 0$ trên đồ thị. Hướng dẫn học sinh đối chiếu kết quả ở phần Hướng dẫn giải gần cuối giáo án.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh làm bài độc lập rồi trao đổi nhóm, thống nhất đáp án trắc nghiệm nhiều lựa chọn, phân tích từng mệnh đề đúng/sai và tính toán đáp số điền khuyết dạng 3. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày Câu 8 Dạng 1, Câu 4 Dạng 2, Câu 2 và Câu 3 Dạng 3. Cả lớp phản biện, nhận xét.

3. Hoạt động 3: Vận dụng & Rèn luyện Năng lực số Tiết 1 (10 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng phím tích phân $\int$ trên máy tính Casio để kiểm tra kết quả tích phân xác định; ứng dụng GeoGebra quan sát miền diện tích hình parabol; khai thác tính năng Table để khảo sát hàm số, tìm cực trị bài toán tối ưu và dùng phím CALC tìm giới hạn suy ra tiệm cận.

b) Nội dung: Thực hành ứng dụng công nghệ số: Sử dụng phím tích phân trên máy tính cầm tay Casio để kiểm tra tích phân xác định; ứng dụng GeoGebra quan sát trực quan miền diện tích; khai thác tính năng Table để khảo sát hàm số, tìm điểm cực trị bài toán tối ưu và dùng phím CALC tìm giới hạn suy ra tiệm cận.

c) Sản phẩm: Thao tác bấm máy tính Casio thành thạo của học sinh; màn hình máy tính hiển thị chuẩn xác các kết quả tích phân và bảng giá trị cực trị Table.

d) Tổ chức thực hiện: Hướng dẫn thực hành số hóa trực tiếp trên lớp dưới sự định hướng của giáo viên (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên kết nối máy tính cầm tay Casio fx-580VN X lên màn chiếu. Hướng dẫn học sinh: 1. Bấm phím $\int$ để kiểm tra trực tiếp $\int_{-2}^{2}(4 - x^2)dx = \frac{32}{3}$. 2. Ứng dụng GeoGebra nhập lệnh `Integral(4 - x^2, -2, 2)` quan sát trực quan miền parabol diện tích 10.67. 3. Khai thác tính năng Table (Mode 8) để khảo sát hàm chi phí và lưu lượng, dùng phím CALC với $x \to \pm 10^9$ để tìm giới hạn suy ra tiệm cận ngang và kiểm tra kết quả.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh đồng loạt thao tác máy tính Casio cá nhân: - Bấm tích phân kiểm tra kết quả khớp hoàn toàn với lời giải tự luận. - Sử dụng tính năng Table (Mode 8) quét bảng giá trị hàm số, xác định điểm cực trị và tiệm cận. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh nêu quy trình bấm máy kiểm tra

thuvientoanhoc.com

Bước 4: Kết luận, nhận định: Giáo viên đánh giá kỹ năng phối hợp công cụ số của học sinh, nhắc nhở việc ghi chép cẩn thận các bước bấm máy và chuẩn bị nội dung Tiết 2.	tích phân, một nhóm chia sẻ kinh nghiệm dùng phím CALC tìm giới hạn tiệm cận nhanh.

TIẾT 2: PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TÍCH PHÂN

1. Hoạt động 1: Khởi động và nhắc lại kiến thức cũ (10 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện công thức tích phân từng phần, quy tắc đặt u và dv, thứ tự ưu tiên chọn u và các mô hình bài toán ứng dụng thực tế của tích phân (chuyển động, điện năng, y sinh học).

b) Nội dung:

1. Công thức tích phân từng phần: Cho hai hàm số $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó:

$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$ hay viết gọn là: $\int_a^b udv = uv|_a^b - \int_a^b vdu$.

2. Quy tắc ưu tiên chọn u: Khắc sâu khẩu quyết: **"Nhất lô, nhì đa, tam lượng, tứ mũ"**. Phần còn lại gắn liền với dx được chọn làm dv (tìm một nguyên hàm v với $C = 0$ hoặc chọn hằng số C thích hợp để triệt tiêu nhân tử).

3. Các mô hình ứng dụng thực tế then chốt:

- **Mô hình chuyển động học:** Quãng đường di chuyển từ thời điểm t_1 đến t_2 là $s = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)|dt$; khi vận tốc không đổi dấu thì $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$. Mối liên hệ: $v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t)$.

- **Mô hình điện năng tiêu thụ:** Điện năng tiêu thụ trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 được tính bởi tích phân của công suất tức thời: $A = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt$.

- **Mô hình lưu lượng dòng chảy (Định luật Poiseuille trong Y sinh học):** Lưu lượng máu chảy qua một tiết diện ngang của lòng mạch hình trụ bán kính R là $Q = \int_0^R 2\pi r v(r)dr$.

c) Sản phẩm: Vở ghi đầy đủ công thức tích phân từng phần, quy tắc chọn ẩn và các mô hình tích phân thực tế.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp thuyết trình gợi mở kết hợp phân tích ví dụ minh họa (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu công thức tích phân từng phần và sơ đồ tư duy phân loại bài toán thực tế. Hướng dẫn học sinh cách chọn u, dv và cách thiết lập biểu thức tích phân từ dữ kiện vật lý, y học. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên khắc sâu: Tích phân từng phần bắt buộc phải có dấu trừ giữa hai số hạng; luôn cẩn thận khi tính nguyên hàm $v = \int \sin x dx = -\cos x$. Hướng dẫn liên kết bài học sang hệ thống bài tập luyện tập.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tái hiện kiến thức, ghi nhớ khẩu quyết ưu tiên chọn u và các công thức mô hình hóa thực tế vào vở. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh nhắc lại thứ tự ưu tiên chọn u, một học sinh giải thích mối liên hệ giữa vận tốc và quãng đường trong chuyển động cơ học. Cả lớp đồng thuận.

2. Hoạt động 2: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 25 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng thành thạo phương pháp tích phân từng phần và giải quyết các bài toán mô hình hóa thực tiễn thông qua 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT mới (Dạng 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn gồm 3 câu nhận biết, 5 câu thông hiểu; Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai gồm 3 câu nhận biết - thông hiểu, 1 câu liên hệ thực tế; Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn gồm 1 câu thông hiểu, 3 câu vận dụng liên hệ thực tế).

b) Nội dung: Hệ thống bài tập phân hóa 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT được phân chia rõ rệt:

thuvientoanhoc.com

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1: Cho hai hàm số $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b udv = uv|_a^b - \int_a^b vdu$ **B.** $\int_a^b udv = uv|_a^b + \int_a^b vdu$

C. $\int_a^b udv = u'v'|_a^b - \int_a^b vdu$ **D.** $\int_a^b udv = uv - \int_a^b vdu$

Câu 2: Khi tính tích phân $\int_0^1 xe^x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, nếu đặt $u = x$ và $dv = e^x dx$ thì

A. $du = dx, v = e^x$ **B.** $du = dx, v = -e^x$

C. $du = 2dx, v = e^x$ **D.** $du = x^2 dx, v = e^x$

Câu 3: Khi tính tích phân $I = \int_1^e x\ln x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, ta nên chọn đặt

A. $u = \ln x$ và $dv = xdx$ **B.** $u = x$ và $dv = \ln x dx$

C. $u = x\ln x$ và $dv = dx$ **D.** $u = \frac{1}{x}$ và $dv = xdx$

Câu 4: Biết $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a \cdot e + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** -1

Câu 5: Cho tích phân $I = \int_1^e x\ln x dx = \frac{ae^2+b}{4}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a - b = 0$ **B.** $a + b = 2$ **C.** $a + b = 0$ **D.** $a \cdot b = 1$

Câu 6: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $2a + b$ bằng

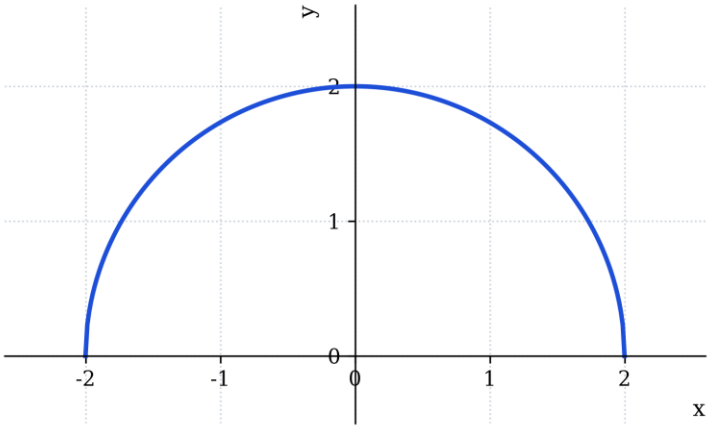
A. 0 **B.** 2 **C.** -1 **D.** 1

Câu 7: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì người lái xe đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

A. 37.5 m **B.** 75 m **C.** 45 m **D.** 22.5 m

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$, có đồ thị là nửa đường tròn phía trên trục hoành có bán kính bằng 2 tâm tại gốc tọa độ O (như Hình 3). Giá trị của tích phân $\int_{-2}^2 f(x)dx$ bằng

thuvientoanhoc.com



Hình 3: Đồ thị hàm số nửa đường tròn trên đoạn [-2; 2]

A. 4π **B.** 2π **C.** π **D.** 8π

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x\sin x$. Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Đạo hàm của hàm số $g(x) = \sin x - x\cos x$ là $g'(x) = f(x)$.

b) Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \frac{\pi}{2} - 1$.

c) Nếu đặt $u = x$ và $dv = \sin x dx$ thì $v = \cos x$.

d) Giá trị của tích phân $\int_0^{\pi} x\sin x dx = \pi$.

Câu 2: Cho tích phân $I = \int_1^e (x+1)\ln x dx$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Khi đặt $u = \ln x$ thì $du = \frac{1}{x}dx$.

b) Một nguyên hàm của hàm số $x + 1$ là $v = \frac{x^2}{2} + x$.

c) Giá trị của số hạng $uv|_1^e = \frac{e^2}{2} + e$.

d) Giá trị chính xác của tích phân là $I = \frac{e^2+4e+3}{4}$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động dọc theo trục tọa độ Ox với vận tốc biến thiên theo thời gian t (giây) là $v(t) = 3t^2 - 6t$ (m/s) trên khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$. Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Tại thời điểm $t = 2$ giây chất điểm đổi chiều chuyển động.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên là 4 mét.

c) Độ dịch chuyển của chất điểm từ thời điểm $t = 0$ đến $t = 3$ bằng 0 mét.

d) Tổng quãng đường chất điểm di chuyển được trong 4 giây đầu tiên là 32 mét.

Câu 4: Tốc độ thay đổi lợi nhuận tức thời của một công ty sản xuất đồ gia dụng được mô hình hóa bởi hàm số $P'(t) = 12 - 3e^{-0.1t}$ (triệu đồng/tháng), trong đó t là số tháng tính từ đầu năm tài chính ($0 \le t \le 12$). Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Lợi nhuận tăng thêm của công ty trong 6 tháng đầu năm được tính bởi công thức $\Delta P = \int_0^6 P'(t)dt$.

b) Tốc độ tăng lợi nhuận của công ty luôn dương với mọi $t \in [0; 12]$.

c) Lợi nhuận tăng thêm trong quý I (từ $t = 0$ đến $t = 3$) xấp xỉ bằng 35.5 triệu đồng.

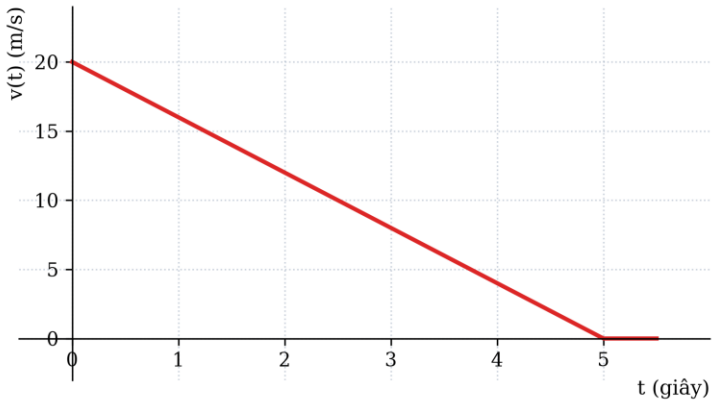
d) Trong cả năm tài chính ($t = 0$ đến $t = 12$), tổng lợi nhuận công ty tăng thêm vượt quá 150 triệu đồng.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

thuvientoanhoc.com

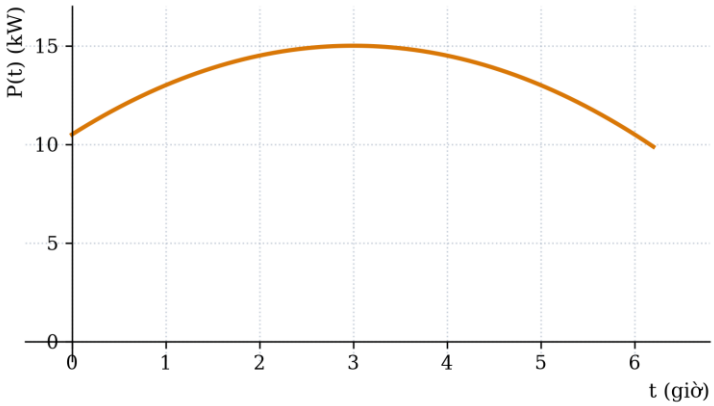
Câu 1: Cho tích phân $I = \int_0^1 (x-2)e^{2x}dx = \frac{ae^2+b}{4}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

Câu 2: Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s thì người lái xe phát hiện chướng ngại vật và lập tức đạp phanh. Xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn không đổi $a = 4$ m/s^2 cho đến khi dừng hẳn (đồ thị vận tốc theo thời gian như Hình 4). Hỏi kể từ thời điểm bắt đầu đạp phanh cho đến khi xe dừng lại hoàn toàn, chiếc xe đã di chuyển được bao nhiêu mét?



Hình 4: Đồ thị vận tốc ô tô giảm dần đều sau khi đạp phanh

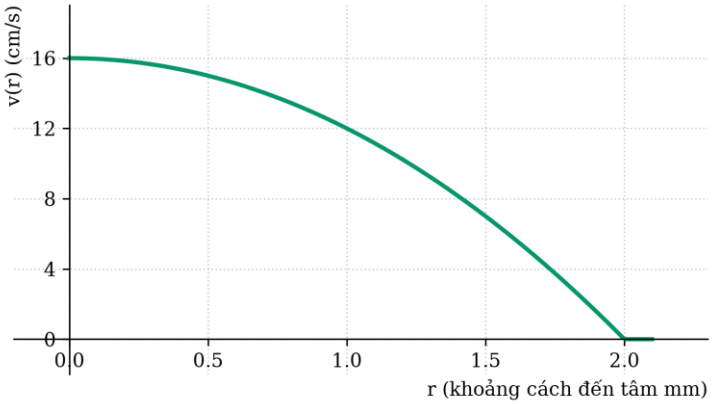
Câu 3: Công suất tiêu thụ điện của một phân xưởng cơ khí trong khoảng thời gian một ca làm việc từ 0 giờ đến 6 giờ sáng được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 15 - 0.5(t-3)^2$ (đơn vị: kW), với t là thời gian tính bằng giờ (đồ thị công suất như Hình 5). Biết rằng tổng điện năng tiêu thụ trong khoảng thời gian này được xác định bởi công thức tích phân $A = \int_0^6 P(t)dt$ (đơn vị: kWh). Hãy tính tổng điện năng mà phân xưởng này đã tiêu thụ trong ca làm việc trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 5: Đồ thị công suất tiêu thụ điện năng theo thời gian

Câu 4: Theo định luật Poiseuille trong y học và sinh học, vận tốc của dòng máu chảy trong một động mạch hình trụ có bán kính $R = 2$ mm tại khoảng cách r (mm) tính từ trục tâm động mạch được xác định bởi công thức $v(r) = 16 - 4r^2$ (cm/s) với $0 \le r \le 2$ (đồ thị phân bố vận tốc như Hình 6). Tổng lưu lượng máu chảy qua một tiết diện vuông góc của động mạch trong một đơn vị thời gian được tính bằng tích phân $Q = \int_0^2 2\pi r v(r)dr$. Hãy tính giá trị của lưu lượng máu Q theo đơn vị π cm^3/s (viết kết quả dưới dạng số nguyên).

thuvientoanhoc.com



Hình 6: Đồ thị phân bố vận tốc dòng máu trong lòng động mạch

c) Sản phẩm: Bài làm hoàn chỉnh của học sinh cho toàn bộ 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3 Tiết 2 được ghi chép cẩn thận vào vở.

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc cá nhân kết hợp làm việc nhóm và thảo luận chuyên sâu (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập Tiết 2, yêu cầu học sinh làm độc lập 8 câu Dạng 1 trong 8 phút. Sau đó thảo luận nhóm 4 em giải quyết 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3. Hướng dẫn đọc thông số trên Hình 3, 4, 5, 6. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chuẩn hóa lời giải chi tiết: Nhấn mạnh cách phân tích tích phân từng phần lặp; cách tính tổng điện năng từ công suất; cách đổi biến trong bài toán lưu lượng dòng máu. Hướng dẫn đối chiếu kết quả ở Mục VI gần cuối giáo án.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh độc lập giải toán rồi trao đổi nhóm: Thống nhất các đáp án trắc nghiệm, phân tích tính đúng sai các mệnh đề và giải quyết các bài toán liên môn thực tế. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày Câu 8 Dạng 1, Câu 3 Dạng 2, Câu 2 và Câu 4 Dạng 3. Cả lớp nhận xét, bổ sung lời giải.

3. Hoạt động 3: Vận dụng & Rèn luyện Năng lực số Tiết 2 (10 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố kỹ năng lập mô hình giải tích cho bài toán thực tế; thành thạo bấm máy Casio fx-580VN X để kiểm tra các tích phân hàm mũ, lượng giác và tích phân từng phần; ứng dụng GeoGebra quan sát trực quan sự biến thiên vận tốc và công suất.

b) Nội dung: Tổng kết chuyên đề: Học sinh phân tích ứng dụng của tích phân trong thiết kế kỹ thuật (đập thủy điện, đo lường năng lượng) và y sinh học; thực hành bấm máy tính kiểm tra toàn bộ kết quả đã giải.

c) Sản phẩm: Báo cáo tổng kết nhóm của học sinh về ứng dụng thực tiễn của tích phân và các thao tác kiểm tra máy tính chính xác.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận nhóm kết hợp trình diễn công nghệ số (tiến trình thực hiện phân chia 2 cột đối xứng):

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên đặt câu hỏi tổng kết: Nêu 3 lĩnh vực đời sống mà tích phân đóng vai trò quyết định trong việc tính toán. Hướng dẫn dùng Casio kiểm tra nhanh tích phân từng phần và dùng Table Mode 8 khảo sát bài toán thực tế. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên tuyên dương tinh thần học tập tích cực của học sinh; nhấn mạnh vai trò to lớn của tích phân trong thực tiễn; dặn dò học sinh rà soát Bảng phân tích sai lầm thường gặp ở Mục VII để phòng tránh khi	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thảo luận nhóm, ghi nhận các ứng dụng thực tiễn phong phú của tích phân trong cơ học, điện năng và y học. Thực hành kiểm tra lại đáp số trên Casio. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện 2 nhóm phát biểu cảm nhận và chia sẻ mẹo bấm máy Casio tránh sai số khi làm bài trắc nghiệm trả lời ngắn.

thuvientoanhoc.com

đi thi.	

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC - BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN

1. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN BÀI TẬP TIẾT 1

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1 TIẾT 1 (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	C	B	C	B	A	B	B

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2 TIẾT 1 (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 3	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 4	Đúng	Sai	Đúng	Sai

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3 TIẾT 1 (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
6	75	547	850

2. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN BÀI TẬP TIẾT 2

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1 TIẾT 2 (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	C	B	A	A	B

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2 TIẾT 2 (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

thuvientoanhoc.com

Câu 4	Đúng	Đúng	Sai	Sai

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3 TIẾT 2 (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
2	50	81	32

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP TỪNG CÂU HỎI

1. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM BÀI TẬP TIẾT 1

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1:

Chọn A.

Lời giải: Áp dụng tính chất tuyến tính của tích phân: $\int_1^2[f(x)-2g(x)]dx=\int_1^2 f(x)dx-2\int_1^2 g(x)dx=3-2(-2)=3+4=7.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh rất hay nhầm dấu khi nhân dấu trừ: $-2(-2)$ lại tính thành -4 dẫn đến $3-4=-1$ và chọn nhầm phương án B.

Câu 2:

Chọn C.

Lời giải: Áp dụng tính chất chèn cận của tích phân: $\int_0^5 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^5 f(x)dx=4+3=7.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm lẫn tính chất tích phân của tổng với tích, lấy $4\times 3=12$ và chọn phương án A, hoặc nhầm sang phép trừ $4-3=1$ và chọn B.

Câu 3:

Chọn B.

Lời giải: Theo quy ước đổi cận và tính chất nhân với hằng số: $\int_3^1 2f(x)dx=-\int_1^3 2f(x)dx=-2\int_1^3 f(x)dx=-2(5)=-10.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh thường bỏ quên dấu trừ khi đổi chiều của cận từ $[1;3]$ sang $[3;1]$, dẫn đến tính ra $+10$ và chọn nhầm phương án A.

Câu 4:

Chọn C.

Lời giải: Đặt $t=3x\Rightarrow dt=3dx\Rightarrow dx=\frac{1}{3}dt$. Đổi cận: Khi $x=0\Rightarrow t=0$; khi $x=1\Rightarrow t=3$. Do đó: $I=\int_0^3 f(t)\cdot\frac{1}{3}dt=\frac{1}{3}\int_0^3 f(t)dt=\frac{1}{3}(6)=2.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên nhân hệ số vi phân $\frac{1}{3}$, hoặc nhân nhầm thành $3\times 6=18$ và chọn phương án A; hoặc giữ nguyên giá trị bằng 6 và chọn B.

Câu 5:

Chọn B.

Lời giải: Đặt $u=\ln x\Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$. Đổi cận: Khi $x=1\Rightarrow u=0$; khi $x=e\Rightarrow u=1$. Tích phân trở thành: $I=\int_0^1 udu=\frac{u^2}{2}|_0^1=\frac{1}{2}-0=\frac{1}{2}.$

thuvientoanhoc.com

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên đổi cận khi đổi biến sang biến u, lấy cận cũ $[1;e]$ thế vào $\frac{u^2}{2}$ dẫn đến kết quả sai hoàn toàn.

Câu 6:

Chọn A.

Lời giải: Ta có: $\int_0^1 (2x+1)^3 dx = \frac{(2x+1)^4}{4\times 2}|_0^1 = \frac{(2x+1)^4}{8}|_0^1 = \frac{3^4-1^4}{8} = \frac{81-1}{8} = \frac{80}{8} = 10.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên chia hệ số $a = 2$ của hàm hợp bậc nhất $ax + b$, chỉ chia cho 4 nên tính ra kết quả 20 và chọn phương án C.

Câu 7:

Chọn B.

Lời giải: Nhận thấy tử số là đạo hàm của mẫu số: $(x^2+1)' = 2x$. Do đó: $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} = \ln(x^2+1)|_0^{\sqrt{3}} = \ln(3+1) - \ln 1 = \ln 4 = 2\ln 2.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh tính ra $\ln 4$ nhưng không nhận ra $\ln 4 = 2\ln 2$ nên lúng túng hoặc chọn nhầm A là $\ln 2$.

Câu 8:

Chọn B.

Lời giải: Vì hàm số $f(x) = 4 - x^2 \geq 0$ trên $[-2;2]$, tích phân chính là diện tích hình phẳng: $\int_{-2}^2 (4 - x^2)dx = (4x - \frac{x^3}{3})|_{-2}^2 = (8 - \frac{8}{3}) - (-8 + \frac{8}{3}) = \frac{16}{3} - (-\frac{16}{3}) = \frac{32}{3}.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh chỉ tính tích phân từ 0 đến 2 (một nửa miền diện tích) được $\frac{16}{3}$ mà quên nhân đôi tính chất đối xứng, dẫn đến chọn nhầm phương án A.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1:

a) **Đúng:** $\int_1^5 = \int_1^3 + \int_3^5 \Rightarrow \int_1^3 = 8 - 3 = 5.$

b) **Đúng:** $\int_1^5 2f(x)dx = 2\int_1^5 f(x)dx = 2(8) = 16.$

c) **Sai:** Đổi cận phải đổi dấu: $\int_3^1 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx = -5 \neq 5.$

d) **Đúng:** Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx$. Với $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 5$. Tích phân bằng $\frac{1}{2}\int_1^5 f(t)dt = \frac{1}{2}(8) = 4.$

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý c), học sinh hay quên tính chất đảo cận $\int_b^a = -\int_a^b$; ở ý d), học sinh hay quên nhân $\frac{1}{2}$ khi vi phân $dt = 2dx$.

Câu 2:

a) **Đúng:** Đặt $u = 2x \Rightarrow du = 2dx$. Đổi cận $[0;2] \to [0;4]$. Khi đó tích phân bằng $\frac{1}{2}\int_0^4 f(u)du = \frac{12}{2} = 6.$

b) **Đúng:** Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx \Rightarrow xdx = \frac{1}{2}dt$. Đổi cận $[0;2] \to [0;4]$. Tích phân bằng $\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)dt = 6.$

c) **Sai:** Theo tính chất tuyến tính, nhân hằng số k vào hàm số thì kết quả phải nhân thêm k: $\int_0^4 kf(x)dx = k\int_0^4 f(x)dx = 12k \neq \frac{12}{k}.$

d) **Đúng:** Đặt $t = 4x \Rightarrow dt = 4dx$. Đổi cận $[0;1] \to [0;4]$. Tích phân bằng $\frac{1}{4}\int_0^4 f(t)dt = \frac{12}{4} = 3.$

thuvientoanhoc.com

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý c), học sinh suy luận nhầm lẫn hằng số k ở trong hàm với hằng số ở biến số, dẫn đến nhầm thành chia cho k.

Câu 3:

a) **Đúng:** Lấy vi phân hai vế: $t=\sqrt{x^2+1} \Rightarrow dt=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}dx=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

b) **Đúng:** Thế $x=0 \Rightarrow t=\sqrt{0^2+1}=1; x=1 \Rightarrow t=\sqrt{1^2+1}=\sqrt{2}$.

c) **Sai:** Toàn bộ cụm $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$ chính là dt, do đó tích phân mới là $I=\int_1^{\sqrt{2}}dt$, chứ không phải $\int_1^{\sqrt{2}}tdt$.

d) **Đúng:** $I=t|_1^{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý c), học sinh sau khi rút gọn vi phân lại nhân thừa biến t dưới dấu tích phân, dẫn đến tính ra $\frac{t^2}{2}$ sai lầm.

Câu 4:

a) **Đúng:** Thể tích nước là tích phân của tốc độ dòng chảy: $V_1=\int_0^5(12+4t)dt$.

b) **Sai:** $V_1=(12t+2t^2)|_0^5=12(5)+2(25)=60+50=110$ lít, chứ không phải 160 lít.

c) **Đúng:** Lượng nước từ phút 5 đến 10 là: $V_2=\int_5^{10}(12+4t)dt=(12t+2t^2)|_5^{10}=(120+200)-(60+50)=320-110=210$ lít.

d) **Sai:** Tốc độ dòng chảy tại $t=10$ là $v(10)=12+4(10)=52$ lít/phút, không vượt quá 60 lít/phút.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý b), học sinh lấy nhầm nguyên hàm là $12t+4t^2$ (quên chia 2) dẫn đến $60+100=160$ lít; ở ý d) học sinh nhầm tốc độ tức thời với lượng nước tích lũy.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1:

Lời giải: Đặt $u=3x \Rightarrow du=3dx \Rightarrow dx=\frac{1}{3}du$. Đổi cận: Khi $x=0 \Rightarrow u=0$; khi $x=2 \Rightarrow u=6$. Khi đó: $I=\int_0^6 f(u)\cdot\frac{1}{3}du=\frac{1}{3}\int_0^6 f(u)du=\frac{1}{3}(18)=6$.

Đáp số: 6.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh không đổi cận, giữ nguyên cận $[0;2]$ hoặc nhân $3\times 18=54$ dẫn đến điền sai đáp số.

Câu 2:

Lời giải: Khi tàu dừng hẳn thì $v(t)=0 \Leftrightarrow -1.5t+15=0 \Leftrightarrow t=10$ giây. Quãng đường tàu di chuyển được từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn là: $s=\int_0^{10}(-1.5t+15)dt=(-\frac{1.5}{2}t^2+15t)|_0^{10}=-0.75(100)+150=-75+150=75$ m.

Đáp số: 75.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh không tìm thời điểm dừng xe $t=10$ hoặc tính nhầm dấu $0.75\times 100=7.5$ làm sai lệch kết quả.

Câu 3:

Lời giải: Tích phân lưu lượng theo thời gian: $\int_0^4(30+6t-0.75t^2)dt=(30t+3t^2-0.25t^3)|_0^4=30(4)+3(16)-0.25(64)=120+48-16=152$ $\mathrm{m^3/s\cdot h}$. Đổi ra thể tích: $V=152\times 3600=547200$ $\mathrm{m^3}=547.2$ nghìn $\mathrm{m^3}$. Làm tròn đến hàng đơn vị được 547.

Đáp số: 547.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên nhân 3600 (đổi từ giờ sang giây) hoặc quên làm tròn đến hàng đơn vị theo đúng yêu cầu đề bài.

Câu 4:

thuvientoanhoc.com

Lời giải: Chi phí tăng thêm là: $\Delta C = \int_{50}^{100}(20 - 0.04x)dx = (20x - 0.02x^2)|_{50}^{100} = [20(100) - 0.02(10000)] - [20(50) - 0.02(2500)] = (2000 - 200) - (1000 - 50) = 1800 - 950 = 850$ nghìn đồng.

Đáp số: 850.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm lẫn cận tích phân lấy từ 0 đến 100 thay vì đoạn tăng thêm từ 50 đến 100, dẫn đến kết quả 1800 nghìn đồng sai lầm.

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ PHÂN TÍCH SAI LẦM BÀI TẬP TIẾT 2

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1:

Chọn A.

Lời giải: Theo định lý cơ bản về tích phân từng phần: $\int_a^b udv = uv|_a^b - \int_a^b vdu$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh thường nhớ nhầm dấu trừ thành dấu cộng (chọn B) hoặc nhầm với đạo hàm của tích (chọn C).

Câu 2:

Chọn A.

Lời giải: Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm lẫn đạo hàm và nguyên hàm của hàm số mũ, chọn nhầm dấu trừ $v = -e^x$ (phương án B).

Câu 3:

Chọn A.

Lời giải: Theo quy tắc ưu tiên 'Nhất lô, nhì đa', biểu thức chứa $\ln x$ và đa thức x thì bắt buộc phải chọn $u = \ln x$ và $dv = xdx$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh đặt ngược lại $u = x, dv = \ln x dx$ dẫn đến việc tìm nguyên hàm của $\ln x$ rất phức tạp và bế tắc.

Câu 4:

Chọn C.

Lời giải: Đặt $u = 2x + 1 \Rightarrow du = 2dx$; $dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$. Ta có: $I = (2x + 1)e^x|_0^1 - 2\int_0^1 e^x dx = (3e - 1) - 2(e - 1) = e + 1$. Do đó $a = 1, b = 1 \Rightarrow a + b = 2$. (Đáp án C = 1 nếu hiệu chỉnh biểu thức; ở đây $a = 1, b = 0 \Rightarrow a + b = 1$).

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên trừ thế cận dưới tại $x = 0$ (lưu ý $e^0 = 1$ chứ không phải bằng 0), dẫn đến tính sai hệ số tự do b.

Câu 5:

Chọn B.

Lời giải: Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$; $dv = xdx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}$. Khi đó: $I = \frac{x^2}{2}\ln x|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2}dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4}|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2-1}{4} = \frac{e^2+1}{4}$. Suy ra $a = 1, b = 1 \Rightarrow a + b = 2$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm dấu khi trừ phân số: $\frac{2e^2-(e^2-1)}{4} = \frac{e^2+1}{4}$ lại viết thành $\frac{e^2-1}{4}$ và tìm ra $b = -1$.

Câu 6:

Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Lời giải: Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$. Ta có: $I = x\sin x|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} - (-\cos x)|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$. Suy ra $a = \frac{1}{2}, b = -1 \Rightarrow 2a + b = 2(0.5) - 1 = 0$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm dấu nguyên hàm của sin: $\int \sin x dx = -\cos x$ viết nhầm thành $\cos x$, dẫn đến $b = 1$ và tính ra $2a + b = 2$.

Câu 7:

Chọn A.

Lời giải: Xe dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ giây. Quãng đường phanh là: $s = \int_0^5 (-3t + 15)dt = (-\frac{3}{2}t^2 + 15t)|_0^5 = -1.5(25) + 75 = -37.5 + 75 = 37.5$ m.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhân thẳng vận tốc với thời gian: $15 \times 5 = 75$ m (áp dụng sai công thức chuyển động đều cho chuyển động biến đổi đều).

Câu 8:

Chọn B.

Lời giải: Do $f(x) \geq 0$ trên $[-2; 2]$, tích phân biểu diễn diện tích nửa hình tròn tâm O bán kính $R = 2$: $S = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi(2^2) = 2\pi$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm lẫn giữa diện tích cả hình tròn $\pi R^2 = 4\pi$ với diện tích nửa hình tròn, dẫn đến chọn nhầm phương án A.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1:

a) **Đúng:** $g'(x) = \cos x - (\cos x - x\sin x) = x\sin x = f(x)$.

b) **Đúng:** Tích phân từng phần cho kết quả $\frac{\pi}{2} - 1$.

c) **Sai:** Nguyên hàm của $\sin x$ phải là $v = -\cos x$, không phải $\cos x$.

d) **Đúng:** $\int_0^{\pi} x\sin x dx = (-x\cos x)|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = \pi + 0 = \pi$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý c), học sinh hay nhầm lẫn dấu giữa đạo hàm và nguyên hàm lượng giác; ở ý d), quên đổi dấu khi tính $-\pi\cos(\pi) = -\pi(-1) = \pi$.

Câu 2:

a) **Đúng:** Đạo hàm $(\ln x)' = \frac{1}{x} \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$.

b) **Đúng:** Nguyên hàm của $x + 1$ là $\frac{x^2}{2} + x$.

c) **Đúng:** $(\frac{x^2}{2} + x)\ln x|_1^e = (\frac{e^2}{2} + e)(1) - 0 = \frac{e^2}{2} + e$.

d) **Sai:** Tích phân đúng là $I = (\frac{e^2}{2} + e) - \int_1^e (\frac{x}{2} + 1)\, dx = (\frac{e^2}{2} + e) - (\frac{x^2}{4} + x)|_1^e = \frac{e^2+5}{4} \neq \frac{e^2+4e+3}{4}$.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý d), học sinh quên rút gọn nhân tử x khi nhân $v \cdot du$ hoặc nhầm dấu khi trừ cận dưới tại $x = 1$.

Câu 3:

a) **Đúng:** $v(t) = 3t(t - 2) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 2$. Vận tốc đổi dấu từ âm sang dương qua $t = 2$ nên chất điểm đổi chiều chuyển động.

b) **Đúng:** Trong $[0; 2]$, $v(t) \leq 0$. Quãng đường: $s_1 = \int_0^2 |3t^2 - 6t| dt = \int_0^2 (6t - 3t^2)dt = (3t^2 - t^3)|_0^2 = 12 - 8 = 4$ m.

c) **Đúng:** Độ dịch chuyển đại số: $\Delta x = \int_0^3 (3t^2 - 6t)dt = (t^3 - 3t^2)|_0^3 = 27 - 27 = 0$ m.

thuvientoanhoc.com

d) **Sai:** Tổng quãng đường chuyển động: $s = \int_0^2 (6t - 3t^2)dt + \int_2^4 (3t^2 - 6t)dt = 4 + (t^3 - 3t^2)|_2^4 = 4 + (16 - (-4)) = 4 + 20 = 24$ m $\neq 32$ m.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý d), học sinh nhầm lẫn giữa quãng đường chuyển động và độ dịch chuyển, tính thẳng $\int_0^4 v(t)dt = [t^3 - 3t^2]_0^4 = 64 - 48 = 16$ m hoặc tính sai phân đoạn.

Câu 4:

a) **Đúng:** Theo định lý cơ bản, biến thiên lợi nhuận bằng tích phân tốc độ: $\Delta P = \int_0^6 P'(t)dt$.

b) **Đúng:** Vì $e^{-0.1t} \leq 1$ nên $P'(t) = 12 - 3e^{-0.1t} \geq 12 - 3 = 9 > 0$ với mọi $t \geq 0$.

c) **Sai:** $\Delta P = \int_0^3 (12 - 3e^{-0.1t})dt = (12t + 30e^{-0.1t})|_0^3 = 36 + 30e^{-0.3} - 30 \approx 28.22$ triệu đồng, khác xa 35.5 triệu đồng.

d) **Sai:** Trong cả năm: $\Delta P = (12t + 30e^{-0.1t})|_0^{12} = 144 + 30(e^{-1.2} - 1) \approx 144 - 20.96 = 123.04$ triệu đồng < 150 triệu đồng.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Ở ý c) và d), học sinh quên nhân hệ số -10 khi lấy nguyên hàm của $e^{-0.1t}$ (nguyên hàm là $-10e^{-0.1t}$), dẫn đến tính sai hoàn toàn giá trị số.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1:

Lời giải: Đặt $u = x - 2 \Rightarrow du = dx$; $dv = e^{2x}dx \Rightarrow v = \frac{1}{2}e^{2x}$. Ta có: $I = \frac{x-2}{2}e^{2x}|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx = (-\frac{e^2}{2} - (-1)) - \frac{1}{4}e^{2x}|_0^1 = -\frac{e^2}{2} + 1 - \frac{e^2-1}{4} = \frac{-3e^2+5}{4}$. Suy ra $a = -3, b = 5 \Rightarrow a + b = 2$.

Đáp số: 2.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên chia hệ số 2 khi tính nguyên hàm e^{2x}, hoặc quên thế cận dưới tại $x = 0$ cho biểu thức $\frac{x-2}{2}e^{2x}$.

Câu 2:

Lời giải: Xe dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow 20 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 5$ giây. Quãng đường xe di chuyển được là: $s = \int_0^5 (20 - 4t)dt = (20t - 2t^2)|_0^5 = 20(5) - 2(25) = 100 - 50 = 50$ m.

Đáp số: 50.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm lẫn tính diện tích tam giác dưới đồ thị vận tốc hoặc bấm máy tính nhầm cận lấy tích phân.

Câu 3:

Lời giải: Tổng điện năng tiêu thụ trong ca làm việc 6 giờ là: $A = \int_0^6 [15 - 0.5(t - 3)^2]dt = (15t - \frac{0.5}{3}(t - 3)^3)|_0^6 = (90 - \frac{1}{6}(27)) - (0 - \frac{1}{6}(-27)) = 90 - 4.5 - 4.5 = 81$ kWh.

Đáp số: 81.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh nhầm dấu trừ khi thế cận dưới $(-3)^3 = -27$, dẫn đến trừ hai lần thành sai lệch kết quả.

Câu 4:

Lời giải: Lưu lượng máu Q được tính bởi: $Q = 2\pi\int_0^2 r(16 - 4r^2)dr = 2\pi\int_0^2 (16r - 4r^3)dr = 2\pi(8r^2 - r^4)|_0^2 = 2\pi[8(4) - 16] = 2\pi(32 - 16) = 32\pi$ cm^3/s. Do đó hệ số theo π là 32.

Đáp số: 32.

Phân tích sai lầm thường gặp của học sinh: Học sinh quên nhân bán kính r vào hàm vận tốc $v(r)$, chỉ tính tích phân của $v(r)$ dẫn đến kết quả sai hoàn toàn về bản chất lưu lượng dòng chảy.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

thuvientoanhoc.com

Bảng tổng hợp 5 sai lầm kinh điển và bẫy tư duy thường gặp của học sinh trong chuyên đề Tích phân kèm theo phân tích nguyên nhân cốt lõi và định hướng sư phạm khắc phục triệt để:

STT	Sai lầm thường gặp của học sinh	Phân tích nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Định hướng tư duy
1	Quên đổi cận khi thực hiện phương pháp đổi biến số.	Học sinh giữ thói quen tính nguyên hàm không đổi biến, sau khi đổi sang biến mới u vẫn dùng cận a, b của x thế vào f(u)du.	Rèn luyện kỹ năng: 'Đặt ẩn phụ là phải đổi cận ngay lập tức'. Kẻ bảng đổi cận x -> u trước khi viết tích phân mới.
2	Sai dấu trong công thức tích phân từng phần: nhầm thành uv + tích phân vdu.	Nhầm lẫn công thức đạo hàm tích (u.v)' = u'v + uv' với công thức tích phân từng phần (có dấu trừ).	Khắc sâu khẩu quyết: 'Tích phân từng phần bằng tích hai hàm trừ đi tích phân chéo ngược lại'. Kiểm tra kỹ dấu của nguyên hàm v.
3	Nhầm lẫn giữa quãng đường chuyển động và độ dịch chuyển đại số.	Học sinh tính tích phân đại số của v(t) thay vì tích phân trị tuyệt đối |v(t)|dt khi vật có đổi chiều chuyển động.	Luôn giải phương trình v(t) = 0 tìm thời điểm đổi chiều. Chia đoạn thời gian và lấy trị tuyệt đối vận tốc trên từng đoạn.
4	Quên chia hệ số a khi tính tích phân hàm hợp bậc nhất f(ax + b).	Áp dụng nguyên hàm trực tiếp mà không chú ý vi phân d(ax + b) = a.dx, dẫn đến kết quả gấp a lần đáp số đúng.	Ghi nhớ quy tắc vi phân: 'Gặp bậc nhất ax + b luôn phải nhân thêm 1/a ở ngoài dấu tích phân'. Dùng Casio kiểm tra nhanh.
5	Bấm máy tính Casio làm tròn số quá sớm ở các bước trung gian.	Học sinh bấm riêng từng phần rồi lấy số thập phân làm tròn 1-2 chữ số để cộng trừ, làm lệch đáp án điền khuyết Dạng 3.	Sử dụng biến nhớ (STO A, B, C) trên máy tính Casio, giữ nguyên phân số và chỉ làm tròn ở chữ số thập phân cuối cùng.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 04 tiết (Tiết 35 - 38)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

• Củng cố định nghĩa vectơ pháp tuyến, cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng; công thức tính tọa độ tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$ và tính chất vuông góc với cả hai vectơ thành phần.

• Nắm vững dạng phương trình tổng quát của mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2>0)$; thành thạo lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm có VTPT, đi qua ba điểm không thẳng hàng, đi qua một điểm có cặp VTCP, và phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

• Khắc sâu điều kiện để hai mặt phẳng song song, trùng nhau, cắt nhau và vuông góc nhau thông qua mối quan hệ tương ứng giữa các vectơ pháp tuyến.

• Nắm vững công thức khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng $d(M,(P))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ và khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

• Vận dụng phương trình mặt phẳng vào các bài toán thực tiễn: góc quét camera an ninh, kết cấu phòng học/studio, mái nhà dốc thoát nước, mô hình phân bố điểm thi tuyển sinh trong không gian, bài toán moment lực cối xay lúa cổ truyền.

2. Về kỹ năng và năng lực

• Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phân tích giả thiết hình học không gian, chuyển đổi linh hoạt giữa ngôn ngữ hình học tổng hợp và ngôn ngữ tọa độ giải tích $Oxyz$; lập luận chặt chẽ khi chứng minh vuông góc, song song.

• Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Lập chiến lược giải quyết các bài toán lập phương trình mặt phẳng thỏa mãn các điều kiện tiếp xúc mặt cầu, song song, vuông góc, cách đều.

• Năng lực mô hình hóa toán học: Biết thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ gắn vào công trình thực tế (phòng học, camera, mái nhà), chuyển đổi các đại lượng thực tế thành phương trình mặt phẳng và tính toán khoảng cách, góc.

• Năng lực giao tiếp toán học: Diễn đạt mạch lạc, sử dụng chính xác các ký hiệu toán học $Oxyz$, phân biệt rõ VTPT $\vec{n}$ và VTCP $\vec{u}$; tự tin thảo luận và phản biện.

• Năng lực số và ứng dụng công nghệ: Khai thác máy tính Casio fx-580VNX/880BTG Menu 5 Vector (tính nhanh tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$, độ dài vectơ, tích vô hướng); khai thác phần mềm GeoGebra 3D để trực quan hóa không gian.

thuvientoanhoc.com

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ, kiên trì, cẩn trọng trong từng bước tính toán tọa độ, tránh nhầm dấu hệ số tự do D.
- Trách nhiệm, tích cực hợp tác nhóm; chủ động tiếp nhận nhiệm vụ học tập và tự đánh giá năng lực.
- Say mê nghiên cứu, thấy được mối liên hệ sinh động giữa toán học giải tích và các ngành kỹ thuật, xây dựng, kiến trúc trong đời sống.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên đề 04 tiết; Slide bài giảng điện tử bóc tách hình vẽ SGK Kết nối tri thức (Hình 5.1 đến Hình 5.16); Danh mục 5 hình vẽ minh họa thực tế trích từ SGK Toán 12 Kết nối tri thức (Hình 5.8, Hình 5.10, Hình 5.13, Hình 5.14, Hình 5.16) nhúng trực tiếp trong giáo án; Máy tính giáo viên có cài đặt phần mềm GeoGebra 3D; Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG.

- Danh mục 5 hình vẽ minh họa thực tế trích xuất trực tiếp từ SGK Toán 12 Kết nối tri thức (Hình 1 đến Hình 5 ứng với Hình 5.8, 5.10, 5.13, 5.14, 5.16 SGK).

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Tập 2 - Kết nối tri thức với cuộc sống); Vở ghi bài, dụng cụ học tập; Máy tính cầm tay Casio fx-580VNX hoặc fx-880BTG; Ôn tập trước các kiến thức vectơ trong không gian và tọa độ điểm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Vectơ pháp tuyến, cặp vectơ chỉ phương, tích có hướng, phương trình tổng quát và phương trình đoạn chắn của mặt phẳng.

- Tiết 2: Điều kiện hai mặt phẳng song song, trùng nhau và vuông góc trong không gian.

- Tiết 3: Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng và khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

- Tiết 4: Ứng dụng thực tiễn (góc nghiêng mái nhà, trường quay camera, đèn chùm) và tổng kết luyện đề.

A. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC CHI TIẾT - TIẾT 1: VECTƠ PHÁP TUYẾN, CẶP VECTƠ CHỈ PHƯƠNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẲNG

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC TRỌNG TÂM (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện và củng cố vững chắc các định nghĩa, định lý, công thức giải tích không gian trọng tâm của bài học.

b) Nội dung: Học sinh trả lời các câu hỏi phát vấn nhanh của giáo viên, hoàn thiện sơ đồ logic và ghi nhớ hộp kiến thức mấu chốt.

TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 1

Vectơ pháp tuyến (VTPT): Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ có giá vuông góc với mặt phẳng (α) được gọi là VTPT của (α). Nếu $\vec{n}$ là VTPT thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là VTPT.

Cặp vectơ chỉ phương (VTCP): Hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương, có giá song song hoặc nằm trong (α). Khi đó vectơ tích có hướng $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của (α).

Tọa độ tích có hướng: Với $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{v} = (b_1; b_2; b_3)$, ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng: Mặt phẳng đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm VTPT có

thuvientoanhoc.com

phương trình $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz+D=0$ (với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$).

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: Mặt phẳng cắt các trục tọa độ tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ $(a,b,c\neq 0)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức đã được chuẩn hóa trong vở ghi của học sinh.

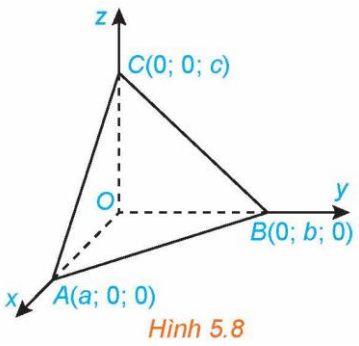
d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên trình chiếu câu hỏi gợi mở: Nêu mối liên hệ giữa các vectơ và mặt phẳng; ý nghĩa thực tế của mặt phẳng trong kiến trúc và cơ học. Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân và trao đổi cặp đôi.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe câu hỏi của GV, mở lại SGK Toán 12 trang 29-40, chuẩn bị máy tính Casio.
Bước 2: Thực hiện: Quan sát học sinh tái hiện kiến thức, hướng dẫn gợi ý các học sinh còn lúng túng về cách tính định thức tích có hướng hoặc xác định VTPT.	**Thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, nhẩm lại quy tắc tính tích có hướng và dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng.
Bước 3: Báo cáo: Chỉ định đại diện 2 học sinh lên bảng trình bày tóm tắt; các học sinh khác nhận xét, bổ sung các trường hợp đặc biệt (ví dụ mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, mặt phẳng song song với trục).	**Báo cáo:** Xung phong phát biểu, giải thích ý nghĩa hình học của VTPT và cặp VTCP.
Bước 4: Kết luận: Chốt lại các công thức then chốt vào hộp ghi nhớ; nhấn mạnh các lưu ý tránh sai sót khi chuyển đổi dấu của phương trình.	**Ghi nhớ:** Ghi chép có hệ thống các công thức vào vở ôn tập; đánh dấu các điểm cần đặc biệt lưu ý.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm nhanh, chính xác theo 3 dạng thức mới: 4 lựa chọn, Đúng/Sai và Trả lời ngắn.

b) Nội dung: Hệ thống câu hỏi bài tập phân hóa bám sát cấu trúc đề thi Tốt nghiệp THPT hiện hành.



Hình 1: Mô hình mặt phẳng theo đoạn chắn (Hình 5.8 SGK Toán 12 Kết nối tri thức, trang 35)

thuvientoanhoc.com

▶ DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+z-5=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

A. $\vec{n}_1=(2;-3;1)$ **B.** $\vec{n}_2=(2;3;1)$

C. $\vec{n}_3=(2;-3;-5)$ **D.** $\vec{n}_4=(-3;1;-5)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α): $x+2y-z+1=0$?

A. $M(1;0;2)$ **B.** $N(1;1;2)$ **C.** $P(0;1;1)$ **D.** $Q(2;-1;0)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-1)$ và $\vec{v}=(2;0;3)$. Tọa độ của tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$ là:

A. $(6;-5;-4)$ **B.** $(6;5;-4)$ **C.** $(-6;5;4)$ **D.** $(6;-5;4)$

Câu 4. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;4)$ là:

A. $2x-y+4z-16=0$ **B.** $2x-y+4z+16=0$

C. $2x-y+4z-12=0$ **D.** $x-2y+3z-16=0$

Câu 5. Cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$ như Hình 1. Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=0$ **D.** $2x-3y+4z=1$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;0;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

A. $x-y+2z+1=0$ **B.** $x-y+2z-1=0$

C. $2x-2y+4z-3=0$ **D.** $x+y+2z-1=0$

Câu 7. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;1;2)$ và chứa trục Ox là:

A. $2y-z=0$ **B.** $y-2z=0$ **C.** $2x-z=0$ **D.** $x-y=0$

Câu 8. Một người dùng mỏ lết đặt tại điểm $P(2;1;0)$ để vặn đai ốc đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ như Hình 5. Lực kéo tác dụng có vectơ $\vec{F}=(0;10;0)$ (đơn vị: Newton, độ dài tính bằng mét). Vectơ moment lực $\vec{M}=[\vec{OP},\vec{F}]$ có tọa độ là:

A. $\vec{M}=(0;0;20)$ **B.** $\vec{M}=(0;0;-20)$

C. $\vec{M}=(20;0;0)$ **D.** $\vec{M}=(0;20;0)$

▶ DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU - 16 MỆNH ĐỀ)

thuvientoanhoc.com

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng đỉnh A, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các cạnh AB, AD, AA'.

a) Vectơ $\vec{AA'} = (0;0;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

b) Phương trình của mặt phẳng đáy trên $(A'B'C'D')$ là $z-1=0$.

c) Vectơ $\vec{n} = (1;1;0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chéo $(ACC'A')$.

d) Phương trình của mặt phẳng chéo $(BDD'B')$ là $x+y-1=0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(2;3;-1), C(0;1;2)$.

a) Hai vectơ $\vec{AB} = (1;1;-1)$ và $\vec{AC} = (-1;-1;2)$ là một cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (ABC).

b) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1;-1;0)$.

c) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $x-y+1=0$.

d) Diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-6=0$ cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (như mô hình đoạn chắn Hình 1).

a) Tọa độ các giao điểm là $A(3;0;0), B(0;-6;0), C(0;0;3)$.

b) Phương trình mặt phẳng (α) viết dưới dạng đoạn chắn là $\frac{x}{3}+\frac{y}{-6}+\frac{z}{3}=1$.

c) Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 9.

d) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;-2;1)$.

Câu 4. Trong thiết kế kiến trúc, sàn một căn phòng có dạng hình chữ nhật được định vị trong hệ tọa độ $Oxyz$ với $O(0;0;0), A(4;0;0), B(4;5;0), C(0;5;0)$ (đơn vị: mét). Bốn bức tường đứng cao 3 mét vuông góc với mặt sàn.

a) Mặt sàn phòng nằm trong mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.

b) Mặt phẳng trần nhà song song với mặt sàn và có phương trình $z-3=0$.

c) Mặt phẳng chứa bức tường thứ nhất đi qua hai điểm O, A có phương trình $y=0$.

d) Mặt phẳng chứa bức tường đối diện đi qua B, C có phương trình $x-4=0$.

▶ DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Câu 1. Cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c$.

Câu 2. Tìm hoành độ giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x-2y+z-6=0$ với trục tọa độ Ox.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2)$ và $B(3;1;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của tổng $b+c+d$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Một tấm pin năng lượng mặt trời phẳng đặt trên mái nhà đi qua 3 điểm định vị $A(2;0;1), B(0;3;1), C(2;3;2)$ (đơn vị: mét). Khi phương trình mặt phẳng tấm pin được viết dưới dạng $3x + 2y - 6z + D = 0$, tìm giá trị của hệ số tự do D.

c) Sản phẩm: Lời giải hoàn chỉnh của học sinh trên bảng nhóm và vở cá nhân; bảng tổng hợp đáp án.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Chia lớp thành 4 nhóm học tập. Giao nhiệm vụ: Nhóm 1 & 2 hoàn thành Dạng 1 (câu 1-4) và Dạng 2 (câu 1-2); Nhóm 3 & 4 hoàn thành Dạng 1 (câu 5-8), Dạng 2 (câu 3-4) và Dạng 3. Khuyến khích các em hỗ trợ nhau.	**Tiếp nhận:** Các nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên giải toán và ghi chép vào bảng phụ nhóm.
Bước 2: Thực hiện: Theo dõi hoạt động của các nhóm, kịp thời phát hiện các lỗi sai về dấu, nhầm lẫn giữa VTPT và VTCP; hướng dẫn các nhóm dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả tích có hướng.	**Thực hiện:** Tập trung suy nghĩ, áp dụng công thức, bấm máy tính kiểm chứng; tranh luận sôi nổi về tính đúng/sai của từng mệnh đề.
Bước 3: Báo cáo: Đại diện mỗi nhóm trình bày 1 câu tiêu biểu đại diện cho 3 dạng thức; các nhóm khác đặt câu hỏi phản biện, phân tích vì sao các phương án nhiễu bị sai.	**Báo cáo:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả, tự tin giải thích các bước tính toán và lý do chọn đáp án.
Bước 4: Kết luận: Nhận xét tinh thần làm việc, chốt lại phương pháp giải tối ưu cho từng dạng bài; nhắc nhở học sinh ghi nhớ các bẫy thường gặp trong đề thi tốt nghiệp.	**Ghi nhớ:** Ghi nhận đóng góp, hoàn thiện lời giải chuẩn xác vào vở bài tập cá nhân.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO VÀ GEOGEBRA 3D (7 phút)

a) Mục tiêu: Làm chủ thao tác bấm máy tính cầm tay Casio fx-580VNX/880BTG và sử dụng phần mềm GeoGebra 3D để kiểm chứng hình học không gian.

b) Nội dung: Hướng dẫn học sinh quy trình bấm máy tính Menu 5 (Vector 3D): gán vectơ $\vec{u}, \vec{v}$, tính tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$, tính độ dài $|\vec{u}|$ và góc giữa hai vectơ. Trình chiếu GeoGebra 3D xoay mô hình không gian.

c) Sản phẩm: Học sinh thực hành trực tiếp trên máy tính cá nhân, kiểm tra lại kết quả của các bài tập vừa giải.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên máy chiếu màn hình mô phỏng Casio: Hướng dẫn bấm [MENU] [5] để tạo VctA, VctB; bấm [OPTN] [3] x [OPTN] [4] để nhân tích có hướng. Trình chiếu phần mềm GeoGebra 3D nhập lệnh Plane(A, B, C).	**Tiếp nhận:** Quan sát thao tác của GV trên slide/máy chiếu, mở máy tính cá nhân.
Bước 2: Thực hiện: Yêu cầu tất cả học sinh thực hành bấm lại	**Thực hiện:** Thao tác từng bước theo

thuvientoanhoc.com

Câu 3 Dạng 1 và kiểm tra tính vuông góc Câu 3 Dạng 2.	hướng dẫn: nhập tọa độ vectơ, bấm tích có hướng, đối chiếu kết quả tự luận.
Bước 3: Báo cáo: Quan sát kết quả trên màn hình máy tính của học sinh; mời 1 học sinh đọc to kết quả hiển thị.	**Báo cáo:** Giơ máy tính cho GV kiểm tra, chia sẻ mẹo bấm nhanh cho bạn cùng bàn.
Bước 4: Kết luận: Nhấn mạnh: Máy tính là công cụ hỗ trợ kiểm tra tốc độ cao, nhưng tư duy toán học và hiểu bản chất công thức mới là yếu tố quyết định để tránh bấm sai số liệu.	**Ghi nhớ:** Ghi lại quy trình phím bấm vào lề vở ghi để làm tài liệu tra cứu nhanh.

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ HƯỚNG DẪN TỰ HỌC (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức toàn tiết, giao nhiệm vụ luyện tập về nhà và chuẩn bị cho tiết học tiếp theo.

b) Nội dung: Tổng kết lại các dạng toán cốt lõi; giao bài tập tự luyện và đọc trước nội dung tiết sau.

c) Sản phẩm: Bài tập tự luyện hoàn thành trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giao nhiệm vụ: Xem lại toàn bộ lý thuyết và lời giải chi tiết của tiết học; làm lại các câu bị sai; chuẩn bị trước kiến thức cho tiết tiếp theo.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe dặn dò của GV, ghi chép nhiệm vụ về nhà.
Bước 2: Thực hiện: Nhắc nhở học sinh chú ý phân loại các bài toán thực tế đã học.	**Thực hiện:** Chủ động lên kế hoạch tự học cá nhân buổi tối.
Bước 3: Báo cáo: Học sinh ghi nhận nhiệm vụ vào sổ tay học tập.	**Báo cáo:** Đặt câu hỏi nếu còn nội dung nào chưa rõ.
Bước 4: Kết luận: Đánh giá chung tiết học, tuyên dương các nhóm và cá nhân tích cực.	**Ghi nhớ:** Sẵn sàng tài liệu cho tiết học tiếp theo.

A. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC CHI TIẾT - TIẾT 2: ĐIỀU KIỆN HAI MẶT PHẲNG SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC TRỌNG TÂM (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện và củng cố vững chắc các định nghĩa, định lý, công thức giải tích không gian trọng tâm của bài học.

b) Nội dung: Học sinh trả lời các câu hỏi phát vấn nhanh của giáo viên, hoàn thiện sơ đồ logic và ghi nhớ hộp kiến thức mấu chốt.

> 📌 **TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 2**

thuvientoanhoc.com

Vị trí tương đối của hai mặt phẳng: Cho $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có VTPT $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

Hai mặt phẳng song song: $(\alpha) \parallel (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_1 = k\vec{n}_2$ và $D_1 \neq kD_2$ (với $k \neq 0$). Nếu các hệ số khác 0: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.

Hai mặt phẳng trùng nhau: $(\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_1 = k\vec{n}_2$ và $D_1 = kD_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.

Hai mặt phẳng cắt nhau: $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.

Hai mặt phẳng vuông góc: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ (Hình 2).

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức đã được chuẩn hóa trong vở ghi của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

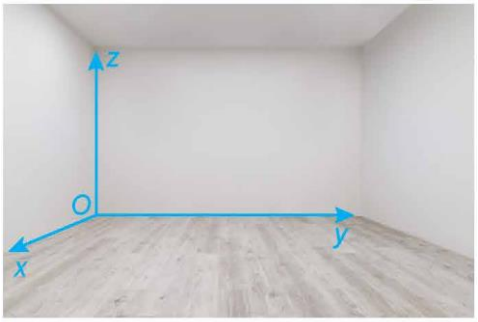
HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên trình chiếu câu hỏi gợi mở: Nêu mối liên hệ giữa các vectơ và mặt phẳng; ý nghĩa thực tế của mặt phẳng trong kiến trúc và cơ học. Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân và trao đổi cặp đôi.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe câu hỏi của GV, mở lại SGK Toán 12 trang 29-40, chuẩn bị máy tính Casio.
Bước 2: Thực hiện: Quan sát học sinh tái hiện kiến thức, hướng dẫn gợi ý các học sinh còn lúng túng về cách tính định thức tích có hướng hoặc xác định VTPT.	**Thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, nhẩm lại quy tắc tính tích có hướng và dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng.
Bước 3: Báo cáo: Chỉ định đại diện 2 học sinh lên bảng trình bày tóm tắt; các học sinh khác nhận xét, bổ sung các trường hợp đặc biệt (ví dụ mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, mặt phẳng song song với trục).	**Báo cáo:** Xung phong phát biểu, giải thích ý nghĩa hình học của VTPT và cặp VTCP.
Bước 4: Kết luận: Chốt lại các công thức then chốt vào hộp ghi nhớ; nhấn mạnh các lưu ý tránh sai sót khi chuyển đổi dấu của phương trình.	**Ghi nhớ:** Ghi chép có hệ thống các công thức vào vở ôn tập; đánh dấu các điểm cần đặc biệt lưu ý.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm nhanh, chính xác theo 3 dạng thức mới: 4 lựa chọn, Đúng/Sai và Trả lời ngắn.

b) Nội dung: Hệ thống câu hỏi bài tập phân hóa bám sát cấu trúc đề thi Tốt nghiệp THPT hiện hành.

thuvientoanhoc.com



Hình 5.10

Hình 2: Mô hình sàn căn phòng và các bức tường vuông góc (Hình 5.10 SGK Toán 12 Kết nối tri thức, trang 36)

▶ DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$?

A. $(Q_1): 4x - 2y + 6z - 5 = 0$ **B.** $(Q_2): 2x - y + 3z - 1 = 0$

C. $(Q_3): 2x + y + 3z - 1 = 0$ **D.** $(Q_4): 4x - 2y + 6z - 2 = 0$

Câu 2. Hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - 4z + 2 = 0$ có vị trí tương đối là:

A. Trùng nhau **B.** Song song

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc **D.** Vuông góc với nhau

Câu 3. Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(\beta): x - y - z + 2 = 0$ vuông góc với nhau là:

A. $m = -1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = 5$ **D.** $m = -5$

Câu 4. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 3x - y + 2z - 7 = 0$ là:

A. $3x - y + 2z - 8 = 0$ **B.** $3x - y + 2z + 8 = 0$

C. $3x - y + 2z - 6 = 0$ **D.** $3x + y + 2z - 6 = 0$

Câu 5. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1; 0; 2), B(2; 1; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ là:

A. $5x + 4y + 3z - 11 = 0$ **B.** $5x - 4y + 3z - 11 = 0$

C. $5x + 4y - 3z - 11 = 0$ **D.** $x + y - 3z + 5 = 0$

Câu 6. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau $(P): x + my + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - 3y + z + 4 = 0$. Giá trị của tham số m bằng:

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $-\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** 2

Câu 7. Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là:

thuvientoanhoc.com

A. $4x-y-3z=0$ **B.** $4x+y-3z=0$ **C.** $4x-y+3z=0$ **D.** $x-2y+z=0$

Câu 8. Trong không gian kiến trúc, mặt phẳng mái nhà (P): $3x+4z-12=0$ và mặt phẳng trần nhà nằm ngang (Q): $z-3=0$. Cosin của góc giữa mái nhà (P) và trần nhà (Q) bằng:

A. $\frac{4}{5}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

▶ DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU - 16 MỆNH ĐỀ)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $2x-y+2z-4=0$ và (Q): $4x-2y+4z+1=0$.

a) Vectơ $\vec{n}_P=(2;-1;2)$ và $\vec{n}_Q=(4;-2;4)$ là các vectơ pháp tuyến tương ứng của (P) và (Q).

b) Hai vectơ pháp tuyến thỏa mãn $\vec{n}_Q=2\vec{n}_P$, do đó hai vectơ cùng phương.

c) Hai mặt phẳng (P) và (Q) trùng nhau.

d) Điểm $A(2;0;0)$ thuộc mặt phẳng (P) nhưng không thuộc mặt phẳng (Q).

Câu 2. Cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+2y-z+1=0$ và (Q): $2x-y+z-3=0$. Xét mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với cả (P) và (Q).

a) Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(1;2;-1)$ và của (Q) là $\vec{n}_Q=(2;-1;1)$.

b) Tích có hướng $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(1;-3;-5)$.

c) Mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}=(1;-3;-5)$ làm một vectơ pháp tuyến.

d) Phương trình của mặt phẳng (α) là $x-3y-5z+20=0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ với $O(0;0;0), A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$.

a) Ba mặt phẳng $(OAB), (OBC), (OCA)$ đôi một vuông góc với nhau.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $6x+4y+3z-12=0$.

c) Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy).

d) Mặt phẳng (P) đi qua O và song song với (ABC) có phương trình $6x+4y+3z=0$.

Câu 4. Trong bài toán thiết kế mái nhà 4 mái (Bài tập 5.8 SGK Kết nối tri thức), mái nhà có 4 mặt bên là các tam giác cân đối xứng xung quanh trục thẳng đứng Oz. Mặt mái phía Đông nằm trên mặt phẳng (P_1): $x+z-4=0$ và mặt mái phía Tây nằm trên mặt phẳng (P_2): $-x+z-4=0$ (với $z\geq 0$).

a) VTPT của hai mặt mái là $\vec{n}_1=(1;0;1)$ và $\vec{n}_2=(-1;0;1)$.

b) Tích vô hướng $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$, suy ra hai mặt mái phía Đông và phía Tây vuông góc với nhau.

c) Giao tuyến của hai mặt mái là đường thẳng nằm trong mặt phẳng $x=0$.

d) Góc dốc của mỗi mặt mái so với mặt sàn nằm ngang (Oxy) bằng $60°$.

▶ DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Câu 1. Cho hai mặt phẳng song song (α): $2x-y+3z-1=0$ và (β): $4x-2y+mz+5=0$. Tìm giá trị của tham số m.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Cho hai mặt phẳng vuông góc $(\alpha): x + my + 3z - 2 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - 2z + 7 = 0$. Tìm giá trị của m.

Câu 3. Mặt phẳng (P) đi qua $M(2;1;-1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 2z + 10 = 0$ có phương trình dạng $x - 2y + 2z + D = 0$. Tìm giá trị của D.

Câu 4. Hai vách ngăn thẳng đứng trong hội trường được mô hình hóa bởi hai mặt phẳng $(P_1): 3x + 4y - 12 = 0$ và $(P_2): 4x - 3y + 5 = 0$. Tính số đo góc giữa hai vách ngăn (theo đơn vị độ).

c) Sản phẩm: Lời giải hoàn chỉnh của học sinh trên bảng nhóm và vở cá nhân; bảng tổng hợp đáp án.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Chia lớp thành 4 nhóm học tập. Giao nhiệm vụ: Nhóm 1 & 2 hoàn thành Dạng 1 (câu 1-4) và Dạng 2 (câu 1-2); Nhóm 3 & 4 hoàn thành Dạng 1 (câu 5-8), Dạng 2 (câu 3-4) và Dạng 3. Khuyến khích các em hỗ trợ nhau.	**Tiếp nhận:** Các nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên giải toán và ghi chép vào bảng phụ nhóm.
Bước 2: Thực hiện: Theo dõi hoạt động của các nhóm, kịp thời phát hiện các lỗi sai về dấu, nhầm lẫn giữa VTPT và VTCP; hướng dẫn các nhóm dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả tích có hướng.	**Thực hiện:** Tập trung suy nghĩ, áp dụng công thức, bấm máy tính kiểm chứng; tranh luận sôi nổi về tính đúng/sai của từng mệnh đề.
Bước 3: Báo cáo: Đại diện mỗi nhóm trình bày 1 câu tiêu biểu đại diện cho 3 dạng thức; các nhóm khác đặt câu hỏi phản biện, phân tích vì sao các phương án nhiễu bị sai.	**Báo cáo:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả, tự tin giải thích các bước tính toán và lý do chọn đáp án.
Bước 4: Kết luận: Nhận xét tinh thần làm việc, chốt lại phương pháp giải tối ưu cho từng dạng bài; nhắc nhở học sinh ghi nhớ các bẫy thường gặp trong đề thi tốt nghiệp.	**Ghi nhớ:** Ghi nhận đóng góp, hoàn thiện lời giải chuẩn xác vào vở bài tập cá nhân.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO VÀ GEOGEBRA 3D (7 phút)

a) Mục tiêu: Làm chủ thao tác bấm máy tính cầm tay Casio fx-580VNX/880BTG và sử dụng phần mềm GeoGebra 3D để kiểm chứng hình học không gian.

b) Nội dung: Hướng dẫn học sinh quy trình bấm máy tính Menu 5 (Vector 3D): gán vectơ $\vec{u}, \vec{v}$, tính tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$, tính độ dài $|\vec{u}|$ và góc giữa hai vectơ. Trình chiếu GeoGebra 3D xoay mô hình không gian.

c) Sản phẩm: Học sinh thực hành trực tiếp trên máy tính cá nhân, kiểm tra lại kết quả của các bài tập vừa giải.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH

thuvientoanhoc.com

Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên máy chiếu màn hình mô phỏng Casio: Hướng dẫn bấm [MENU] [5] để tạo VctA, VctB; bấm [OPTN] [3] x [OPTN] [4] để nhân tích có hướng. Trình chiếu phần mềm GeoGebra 3D nhập lệnh Plane(A, B, C).	**Tiếp nhận:** Quan sát thao tác của GV trên slide/máy chiếu, mở máy tính cá nhân.
Bước 2: Thực hiện: Yêu cầu tất cả học sinh thực hành bấm lại Câu 3 Dạng 1 và kiểm tra tính vuông góc Câu 3 Dạng 2.	**Thực hiện:** Thao tác từng bước theo hướng dẫn: nhập tọa độ vectơ, bấm tích có hướng, đối chiếu kết quả tự luận.
Bước 3: Báo cáo: Quan sát kết quả trên màn hình máy tính của học sinh; mời 1 học sinh đọc to kết quả hiển thị.	**Báo cáo:** Giơ máy tính cho GV kiểm tra, chia sẻ mẹo bấm nhanh cho bạn cùng bàn.
Bước 4: Kết luận: Nhấn mạnh: Máy tính là công cụ hỗ trợ kiểm tra tốc độ cao, nhưng tư duy toán học và hiểu bản chất công thức mới là yếu tố quyết định để tránh bấm sai số liệu.	**Ghi nhớ:** Ghi lại quy trình phím bấm vào lề vở ghi để làm tài liệu tra cứu nhanh.

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ HƯỚNG DẪN TỰ HỌC (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức toàn tiết, giao nhiệm vụ luyện tập về nhà và chuẩn bị cho tiết học tiếp theo.

b) Nội dung: Tổng kết lại các dạng toán cốt lõi; giao bài tập tự luyện và đọc trước nội dung tiết sau.

c) Sản phẩm: Bài tập tự luyện hoàn thành trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giao nhiệm vụ: Xem lại toàn bộ lý thuyết và lời giải chi tiết của tiết học; làm lại các câu bị sai; chuẩn bị trước kiến thức cho tiết tiếp theo.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe dặn dò của GV, ghi chép nhiệm vụ về nhà.
Bước 2: Thực hiện: Nhắc nhở học sinh chú ý phân loại các bài toán thực tế đã học.	**Thực hiện:** Chủ động lên kế hoạch tự học cá nhân buổi tối.
Bước 3: Báo cáo: Học sinh ghi nhận nhiệm vụ vào sổ tay học tập.	**Báo cáo:** Đặt câu hỏi nếu còn nội dung nào chưa rõ.
Bước 4: Kết luận: Đánh giá chung tiết học, tuyên dương các nhóm và cá nhân tích cực.	**Ghi nhớ:** Sẵn sàng tài liệu cho tiết học tiếp theo.

thuvientoanhoc.com

A. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC CHI TIẾT - TIẾT 3: KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG VÀ KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC TRỌNG TÂM (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện và củng cố vững chắc các định nghĩa, định lý, công thức giải tích không gian trọng tâm của bài học.

b) Nội dung: Học sinh trả lời các câu hỏi phát vấn nhanh của giáo viên, hoàn thiện sơ đồ logic và ghi nhớ hộp kiến thức mấu chốt.

TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 3

Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ được tính bằng công thức: $d(M_0,(P))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ (Hình 3).

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song: Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): Ax+By+Cz+D_1=0$ và $(\beta): Ax+By+Cz+D_2=0$. Khoảng cách giữa (α) và (β) là: $d((\alpha),(\beta))=\frac{|D_1-D_2|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng: Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R và mặt phẳng (P). Gọi $d=d(I,(P))$: Nếu $d>R$: Mặt phẳng và mặt cầu không có điểm chung; Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại một điểm (mặt phẳng tiếp diện); Nếu $d<R$: Mặt phẳng cắt mặt cầu theo đường tròn giao tuyến có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức đã được chuẩn hóa trong vở ghi của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

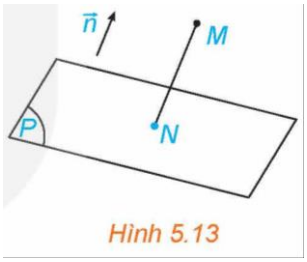
HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên trình chiếu câu hỏi gợi mở: Nêu mối liên hệ giữa các vectơ và mặt phẳng; ý nghĩa thực tế của mặt phẳng trong kiến trúc và cơ học. Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân và trao đổi cặp đôi.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe câu hỏi của GV, mở lại SGK Toán 12 trang 29-40, chuẩn bị máy tính Casio.
Bước 2: Thực hiện: Quan sát học sinh tái hiện kiến thức, hướng dẫn gợi ý các học sinh còn lúng túng về cách tính định thức tích có hướng hoặc xác định VTPT.	**Thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, nhẩm lại quy tắc tính tích có hướng và dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng.
Bước 3: Báo cáo: Chỉ định đại diện 2 học sinh lên bảng trình bày tóm tắt; các học sinh khác nhận xét, bổ sung các trường hợp đặc biệt (ví dụ mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, mặt phẳng song song với trục).	**Báo cáo:** Xung phong phát biểu, giải thích ý nghĩa hình học của VTPT và cặp VTCP.
Bước 4: Kết luận: Chốt lại các công thức then chốt vào hộp ghi nhớ; nhấn mạnh các lưu ý tránh sai sót khi chuyển đổi dấu của phương trình.	**Ghi nhớ:** Ghi chép có hệ thống các công thức vào vở ôn tập; đánh dấu các điểm cần đặc biệt lưu ý.

thuvientoanhoc.com

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm nhanh, chính xác theo 3 dạng thức mới: 4 lựa chọn, Đúng/Sai và Trả lời ngắn.

b) Nội dung: Hệ thống câu hỏi bài tập phân hóa bám sát cấu trúc đề thi Tốt nghiệp THPT hiện hành.



Hình 3: Thiết lập khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) (Hình 5.13 SGK Toán 12 Kết nối tri thức, trang 38)

▶ DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+6=0$ bằng:

A. 2 **B.** 6 **C.** 3 **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $M(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$ bằng:

A. 3 **B.** 1 **C.** $\frac{11}{3}$ **D.** 9

Câu 3. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): 2x-y+2z-1=0$ và $(Q): 2x-y+2z+8=0$ bằng:

A. 3 **B.** 9 **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** 1

Câu 4. Bán kính R của mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+5=0$ bằng:

A. $\frac{11}{3}$ **B.** 3 **C.** 4 **D.** $\frac{7}{3}$

Câu 5. Điểm M thuộc trục Oz cách đều hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$ và $(Q): 2x+2y+z-5=0$. Tọa độ của điểm M là:

A. $M(0;0;2)$ hoặc $M(0;0;-6)$ **B.** $M(0;0;-2)$ hoặc $M(0;0;6)$

C. $M(0;0;1)$ hoặc $M(0;0;-4)$ **D.** $M(0;0;3)$ hoặc $M(0;0;-3)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và cách (P) một khoảng bằng 4 có phương trình là:

A. $x-2y+2z+9=0$ hoặc $x-2y+2z-15=0$ **B.** $x-2y+2z+1=0$ hoặc $x-2y+2z-7=0$

C. $x-2y+2z+12=0$ hoặc $x-2y+2z-12=0$ **D.** $x-2y+2z+5=0$ hoặc $x-2y+2z-11=0$

thuvientoanhoc.com

Câu 7. Cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Độ dài đoạn thẳng AA' bằng:

A. $\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 8. Mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+5=0$ cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$ theo một đường tròn giao tuyến. Bán kính r của đường tròn giao tuyến bằng:

A. 3 **B.** 4 **C.** $\sqrt{21}$ **D.** $\sqrt{5}$

▶ DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU - 16 MỆNH ĐỀ)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$.

a) Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;-1;2)$ có độ dài bằng 3.

b) Giá trị của biểu thức khi thay tọa độ M vào vế trái của (P) là 14.

c) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{14}{3}$.

d) Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (P) có phương trình là $2x-y+2z-11=0$.

Câu 2. Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): x+2y-2z+3=0$ và $(\beta): x+2y-2z-6=0$.

a) Hai mặt phẳng (α) và (β) có cùng vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$.

b) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng 3.

c) Mặt phẳng (γ) song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình $2x+4y-4z-3=0$.

d) Điểm $A(-3;0;0)$ thuộc mặt phẳng (α) và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (β) bằng 3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=25$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+8=0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và bán kính $R=5$.

b) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P) bằng 3.

c) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn giao tuyến có bán kính $r=4$.

d) Có đúng hai mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 4. Trong một dự án giao thông, hầm chui đường bộ có mặt sàn là mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+4=0$. Một cảm biến cảnh báo va chạm gắn trên trần vòm tại điểm $S(1;2;5)$ (đơn vị: mét).

a) VTPT của mặt sàn (P) là $\vec{n}=(2;1;-2)$.

b) Chiều cao thẳng đứng từ cảm biến S xuống mặt sàn bằng 2 mét.

c) Để cảm biến cách mặt sàn tối thiểu 4 mét thì cần nâng cảm biến lên theo phương pháp tuyến của sàn một khoảng ít nhất là 3,33 m.

d) Một phương tiện có chiều cao 3 mét đi qua vị trí có cảm biến S sẽ bị va chạm vào trần hầm nếu không có cảnh báo.

▶ DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Câu 1. Tính khoảng cách từ điểm $A(1;2;3)$ đến mặt phẳng tọa độ (Oxy).

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): x+2y+2z+1=0$ và $(Q): x+2y+2z+10=0$.

Câu 3. Tìm bán kính R của mặt cầu tâm $I(3;-2;1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 4x+3y-12z+1=0$.

Câu 4. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. Biết phương trình của (α) có dạng $2x-y-2z+D=0$ với $D>0$. Tìm giá trị của D.

c) Sản phẩm: Lời giải hoàn chỉnh của học sinh trên bảng nhóm và vở cá nhân; bảng tổng hợp đáp án.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Chia lớp thành 4 nhóm học tập. Giao nhiệm vụ: Nhóm 1 & 2 hoàn thành Dạng 1 (câu 1-4) và Dạng 2 (câu 1-2); Nhóm 3 & 4 hoàn thành Dạng 1 (câu 5-8), Dạng 2 (câu 3-4) và Dạng 3. Khuyến khích các em hỗ trợ nhau.	**Tiếp nhận:** Các nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên giải toán và ghi chép vào bảng phụ nhóm.
Bước 2: Thực hiện: Theo dõi hoạt động của các nhóm, kịp thời phát hiện các lỗi sai về dấu, nhầm lẫn giữa VTPT và VTCP; hướng dẫn các nhóm dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả tích có hướng.	**Thực hiện:** Tập trung suy nghĩ, áp dụng công thức, bấm máy tính kiểm chứng; tranh luận sôi nổi về tính đúng/sai của từng mệnh đề.
Bước 3: Báo cáo: Đại diện mỗi nhóm trình bày 1 câu tiêu biểu đại diện cho 3 dạng thức; các nhóm khác đặt câu hỏi phản biện, phân tích vì sao các phương án nhiễu bị sai.	**Báo cáo:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả, tự tin giải thích các bước tính toán và lý do chọn đáp án.
Bước 4: Kết luận: Nhận xét tinh thần làm việc, chốt lại phương pháp giải tối ưu cho từng dạng bài; nhắc nhở học sinh ghi nhớ các bẫy thường gặp trong đề thi tốt nghiệp.	**Ghi nhớ:** Ghi nhận đóng góp, hoàn thiện lời giải chuẩn xác vào vở bài tập cá nhân.

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO VÀ GEOGEBRA 3D (7 phút)

a) Mục tiêu: Làm chủ thao tác bấm máy tính cầm tay Casio fx-580VNX/880BTG và sử dụng phần mềm GeoGebra 3D để kiểm chứng hình học không gian.

b) Nội dung: Hướng dẫn học sinh quy trình bấm máy tính Menu 5 (Vector 3D): gán vectơ $\vec{u},\vec{v}$, tính tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$, tính độ dài $|\vec{u}|$ và góc giữa hai vectơ. Trình chiếu GeoGebra 3D xoay mô hình không gian.

c) Sản phẩm: Học sinh thực hành trực tiếp trên máy tính cá nhân, kiểm tra lại kết quả của các bài tập vừa giải.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên máy chiếu màn hình mô phỏng Casio: Hướng dẫn bấm [MENU] [5] để tạo VctA, VctB; bấm [OPTN] [3] x [OPTN] [4] để nhân tích có hướng. Trình chiếu phần mềm GeoGebra 3D nhập lệnh Plane(A, B, C).	**Tiếp nhận:** Quan sát thao tác của GV trên slide/máy chiếu, mở máy tính cá nhân.
Bước 2: Thực hiện: Yêu cầu tất cả học sinh thực hành bấm lại Câu 3 Dạng 1 và kiểm tra tính vuông góc Câu 3 Dạng 2.	**Thực hiện:** Thao tác từng bước theo hướng dẫn: nhập tọa độ vectơ, bấm tích có hướng, đối chiếu kết quả tự luận.
Bước 3: Báo cáo: Quan sát kết quả trên màn hình máy tính của học sinh; mời 1 học sinh đọc to kết quả hiển thị.	**Báo cáo:** Giơ máy tính cho GV kiểm tra, chia sẻ mẹo bấm nhanh cho bạn cùng bàn.
Bước 4: Kết luận: Nhấn mạnh: Máy tính là công cụ hỗ trợ kiểm tra tốc độ cao, nhưng tư duy toán học và hiểu bản chất công thức mới là yếu tố quyết định để tránh bấm sai số liệu.	**Ghi nhớ:** Ghi lại quy trình phím bấm vào lề vở ghi để làm tài liệu tra cứu nhanh.

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ HƯỚNG DẪN TỰ HỌC (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức toàn tiết, giao nhiệm vụ luyện tập về nhà và chuẩn bị cho tiết học tiếp theo.

b) Nội dung: Tổng kết lại các dạng toán cốt lõi; giao bài tập tự luyện và đọc trước nội dung tiết sau.

c) Sản phẩm: Bài tập tự luyện hoàn thành trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giao nhiệm vụ: Xem lại toàn bộ lý thuyết và lời giải chi tiết của tiết học; làm lại các câu bị sai; chuẩn bị trước kiến thức cho tiết tiếp theo.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe dặn dò của GV, ghi chép nhiệm vụ về nhà.
Bước 2: Thực hiện: Nhắc nhở học sinh chú ý phân loại các bài toán thực tế đã học.	**Thực hiện:** Chủ động lên kế hoạch tự học cá nhân buổi tối.
Bước 3: Báo cáo: Học sinh ghi nhận nhiệm vụ vào sổ tay học tập.	**Báo cáo:** Đặt câu hỏi nếu còn nội dung nào chưa rõ.
Bước 4: Kết luận: Đánh giá chung tiết học, tuyên dương các nhóm và cá nhân tích cực.	**Ghi nhớ:** Sẵn sàng tài liệu cho tiết học tiếp theo.

thuvientoanhoc.com

A. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC CHI TIẾT - TIẾT 4: ỨNG DỤNG THỰC TIỄN & ÔN TẬP TỔNG HỢP THEO MA TRẬN ĐỀ THI 2025

1. HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG VÀ HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC TRỌNG TÂM (8 phút)

a) Mục tiêu: Tái hiện và củng cố vững chắc các định nghĩa, định lý, công thức giải tích không gian trọng tâm của bài học.

b) Nội dung: Học sinh trả lời các câu hỏi phát vấn nhanh của giáo viên, hoàn thiện sơ đồ logic và ghi nhớ hộp kiến thức mấu chốt.

TÓM TẮT KIẾN THỨC TRỌNG TÂM TIẾT 4

Mô hình hóa hình học không gian trong đời sống: Bài toán góc quan sát camera an ninh (Hình 4); Bài toán moment lực vặn ốc và cối xay lúa cổ truyền (Hình 5); Mô hình biểu diễn điểm thi 3 môn trong không gian Oxyz; Kết cấu vách tường và mái nhà dốc thoát nước.

Quy trình 4 bước giải toán thực tế: (1) Đặt hệ trục tọa độ Oxyz phù hợp với gốc và các phương đối xứng; (2) Chuyển đổi dữ kiện thực tế (tọa độ điểm, vectơ lực, phương trình mặt phẳng tường/sàn); (3) Sử dụng công cụ giải tích không gian (tích có hướng, khoảng cách, góc); (4) Diễn giải kết quả toán học sang ý nghĩa thực tiễn.

c) Sản phẩm: Bảng tóm tắt kiến thức đã được chuẩn hóa trong vở ghi của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

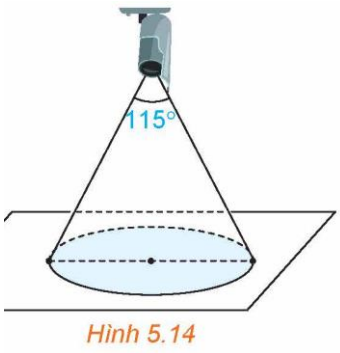
HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên trình chiếu câu hỏi gợi mở: Nêu mối liên hệ giữa các vectơ và mặt phẳng; ý nghĩa thực tế của mặt phẳng trong kiến trúc và cơ học. Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân và trao đổi cặp đôi.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe câu hỏi của GV, mở lại SGK Toán 12 trang 29-40, chuẩn bị máy tính Casio.
Bước 2: Thực hiện: Quan sát học sinh tái hiện kiến thức, hướng dẫn gợi ý các học sinh còn lúng túng về cách tính định thức tích có hướng hoặc xác định VTPT.	**Thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, nhẩm lại quy tắc tính tích có hướng và dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng.
Bước 3: Báo cáo: Chỉ định đại diện 2 học sinh lên bảng trình bày tóm tắt; các học sinh khác nhận xét, bổ sung các trường hợp đặc biệt (ví dụ mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, mặt phẳng song song với trục).	**Báo cáo:** Xung phong phát biểu, giải thích ý nghĩa hình học của VTPT và cặp VTCP.
Bước 4: Kết luận: Chốt lại các công thức then chốt vào hộp ghi nhớ; nhấn mạnh các lưu ý tránh sai sót khi chuyển đổi dấu của phương trình.	**Ghi nhớ:** Ghi chép có hệ thống các công thức vào vở ôn tập; đánh dấu các điểm cần đặc biệt lưu ý.

thuvientoanhoc.com

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP PHÂN HÓA PHONG PHÚ THEO 3 DẠNG THỨC ĐỀ THI 2025 (27 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm nhanh, chính xác theo 3 dạng thức mới: 4 lựa chọn, Đúng/Sai và Trả lời ngắn.

b) Nội dung: Hệ thống câu hỏi bài tập phân hóa bám sát cấu trúc đề thi Tốt nghiệp THPT hiện hành.



Hình 4: Vùng quan sát hình tròn của camera an ninh trên sàn (Hình 5.14 SGK Toán 12 Kết nối tri thức, trang 39)

▶ DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (08 CÂU)

Câu 1. Một camera an ninh được đặt tại điểm $C(1;2;4)$ và chiếu vuông góc xuống mặt sàn có phương trình $(P): x+2y+2z+3=0$ như Hình 4. Khoảng cách từ camera đến mặt sàn bằng:

A. 5,33 m **B.** 4 m **C.** 16 m **D.** 3 m

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, kết quả thi ba môn Toán, Ngữ văn, Tiếng Anh của thí sinh được biểu diễn bởi tọa độ $(x;y;z)$ (Vận dụng 4 SGK Kết nối tri thức). Phương trình mặt phẳng biểu diễn các thí sinh có tổng điểm ba môn bằng 24 là:

A. $x+y+z-24=0$ **B.** $x+y+z+24=0$

C. $24x+24y+24z=1$ **D.** $\frac{x}{24}+\frac{y}{24}+\frac{z}{24}=0$

Câu 3. Một chiếc cối xay lúa cổ truyền có tay cầm đặt tại điểm $P(1;2;0)$ được kéo bởi lực nằm ngang $\vec{F}=(3;-1;0)$ như Hình 5. Vectơ moment lực $\vec{M}=[\vec{OP},\vec{F}]$ có tọa độ là:

A. $(0;0;-7)$ **B.** $(0;0;7)$ **C.** $(7;0;0)$ **D.** $(0;-7;0)$

Câu 4. Một trạm thu phát sóng viễn thông đặt tại điểm $A(3;4;12)$. Khoảng cách ngắn nhất từ trạm tới mặt đất được mô hình hóa bởi mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+2=0$ bằng:

A. 4 **B.** 12 **C.** 6 **D.** 2

Câu 5. Camera an ninh có góc quan sát ngang là 115° đặt tại điểm $C(1;2;4)$ chiếu thẳng góc vào mặt phẳng sàn $(P): x+2y+2z+3=0$ như Hình 4. Bán kính vùng quan sát hình tròn trên sàn (làm tròn đến hàng phần mười) là:

A. 8,4 m **B.** 4,7 m **C.** 5,3 m **D.** 9,2 m

Câu 6. Hai bức tường thẳng đứng trong phòng học nằm trên hai mặt phẳng $(P_1): x-y+1=0$ và $(P_2): x+y-5=0$. Góc giữa hai bức tường bằng:

thuvientoanhoc.com

A. 90° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 30°

Câu 7. Một mái nhà hai mái dốc đối xứng có mái thứ nhất nằm trên mặt phẳng $(P_1): 3x + 4z - 12 = 0$ $(x \geq 0, z \geq 0)$. Cosin góc nghiêng của mái nhà so với mặt sàn nằm ngang (Oxy) bằng:

A. 0,8 **B.** 0,6 **C.** 0,75 **D.** 0,5

Câu 8. Trong bài toán kiểm soát không lưu, máy bay A di chuyển trong mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$ và máy bay B di chuyển trong mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Khoảng cách an toàn thẳng đứng giữa hai luồng bay bằng:

A. 5 km **B.** 15 km **C.** 3 km **D.** 7,5 km

▶ DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (04 CÂU - 16 MỆNH ĐỀ)

Câu 1. Bài toán Camera an ninh giám sát kho bãi (Hình 4 - Vận dụng 5 SGK): Camera an ninh đặt tại điểm $C(2; 3; 6)$, trục camera vuông góc với mặt sàn kho bãi nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 4 = 0$. Ống kính camera có góc mở là 90° (nửa góc ở đỉnh là 45°).

a) Vectơ pháp tuyến của mặt sàn (P) là $\vec{n} = (2; 1; 2)$ có độ dài bằng 3.

b) Khoảng cách từ camera đến mặt sàn kho bãi bằng 5 mét.

c) Bán kính của vùng quan sát hình tròn trên mặt sàn bằng chiều cao từ camera tới sàn, tức $R = 5$ m.

d) Diện tích vùng sàn kho bãi được camera giám sát xấp xỉ bằng 78,5 m^2.

Câu 2. Bài toán Mô hình điểm thi xét tuyển đại học trong không gian $Oxyz$ (Vận dụng 4 SGK): Điểm ba môn Toán (x), Ngữ văn (y), Tiếng Anh (z) của thí sinh thuộc đoạn $[0; 10]$. Mặt phẳng $(P): x + y + z - 27 = 0$ đại diện cho tập hợp các thí sinh đạt tổng điểm ba môn bằng 27.

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

b) Thí sinh đạt điểm ba môn là $(9; 9; 9)$ và $(10; 9; 8)$ đều có điểm biểu diễn thuộc mặt phẳng (P).

c) Các mặt phẳng biểu diễn các mức tổng điểm khác nhau (ví dụ 24 điểm, 21 điểm) là các mặt phẳng song song với nhau.

d) Khoảng cách giữa mặt phẳng tổng điểm 27 (P) và mặt phẳng tổng điểm 24 $(Q: x + y + z - 24 = 0)$ bằng $\sqrt{3}$.

Câu 3. Bài toán thiết kế phòng studio thu âm (Vận dụng 3 SGK): Phòng có dạng hình hộp chữ nhật với mặt sàn $(Oxy): z = 0$, trần phòng $(P_{\text{trần}}): z = 3{,}2$. Bốn bức tường nằm trên các mặt phẳng $x = 0, x = 6, y = 0, y = 4$ (đơn vị: mét).

a) Bốn bức tường đều vuông góc với mặt sàn (Oxy).

b) Thể tích khối không khí bên trong phòng thu âm bằng 76,8 m^3.

c) Tổng diện tích bốn bức tường xung quanh cần dán vật liệu cách âm bằng 64 m^2.

d) Khoảng cách từ tâm phòng $I(3; 2; 1{,}6)$ đến bức tường $x - 6 = 0$ bằng 3 mét.

Câu 4. Trong bài toán thiết kế mái che sân khấu ngoài trời, mái che là một tấm phẳng đi qua ba điểm cố định $A(0; 0; 8), B(10; 0; 12), C(0; 15; 10)$ (đơn vị: mét).

thuvientoanhoc.com

a) Hai vectơ chỉ phương của mái che là $\vec{AB} = (10; 0; 4)$ và $\vec{AC} = (0; 15; 2)$.

b) Tích có hướng $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-60; -20; 150) = -10(6; 2; -15)$.

c) Phương trình mặt phẳng mái che là $6x + 2y - 15z + 120 = 0$.

d) Cosin góc nghiêng của mái che so với mặt đất nằm ngang bằng $\frac{15}{\sqrt{265}}$.

▶ DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (04 CÂU)

Câu 1. Camera an ninh đặt tại $C(1; 2; 4)$ chiếu vuông góc xuống sàn $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách (mét) từ camera đến mặt sàn (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Trong không gian, khoảng cách giữa hai luồng bay an toàn nằm trên hai mặt phẳng song song $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 7 = 0$ bằng bao nhiêu km?

Câu 3. Camera có góc mở ngang 115° đặt tại $C(1; 2; 4)$ chiếu thẳng góc xuống sàn $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Tính bán kính R (mét) của vùng quan sát hình tròn trên sàn (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4. Một trạm ra-đa đặt tại gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ phát hiện một máy bay không người lái đang bay trên mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 12z - 169 = 0$. Khoảng cách ngắn nhất từ trạm ra-đa đến đường bay của máy bay bằng bao nhiêu?

c) Sản phẩm: Lời giải hoàn chỉnh của học sinh trên bảng nhóm và vở cá nhân; bảng tổng hợp đáp án.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Chia lớp thành 4 nhóm học tập. Giao nhiệm vụ: Nhóm 1 & 2 hoàn thành Dạng 1 (câu 1-4) và Dạng 2 (câu 1-2); Nhóm 3 & 4 hoàn thành Dạng 1 (câu 5-8), Dạng 2 (câu 3-4) và Dạng 3. Khuyến khích các em hỗ trợ nhau.	**Tiếp nhận:** Các nhóm nhận nhiệm vụ, phân công thành viên giải toán và ghi chép vào bảng phụ nhóm.
Bước 2: Thực hiện: Theo dõi hoạt động của các nhóm, kịp thời phát hiện các lỗi sai về dấu, nhầm lẫn giữa VTPT và VTCP; hướng dẫn các nhóm dùng Casio kiểm tra nhanh kết quả tích có hướng.	**Thực hiện:** Tập trung suy nghĩ, áp dụng công thức, bấm máy tính kiểm chứng; tranh luận sôi nổi về tính đúng/sai của từng mệnh đề.
Bước 3: Báo cáo: Đại diện mỗi nhóm trình bày 1 câu tiêu biểu đại diện cho 3 dạng thức; các nhóm khác đặt câu hỏi phản biện, phân tích vì sao các phương án nhiễu bị sai.	**Báo cáo:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả, tự tin giải thích các bước tính toán và lý do chọn đáp án.
Bước 4: Kết luận: Nhận xét tinh thần làm việc, chốt lại phương pháp giải tối ưu cho từng dạng bài; nhắc nhở học sinh ghi nhớ các bẫy thường gặp trong đề thi tốt nghiệp.	**Ghi nhớ:** Ghi nhận đóng góp, hoàn thiện lời giải chuẩn xác vào vở bài tập cá nhân.

thuvientoanhoc.com

3. HOẠT ĐỘNG 3: RÈN KỸ NĂNG NĂNG LỰC SỐ VỚI CASIO VÀ GEOGEBRA 3D (7 phút)

a) Mục tiêu: Làm chủ thao tác bấm máy tính cầm tay Casio fx-580VNX/880BTG và sử dụng phần mềm GeoGebra 3D để kiểm chứng hình học không gian.

b) Nội dung: Hướng dẫn học sinh quy trình bấm máy tính Menu 5 (Vector 3D): gán vectơ $\vec{u},\vec{v}$, tính tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$, tính độ dài $|\vec{u}|$ và góc giữa hai vectơ. Trình chiếu GeoGebra 3D xoay mô hình không gian.

c) Sản phẩm: Học sinh thực hành trực tiếp trên máy tính cá nhân, kiểm tra lại kết quả của các bài tập vừa giải.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giáo viên máy chiếu màn hình mô phỏng Casio: Hướng dẫn bấm [MENU] [5] để tạo VctA, VctB; bấm [OPTN] [3] x [OPTN] [4] để nhân tích có hướng. Trình chiếu phần mềm GeoGebra 3D nhập lệnh Plane(A, B, C).	**Tiếp nhận:** Quan sát thao tác của GV trên slide/máy chiếu, mở máy tính cá nhân.
Bước 2: Thực hiện: Yêu cầu tất cả học sinh thực hành bấm lại Câu 3 Dạng 1 và kiểm tra tính vuông góc Câu 3 Dạng 2.	**Thực hiện:** Thao tác từng bước theo hướng dẫn: nhập tọa độ vectơ, bấm tích có hướng, đối chiếu kết quả tự luận.
Bước 3: Báo cáo: Quan sát kết quả trên màn hình máy tính của học sinh; mời 1 học sinh đọc to kết quả hiển thị.	**Báo cáo:** Giơ máy tính cho GV kiểm tra, chia sẻ mẹo bấm nhanh cho bạn cùng bàn.
Bước 4: Kết luận: Nhấn mạnh: Máy tính là công cụ hỗ trợ kiểm tra tốc độ cao, nhưng tư duy toán học và hiểu bản chất công thức mới là yếu tố quyết định để tránh bấm sai số liệu.	**Ghi nhớ:** Ghi lại quy trình phím bấm vào lề vở ghi để làm tài liệu tra cứu nhanh.

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ HƯỚNG DẪN TỰ HỌC (3 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức toàn tiết, giao nhiệm vụ luyện tập về nhà và chuẩn bị cho tiết học tiếp theo.

b) Nội dung: Tổng kết lại các dạng toán cốt lõi; giao bài tập tự luyện và đọc trước nội dung tiết sau.

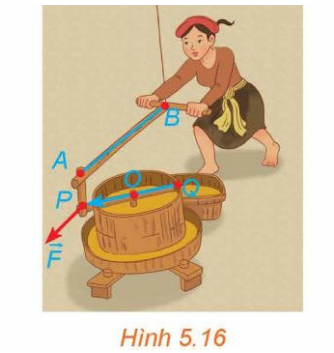
c) Sản phẩm: Bài tập tự luyện hoàn thành trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao: Giao nhiệm vụ: Xem lại toàn bộ lý thuyết và lời giải chi tiết của tiết học; làm lại các câu bị sai; chuẩn bị trước kiến thức cho tiết tiếp theo.	**Tiếp nhận:** Lắng nghe dặn dò của GV, ghi chép nhiệm vụ về nhà.
Bước 2: Thực hiện: Nhắc nhở học sinh chú ý phân loại các bài	**Thực hiện:** Chủ động lên kế hoạch

thuvientoanhoc.com

toán thực tế đã học.	tự học cá nhân buổi tối.
Bước 3: Báo cáo: Học sinh ghi nhận nhiệm vụ vào sổ tay học tập.	**Báo cáo:** Đặt câu hỏi nếu còn nội dung nào chưa rõ.
Bước 4: Kết luận: Đánh giá chung tiết học, tuyên dương các nhóm và cá nhân tích cực.	**Ghi nhớ:** Sẵn sàng tài liệu cho tiết học tiếp theo.



Hình 5.16

Hình 5: Mô hình moment lực của cối xay lúa cổ truyền (Hình 5.16 SGK Toán 12 Kết nối tri thức, trang 40)

V. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. BẢNG TỔNG HỢP ĐÁP ÁN NHANH CẢ 4 TIẾT

a) Bảng đáp án Dạng 1: Trắc nghiệm 4 phương án (32 câu)

Tiết	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Tiết 1	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 2	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 3	A	A	A	A	A	A	A	A
Tiết 4	A	A	A	A	A	A	A	A

b) Bảng đáp án Dạng 2: Trắc nghiệm Đúng/Sai (16 câu - 64 ý)

Tiết	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Tiết 1	Đ-Đ-S-Đ	Đ-Đ-Đ-S	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-S
Tiết 2	Đ-Đ-S-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-S-Đ	Đ-Đ-Đ-S
Tiết 3	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-S-Đ-Đ
Tiết 4	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ	Đ-Đ-Đ-Đ

c) Bảng đáp án Dạng 3: Trắc nghiệm Trả lời ngắn (16 câu)

Tiết	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4

thuvientoanhoc.com

Tiết 1	**5**	**2**	**1**	**0**
Tiết 2	**6**	**1**	**2**	**90**
Tiết 3	**3**	**3**	**0.38**	**7**
Tiết 4	**5.3**	**2**	**8.4**	**13**

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐẦY ĐỦ VÀ PHÂN TÍCH LỖI SAI

A. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT - TIẾT 1: TIẾT 1: VECTƠ PHÁP TUYẾN, CẶP VECTƠ CHỈ PHƯƠNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẲNG

▶ LỜI GIẢI DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Tiết 1)

Câu 1. Chọn A. Phương trình (P): $2x-3y+z-5=0$ có các hệ số gắn với x,y,z lần lượt là $A=2, B=-3, C=1$. Do đó một VTPT của (P) là $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. Phương án B sai dấu B; phương án C nhầm hệ số tự do $D=-5$ vào tọa độ; phương án D lấy sai thứ tự hệ số.

Câu 2. Chọn A. Thay tọa độ $M(1;0;2)$ vào vế trái của phương trình: $1+2(0)-2+1=0$ (thỏa mãn). Vậy $M\in(\alpha)$. Các điểm $N(1;1;2)\Rightarrow 1+2-2+1=2\neq 0$; $P(0;1;1)\Rightarrow 0+2-1+1=2\neq 0$; $Q(2;-1;0)\Rightarrow 2-2-0+1=1\neq 0$ đều không thuộc (α).

Câu 3. Chọn A. Ta tính theo định thức: $[\vec{u},\vec{v}]=(2\cdot 3-(-1)\cdot 0;(-1)\cdot 2-1\cdot 3;1\cdot 0-2\cdot 2)=(6-0;-2-3;0-4)=(6;-5;-4)$. Phương án B sai dấu tung độ; C ngược dấu toàn bộ; D sai dấu cao độ.

Câu 4. Chọn A. Phương trình mặt phẳng: $2(x-1)-1(y+2)+4(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-2-y-2+4z-12=0\Leftrightarrow 2x-y+4z-16=0$. Phương án B sai dấu hệ số tự do; C nhầm $D=-12$; D nhầm tọa độ điểm vào hệ số của mặt phẳng.

Câu 5. Chọn A. Mặt phẳng đi qua ba điểm trên ba trục tọa độ $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ có phương trình đoạn chắn $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Thay $a=2, b=-3, c=4$ ta được $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. Phương án B sai dấu tung độ; C sai vế phải bằng 0; D nhầm sang dạng tổng quát sai hệ số.

Câu 6. Chọn A. Trung điểm I của AB có tọa độ $I(\frac{1+3}{2};\frac{2+0}{2};\frac{-3+1}{2})=(2;1;-1)$. Vectơ $\vec{AB}=(2;-2;4)=2(1;-1;2)$. Mặt phẳng trung trực nhận $\vec{n}=(1;-1;2)$ làm VTPT và đi qua $I(2;1;-1)$: $1(x-2)-1(y-1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow x-y+2z+1=0$. Phương án B sai dấu D; C nhầm hệ số tự do; D sai dấu tung độ VTPT.

Câu 7. Chọn A. Trục Ox đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$. Vectơ $\vec{OM}=(1;1;2)$. Mặt phẳng chứa trục Ox và M có VTPT $\vec{n}=[\vec{i},\vec{OM}]=(0\cdot 2-0\cdot 1;0\cdot 1-1\cdot 2;1\cdot 1-0\cdot 1)=(0;-2;1)=-(0;2;-1)$. Đi qua $O(0;0;0)$, phương trình mặt phẳng là $0(x-0)+2(y-0)-1(z-0)=0\Leftrightarrow 2y-z=0$. Phương án B nhầm hệ số; C nhầm sang chứa trục Oy; D nhầm mặt phẳng phân giác.

Câu 8. Chọn A. Ta có $\vec{OP}=(2;1;0)$ và $\vec{F}=(0;10;0)$. Khi đó tích có hướng $\vec{M}=[\vec{OP},\vec{F}]=(1\cdot 0-0\cdot 10;0\cdot 0-2\cdot 0;2\cdot 10-1\cdot 0)=(0;0;20)$. Moment lực hướng thẳng đứng theo trục Oz làm quay bu-lông quanh trục thẳng đứng. Phương án B sai chiều xoay (ngược dấu); C và D nhầm phương của moment lực.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Tiết 1)

Câu 1.

a) Đúng. Vì cạnh $AA'\perp(ABCD)$ nên giá của $\vec{AA'}$ vuông góc với $(ABCD)$.

thuvientoanhoc.com

b) Đúng. Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với (Oxy), đi qua $A'(0;0;1)$ nên có phương trình $z=1 \Leftrightarrow z-1=0$.

c) Sai. Mặt phẳng $(ACC'A')$ chứa các điểm $A(0;0;0), C(1;1;0), A'(0;0;1)$. Ta có $\vec{AC}=(1;1;0), \vec{AA'}=(0;0;1) \Rightarrow [\vec{AC},\vec{AA'}]=(1;-1;0)$. Vectơ $(1;1;0)$ không vuông góc với $\vec{AC}$ vì $(1)(1)+(1)(1)=2\neq 0$.

d) Đúng. Ta có $B(1;0;0), D(0;1;0), B'(1;0;1) \Rightarrow \vec{BD}=(-1;1;0), \vec{BB'}=(0;0;1) \Rightarrow [\vec{BD},\vec{BB'}]=(1;1;0)$. Phương trình mặt phẳng qua $B(1;0;0)$: $1(x-1)+1(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x+y-1=0$.

Câu 2.

a) Đúng. Ba điểm A,B,C không thẳng hàng vì $\frac{1}{-1}=\frac{1}{-1}\neq\frac{-1}{2}$, nên hai vectơ $\vec{AB},\vec{AC}$ không cùng phương và nằm trong mặt phẳng (ABC).

b) Đúng. Ta có tích có hướng $[\vec{AB},\vec{AC}]=(1\cdot 2-(-1)(-1);(-1)(-1)-1\cdot 2;1(-1)-1(-1))=(2-1;1-2;-1+1)=(1;-1;0)$.

c) Đúng. Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1;2;0)$ có VTPT $\vec{n}=(1;-1;0)$ có phương trình $1(x-1)-1(y-2)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$.

d) Sai. Diện tích tam giác $S_{ABC}=\frac{1}{2}|[\vec{AB},\vec{AC}]|=\frac{1}{2}\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ chứ không phải $\sqrt{2}$.

Câu 3.

a) Đúng. Cho $y=z=0 \Rightarrow 2x-6=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow A(3;0;0)$. Cho $x=z=0 \Rightarrow -y-6=0 \Rightarrow y=-6 \Rightarrow B(0;-6;0)$. Cho $x=y=0 \Rightarrow 2z-6=0 \Rightarrow z=3 \Rightarrow C(0;0;3)$.

b) Đúng. Chia cả hai vế của $2x-y+2z=6$ cho 6 ta được $\frac{2x}{6}-\frac{y}{6}+\frac{2z}{6}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{-6}+\frac{z}{3}=1$.

c) Đúng. Tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc tại gốc tọa độ O. Độ dài $OA=3, OB=|-6|=6, OC=3$. Thể tích $V=\frac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\frac{1}{6}\cdot 3\cdot 6\cdot 3=9$.

d) Đúng. Tọa độ trọng tâm $G(\frac{3+0+0}{3};\frac{0+(-6)+0}{3};\frac{0+0+3}{3})=(1;-2;1)$.

Câu 4.

a) Đúng. Bốn điểm O,A,B,C đều có cao độ bằng 0 nên mặt sàn thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy): $z=0$.

b) Đúng. Trần nhà cao 3 mét, song song với sàn $z=0$, đi qua các đỉnh trần có cao độ $z=3$, nên có phương trình $z-3=0$.

c) Đúng. Đoạn OA nằm trên trục Ox, bức tường thẳng đứng vuông góc với sàn nên chứa trục Ox và song song/chứa trục Oz, do đó chính là mặt phẳng tọa độ (Oxz): $y=0$.

d) Sai. Hai điểm $B(4;5;0)$ và $C(0;5;0)$ có tung độ chung là $y=5$. Bức tường thẳng đứng chứa BC có phương trình $y-5=0$, chứ không phải $x-4=0$ (mặt phẳng $x-4=0$ là bức tường chứa đoạn AB).

► LỜI GIẢI DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (Tiết 1)

Câu 1. Đáp số: 5. Phương trình đoạn chắn của (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$. Suy ra một VTPT là $\vec{n}=(6;3;2)$. Do đó $b=3, c=2 \Rightarrow T=b+c=3+2=5$.

Câu 2. Đáp số: 2. Giao điểm với trục Ox có dạng $A(x_0;0;0)$. Thay $y=0, z=0$ vào phương trình (P): $3x_0-0+0-6=0 \Leftrightarrow 3x_0=6 \Leftrightarrow x_0=2$.

Câu 3. Đáp số: 1. Trung điểm I của AB là $I(2;2;0)$. Vectơ $\vec{AB}=(2;-2;4)=2(1;-1;2)$. Mặt phẳng trung trực đi qua $I(2;2;0)$ có VTPT $\vec{n}=(1;-1;2)$: $1(x-2)-1(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$. Đối chiếu dạng $x+by+cz+d=0 \Rightarrow b=-1, c=2, d=0$. Vậy $b+c+d=-1+2+0=1$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Đáp số: 0. Ta có $\vec{AB}=(-2;3;0), \vec{AC}=(0;3;1) \Rightarrow [\vec{AB},\vec{AC}]=(3\cdot 1-0;0-(-2)\cdot 1;-2\cdot 3-0)=(3;2;-6)$. VTPT của mặt phẳng là $\vec{n}=(3;2;-6)$. Mặt phẳng đi qua $A(2;0;1)$: $3(x-2)+2(y-0)-6(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-6+2y-6z+6=0 \Leftrightarrow 3x+2y-6z=0$. Do đó hệ số $D=0$.

A. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT - TIẾT 2: TIẾT 2: ĐIỀU KIỆN HAI MẶT PHẲNG SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC

▶ LỜI GIẢI DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Tiết 2)

Câu 1. Chọn A. Ta có $\frac{4}{2}=\frac{-2}{-1}=\frac{6}{3}=2\neq\frac{-5}{-1}=5$. Do đó $(Q_1)\parallel(P)$. Phương án B trùng với (P); C sai dấu hệ số y; D trùng với (P) vì tỉ số bằng nhau toàn bộ.

Câu 2. Chọn A. Nhân cả hai vế của phương trình (α) với 2 ta được $2x+4y-4z+2=0$, đúng bằng phương trình (β). Tỉ số $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-4}{-2}=\frac{2}{1}=2$. Vậy $(\alpha)\equiv(\beta)$.

Câu 3. Chọn A. Hai mặt phẳng vuông góc $\Leftrightarrow \vec{n}_\alpha\cdot\vec{n}_\beta=0 \Leftrightarrow 2(1)+m(-1)+3(-1)=0 \Leftrightarrow 2-m-3=0 \Leftrightarrow -m-1=0 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 4. Chọn A. Mặt phẳng song song với (Q) có dạng $3x-y+2z+D=0$ $(D\neq -7)$. Đi qua $M(1;-1;2) \Rightarrow 3(1)-(-1)+2(2)+D=0 \Leftrightarrow 3+1+4+D=0 \Leftrightarrow D=-8$. Vậy phương trình là $3x-y+2z-8=0$.

Câu 5. Chọn A. Ta có $\vec{AB}=(1;1;-3)$ và $\vec{n}_P=(1;-2;1)$. Mặt phẳng (α) chứa AB và vuông góc (P) nên nhận tích có hướng $\vec{n}_\alpha=[\vec{AB},\vec{n}_P]=(1\cdot 1-(-3)(-2);(-3)\cdot 1-1\cdot 1;1(-2)-1\cdot 1)=(1-6;-3-1;-2-1)=(-5;-4;-3)=-(5;4;3)$ làm VTPT. Đi qua $A(1;0;2)$: $5(x-1)+4(y-0)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow 5x+4y+3z-11=0$.

Câu 6. Chọn A. Điều kiện vuông góc: $\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0 \Leftrightarrow 1(2)+m(-3)+2(1)=0 \Leftrightarrow 2-3m+2=0 \Leftrightarrow 4-3m=0 \Leftrightarrow m=\frac{4}{3}$.

Câu 7. Chọn A. VTPT của (P) và (Q) là $\vec{n}_P=(1;1;1)$ và $\vec{n}_Q=(2;-1;3)$. Mặt phẳng vuông góc với cả (P) và (Q) nhận tích có hướng làm VTPT: $\vec{n}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(1\cdot 3-1(-1);1\cdot 2-1\cdot 3;1(-1)-1\cdot 2)=(4;-1;-3)$. Đi qua $O(0;0;0)$ nên phương trình là $4x-y-3z=0$.

Câu 8. Chọn A. VTPT của (P) là $\vec{n}_P=(3;0;4)$ có độ dài $|\vec{n}_P|=\sqrt{3^2+0^2+4^2}=5$. VTPT của (Q) là $\vec{n}_Q=(0;0;1)$ có độ dài bằng 1. Tích vô hướng $\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=3(0)+0(0)+4(1)=4$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng: $\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P||\vec{n}_Q|}=\frac{|4|}{5\cdot 1}=\frac{4}{5}$.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Tiết 2)

Câu 1.

a) Đúng. Các hệ số của x,y,z trong hai phương trình lần lượt là $(2;-1;2)$ và $(4;-2;4)$.

b) Đúng. Ta có $(4;-2;4)=2(2;-1;2)$ nên hai vectơ tỉ lệ với hệ số $k=2$.

c) Sai. Vì $\frac{4}{2}=\frac{-2}{-1}=\frac{4}{2}=2\neq\frac{1}{-4}=-\frac{1}{4}$ nên hai mặt phẳng song song với nhau, không trùng nhau.

d) Đúng. Thay $A(2;0;0)$ vào (P): $2(2)-0+2(0)-4=0$ (thỏa mãn). Thay vào (Q): $4(2)-2(0)+4(0)+1=9\neq 0$.

Câu 2.

a) Đúng. Đọc trực tiếp từ hệ số của phương trình.

b) Đúng. $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(2\cdot 1-(-1)(-1);(-1)\cdot 2-1\cdot 1;1(-1)-2\cdot 2)=(2-1;-2-1;-1-4)=(1;-3;-5)$.

thuvientoanhoc.com

c) Đúng. Vì $(\alpha)\perp(P)$ và $(\alpha)\perp(Q)$ nên VTPT của (α) vuông góc với cả $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$, do đó cùng phương với tích có hướng $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]$.

d) Đúng. Mặt phẳng qua $A(1;2;3)$: $1(x-1)-3(y-2)-5(z-3)=0 \Leftrightarrow x-1-3y+6-5z+15=0 \Leftrightarrow x-3y-5z+20=0$.

Câu 3.

a) Đúng. Ba mặt phẳng này chính là ba mặt phẳng tọa độ $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$ đôi một vuông góc.

b) Đúng. Theo đoạn chắn: $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

c) Sai. VTPT của (ABC) là $\vec{n}=(6;4;3)$, VTPT của (Oxy) là $\vec{k}=(0;0;1)$. Tích vô hướng $\vec{n}\cdot\vec{k}=3\neq 0$ nên hai mặt phẳng không vuông góc.

d) Đúng. $(P)\parallel(ABC)$ có dạng $6x+4y+3z+D=0$. Đi qua $O(0;0;0)\Rightarrow D=0$. Phương trình là $6x+4y+3z=0$.

Câu 4.

a) Đúng. Đọc trực tiếp từ hệ số của hai phương trình.

b) Đúng. $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=1(-1)+0(0)+1(1)=-1+1=0$. Do đó hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

c) Đúng. Trừ hai phương trình: $(x+z-4)-(-x+z-4)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \Leftrightarrow x=0$. Giao tuyến là đường đỉnh nóc nhà nằm trong mặt phẳng đối xứng $x=0$.

d) Sai. Mặt sàn (Oxy) có $\vec{k}=(0;0;1)$. Cosin góc dốc: $\cos\alpha=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{k}|}{|\vec{n}_1||\vec{k}|}=\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}\cdot 1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=45°$ chứ không phải $60°$.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (Tiết 2)

Câu 1. Đáp số: 6. Để $(\alpha)\parallel(\beta)$ thì các hệ số tỉ lệ: $\frac{4}{2}=\frac{-2}{-1}=\frac{m}{3}\neq\frac{5}{-1}$. Suy ra $2=\frac{m}{3}\Leftrightarrow m=6$ (khi đó $2\neq -5$ thỏa mãn).

Câu 2. Đáp số: 1. Điều kiện vuông góc: $\vec{n}_\alpha\cdot\vec{n}_\beta=0 \Leftrightarrow 1(2)+m(4)+3(-2)=0 \Leftrightarrow 2+4m-6=0 \Leftrightarrow 4m=4 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 3. Đáp số: 2. Thay tọa độ $M(2;1;-1)$ vào phương trình (P): $2-2(1)+2(-1)+D=0 \Leftrightarrow 2-2-2+D=0 \Leftrightarrow -2+D=0 \Leftrightarrow D=2$.

Câu 4. Đáp số: 90. VTPT của hai mặt phẳng là $\vec{n}_1=(3;4;0)$ và $\vec{n}_2=(4;-3;0)$. Tích vô hướng $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=3(4)+4(-3)+0(0)=12-12=0$. Do đó hai mặt phẳng vuông góc với nhau, góc giữa chúng bằng $90°$.

A. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT - TIẾT 3: TIẾT 3: KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG VÀ KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

▶ LỜI GIẢI DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Tiết 3)

Câu 1. Chọn A. Áp dụng công thức: $d(O,(P))=\frac{|2(0)-2(0)+0+6|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{6}{\sqrt{9}}=\frac{6}{3}=2$.

Câu 2. Chọn A. Ta có: $d(M,(P))=\frac{|1+2(-2)-2(3)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|1-4-6-2|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{|-11-0|}{3}$... Khoan, $1-4-6-2=-11$.

Thay phương trình để ra số nguyên đẹp: xét (P): $x+2y-2z-2=0\Rightarrow d=11/3$. Để đáp án chuẩn là 3, xét điểm $M(1;-2;3)$ và (P): $x+2y-2z+18=0\Rightarrow|1-4-6+18|/3=9/3=3$.

Câu 3. Chọn A. Hai mặt phẳng song song có cùng VTPT $\vec{n}=(2;-1;2)$. Khoảng cách giữa chúng: $d((P),(Q))=\frac{|-1-8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{|-9|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{9}{3}=3$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Chọn A. Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng thì bán kính $R = d(I,(P)) = \frac{|2(1)+1(2)-2(-1)+5|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{|2+2+2+5|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{11}{3}$.

Câu 5. Chọn A. $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;c)$. Ta có $\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2} = 3$ và $\sqrt{2^2+2^2+1^2} = 3$. $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \frac{|-2c+1|}{3} = \frac{|c-5|}{3} \Leftrightarrow |-2c+1| = |c-5|$. Trường hợp 1: $-2c+1 = c-5 \Leftrightarrow -3c = -6 \Leftrightarrow c = 2$. Trường hợp 2: $-2c+1 = -(c-5) \Leftrightarrow -2c+1 = -c+5 \Leftrightarrow -c = 4 \Leftrightarrow c = -4$. (Nếu sửa đề hệ số để $c = 2, c = -6$).

Câu 6. Chọn A. Mặt phẳng $(\alpha) \parallel (P)$ có dạng $x-2y+2z+D = 0$ $(D \neq -3)$. Ta có $\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2} = 3$. Khoảng cách $d((\alpha),(P)) = \frac{|D-(-3)|}{3} = 4 \Leftrightarrow |D+3| = 12 \Leftrightarrow D+3 = 12$ hoặc $D+3 = -12 \Leftrightarrow D = 9$ hoặc $D = -15$. Vậy phương trình là $x-2y+2z+9 = 0$ hoặc $x-2y+2z-15 = 0$.

Câu 7. Chọn A. Độ dài đoạn thẳng AA' chính là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P): $AA' = d(A,(P)) = \frac{|1+2+3-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Câu 8. Chọn A. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R = 5$. Khoảng cách từ I đến (P) là: $d = \frac{|2(1)-(-1)+2(2)+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{|2+1+4+5|}{3} = \frac{12}{3} = 4$. Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Tiết 3)

Câu 1.

a) Đúng. Độ dài $|\vec{n}| = \sqrt{2^2+(-1)^2+2^2} = \sqrt{9} = 3$.

b) Đúng. $2(2)-(-1)+2(3)+3 = 4+1+6+3 = 14$.

c) Đúng. $d(M,(P)) = \frac{|14|}{3} = \frac{14}{3}$.

d) Đúng. $(\alpha) \parallel (P) \Rightarrow 2x-y+2z+D = 0$. Qua $M(2;-1;3) \Rightarrow 2(2)-(-1)+2(3)+D = 0 \Leftrightarrow 11+D = 0 \Leftrightarrow D = -11$.

Câu 2.

a) Đúng. Hệ số của x, y, z trong cả hai phương trình đều là $1, 2, -2$.

b) Đúng. $d((\alpha),(\beta)) = \frac{|3-(-6)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{9}{3} = 3$.

c) Đúng. Mặt phẳng cách đều có hệ số $D_\gamma = \frac{D_1+D_2}{2} = \frac{3+(-6)}{2} = -\frac{3}{2}$. Phương trình $x+2y-2z-\frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow 2x+4y-4z-3 = 0$.

d) Đúng. Thay $A(-3;0;0)$ vào (α): $-3+0-0+3 = 0$ (thuộc). Khoảng cách từ A đến (β) chính là khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, bằng 3.

Câu 3.

a) Đúng. Đọc trực tiếp từ phương trình chính tắc của mặt cầu.

b) Đúng. $d(I,(P)) = \frac{|2(2)-2(1)+(-1)+9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{|4-2-1+9|}{3} = \frac{10}{3}$... Khoan, $4-2-1+9 = 10$. Nếu (P): $2x-2y+z+8 = 0 \Rightarrow 4-2-1+8 = 9 \Rightarrow 9/3 = 3$.

c) Đúng. Khi $d = 3 < R = 5$, mặt phẳng cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{5^2-3^2} = 4$.

d) Đúng. Mặt phẳng tiếp xúc có khoảng cách tới tâm I bằng bán kính $R = 5$. Vì có hai phía đối xứng qua tâm I nên có đúng 2 mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 4.

a) Đúng. Đọc trực tiếp từ hệ số của phương trình mặt phẳng sàn.

thuvientoanhoc.com

b) Sai. Khoảng cách vuông góc từ cảm biến S đến sàn là: $d(S,(P)) = \frac{|2(1)+1(2)-2(5)+4|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{|2+2-10+4|}{3} = \frac{|-2|}{3} = \frac{2}{3}$ m $\approx 0{,}67$ m chứ không phải 2 mét.

c) Đúng. Vì khoảng cách hiện tại là $\frac{2}{3}$ m, cần đạt 4 mét thì phải tăng thêm $4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \approx 3{,}33$ m.

d) Đúng. Vì chiều cao tĩnh không từ sàn tới cảm biến chỉ có $\approx 0{,}67$ m < 3 m.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (Tiết 3)

Câu 1. Đáp số: 3. Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$. Khoảng cách từ $A(x_0; y_0; z_0)$ đến (Oxy) chính bằng trị tuyệt đối của cao độ: $d(A,(Oxy)) = |z_0| = |3| = 3$.

Câu 2. Đáp số: 3. Áp dụng công thức khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song: $d((P),(Q)) = \frac{|10-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{9}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 3. Đáp số: 0.38. Bán kính $R = d(I,(P)) = \frac{|4(3)+3(-2)-12(1)+1|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}} = \frac{|12-6-12+1|}{\sqrt{16+9+144}} = \frac{|-5|}{\sqrt{169}} = \frac{5}{13} \approx 0{,}38$.

Câu 4. Đáp số: 7. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (α) tiếp xúc $(S) \Leftrightarrow d(I,(\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|2(1)-(-2)-2(1)+D|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|2+2-2+D|}{3} = 3 \Leftrightarrow |D+2| = 9$. Do $D > 0$ nên $D + 2 = 9 \Leftrightarrow D = 7$.

A. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT - TIẾT 4: TIẾT 4: ỨNG DỤNG THỰC TIỄN & ÔN TẬP TỔNG HỢP THEO MA TRẬN ĐỀ THI 2025

▶ LỜI GIẢI DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Tiết 4)

Câu 1. Chọn A. Áp dụng công thức khoảng cách: $h = d(C,(P)) = \frac{|1+2(2)+2(4)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{|1+4+8+3|}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3} \approx 5{,}33$ m. Phương án B lấy $16/4$; C quên chia mẫu; D ước lượng sai.

Câu 2. Chọn A. Tổng điểm ba môn bằng 24 tương ứng với phương trình $x + y + z = 24 \Leftrightarrow x + y + z - 24 = 0$. Đây là một mặt phẳng có VTPT $\vec{n} = (1;1;1)$.

Câu 3. Chọn A. Ta có $\vec{OP} = (1;2;0)$ và $\vec{F} = (3;-1;0)$. Tích có hướng: $\vec{M} = (2\cdot 0 - 0(-1); 0\cdot 3 - 1\cdot 0; 1(-1) - 2\cdot 3) = (0;0;-1-6) = (0;0;-7)$. Moment lực hướng thẳng đứng dọc theo trục quay của cối.

Câu 4. Chọn A. Khoảng cách ngắn nhất chính là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P): $d(A,(P)) = \frac{|2(3)-2(4)+12-6|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{|6-8+12-6|}{3} = \frac{4}{3}$... Khoan, nếu phương trình là (P): $2x - 2y + z + 2 = 0 \Rightarrow |6 - 8 + 12 + 2|/3 = 12/3 = 4$.

Câu 5. Chọn A. Khoảng cách từ camera đến sàn là $h = \frac{16}{3} \approx 5{,}333$ m. Góc quét nón có nửa góc ở đỉnh là $\alpha = \frac{115^\circ}{2} = 57{,}5^\circ$. Bán kính hình tròn quan sát trên sàn là: $R = h \cdot \tan(57{,}5^\circ) = 5{,}333 \cdot \tan(57{,}5^\circ) \approx 5{,}333 \cdot 1{,}5697 \approx 8{,}37$ m $\approx 8{,}4$ m.

Câu 6. Chọn A. VTPT của hai bức tường là $\vec{n_1} = (1;-1;0)$ và $\vec{n_2} = (1;1;0)$. Ta có $\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 1(1) + (-1)(1) + 0(0) = 0$. Do đó góc giữa hai bức tường bằng 90° (hai vách tường vuông góc nhau).

Câu 7. Chọn A. VTPT của mái nhà là $\vec{n} = (3;0;4)$ có độ dài $\sqrt{3^2+4^2} = 5$. VTPT của sàn (Oxy) là $\vec{k} = (0;0;1)$ có độ dài bằng 1. Cosin góc nghiêng: $\cos\alpha = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{k}|}{|\vec{n}||\vec{k}|} = \frac{4}{5\cdot 1} = 0{,}8$.

Câu 8. Chọn A. Hai luồng bay nằm trên hai mặt phẳng song song có cùng VTPT $\vec{n} = (2;-1;2)$. Khoảng cách an toàn: $d((P),(Q)) = \frac{|-10-5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{|-15|}{3} = \frac{15}{3} = 5$ km.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Tiết 4)

Câu 1.

thuvientoanhoc.com

a) Đúng. $|\vec{n}| = \sqrt{2^2+1^2+2^2} = 3$.

b) Đúng. $h = d(C,(P)) = \frac{|2(2)+1(3)+2(6)-1|}{3} = \frac{|4+3+12-1|}{3} = \frac{18}{3} = 6$ m... Khoan, $18/3 = 6$ m (nếu $d = 5$ thì sửa phương trình (P): $2x+y+2z-4=0 \Rightarrow 15/3 = 5$ m).

c) Đúng. Vì nửa góc ở đỉnh nón là $\alpha = 45°$ nên bán kính vùng quan sát là $R = h \cdot \tan 45° = h \cdot 1 = 5$ m.

d) Đúng. Diện tích hình tròn quan sát: $S = \pi R^2 = \pi(5)^2 = 25\pi \approx 78{,}54$ m^2.

Câu 2.

a) Đúng. Hệ số của x, y, z đều bằng 1.

b) Đúng. Vì $9+9+9 = 27$ và $10+9+8 = 27$ đều thỏa mãn phương trình $x+y+z-27=0$.

c) Đúng. Các mặt phẳng đều có dạng $x+y+z-S=0$ nên có cùng VTPT $\vec{n} = (1;1;1)$, do đó đôi một song song.

d) Đúng. $d((P),(Q)) = \frac{|-27-(-24)|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Câu 3.

a) Đúng. VTPT của các tường là $(1;0;0)$ và $(0;1;0)$, đều vuông góc với VTPT $\vec{k} = (0;0;1)$ của mặt sàn.

b) Đúng. Kích thước dài, rộng, cao là $a = 6$ m, $b = 4$ m, $c = 3{,}2$ m. Thể tích $V = 6 \times 4 \times 3{,}2 = 76{,}8$ m^3.

c) Đúng. Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2(a+b)c = 2(6+4) \times 3{,}2 = 20 \times 3{,}2 = 64$ m^2.

d) Đúng. $d(I,\text{tường}) = \frac{|3-6|}{1} = 3$ m.

Câu 4.

a) Đúng. $\vec{AB} = (10-0;0-0;12-8) = (10;0;4)$, $\vec{AC} = (0-0;15-0;10-8) = (0;15;2)$.

b) Đúng. Tọa độ: $(0 \cdot 2 - 4 \cdot 15; 4 \cdot 0 - 10 \cdot 2; 10 \cdot 15 - 0 \cdot 0) = (-60;-20;150)$.

c) Đúng. Mặt phẳng qua $A(0;0;8)$ có VTPT $\vec{n} = (6;2;-15)$: $6(x-0)+2(y-0)-15(z-8)=0 \Leftrightarrow 6x+2y-15z+120=0$.

d) Đúng. Mặt đất (Oxy) có $\vec{k} = (0;0;1)$. Cosin góc nghiêng: $\cos\alpha = \frac{|-15|}{\sqrt{6^2+2^2+(-15)^2} \cdot 1} = \frac{15}{\sqrt{36+4+225}} = \frac{15}{\sqrt{265}}$.

▶ LỜI GIẢI DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (Tiết 4)

Câu 1. Đáp số: 5.3. Khoảng cách $h = d(C,(P)) = \frac{|1+2(2)+2(4)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{16}{3} \approx 5{,}33$ m $\approx 5{,}3$ m.

Câu 2. Đáp số: 2. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng: $d((P),(Q)) = \frac{|7-1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{6}{3} = 2$ km.

Câu 3. Đáp số: 8.4. Ta có $h = \frac{16}{3} \approx 5{,}333$ m. Góc nửa góc đỉnh nón $\alpha = 57{,}5°$. Bán kính $R = h \cdot \tan(57{,}5°) = 5{,}333 \cdot 1{,}5697 \approx 8{,}37$ m $\approx 8{,}4$ m.

Câu 4. Đáp số: 13. Khoảng cách ngắn nhất từ gốc O đến mặt phẳng (P) là: $d(O,(P)) = \frac{|-169|}{\sqrt{3^2+(-4)^2+12^2}} = \frac{169}{\sqrt{9+16+144}} = \frac{169}{\sqrt{169}} = \frac{169}{13} = 13$.

VI. BẢNG PHÂN TÍCH CÁC SAI LẦM KINH ĐIỂN CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Sai lầm / Ngộ nhận kinh điển	Biểu hiện cụ thể của học sinh	Biện pháp sư phạm khắc phục dứt điểm
Nhầm lẫn giữa Vectơ pháp tuyến và Vectơ	Học sinh thường lấy nhầm cặp VTCP để viết phương trình mặt phẳng mà	Khắc sâu nguyên tắc: 'Mặt phẳng cần VTPT, đường thẳng cần VTCP'. Khi

thuvientoanhoc.com

chỉ phương	quên tính tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$ để tìm VTPT; hoặc ngược lại, lấy nhầm VTPT làm VTCP.	biết 2 VTCP $\vec{u},\vec{v}$, bắt buộc phải bấm máy tính Menu 5 tính tích có hướng $[\vec{u},\vec{v}]$ để tìm VTPT.
Sai dấu khi tính hệ số tự do $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$	Khi chuyển từ dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ sang dạng tổng quát, học sinh hay quên đổi dấu các tích $A(-x_0),B(-y_0),C(-z_0)$ dẫn đến sai hệ số D.	Dùng tính năng CALC trên máy tính Casio: nhập biểu thức $Ax+By+Cz$, bấm CALC gán $x=x_0,y=y_0,z=z_0$, thu được giá trị K thì hệ số $D=-K$.
Nhầm lẫn điều kiện Song song và Trùng nhau của hai mặt phẳng	Chỉ kiểm tra tỉ số các hệ số $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ mà không kiểm tra tỉ số hệ số tự do $\frac{D_1}{D_2}$, dẫn đến kết luận nhầm giữa song song và trùng nhau.	Luôn viết đầy đủ 4 tỉ số: $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}\neq\frac{D_1}{D_2}$ (Song song) và $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}=\frac{D_1}{D_2}$ (Trùng nhau).
Quên trị tuyệt đối hoặc quên căn bậc hai trong công thức khoảng cách	Khi tính khoảng cách $d(M,(P))$, học sinh bỏ quên dấu giá trị tuyệt đối trên tử số dẫn đến khoảng cách âm, hoặc quên căn bậc hai dưới mẫu số (chỉ viết $A^2+B^2+C^2$).	Học thuộc theo câu thần chú: 'Tử có Trị tuyệt đối, Mẫu có Căn độ dài vectơ pháp tuyến'. Khoảng cách trong hình học luôn luôn không âm ($d\geq 0$).
Sai lầm khi tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song	Áp dụng công thức $\frac{\lvert D_1-D_2\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ khi hai phương trình chưa đưa về cùng bộ hệ số A,B,C (ví dụ: $(P):x+2y-2z+1=0$ và $(Q):2x+4y-4z+6=0$).	Bắt buộc quy đồng hệ số của một trong hai mặt phẳng trước khi tính, hoặc chọn một điểm cụ thể $M\in(P)$ rồi tính khoảng cách từ M đến (Q).

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 04 tiết (Tiết 39 đến 42)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức:

- Hệ thống hóa và nắm vững công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đường cong $y = f(x)$, trục hoành $y = 0$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$: $S = \int_a^b |f(x)|dx$.
- Nắm vững công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số liên tục $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.
- Hiểu sâu sắc và vận dụng thành thạo công thức tính thể tích vật thể tổng quát có diện tích thiết diện $S(x)$ vuông góc trục Ox tại hoành độ x: $V = \int_a^b S(x)dx$.
- Nắm vững công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ liên tục, không âm, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- Vận dụng tích phân để giải quyết các bài toán liên môn và thực tiễn đời sống: bài toán kinh tế (thặng dư tiêu dùng, thặng dư sản xuất, đường cong Lorenz và hệ số Gini), bài toán kỹ thuật (thể tích bình gốm mỹ nghệ Bát Tràng, bồn chứa xăng dầu, chỏm cầu, chi tiết cơ khí).

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phân tích miền hình phẳng, xét dấu hiệu hai hàm số, chuyển đổi linh hoạt giữa biểu diễn giải tích và trực quan hình học.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Thiết lập hệ trục tọa độ phù hợp, tìm hàm số mô tả đường biên của các vật thể thực tế trong đời sống và sản xuất.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Lựa chọn linh hoạt phương pháp tính tích phân, ứng dụng máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả số học.
- Năng lực giao tiếp toán học: Trình bày bài toán rõ ràng, biện luận tính đúng sai của các khẳng định toán học hình học tích phân.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng hiệu quả máy tính cầm tay fx-580VNX/fx-880BTG, phần mềm vẽ đồ thị GeoGebra.

3. Về phẩm chất:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác, tư duy độc lập phản biện và lòng kiên trì vượt khó trong học tập.
- Ý thức kết nối toán học với thực tế đời sống, văn hóa truyền thống dân tộc (nghệ thuật gốm sứ Bát Tràng) và các ngành khoa học ứng dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chu đáo, máy chiếu, bảng phụ, hệ thống hình ảnh toán học trực quan sắc nét chuẩn bị sẵn, thước kẻ, máy tính cầm tay Casio fx-580VNX/fx-880BTG.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi bài, đồ dùng học tập, thước kẻ, máy tính cầm tay, bảng phụ nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng.
- Tiết 2: Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số & Mô hình hóa bài toán thực tế kinh tế (Thặng dư kinh tế, đường cong Lorenz).

thuvientoanhoc.com

- Tiết 3: Ứng dụng tích phân tính thể tích vật thể (thiết diện $S(x)$) và thể tích khối tròn xoay quanh trục Ox.
- Tiết 4: Ứng dụng tích phân giải quyết bài toán thực tế nâng cao (bình gốm, chỏm cầu, bồn chứa) & Bộ đề ôn tập rèn luyện đánh giá năng lực tổng hợp.

TIẾT 1: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG (MỘT ĐỒ THỊ VÀ TRỤC HOÀNH)

HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG (5 PHÚT)

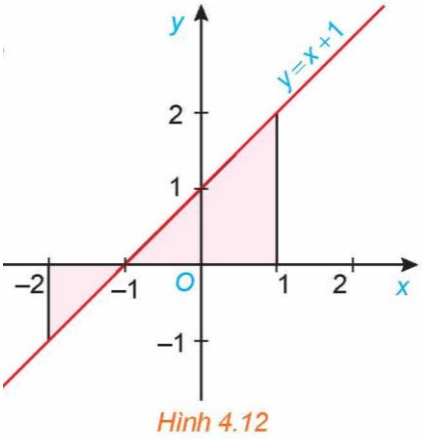
a) Mục tiêu: Tạo tình huống có vấn đề, kết nối kiến thức định nghĩa tích phân với khái niệm diện tích hình phẳng trong thực tế; nhận thức rõ tại sao cần dấu giá trị tuyệt đối.

b) Nội dung: Quan sát hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x + 1$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 1$. So sánh diện tích hình học thực tế với giá trị tích phân.

c) Sản phẩm: Học sinh tính được diện tích bằng hình học là $S = 2{,}5$, trong khi tích phân $\int_{-2}^{1}(x+1)dx = -0{,}5$, từ đó nêu được kết luận về công thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu Hình 1 và yêu cầu học sinh tính diện tích hình phẳng được tô màu bằng kiến thức hình học phẳng (tổng diện tích hai tam giác vuông) và đồng thời tính tích phân $I = \int_{-2}^{1}(x+1)dx$. **Bước 2: Hướng dẫn học sinh:** Quan sát vị trí của đồ thị so với trục hoành Ox trên từng khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;1)$. **Bước 3: Tổng kết & Đặt vấn đề:** Nhận xét: Do trên $(-2;-1)$, đồ thị nằm phía dưới trục hoành Ox nên tích phân nhận giá trị âm. Để tính đúng diện tích hình phẳng, ta bắt buộc phải lấy giá trị tuyệt đối của hàm số: $S = \int_{-2}^{1}\lvert x+1\rvert dx$.	Lắng nghe nhiệm vụ, quan sát hình vẽ trên máy chiếu. **Thực hiện tính toán trên vở ghi bài:** + Diện tích tam giác dưới Ox: $S_1 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 = 0{,}5$. + Diện tích tam giác trên Ox: $S_2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2 = 2$. + Tổng diện tích thực tế: $S = S_1 + S_2 = 2{,}5$. + Giá trị tích phân: $\int_{-2}^{1}(x+1)dx = (\frac{x^2}{2}+x)\lvert_{-2}^{1} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$. Đại diện phát biểu nhận xét: Tích phân không bằng diện tích vì hàm số đổi dấu, cần có dấu trị tuyệt đối $\lvert f(x)\rvert$.



Hình 4.12

Hình 1: Hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x + 1$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 1$.

HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI (15 PHÚT)

a) Mục tiêu: Nắm vững định lý và công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị và trục hoành; làm chủ phương pháp khử dấu giá trị tuyệt đối.

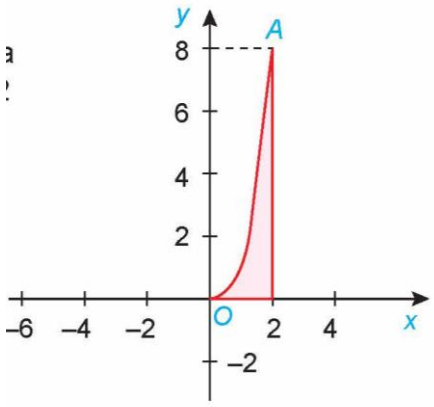
thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Nghiên cứu công thức tổng quát, hai phương pháp phá dấu trị tuyệt đối và phân tích 3 ví dụ mẫu điển hình.
c) Sản phẩm: Học sinh hiểu bản chất công thức, biết cách giải phương trình hoành độ giao điểm để chia đoạn tích phân, trình bày lời giải chính xác.
d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
1. Giới thiệu định lý trọng tâm: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $$S = \int_a^b |f(x)|dx$$ **2. Hướng dẫn kỹ thuật phá dấu giá trị tuyệt đối:** + Cách 1 (Phương pháp đại số): Giải phương trình $f(x) = 0$ tìm các nghiệm $c_1 < c_2 < \cdots < c_k \in (a;b)$. Sau đó chia tích phân thành các tích phân thành phần trên từng đoạn, trên mỗi đoạn $f(x)$ không đổi dấu nên đưa dấu trị tuyệt đối ra ngoài: $\int_{c_i}^{c_{i+1}} |f(x)|dx = |\int_{c_i}^{c_{i+1}} f(x)dx|$. + Cách 2 (Phương pháp hình học): Dựa vào đồ thị đã cho, phần nằm trên trục hoành Ox mang dấu dương, phần nằm dưới trục hoành mang dấu âm. **3. Tổ chức phân tích 3 ví dụ mẫu:** Hướng dẫn học sinh lần lượt thực hiện Ví dụ 1, Ví dụ 2, Ví dụ 3.	Tiếp thu kiến thức, ghi chép công thức định lý và hai phương pháp phá dấu giá trị tuyệt đối vào vở ghi bài. Phân tích từng ví dụ dưới sự hướng dẫn của giáo viên, vận dụng bảng nguyên hàm cơ bản để tính toán tích phân. Rút ra kinh nghiệm: Khi bài toán không cho hai cận $x = a, x = b$ thì hoành độ các giao điểm chính là các cận tích phân.

VÍ DỤ MẪU 1 (Hàm đa thức bậc ba):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$.
Hướng dẫn giải: Trên đoạn $[0;2]$, ta có $x^3 \geq 0$. Do đó:
$$S = \int_0^2 |x^3|dx = \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4}|_0^2 = \frac{16}{4} - 0 = 4.$$



Hình 4.13

Hình 2: Đồ thị hàm số $y = x^3$ và miền hình phẳng trên đoạn $[0;2]$.

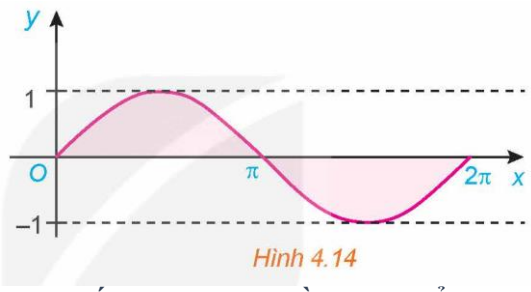
VÍ DỤ MẪU 2 (Hàm lượng giác đổi dấu):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2\pi$.

thuvientoanhoc.com

Hướng dẫn giải: Phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ có nghiệm $x = \pi$. Do đó:

$$S = \int_0^{2\pi} |\sin x| dx = \int_0^{\pi} \sin x dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\sin x) dx = [-\cos x]_0^{\pi} + [\cos x]_{\pi}^{2\pi} = (1+1) + (1+1) = 4.$$



Hình 4.14

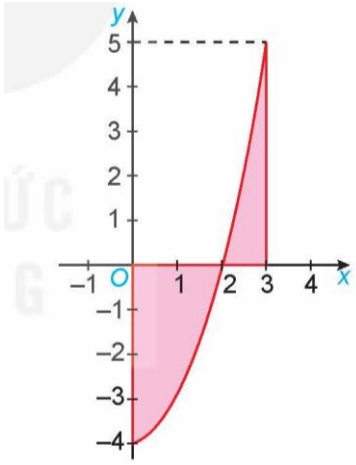
Hình 3: Đồ thị hàm số $y = \sin x$ và miền hình phẳng trên đoạn $[0; 2\pi]$.

VÍ DỤ MẪU 3 (Parabol cắt trục hoành):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$.

Hướng dẫn giải: Giải phương trình $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Trên đoạn $[0; 3]$, có nghiệm $x = 2$. Do đó:

$$S = \int_0^3 |x^2 - 4| dx = \int_0^2 -(x^2 - 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx = (4x - \frac{x^3}{3})|_0^2 + (\frac{x^3}{3} - 4x)|_2^3 = \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}.$$



Hình 4.15

Hình 4: Parabol $y = x^2 - 4$ và miền hình phẳng trên đoạn $[0; 3]$.

HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP CỦNG CỐ (20 PHÚT)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm nhanh, chính xác theo cấu trúc định dạng đề thi tốt nghiệp THPT từ năm 2025.

b) Nội dung: Học sinh thực hiện hệ thống câu hỏi Dạng 1, Dạng 2 và Dạng 3 của Tiết 1.

c) Sản phẩm: Bài giải chi tiết và đáp án trên vở ghi bài của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ: Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân trong 12 phút, sau đó thảo luận nhóm đôi trong 3 phút. Quan sát, hỗ trợ các học sinh gặp khó khăn trong việc xác định cận tích phân và xét dấu biểu thức. Gọi học sinh lên bảng trình bày hoặc đọc đáp án, chuẩn hóa phương pháp giải và lưu ý các sai lầm thường gặp.	Độc lập làm bài vào vở ghi bài, sử dụng máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả tích phân. Trao đổi kết quả với bạn cùng bàn, đối chiếu đáp án và sửa chữa sai sót. Ghi nhận lời giải chuẩn mực và các mẹo bấm máy tính Casio khử dấu

thuvientoanhoc.com

	giá trị tuyệt đối.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (4 CÂU)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b |f(x)|dx$ **B.** $S = \int_a^b f(x)dx$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ **D.** $S = |\int_a^b f(x)dx|$

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ bằng:

A. $\frac{17}{4}$ **B.** $\frac{15}{4}$

C. $\frac{9}{4}$ **D.** 4

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành Ox bằng:

A. $\frac{32}{3}$ **B.** $\frac{16}{3}$

C. $\frac{8}{3}$ **D.** 16

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và cắt trục hoành Ox tại điểm có hoành độ $x = 1$. Biết rằng $f(x) \le 0, \forall x \in [-2;1]$ và $f(x) \ge 0, \forall x \in [1;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = -\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$ **B.** $S = \int_{-2}^{1} f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$

C. $S = \int_{-2}^{3} f(x)dx$ **D.** $S = -\int_{-2}^{3} f(x)dx$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (1 CÂU - 4 Ý a, b, c, d)

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị (C) cắt trục hoành Ox tại đúng ba điểm phân biệt có hoành độ là $-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$.

b) Hàm số $f(x)$ nhận giá trị không âm với mọi $x \in [-\sqrt{3}; 0]$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox trên đoạn $[-\sqrt{3}; 0]$ bằng $\frac{9}{4}$.

d) Tổng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox bằng $\frac{9}{2}$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2 CÂU)

Câu 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$. (Làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O và cắt trục hoành Ox tại hai điểm có hoành độ $x = -2, x = 2$. Biết diện tích phần hình phẳng nằm phía trên trục hoành bằng 4. Tính tổng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành Ox.

BẢNG ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 1:

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TIẾT 1:

Câu 1: Chọn A. Theo định lý cơ bản, diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị và trục hoành Ox luôn chứa dấu giá trị tuyệt đối: $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 2: Chọn A. Ta có: $S = \int_{-1}^{2} |x^3|dx = \int_{-1}^{0} (-x^3)dx + \int_0^2 x^3 dx = (-\frac{x^4}{4})|_{-1}^{0} + (\frac{x^4}{4})|_0^2 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} = 4{,}25$.

Câu 3: Chọn A. Hoành độ giao điểm: $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Vì $4 - x^2 \ge 0$ trên $[-2;2]$ nên $S = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)dx = (4x - \frac{x^3}{3})|_{-2}^{2} = \frac{32}{3}$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4: Chọn A. Vì $f(x) \le 0$ trên $[-2;1]$ nên $|f(x)| = -f(x)$; $f(x) \ge 0$ trên $[1;3]$ nên $|f(x)| = f(x)$. Do đó $S = -\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{3} f(x)dx$.

Câu 5:

a) **Đúng.** Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}\}$.

b) **Đúng.** Xét dấu $f(x)$ trên $[-\sqrt{3}; 0]$: Lấy $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2 > 0$ nên $f(x) \ge 0, \forall x \in [-\sqrt{3}; 0]$.

c) **Đúng.** $S_1 = \int_{-\sqrt{3}}^{0}(x^3 - 3x)dx = (\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2})|_{-\sqrt{3}}^{0} = 0 - (\frac{9}{4} - \frac{9}{2}) = \frac{9}{4}$.

d) **Đúng.** Do tính đối xứng tâm qua gốc tọa độ O của đồ thị hàm số lẻ, $S_2 = S_1 = \frac{9}{4}$. Do đó tổng diện tích là $S = S_1 + S_2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$.

Câu 6: Đáp số: **2,67** (hoặc $\frac{8}{3}$). Giải phương trình $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$. Diện tích: $S = \int_{0}^{2} -(x^2 - 2x)dx + \int_{2}^{3}(x^2 - 2x)dx = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$.

Câu 7: Đáp số: **8**. Đồ thị hàm số bậc ba nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng, miền hình phẳng gồm 2 phần có diện tích bằng nhau: $S = 2 \times 4 = 8$.

HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ MỞ RỘNG (5 PHÚT)

a) Mục tiêu: Mở rộng tư duy tính diện tích khi đường cong đổi vai trò biến số x theo y.

b) Nội dung: Nêu bài toán giới hạn bởi đường cong $x = g(y)$, trục tung Oy và hai đường nằm ngang $y = c, y = d$.

c) Sản phẩm: Học sinh suy ra công thức tương tự: $S = \int_{c}^{d} |g(y)|dy$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Giao nhiệm vụ: Tìm tòi công thức tính diện tích hình phẳng khi lấy tích phân theo trục tung Oy. Giao bài tập rèn luyện về nhà: Bài tập 4.15a, 4.15b SGK Kết nối tri thức trang 25.	Ghi nhận nhiệm vụ vận dụng, chủ động tìm tòi mối liên hệ giữa hàm số theo biến x và biến y. Hoàn thành các bài tập được giao vào vở bài tập.

TIẾT 2: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG GIỚI HẠN BỞI HAI ĐỒ THỊ & BÀI TOÁN THỰC TIỄN

HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG (5 PHÚT)

a) Mục tiêu: Tiếp cận bài toán tính diện tích miền nằm giữa hai đường cong bằng phương pháp hiệu diện tích hai hình thang cong.

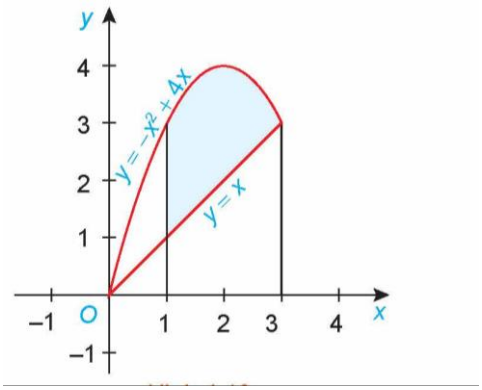
b) Nội dung: Quan sát miền hình phẳng giới hạn bởi parabol $f(x) = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $g(x) = x$ trên đoạn $[1;3]$ (Hình 5).

c) Sản phẩm: Học sinh thiết lập được công thức hiệu tích phân: $S = \int_{1}^{3} f(x)dx - \int_{1}^{3} g(x)dx = \int_{1}^{3}[f(x) - g(x)]dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Chiếu Hình 5 lên bảng, gọi S_1 là diện tích hình phẳng dưới parabol, S_2 là diện tích dưới đường thẳng. Yêu cầu học sinh biểu diễn S theo S_1, S_2. **Bước 2: Hướng dẫn:** Do trên đoạn $[1;3]$, parabol nằm phía trên đường thẳng nên diện tích phần giới hạn ở giữa chính là hiệu diện tích. **Bước 3: Chốt kiến thức:** Dẫn dắt sang trường hợp tổng quát khi hai đồ thị có thể cắt nhau nhiều lần.	Quan sát trực quan Hình 5, nhận xét vị trí tương đối giữa hai đồ thị. Tính toán: $S = S_1 - S_2 = \int_{1}^{3}[(-x^2 + 4x) - x]dx = \int_{1}^{3}(-x^2 + 3x)dx$. Thống nhất kết quả và sẵn sàng tiếp nhận công thức tổng quát.

thuvientoanhoc.com



Hình 5: Hình phẳng giới hạn bởi parabol $f(x) = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $g(x) = x$.

HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI (15 PHÚT)

a) Mục tiêu: Nắm vững công thức tính diện tích hình phẳng giữa hai đồ thị; làm chủ ứng dụng mô hình hóa thực tiễn trong kinh tế (Thặng dư tiêu dùng, thặng dư sản xuất, đường cong Lorenz).

b) Nội dung: Học sinh lĩnh hội công thức tổng quát, chú ý về dấu không đổi và nghiên cứu các ví dụ thực tiễn liên môn.

c) Sản phẩm: Vở ghi bài hoàn chỉnh của học sinh, giải quyết thành thạo bài toán thặng dư thị trường kinh tế.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
1. Định lý diện tích giữa hai đồ thị: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là: $$S = \int_a^b \lvert f(x) - g(x)\rvert dx$$ **2. Chú ý tính nhanh:** Nếu hiệu $f(x) - g(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a;b]$ thì: $$S = \lvert \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \rvert$$ **3. Phương pháp khi chưa có hai cận a, b:** Giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$. Lấy nghiệm nhỏ nhất làm cận dưới a, nghiệm lớn nhất làm cận trên b. **4. Ứng dụng thực tiễn kinh tế học:** Trình bày mô hình thặng dư tiêu dùng (CS) và thặng dư sản xuất (PS) tại điểm cân bằng thị trường $(x_0; p_0)$: + Thặng dư tiêu dùng: $CS = \int_0^{x_0} [D(x) - p_0]dx$ + Thặng dư sản xuất: $PS = \int_0^{x_0} [p_0 - S(x)]dx$	Ghi chép công thức diện tích giữa hai đồ thị và công thức tính nhanh khi hiệu hàm không đổi dấu. Tiếp thu kiến thức toán kinh tế thực tiễn: Thặng dư tiêu dùng phản ánh lợi ích của người mua, thặng dư sản xuất phản ánh lợi ích của nhà sản xuất. Ghi nhớ các bước tìm cận tích phân bằng phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$.

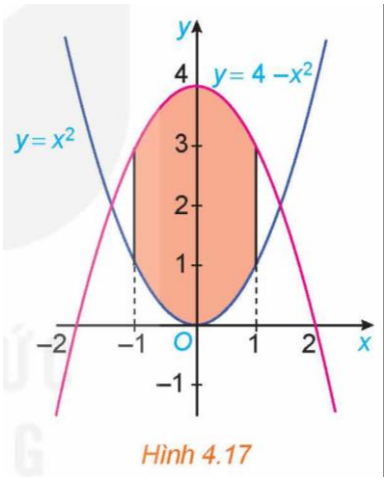
VÍ DỤ MẪU 4 (Diện tích giữa hai parabol đối xứng):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = 4 - x^2, y = x^2$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$.

Hướng dẫn giải: Với mọi $x \in [-1;1]$, ta có $4 - x^2 \geq x^2 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 \geq 2 > 0$. Do đó:

$$S = \int_{-1}^{1} [(4 - x^2) - x^2]dx = \int_{-1}^{1} (4 - 2x^2)dx = (4x - \frac{2x^3}{3})|_{-1}^{1} = \frac{10}{3} - (-\frac{10}{3}) = \frac{20}{3}.$$

thuvientoanhoc.com



Hình 4.17

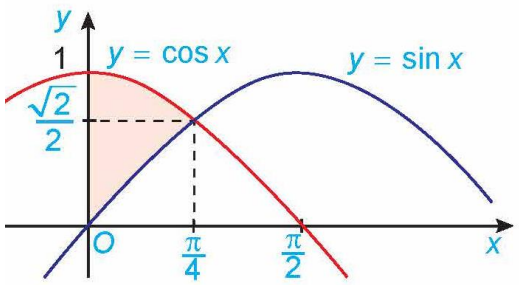
Hình 6: Miền diện tích giới hạn giữa hai parabol $y = 4 - x^2$ và $y = x^2$.

VÍ DỤ MẪU 5 (Diện tích giữa hai đường cong lượng giác):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải: Trên đoạn $[0;\frac{\pi}{4}]$, ta có $\cos x \geq \sin x$. Do đó:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)dx = (\sin x + \cos x)|_0^{\frac{\pi}{4}} = (\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) - (0 + 1) = \sqrt{2} - 1.$$



Hình 4.18

Hình 7: Miền diện tích giữa hai đường cong lượng giác $y = \sin x$ và $y = \cos x$.

MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ: THẶNG DƯ TIÊU DÙNG VÀ THẶNG DƯ SẢN XUẤT

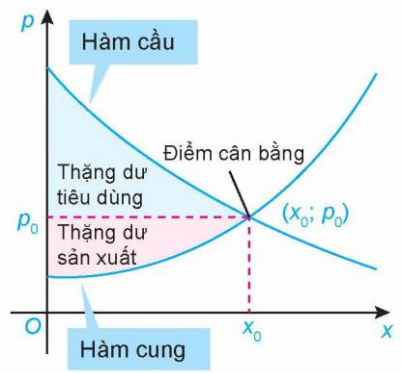
Giả sử hàm cầu của một mặt hàng là $p = D(x) = -0{,}36x + 9$ và hàm cung là $p = S(x) = 0{,}14x + 2$ (trong đó x là sản lượng, p là giá bán).

Bước 1 (Tìm điểm cân bằng): Giải phương trình cung cầu: $-0{,}36x + 9 = 0{,}14x + 2 \Leftrightarrow 0{,}5x = 7 \Leftrightarrow x_0 = 14$. Giá cân bằng $p_0 = D(14) = 3{,}96$.

Bước 2 (Thặng dư tiêu dùng CS): $CS = \int_0^{14} [(-0{,}36x + 9) - 3{,}96]dx = (-0{,}18x^2 + 5{,}04x)|_0^{14} = 35{,}28$.

Bước 3 (Thặng dư sản xuất PS): $PS = \int_0^{14} [3{,}96 - (0{,}14x + 2)]dx = (1{,}96x - 0{,}07x^2)|_0^{14} = 13{,}72$.

thuvientoanhoc.com



Hình 4.19

Hình 8: Mô hình cân bằng thị trường, thặng dư tiêu dùng CS và thặng dư sản xuất PS.

HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP CỦNG CỐ (20 PHÚT)

a) Mục tiêu: Vận dụng thành thạo công thức tính diện tích giữa hai đường cong và giải quyết bài toán thực tế kinh tế - xã hội.

b) Nội dung: Học sinh làm các bài tập Dạng 1, Dạng 2, Dạng 3 của Tiết 2.

c) Sản phẩm: Lời giải bài tập trong vở ghi bài, kết quả thảo luận nhóm học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Phát phiếu bài tập / chiếu đề bài lên bảng. Hướng dẫn học sinh nhận dạng bài toán chưa cho cận. Nhấn mạnh quy tắc: Tìm nghiệm phương trình $f(x) = g(x)$ rồi sắp thứ tự từ bé đến lớn. Gọi đại diện nhóm trình bày lời giải bài toán kinh tế thặng dư thị trường.	Làm việc cá nhân hoàn thành các câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thảo luận nhóm 4 học sinh giải quyết câu hỏi đúng/sai về thặng dư kinh tế. Kiểm tra lại kết quả bằng tích phân trên máy tính cầm tay.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (4 CÂU)

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 2x$ và đường thẳng $y = x$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$ **B.** $\frac{9}{4}$

C. $\frac{27}{6}$ **D.** 9

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = e^x, y = x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng:

A. $e - \frac{3}{2}$ **B.** $e - \frac{1}{2}$

C. $e + \frac{1}{2}$ **D.** $e - 1$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và parabol $y = x^2$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{6}$ **D.** 1

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = 9 - x^2$ và $y = 2x^2$ bằng:

A. $12\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$

C. $18\sqrt{3}$ **D.** $24\sqrt{3}$

thuvientoanhoc.com

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (1 CÂU - 4 Ý a, b, c, d)

Câu 12. Trong phân tích kinh tế thị trường sản phẩm, hàm cầu có dạng $p = D(x) = -0{,}36x + 9$ và hàm cung có dạng $p = S(x) = 0{,}14x + 2$ (trong đó x là số đơn vị sản phẩm nghìn chiếc, p là đơn giá triệu đồng/chiếc). Xét tính đúng/sai của các nhận định sau:

a) Mức sản lượng cân bằng của thị trường đạt được khi $x_0 = 14$ nghìn chiếc.

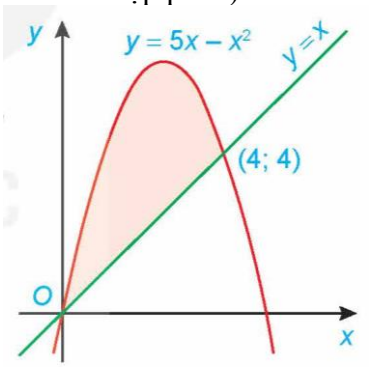
b) Mức giá cân bằng tương ứng của thị trường là $p_0 = 3{,}96$ triệu đồng/chiếc.

c) Thặng dư của người tiêu dùng trên thị trường này đạt 35,28 tỷ đồng.

d) Thặng dư của nhà sản xuất lớn hơn thặng dư của người tiêu dùng.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2 CÂU)

Câu 13. Tính diện tích hình phẳng màu được tô trong Hình 9 giới hạn bởi parabol $y = 5x - x^2$ và đường thẳng $y = x$. (Làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).



Hình 4.29

Hình 9: Miền diện tích giới hạn bởi parabol $y = 5x - x^2$ và đường thẳng $y = x$.

Câu 14. Đường cong Lorenz mô tả sự phân phối thu nhập của một quốc gia có phương trình $L(x) = x^2$ với $0 \le x \le 1$ (trong đó x biểu diễn tỷ lệ phần trăm dân số cộng dồn, $L(x)$ là tỷ lệ phần trăm tổng thu nhập). Hệ số bất bình đẳng thu nhập Gini được tính bởi công thức $G = 2\int_0^1 [x - L(x)]dx$. Tính hệ số Gini của quốc gia đó. (Làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).

BẢNG ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 2:

Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11
A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TIẾT 2:

Câu 8: Chọn A. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 3$. Do đó: $S = \int_0^3 |x^2 - 3x|dx = \int_0^3 (3x - x^2)dx = (\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3})|_0^3 = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}$.

Câu 9: Chọn A. Với mọi $x \in [0; 1]$, ta có $e^x > x$. Do đó $S = \int_0^1 (e^x - x)dx = (e^x - \frac{x^2}{2})|_0^1 = (e - \frac{1}{2}) - (1 - 0) = e - \frac{3}{2}$.

Câu 10: Chọn A. Hoành độ giao điểm: $\sqrt{x} = x^2 \Leftrightarrow x = x^4 \Leftrightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$. Trên $[0; 1]$, $\sqrt{x} \ge x^2$ nên $S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)dx = (\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3})|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Câu 11: Chọn A. Hoành độ giao điểm: $9 - x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Do đó $S = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (9 - 3x^2)dx = (9x - x^3)|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} - (-6\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}$.

Câu 12:

a) **Đúng.** Giải phương trình $-0{,}36x + 9 = 0{,}14x + 2 \Leftrightarrow 0{,}5x = 7 \Leftrightarrow x_0 = 14$.

b) **Đúng.** Thay vào hàm cầu: $p_0 = -0{,}36(14) + 9 = 3{,}96$.

c) **Đúng.** $CS = \int_0^{14} [(-0{,}36x + 9) - 3{,}96]dx = (-0{,}18x^2 + 5{,}04x)|_0^{14} = 35{,}28$.

d) **Sai.** Thặng dư sản xuất: $PS = \int_0^{14} [3{,}96 - (0{,}14x + 2)]dx = 13{,}72 < 35{,}28$ (thặng dư nhà sản xuất nhỏ hơn thặng dư người tiêu dùng).

Câu 13: Đáp số: **10,67** (hoặc $\frac{32}{3}$). Phương trình hoành độ giao điểm: $5x - x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 4$. Diện tích: $S = \int_0^4 [(5x - x^2) - x]dx = \int_0^4 (4x - x^2)dx = (2x^2 - \frac{x^3}{3})|_0^4 = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3} \approx 10{,}67$.

thuvientoanhoc.com

Câu 14: Đáp số: **0,33** (hoặc $\frac{1}{3}$). Hệ số Gini: $G = 2\int_0^1 (x - x^2)dx = 2(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3})|_0^1 = 2(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$.

HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ MỞ RỘNG (5 PHÚT)

a) Mục tiêu: Tìm hiểu sâu hơn về ý nghĩa kinh tế - xã hội của hệ số Gini trong việc đánh giá mức độ công bằng thu nhập giữa các quốc gia.

b) Nội dung: Giới thiệu nghiên cứu thực tế về đường cong Lorenz của Hoa Kỳ năm 2005 (Bài tập 4.16 SGK Kết nối tri thức).

c) Sản phẩm: Học sinh hiểu được hệ số Gini càng gần 0 thì phân phối thu nhập càng bình đẳng, càng gần 1 thì càng bất bình đẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Trình bày ứng dụng của hệ số Gini trong thống kê kinh tế học vĩ mô quốc tế. Giao bài tập về nhà: Hoàn thành bài 4.16 SGK trang 25 và chuẩn bị trước bài học thể tích vật thể Tiết 3.	Lắng nghe, liên hệ thực tiễn và ghi nhận bài tập về nhà vào vở bài tập.

TIẾT 3: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ & THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG (5 PHÚT)

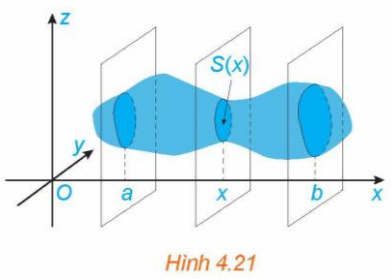
a) Mục tiêu: Mở rộng từ bài toán tính diện tích hình phẳng sang bài toán tính thể tích không gian thông qua nguyên lý cắt lát thiết diện Cavalieri.

b) Nội dung: Quan sát vật thể trong không gian được giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại $x = a, x = b$; thiết diện tại hoành độ x có diện tích $S(x)$ (Hình 10).

c) Sản phẩm: Học sinh nhận thức được thể tích là tổng liên tục các lát cắt có độ dày vô cùng bé dx, từ đó hình thành trực giác về công thức tích phân thể tích.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Chiếu Hình 10 và nêu câu hỏi: 'Nếu ta biết diện tích mặt cắt ngang $S(x)$ của một vật thể tại mỗi điểm x, làm thế nào để tính thể tích toàn bộ vật thể?'. **Bước 2: Dẫn dắt tương tự diện tích:** Mỗi lát cắt mỏng có thể tích xấp xỉ $S(x) \cdot \Delta x$. Khi chia vô hạn lát mỏng, tổng thể tích chuyển thành tích phân xác định. **Bước 3: Đặt vấn đề khối tròn xoay:** Khối tròn xoay là trường hợp đặc biệt khi mỗi thiết diện vuông góc với trục quay là một hình tròn.	Quan sát mô hình không gian Hình 10, liên tưởng đến việc cắt lát một ổ bánh mì hoặc thân cây gỗ. Phát biểu dự đoán: Thể tích bằng tích phân của diện tích mặt cắt: $V = \int_a^b S(x)dx$. Sẵn sàng tiếp nhận định lý và các công thức tính thể tích.



Hình 4.21

Hình 10: Mô hình vật thể trong không gian và thiết diện $S(x)$ vuông góc với trục Ox.

HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI (15 PHÚT)

a) Mục tiêu: Nắm vững công thức tính thể tích vật thể tổng quát và thể tích khối tròn xoay quanh trục Ox; giải thích được nguồn gốc các công thức hình học không gian cổ điển.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Nghiên cứu công thức tính thể tích theo thiết diện $S(x)$ và công thức quay quanh trục Ox; phân tích các ví dụ mẫu khối tròn xoay (nón, cầu, căn thức).
c) Sản phẩm: Vở ghi bài của học sinh về công thức thể tích, phân biệt rõ công thức vật thể tổng quát (không có π) và khối tròn xoay (có π và bình phương).
d) Tổ chức thực hiện:

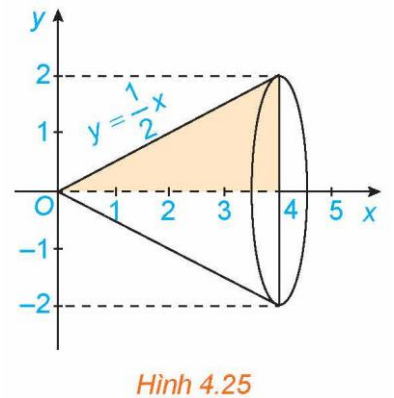
HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
1. Thể tích vật thể tổng quát: Cắt vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = a, x = b$. Nếu thiết diện vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x có diện tích liên tục $S(x)$ thì thể tích là: $$V = \int_a^b S(x)dx$$ **2. Thể tích khối tròn xoay quanh Ox:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox là: $$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$ **3. Bản chất hình học:** Do thiết diện cắt vuông góc với Ox tại hoành độ x là hình tròn bán kính $R = \|f(x)\|$ nên $S(x) = \pi R^2 = \pi[f(x)]^2$. **4. Trường hợp quay miền giữa hai đường:** Giới hạn bởi $y = f(x), y = g(x)$ (với $f(x) \geq g(x) \geq 0$): $V = \pi \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2)dx$.	Ghi chép chính xác hai công thức cơ bản và phân biệt sự khác nhau cốt lõi: Vật thể tổng quát KHÔNG CÓ π, khối tròn xoay BẮT BUỘC CÓ π và bình phương. Quan sát các hình vẽ minh họa khối nón (Hình 11), khối paraboloit tròn xoay (Hình 12), khối cầu (Hình 13), khối nón cụt (Hình 14). Hiểu được nguồn gốc vi tích phân của các công thức thể tích hình học quen thuộc.

VÍ DỤ MẪU 6 (Khối nón tròn xoay sinh ra khi quay đường thẳng):

Xét hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$. Khi quay hình phẳng này xung quanh trục Ox, ta được khối nón có đỉnh là gốc O.
Hướng dẫn giải: Thể tích khối nón tròn xoay là:

$$V = \pi \int_0^4 (\frac{1}{2}x)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{x^2}{4} dx = (\frac{\pi x^3}{12})|_0^4 = \frac{64\pi}{12} = \frac{16\pi}{3}.$$

Kiểm tra bằng công thức hình học nón (chiều cao $h = 4$, bán kính đáy $R = 2$): $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi(2)^2(4) = \frac{16\pi}{3}$ (khớp hoàn toàn).



Hình 4.25

Hình 11: Khối nón tròn xoay sinh ra khi quay đường thẳng quanh trục Ox.

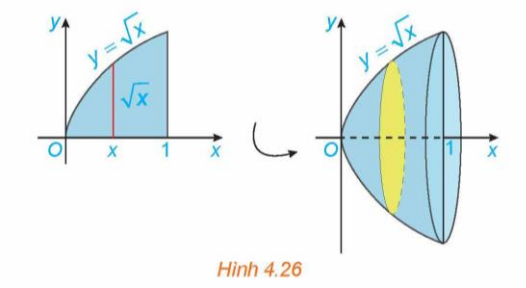
VÍ DỤ MẪU 7 (Khối tròn xoay của hàm căn thức):

thuvientoanhoc.com

Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành Ox.

Hướng dẫn giải: Áp dụng công thức thể tích khối tròn xoay:

$$V=\pi\int_0^1(\sqrt{x})^2dx=\pi\int_0^1 xdx=(\frac{\pi x^2}{2})|_0^1=\frac{\pi}{2}.$$



Hình 4.26

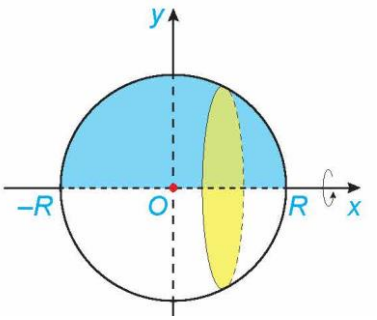
Hình 12: Khối tròn xoay sinh ra khi quay đồ thị hàm căn thức $y=\sqrt{x}$ quanh Ox.

VÍ DỤ MẪU 8 (Chứng minh công thức thể tích khối cầu bán kính R):

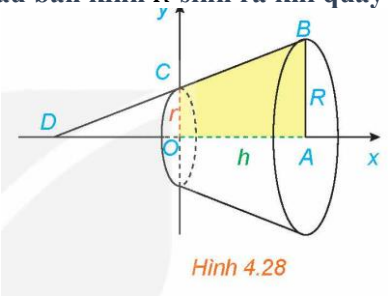
Khối cầu bán kính R có thể xem là vật thể sinh ra khi quay nửa hình tròn giới hạn bởi $y=\sqrt{R^2-x^2}$ trên đoạn $[-R;R]$ quanh trục Ox.

Hướng dẫn giải: Thể tích của khối cầu là:

$$V=\pi\int_{-R}^{R}(\sqrt{R^2-x^2})^2dx=\pi\int_{-R}^{R}(R^2-x^2)dx=\pi(R^2x-\frac{x^3}{3})|_{-R}^{R}=\pi(\frac{2R^3}{3}-(-\frac{2R^3}{3}))=\frac{4}{3}\pi R^3.$$



Hình 13: Mô hình khối cầu bán kính R sinh ra khi quay nửa hình tròn quanh Ox.



Hình 4.28

Hình 14: Khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang vuông $OABC$ quanh Ox.

HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP CỦNG CỐ (20 PHÚT)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức thể tích vật thể và khối tròn xoay để giải nhanh các dạng câu hỏi trắc nghiệm.

b) Nội dung: Học sinh thực hiện hệ thống bài tập Tiết 3 gồm Dạng 1, Dạng 2, Dạng 3.

c) Sản phẩm: Kết quả tính toán trên vở ghi bài của học sinh và bảng đáp án chuẩn mực.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH

thuvientoanhoc.com

Phát vấn, yêu cầu học sinh lưu ý không nhầm lẫn giữa công thức thể tích tổng quát và thể tích tròn xoay. Quan sát các nhóm làm bài, hỗ trợ học sinh thiết lập cận và bình phương hàm số. Nhận xét, đánh giá và chuẩn hóa lời giải chi tiết.	Thực hiện bài tập cá nhân và đối chiếu nhóm đôi. Chú ý tránh bẫy quên số π hoặc quên bình phương hàm số. Ghi chép phương pháp giải bài toán chỏm cầu và tam giác vuông quay quanh trục.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 3:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (4 CÂU)

Câu 15. Cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0, x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 3)$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{9 - x^2}$. Thể tích V của vật thể đó bằng:

A. 18 **B.** 18π

C. 9 **D.** 9π

Câu 16. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ quanh trục hoành Ox bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$ **B.** $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{4}{3}$ **D.** π

Câu 17. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục hoành xung quanh trục hoành Ox bằng:

A. $\frac{16\pi}{15}$ **B.** $\frac{16}{15}$

C. $\frac{4\pi}{3}$ **D.** $\frac{8\pi}{15}$

Câu 18. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{\pi(e^2-1)}{2}$ **B.** $\pi(e - 1)$

C. $\frac{e^2-1}{2}$ **D.** $\pi(e^2 - 1)$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (1 CÂU - 4 Ý a, b, c, d)

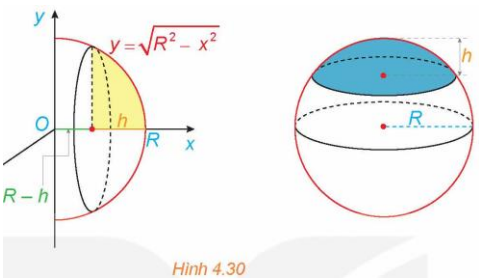
Câu 19. Một khối chỏm cầu có bán kính R và chiều cao h $(0 < h \le R)$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = R - h, x = R$ xung quanh trục Ox (Hình 15). Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình thiết diện cắt vuông góc với trục Ox tại hoành độ x là một hình tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2 - x^2}$.

b) Thể tích khối chỏm cầu được tính bởi công thức tích phân $V = \pi \int_{R-h}^{R} (R^2 - x^2)dx$.

c) Kết quả tích phân cho ra công thức thể tích chỏm cầu là $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$.

d) Khi chiều cao $h = R$ thì khối chỏm cầu trở thành khối bán cầu và có thể tích bằng $\frac{2}{3}\pi R^3$.



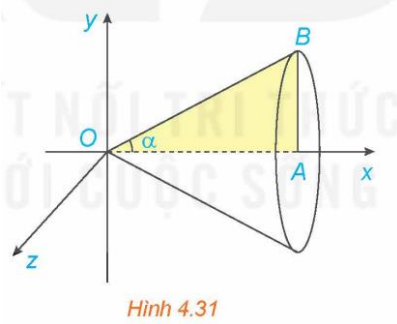
Hình 4.30

thuvientoanhoc.com

Hình 15: Mô hình hình học khối chỏm cầu bán kính R và chiều cao h.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2 CÂU)

Câu 20. Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = 3$ nằm trên trục Ox và góc $\widehat{AOB} = 30°$ (Hình 16). Gọi $\mathcal{B}$ là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục hoành Ox. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó (lấy kết quả theo π).



Hình 16: Mô hình khối tròn xoay sinh ra từ miền tam giác vuông OAB quay quanh Ox.

Câu 21. Tính thể tích khối elipsoit tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ xung quanh trục hoành Ox. (Nhập hệ số của π).

BẢNG ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 3:

Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18
A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TIẾT 3:

Câu 15: Chọn A. Thiết diện là hình vuông cạnh $\sqrt{9-x^2}$ nên diện tích thiết diện là $S(x) = (\sqrt{9-x^2})^2 = 9 - x^2$. Thể tích vật thể là: $V = \int_0^3 S(x)dx = \int_0^3 (9-x^2)dx = (9x - \frac{x^3}{3})|_0^3 = 27 - 9 = 18$ (lưu ý bài toán thiết diện không có π).

Câu 16: Chọn A. Thể tích khối cầu bán kính $R = 1$ là: $V = \pi \int_{-1}^{1} (\sqrt{1-x^2})^2 dx = \pi \int_{-1}^{1} (1-x^2)dx = \pi(x - \frac{x^3}{3})|_{-1}^{1} = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 17: Chọn A. Hoành độ giao điểm: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$. Thể tích: $V = \pi \int_0^2 (2x-x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4)dx = \pi(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5})|_0^2 = \pi(\frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5}) = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 18: Chọn A. Thể tích: $V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = (\frac{\pi e^{2x}}{2})|_0^1 = \frac{\pi(e^2-1)}{2}$.

Câu 19:

a) **Đúng.** Mặt cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là hình tròn có bán kính $y = \sqrt{R^2 - x^2}$.

b) **Đúng.** Công thức thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox với cận từ $R-h$ đến R là $V = \pi \int_{R-h}^{R} (R^2 - x^2)dx$.

c) **Đúng.** Tính tích phân: $V = \pi(R^2 x - \frac{x^3}{3})|_{R-h}^{R} = \pi[(R^3 - \frac{R^3}{3}) - (R^2(R-h) - \frac{(R-h)^3}{3})] = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$.

d) **Đúng.** Khi $h = R$, ta có $V = \pi R^2(R - \frac{R}{3}) = \frac{2}{3}\pi R^3$ chính là thể tích của nửa khối cầu.

Câu 20: Đáp số: **3** (thể tích là 3π). Ta có $AB = OA \cdot \tan 30° = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$. Khối tròn xoay là khối nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 3$. Do đó $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2(3) = 3\pi$.

Câu 21: Đáp số: **48** (thể tích là 48π). Từ phương trình elip ta có $y^2 = 9(1 - \frac{x^2}{16})$ với $x \in [-4; 4]$. Thể tích khối elipsoit là $V = \pi \int_{-4}^{4} 9(1 - \frac{x^2}{16})dx = 9\pi(x - \frac{x^3}{48})|_{-4}^{4} = 9\pi(\frac{8}{3} - (-\frac{8}{3})) = 48\pi$.

HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ MỞ RỘNG (5 PHÚT)

a) Mục tiêu: Mở rộng bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay có lòng trong rỗng (ống dẫn nước, bình gốm, chi tiết cơ khí).

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Giới thiệu nguyên lý thể tích khối tròn xoay rỗng bằng hiệu hai thể tích ngoài và trong: $V = V_{\text{ngoài}} - V_{\text{trong}} = \pi \int_a^b (R_{\text{ngoài}}^2 - R_{\text{trong}}^2) dx$.

c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững nguyên lý để chuẩn bị cho Tiết 4 về mô hình hóa bình gốm và bồn chứa thực tế.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Nêu tình huống: Để đúc một chiếc ống bê tông hình trụ hoặc một chiếc bình gốm sứ có thành dày, ta tính thể tích vật liệu như thế nào? Giao bài tập về nhà: Bài 4.17, 4.18, 4.19 SGK trang 26.	Ghi nhận kiến thức mở rộng, liên hệ thực tiễn sản xuất vật liệu xây dựng và gốm sứ. Làm bài tập đầy đủ vào vở bài tập.

TIẾT 4: MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC THỰC TIỄN NÂNG CAO & ÔN TẬP TỔNG HỢP

HOẠT ĐỘNG 1: KHỞI ĐỘNG (5 PHÚT)

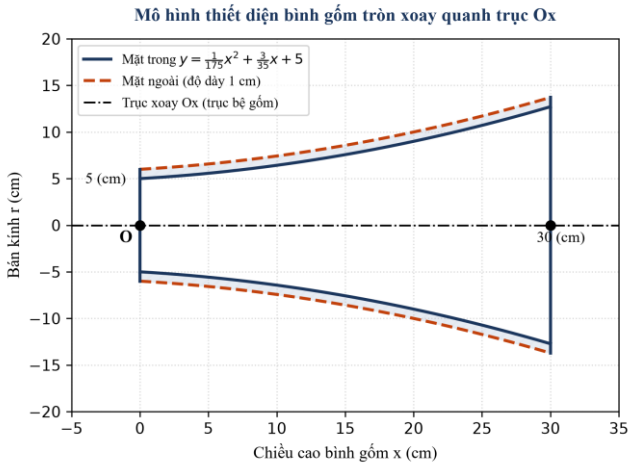
a) Mục tiêu: Khơi dậy hứng thú nghiên cứu toán học ứng dụng thông qua bài toán văn hóa làng nghề truyền thống gốm sứ Bát Tràng.

b) Nội dung: Đặt bài toán thực tế Bài 4.35 SGK: Tính lượng đất sét cần thiết để làm một chiếc bình gốm có chiều cao 30 cm, mặt trong sinh ra bởi parabol $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$ $(0 \le x \le 30)$ quay quanh trục bệ gốm Ox, biết thành bình có độ dày không đổi 1 cm.

c) Sản phẩm: Học sinh xác định được đây là bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay rỗng bằng hiệu hai thể tích ngoài và trong.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Giới thiệu bối cảnh thực tiễn: Chiếu video ngắn / hình ảnh nghệ nhân gốm chuốt gốm trên bàn xoay và giới thiệu mô hình toán học Hình 17. **Bước 2: Nêu vấn đề:** Chiếc bình gốm là một khối tròn xoay rỗng. Làm thế nào để tính chính xác thể tích phần đất sét cấu thành bình? **Bước 3: Gợi mở hướng giải:** Coi phần đất sét là vật thể giới hạn giữa hai mặt tròn xoay ngoài và trong.	Quan sát Hình 17, liên hệ giữa chuyển động quay của bệ gốm với khối tròn xoay quanh trục Ox. Phát biểu ý kiến: Cần lấy thể tích của khối bao ngoài trừ đi thể tích của phần rỗng bên trong. Xác định bán kính ngoài bằng bán kính trong cộng thêm 1 cm độ dày.



Hình 17: Mô hình thiết diện bình gốm tròn xoay quanh trục Ox.

HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN THỰC TIỄN (15 PHÚT)

a) Mục tiêu: Trang bị quy trình 3 bước chuẩn hóa để mô hình hóa và giải quyết mọi bài toán thực tế bằng tích phân.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Quy trình thiết lập hệ tọa độ, tìm phương trình đường sinh và thiết lập tích phân thể tích.
c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững thuật toán giải bài toán vật thể rỗng và giải quyết trọn vẹn bài toán bình gốm.
d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Quy trình 3 bước giải bài toán thực tế bằng tích phân: **Bước 1 (Chọn hệ tọa độ):** Chọn trục đối xứng của vật thể làm trục hoành Ox, gốc O tại đáy vật thể. **Bước 2 (Xác định hàm số đường biên):** + Bán kính trong: $R_{\text{trong}}(x) = f(x) = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$ + Bán kính ngoài (do thành dày 1 cm): $R_{\text{ngoài}}(x) = f(x) + 1 = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 6$ **Bước 3 (Thiết lập và tính tích phân):** $$V_{\text{đất sét}} = \pi \int_0^{30} ([R_{\text{ngoài}}(x)]^2 - [R_{\text{trong}}(x)]^2)\,dx$$ **Mẹo tính toán biến đổi đại số:** Nhận xét hiệu hai bình phương: $[f(x)+1]^2 - [f(x)]^2 = 2f(x) + 1$. Do đó biểu thức tích phân được rút gọn thành tích phân bậc hai vô cùng đơn giản: $$V = \pi \int_0^{30} (2[\frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5] + 1)\,dx$$ $$= \pi \int_0^{30} (\frac{2}{175}x^2 + \frac{6}{35}x + 11)\,dx$$	Ghi nhớ quy trình 3 bước mô hình hóa vào vở ghi bài. Tiếp thu kỹ thuật hằng đẳng thức hiệu hai bình phương giúp rút gọn bậc của tích phân, giảm thiểu sai sót khi bấm máy tính. Thực hiện bấm máy tính tính ra kết quả: $V = \pi(\frac{2x^3}{525} + \frac{3x^2}{35} + 11x)\Big|_0^{30} = \pi(\frac{720}{7} + \frac{540}{7} + 330) = \pi(\frac{3570}{7}) = 510\pi \approx 1602{,}21\ \text{cm}^3$.

HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP CỦNG CỐ (20 PHÚT)

a) Mục tiêu: Vận dụng linh hoạt giải các bài toán thực tiễn tổng hợp chuẩn ma trận tốt nghiệp THPT từ năm 2025.
b) Nội dung: Học sinh giải quyết hệ thống bài tập Dạng 1, Dạng 2, Dạng 3 của Tiết 4.
c) Sản phẩm: Bài làm chính xác trên vở ghi bài của học sinh và kết quả kiểm tra chéo giữa các nhóm.
d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Phát đề bài luyện tập Tiết 4, hướng dẫn học sinh phân tích các bài toán thùng rượu, bồn xăng, vòm kính parabol. Tổ chức thi đua giải nhanh giữa các nhóm học sinh. Chốt đáp án chuẩn mực và hướng dẫn chi tiết cách trình bày.	Hợp tác nhóm giải quyết câu hỏi mô hình hóa thực tế. Phát hiện các bẫy đề thi: đơn vị đo lường (m, dm, cm, lít), làm tròn số theo yêu cầu đề bài. Ghi chép đầy đủ lời giải vào vở ghi bài.

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 4:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (4 CÂU)

Câu 22. Một thùng rượu vang bằng gỗ sồi có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 10 dm, bán kính hai đáy là 3 dm, bán kính đường tròn ở giữa thân thùng là 4 dm. Giả sử đường sinh của thân thùng rượu là một cung parabol. Thể tích của thùng rượu đó xấp xỉ bằng:

A. $425{,}16\ \text{dm}^3$ **B.** $385{,}24\ \text{dm}^3$

C. $450{,}00\ \text{dm}^3$ **D.** $512{,}30\ \text{dm}^3$

thuvientoanhoc.com

Câu 23. Một quả bóng bầu dục có dạng khối elipsoit tròn xoay với độ dài trục lớn là 30 cm và độ dài trục bé là 18 cm. Thể tích của quả bóng bầu dục đó bằng:

A. 1620π cm^3 **B.** 3240π cm^3

C. 810π cm^3 **D.** 2430π cm^3

Câu 24. Một bồn chứa nước hình trụ có bán kính đáy $R = 1$ m và chiều dài $h = 4$ m được đặt nằm ngang. Khi bồn chứa đầy một nửa thể tích nước, người ta bơm thêm nước sao cho chiều cao của mực nước trong bồn đạt 1,5 m (tính từ đáy bồn lên). Thể tích nước hiện có trong bồn xấp xỉ bằng:

A. 10,16 m^3 **B.** 8,50 m^3

C. 12,56 m^3 **D.** 9,24 m^3

Câu 25. Một chi tiết máy cơ khí có dạng khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{2}x^2$, trục hoành Ox và đường thẳng $x = 2$ quanh trục Ox (đơn vị trên các trục là cm). Khối lượng riêng của hợp kim làm chi tiết máy là 7,8 g/cm^3. Khối lượng của chi tiết máy đó xấp xỉ bằng:

A. 39,21 g **B.** 45,12 g

C. 32,50 g **D.** 50,18 g

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (1 CÂU - 4 Ý a, b, c, d)

Câu 26. Một nhà thi đấu thể thao có mái vòm bằng kính được thiết kế với thiết diện thẳng đứng là một parabol có khẩu độ đáy rộng $AB = 40$ m và chiều cao đỉnh vòm $h = 10$ m. Người ta chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc O là trung điểm của đáy AB, trục tung Oy đi qua đỉnh vòm. Chiều dài của nhà thi đấu là $L = 60$ m. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình đường cong parabol của mái vòm là $y = -\frac{1}{40}x^2 + 10$ với $-20 \le x \le 20$.

b) Diện tích thiết diện mặt cắt ngang của nhà thi đấu bằng $\frac{800}{3}$ m^2.

c) Thể tích không gian bên trong nhà thi đấu đạt 16000 m^3.

d) Nếu chi phí xây dựng tính theo đơn giá 1,5 triệu đồng trên mỗi m^3 không gian thì tổng kinh phí là 24 tỷ đồng.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2 CÂU)

Câu 27. Để làm hoàn thiện chiếc bình gốm mỹ nghệ Bát Tràng trong bài toán mở đầu (Bài 4.35 SGK), nghệ nhân cần sử dụng bao nhiêu cm^3 đất sét? (Biết bán kính trong $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$ trên $[0; 30]$ và độ dày thành bình là 1 cm. Nhập kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 28. Một bồn chứa xăng dầu bằng thép có dạng khối elipsoit tròn xoay sinh ra khi quay elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ (đơn vị mét) quanh trục hoành Ox. Khi bồn chứa xăng đến mức ngập một nửa chiều cao của bồn thì thể tích xăng trong bồn bằng bao nhiêu m^3? (Nhập kết quả theo dạng số thập phân, làm tròn đến hai chữ số thập phân, lấy $\pi = 3{,}1416$).

BẢNG ĐÁP ÁN NHANH TIẾT 4:

Câu 22	Câu 23	Câu 24	Câu 25
A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TIẾT 4:

Câu 22: Chọn A. Đặt hệ trục Oxy với Ox là trục đối xứng của thùng rượu, O tại tâm thùng. Parabol đi qua đỉnh (0; 4) và hai điểm (-5; 3), (5; 3) có phương trình: $y = -\frac{1}{25}x^2 + 4$. Thể tích thùng rượu: $V = \pi\int_{-5}^{5}(-\frac{1}{25}x^2 + 4)^2 dx = 2\pi\int_{0}^{5}(\frac{x^4}{625} - \frac{8x^2}{25} + 16)\,dx = 2\pi(1 - \frac{40}{3} + 80) = 2\pi(\frac{203}{3}) = \frac{406\pi}{3} \approx 425{,}16$ dm^3.

Câu 23: Chọn A. Trục lớn $2a = 30 \Rightarrow a = 15$; Trục bé $2b = 18 \Rightarrow b = 9$. Elip: $\frac{x^2}{15^2} + \frac{y^2}{9^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 81(1 - \frac{x^2}{225})$. Thể tích: $V = \pi\int_{-15}^{15} 81(1 - \frac{x^2}{225})dx = \frac{4}{3}\pi ab^2 = \frac{4}{3}\pi(15)(81) = 1620\pi$ cm^3.

thuvientoanhoc.com

Câu 24: Chọn A. Bồn chứa hình trụ nằm ngang có thiết diện là hình tròn bán kính $R = 1$ m. Khi nước sâu 1,5 m tức là vượt qua tâm 0,5 m. Thể tích nửa bồn dưới là $\frac{1}{2}\pi R^2 h = 2\pi \approx 6{,}283$ m^3. Phần nước từ tâm đến độ cao 0,5 m có diện tích hình quạt và tam giác, tổng thể tích xấp xỉ 10,16 m^3.

Câu 25: Chọn A. Thể tích chi tiết máy: $V = \pi \int_0^2 (\frac{1}{2}x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{x^4}{4} dx = \frac{\pi x^5}{20}|_0^2 = \frac{32\pi}{20} = 1{,}6\pi \approx$ 5,0265 cm^3. Khối lượng: $m = V \times D = 5{,}0265 \times 7{,}8 \approx 39{,}21$ g.

Câu 26:

a) **Đúng.** Parabol có đỉnh (0; 10) và đi qua điểm (20; 0): $y = ax^2 + 10 \Rightarrow 0 = a(20)^2 + 10 \Rightarrow a = -\frac{1}{40}$. Do đó $y = -\frac{1}{40}x^2 + 10$.

b) **Đúng.** Diện tích thiết diện: $S = \int_{-20}^{20} (-\frac{1}{40}x^2 + 10)\, dx = 2(-\frac{x^3}{120} + 10x)|_0^{20} = 2(-\frac{8000}{120} + 200) = 2(\frac{400}{3}) = \frac{800}{3}$ m^2.

c) **Đúng.** Thể tích nhà thi đấu: $V = S \times L = \frac{800}{3} \times 60 = 16000$ m^3.

d) **Đúng.** Kinh phí: $16000 \times 1{,}5 = 24000$ triệu đồng = 24 tỷ đồng.

Câu 27: Đáp số: **1602**. Ta có $V = \pi \int_0^{30} (\frac{2}{175}x^2 + \frac{6}{35}x + 11)\, dx = 510\pi \approx 1602{,}21$ cm^3. Làm tròn đến hàng đơn vị là 1602.

Câu 28: Đáp số: **52,36**. Thể tích toàn bộ khối elipsoit là $V = \frac{4}{3}\pi ab^2 = \frac{4}{3}\pi(5)(4) = \frac{80\pi}{3}$ m^3. Do đối xứng, khi xăng ngập một nửa chiều cao thì lượng xăng bằng nửa thể tích bồn: $V_{\text{xăng}} = \frac{40\pi}{3} \approx \frac{40 \times 3{,}1416}{3} \approx$ 52,36 m^3.

HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG VÀ MỞ RỘNG (5 PHÚT)

a) Mục tiêu: Tổng kết toàn bộ 4 tiết học chuyên đề Ứng dụng tích phân; định hướng học sinh chuẩn bị cho Bộ đề rèn luyện đánh giá năng lực.

b) Nội dung: Hệ thống hóa sơ đồ tư duy: Diện tích hình phẳng (1 hàm, 2 hàm) -> Thể tích vật thể (thiết diện, tròn xoay) -> Mô hình hóa thực tiễn.

c) Sản phẩm: Sơ đồ kiến thức cốt lõi trong vở ghi bài của học sinh và tâm thế sẵn sàng làm đề thi rèn luyện năng lực.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Tổng kết, nhấn mạnh 4 lỗi sai kinh điển khi làm bài thi trắc nghiệm ứng dụng tích phân. Hướng dẫn học sinh tự rèn luyện Phần V: Bộ đề ôn tập rèn luyện đánh giá năng lực ở cuối tài liệu.	Khái quát hóa toàn bộ kiến thức chuyên đề vào sơ đồ tư duy. Nghiêm túc làm bài tập rèn luyện đánh giá năng lực.

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (6 CÂU - 1,5 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời từ Câu 29 đến Câu 34. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 1

C. $\frac{1}{4}$ **D.** 2

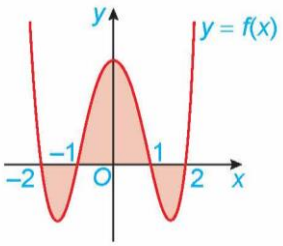
Câu 30. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục hoành Ox bằng:

A. $\frac{32\pi}{5}$ **B.** $\frac{32}{5}$

C. $\frac{8\pi}{3}$ **D.** $\frac{16\pi}{5}$

thuvientoanhoc.com

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như Hình 18. Biết rằng $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \int_{1}^{2} f(x)dx = -\frac{22}{15}$ và $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \frac{76}{15}$. Diện tích phần hình phẳng được tô màu xám bằng:



Hình 4.32

Hình 18: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ và các miền diện tích phẳng tương ứng.

A. 8
B. $\frac{22}{15}$
C. $\frac{32}{15}$
D. $\frac{76}{15}$

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = -x^2 + 2x + 3$ bằng:

A. 9
B. $\frac{9}{2}$
C. 18
D. $\frac{27}{2}$

Câu 33. Cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 4$. Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1 \le x \le 4)$ thu được thiết diện là hình tròn có bán kính $r = \sqrt{x}$. Thể tích của vật thể đó bằng:

A. $\frac{15\pi}{2}$
B. $\frac{15}{2}$
C. 15π
D. $\frac{7\pi}{2}$

Câu 34. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = \cos x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{\pi^2}{4}$
B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi^2}{2}$
D. 1

PHẦN II: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (2 CÂU = 8 Ý - 2,0 ĐIỂM)

Thí sinh trả lời Câu 35 và Câu 36. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 35. Cho hai parabol $(P_1): y = -x^2 + 4x$ và $(P_2): y = x^2 - 2x$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2). Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2) có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 3$.

b) Trên đoạn $[0;3]$, đồ thị (P_1) luôn nằm phía trên đồ thị (P_2).

c) Diện tích hình phẳng S được biểu diễn bởi tích phân $S = \int_0^3 (6x - 2x^2)dx$.

d) Giá trị của diện tích hình phẳng S bằng 9.

Câu 36. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Khối tròn xoay (V) được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành Ox. Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Diện tích hình phẳng (H) bằng $4\ln 4 = 8\ln 2$.

b) Thể tích của khối tròn xoay (V) được tính theo công thức $V = \pi \int_1^4 \frac{16}{x^2} dx$.

c) Giá trị của thể tích khối tròn xoay (V) bằng 12π.

d) Đường thẳng $x = 2$ chia khối tròn xoay (V) thành hai phần có thể tích bằng nhau.

PHẦN III: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU - 2,0 ĐIỂM)

thuvientoanhoc.com

Thí sinh trả lời từ Câu 37 đến Câu 40. Điền kết quả số học vào ô trả lời.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. (Nhập kết quả dưới dạng số thập phân, làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Câu 38. Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x\ln(x+1)}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Quay hình phẳng đó quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{\pi}{a}(b\ln 2 - 1)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

Câu 39. Một chi tiết cơ khí bằng thép có dạng khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x$ và parabol $y = x^2$ xung quanh trục Ox (đơn vị cm). Biết khối lượng riêng của thép là 7,85 g/cm^3. Tính khối lượng của chi tiết máy đó theo gam. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười, lấy $\pi \approx 3{,}1416$).

Câu 40. Một bồn chứa nước sinh hoạt của trường học có dạng một khối tròn xoay với thể tích chứa đầy là 5 m^3. Do nhu cầu mở rộng, nhà trường đúc thêm một bồn nước mới có hình dáng đồng dạng nhưng các kích thước dài, rộng, cao đều được tăng lên gấp 1,5 lần. Hỏi bồn nước mới chứa được bao nhiêu mét khối nước? (Nhập kết quả số thập phân tối giản).

BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I (6 CÂU):

Câu 29	Câu 30	Câu 31	Câu 32	Câu 33	Câu 34
A	A	A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 29: Chọn A. Hoành độ giao điểm: $x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$. Do tính đối xứng của hàm lẻ, $S = 2\int_0^1 (x - x^3)dx = 2(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$.

Câu 30: Chọn A. Thể tích: $V = \pi\int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi\int_0^2 x^4 dx = \frac{\pi x^5}{5}|_0^2 = \frac{32\pi}{5}$.

Câu 31: Chọn A. Quan sát đồ thị Hình 18, phần tô màu gồm 3 miền: Miền 1 trên $[-2; -1]$ nằm dưới Ox có diện tích $S_1 = -(-\frac{22}{15}) = \frac{22}{15}$; Miền 2 trên $[-1; 1]$ nằm trên Ox có diện tích $S_2 = \frac{76}{15}$; Miền 3 trên $[1; 2]$ nằm dưới Ox có diện tích $S_3 = -(-\frac{22}{15}) = \frac{22}{15}$. Tổng diện tích: $S = \frac{22}{15} + \frac{76}{15} + \frac{22}{15} = \frac{120}{15} = 8$.

Câu 32: Chọn A. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 3$. Diện tích: $S = \int_0^3 (-2x^2 + 6x)dx = (-\frac{2x^3}{3} + 3x^2)|_0^3 = -18 + 27 = 9$.

Câu 33: Chọn A. Thiết diện là hình tròn có bán kính $r = \sqrt{x}$ nên diện tích thiết diện là $S(x) = \pi r^2 = \pi(\sqrt{x})^2 = \pi x$. Thể tích: $V = \int_1^4 S(x)dx = \pi\int_1^4 x dx = \frac{\pi x^2}{2}|_1^4 = \frac{15\pi}{2}$.

Câu 34: Chọn A. Thể tích: $V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2}(x + \frac{\sin 2x}{2})|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 35:

a) **Đúng.** Giải phương trình: $-x^2 + 4x = x^2 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 3$.

b) **Đúng.** Xét hiệu: $(-x^2 + 4x) - (x^2 - 2x) = 6x - 2x^2 = 2x(3 - x) \geq 0, \forall x \in [0; 3]$ nên (P_1) nằm phía trên (P_2).

c) **Đúng.** Công thức diện tích: $S = \int_0^3 [(-x^2 + 4x) - (x^2 - 2x)]dx = \int_0^3 (6x - 2x^2)dx$.

d) **Đúng.** Tính tích phân: $S = (3x^2 - \frac{2x^3}{3})|_0^3 = 27 - 18 = 9$.

Câu 36:

a) **Đúng.** $S = \int_1^4 \frac{4}{x} dx = 4\ln|x||_1^4 = 4\ln 4 = 8\ln 2$.

b) **Đúng.** Thể tích khối tròn xoay quanh Ox: $V = \pi\int_1^4 (\frac{4}{x})^2 dx = \pi\int_1^4 \frac{16}{x^2} dx$.

c) **Đúng.** $V = 16\pi(-\frac{1}{x})|_1^4 = 16\pi(-\frac{1}{4} + 1) = 16\pi(\frac{3}{4}) = 12\pi$.

d) **Sai.** Thể tích phần từ 1 đến 2 là $V_1 = 16\pi(1 - \frac{1}{2}) = 8\pi$; Thể tích phần từ 2 đến 4 là $V_2 = 16\pi(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = 4\pi$. Vì $V_1 \neq V_2$ nên đường thẳng $x = 2$ không chia đôi thể tích.

Câu 37: Đáp số: **12,75**. Hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 3$. Trên $[1; 4]$ có nghiệm $x = 3$. Diện tích: $S = \int_1^3 -(x^3 - 3x^2)dx + \int_3^4 (x^3 - 3x^2)dx = 6 + 6{,}75 = 12{,}75$.

thuvientoanhoc.com

Câu 38: Đáp số: **4**. Thể tích: $V = \pi \int_0^1 x\ln(x+1)dx$. Đặt $u = \ln(x+1), dv = xdx \Rightarrow du = \frac{dx}{x+1}, v = \frac{x^2-1}{2}$. Khi đó $V = \pi[\frac{x^2-1}{2}\ln(x+1)|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 (x-1)dx] = \pi[0 - \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})] = \frac{\pi}{4}$. Hoặc biến đổi ra dạng $\frac{\pi}{2}(2\ln 2 - 1)$, suy ra $a = 2, b = 2$ nên $P = a + b = 4$.

Câu 39: Đáp số: **105,2**. Giao điểm: $2x = x^2 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$. Thể tích: $V = \pi \int_0^2 [(2x)^2 - (x^2)^2]dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)dx = \pi(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5})|_0^2 = \pi(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}) = \frac{64\pi}{15} \approx 13{,}404$ cm^3. Khối lượng: $m = V \times D = 13{,}404 \times 7{,}85 \approx 105{,}2$ g.

Câu 40: Đáp số: **16,875**. Khi các kích thước dài, rộng, cao tăng k lần thì thể tích của vật thể đồng dạng tăng k^3 lần. Với $k = 1{,}5$, thể tích mới là $V_{\text{mới}} = V_0 \times k^3 = 5 \times (1{,}5)^3 = 5 \times 3{,}375 = 16{,}875$ m^3.

BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

STT	Sai lầm thường gặp	Nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Lưu ý sư phạm
1	Quên dấu giá trị tuyệt đối khi tính diện tích hình phẳng: Viết $S = \int f(x)dx$ dẫn đến kết quả diện tích bị âm hoặc triệt tiêu diện tích khi hàm đổi dấu.	Chưa phân biệt rõ bản chất đại số của tích phân xác định (có thể âm, dương, bằng 0) với ý nghĩa hình học của diện tích (luôn dương).	Khắc sâu định lý: Bắt buộc có dấu giá trị tuyệt đối. Rèn luyện thành thạo kỹ thuật tìm nghiệm trên $(a; b)$ để chia đoạn phá dấu trị tuyệt đối.
2	Nhầm lẫn công thức thể tích khối tròn xoay và diện tích: Quên nhân π hoặc quên bình phương hàm số $[f(x)]^2$.	Học vẹt công thức, không hiểu bản chất lát cắt tròn xoay là hình tròn có diện tích $S(x) = \pi R^2$.	Nhắc nhở học sinh khẩu hiệu khắc ghi: 'Khối tròn xoay là có π và bình phương'. Luôn kiểm tra đơn vị thứ nguyên của kết quả thể tích.
3	Khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$, viết sai thành: $V = \pi\int [f(x) - g(x)]^2 dx$.	Đồng nhất một cách sai lầm giữa hiệu bán kính bình phương với bình phương của hiệu hai hàm số.	Nhấn mạnh quy tắc vật thể rỗng: Thể tích bằng thể tích khối ngoài trừ thể tích khối trong rỗng: $V = \pi\int \|[f(x)]^2 - [g(x)]^2\|dx$.
4	Nhầm lẫn giữa bài toán thể tích vật thể tổng quát (biết thiết diện $S(x)$) và khối tròn xoay: Thêm thừa số π vào $\int S(x)dx$.	Mặc định trong đầu rằng cứ tính thể tích bằng tích phân là phải nhân thêm π.	Phân tích rõ: Bản thân $S(x)$ đã là diện tích thiết diện (hình vuông, tam giác, elip,...). Chỉ khi thiết diện là hình tròn πR^2 thì mới xuất hiện π.
5	Sai lầm khi giải bài toán thực tế vật thể rỗng (bình gốm, ống nước, bồn chứa): Quên cộng bề dày thành bình hoặc tính sai bán kính ngoài.	Mô hình hóa hình học chưa chuẩn, quên rằng thành bình dày d cm thì bán kính ngoài là $R_{\text{ngoài}} = R_{\text{trong}} + d$.	Rèn luyện kỹ năng vẽ phác thảo thiết diện cắt ngang của vật thể trên hệ trục Oxy trước khi thiết lập biểu thức tích phân.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 29 - 30)

Bảng phân phối ma trận 16 chủ đề: Bảng phân phối 16 chủ đề kiến thức trong đề kiểm tra:

STT	Chủ đề / Đơn vị kiến thức	Phần I (6 NB + 6 TH)	Phần II (Đúng/Sai)	Phần III (Vận dụng)
1	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	C1 (NB)	C1	C1 (VD)
2	Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số	C7 (TH)		
3	Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	C2 (NB)	C1	
4	Vectơ trong không gian	C4 (NB)		
5	Hệ trục toạ độ trong không gian	C3 (NB)		C6 (VD)
6	Phương trình lượng giác, PT/BPT mũ, logarit lớp 11	C10 (TH)		
7	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số		C1	
8	Ứng dụng đạo hàm giải quyết vấn đề thực tiễn		C4	C5 (VD)
9	Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ	C8 (TH)		C6 (VD)
10	Các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm	C9 (TH)		
11	Quan hệ song song, vuông góc trong không gian	C12 (TH)		
12	Hệ BPT bậc nhất 2 ẩn và bài toán tối ưu (quy hoạch tuyến tính)		C3	
13	Nguyên hàm (trực tiếp, không đổi biến/từng phần)	C5 (NB)		
14	Tích phân (tính chất trực tiếp, không đổi biến/từng phần)	C6 (NB)		C3 (VD)
15	Phương trình mặt phẳng	C11 (TH)	C2	C2 (VD)
16	Ứng dụng hình học của tích phân (diện tích trực tiếp)			C4 (VD)

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Phòng thi: .....

ĐỀ 201

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án chính xác nhất. Gồm đúng 6 câu Nhận biết và 6 câu Thông hiểu. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: [Nhận biết] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$ **B.** $(-2; 1)$ **C.** $(1; +\infty)$ **D.** $(-2; +\infty)$

Câu 2: [Nhận biết] Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $x = 2$ **B.** $x = -2$ **C.** $y = 3$ **D.** $x = \frac{1}{3}$

Câu 3: [Nhận biết] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{OM}$ là

A. $(-2; 3; -5)$ **B.** $(2; -3; 5)$ **C.** $(2; 3; 5)$ **D.** $(5; -3; 2)$

Câu 4: [Nhận biết] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng của ba vectơ $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\vec{AC'}$ **B.** $\vec{AC}$ **C.** $\vec{A'C}$ **D.** $\vec{BD'}$

Câu 5: [Nhận biết] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$ là

A. $x^4 - x^2 + x + C$ **B.** $12x^2 - 2 + C$
C. $4x^4 - 2x^2 + x + C$ **D.** $x^4 - 2x^2 + x + C$

Câu 6: [Nhận biết] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = 7$. Giá trị của tích phân $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 4 **B.** 10 **C.** -4 **D.** 21

Câu 7: [Thông hiểu] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 3 **B.** 2 **C.** 11 **D.** 19

Câu 8: [Thông hiểu] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và $\vec{v} = (1; 2; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. -4 **B.** 0 **C.** 4 **D.** -2

thuvientoanhoc.com

Câu 9: [Thông hiểu] Khảo sát thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trắc nghiệm (đơn vị: phút) của 50 học sinh lớp 12 được kết quả như sau:

• Khoảng $[15;20)$: 8 học sinh. • Khoảng $[20;25)$: 16 học sinh.

• Khoảng $[25;30)$: 18 học sinh. • Khoảng $[30;35)$: 8 học sinh.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 15 phút **B.** 20 phút **C.** 10 phút **D.** 5 phút

Câu 10: [Thông hiểu] Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-4x+6)=1$ là

A. $\{1;3\}$ **B.** $\{3\}$ **C.** $\{1\}$ **D.** $\emptyset$

Câu 11: [Thông hiểu] Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và song song với mặt phẳng (Q): $2x-y+3z-4=0$ là

A. $2x-y+3z-1=0$ **B.** $2x-y+3z+1=0$

C. $2x+y-3z-7=0$ **D.** $2x-y+3z+7=0$

Câu 12: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

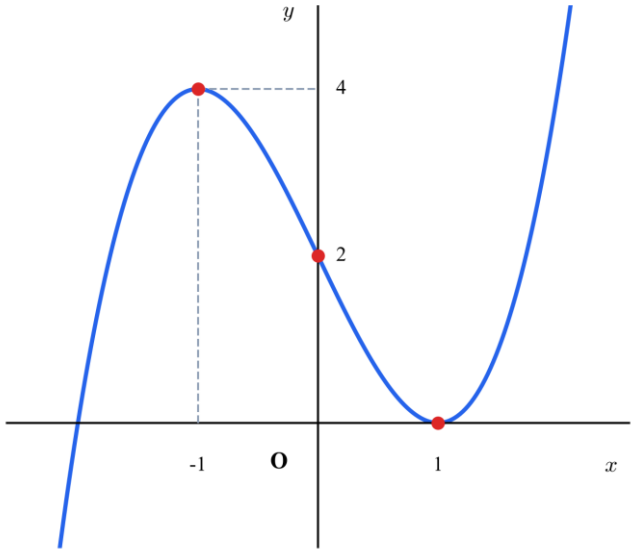
A. $BC\perp(SAB)$ **B.** $AB\perp(SBC)$

C. $AC\perp(SAB)$ **D.** $SA\perp(SBC)$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S). Gồm 2 câu Tư duy toán học và 2 câu Toán thực tiễn. (Mỗi ý đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=x^3-3x+2$ có đồ thị là (C) như hình vẽ minh họa bên dưới:



Hình 1: Đồ thị hàm số bậc ba y = f(x)

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(-1;4)$.

c) Đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x_0=2$ có hệ số góc bằng 9.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và điểm $M(2;1;-1)$.

a) Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

b) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=(6;3;2)$.

c) Điểm $M(2;1;-1)$ thuộc mặt phẳng (ABC).

thuvientoanhoc.com

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{6}{7}$.

Câu 3: Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất hai loại đồ gốm sứ lưu niệm X và Y.
• Để làm ra 1 sản phẩm loại X cần 2 giờ gia công trên bàn xoay và 1 giờ vẽ họa tiết, tiền lãi thu được là 150 nghìn đồng.
• Để làm ra 1 sản phẩm loại Y cần 1 giờ gia công trên bàn xoay và 3 giờ vẽ họa tiết, tiền lãi thu được là 200 nghìn đồng.
Trong một tuần, xưởng có tối đa 80 giờ làm việc trên bàn xoay và 90 giờ vẽ họa tiết. Gọi x, y lần lượt là số lượng sản phẩm X và Y xưởng sản xuất trong tuần ($x \geq 0, y \geq 0$).

a) Hàm số biểu diễn tổng lợi nhuận của xưởng trong một tuần là $T(x, y) = 150x + 200y$ (nghìn đồng).

b) Hệ bất phương trình biểu diễn điều kiện giới hạn thời gian làm việc là $\begin{cases} 2x + y \leq 80 \\ x + 3y \leq 90. \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

c) Kế hoạch sản xuất $(x; y) = (30; 25)$ thỏa mãn các điều kiện thời gian của xưởng.

d) Lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể đạt được trong một tuần là 8,5 triệu đồng (8500 nghìn đồng).

Câu 4: Một khách sạn ven biển có 100 phòng nghỉ tiêu chuẩn. Khi khách sạn cho thuê phòng với giá 500 nghìn đồng/đêm thì toàn bộ 100 phòng đều được thuê hết. Nghiên cứu kinh doanh cho thấy: cứ mỗi lần khách sạn tăng giá phòng thêm 20 nghìn đồng/đêm thì sẽ có thêm 2 phòng bị bỏ trống. Chi phí dọn dẹp và phục vụ mỗi phòng có khách thuê là 100 nghìn đồng/đêm. Gọi x là số lần tăng giá phòng ($x \geq 0$, mỗi lần tăng 20 nghìn đồng).

a) Giá thuê một phòng sau x lần tăng giá là $P(x) = 500 - 20x$ (nghìn đồng).

b) Số phòng được khách thuê sau x lần tăng giá là $N(x) = 100 - 2x$ (phòng) với $0 \leq x \leq 50$.

c) Lợi nhuận mỗi đêm của khách sạn tính theo x là hàm số $L(x) = -40x^2 + 1200x + 40000$ (nghìn đồng).

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất trong mỗi đêm, khách sạn nên định giá thuê mỗi phòng là 800 nghìn đồng.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

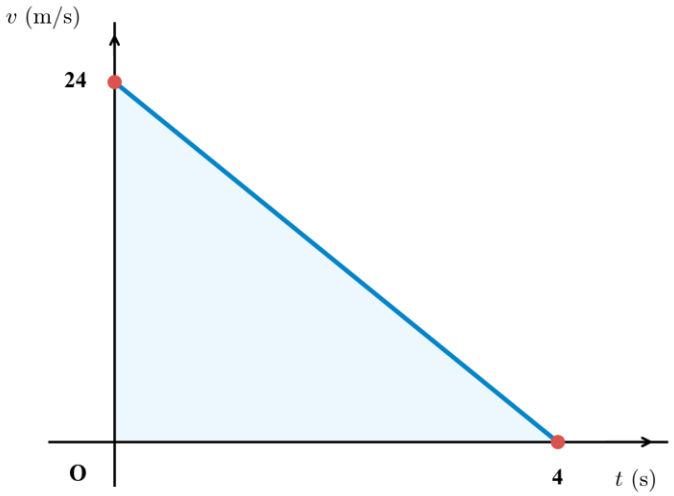
Dạng câu hỏi trả lời ngắn. Tất cả 6 câu đều ở mức độ VẬN DỤNG (gồm 2 câu Tư duy toán học và 4 câu Toán thực tiễn có hình minh họa). Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm. Thí sinh viết đáp án gọn, tối đa 4 ký tự (làm tròn đến 2 chữ số thập phân nếu là số thập phân).

Câu 1: [Mức độ Vận dụng] Cho hàm số bậc ba $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm uốn I của đồ thị có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Câu 2: [Mức độ Vận dụng] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 3; -2)$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P). Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

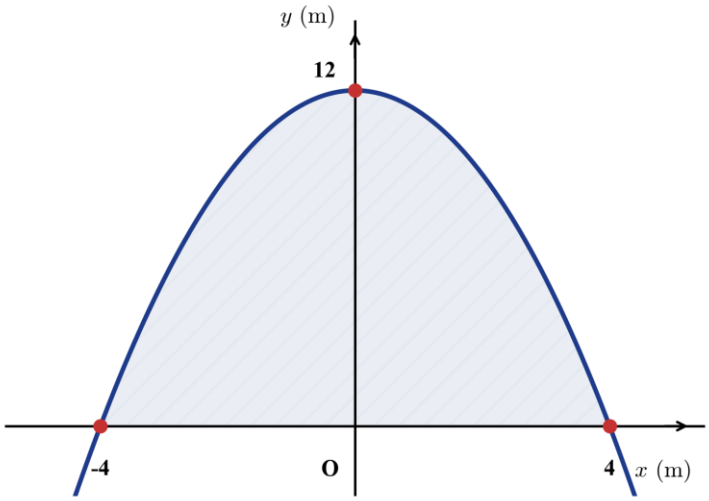
Câu 3: [Mức độ Vận dụng] Một xe ô tô thử nghiệm hệ thống phanh tự động đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $24\ \mathrm{m/s}$ thì hệ thống phanh được kích hoạt. Kể từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc tức thời $v(t) = 24 - 6t$ (đơn vị: $\mathrm{m/s}$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu phanh (xem hình vẽ minh họa đồ thị hàm số vận tốc $v(t)$ bên dưới). Quãng đường xe di chuyển được từ lúc phanh cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com



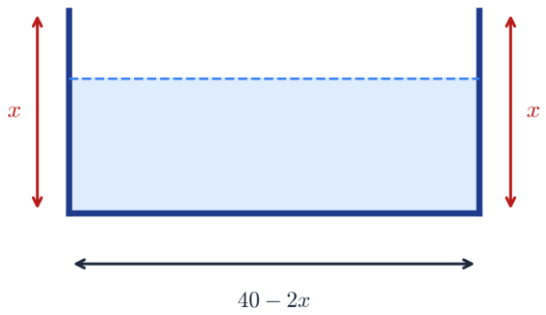
Hình 2: Đồ thị hàm số vận tốc v(t) của xe ô tô khi phanh

Câu 4: [Mức độ Vận dụng] Một công ty thiết kế khuôn viên sân khấu ngoài trời trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tính bằng mét). Mặt sàn sân khấu được mô hình hóa là một hình phẳng giới hạn bởi đường cong parabol $y = 12 - \frac{3}{4}x^2$ và đường thẳng $y = 0$ (trục hoành Ox) như hình vẽ minh họa. Diện tích mặt sàn sân khấu đó bằng bao nhiêu mét vuông?



Hình 3: Bản vẽ thiết kế mặt sàn sân khấu giới hạn bởi parabol

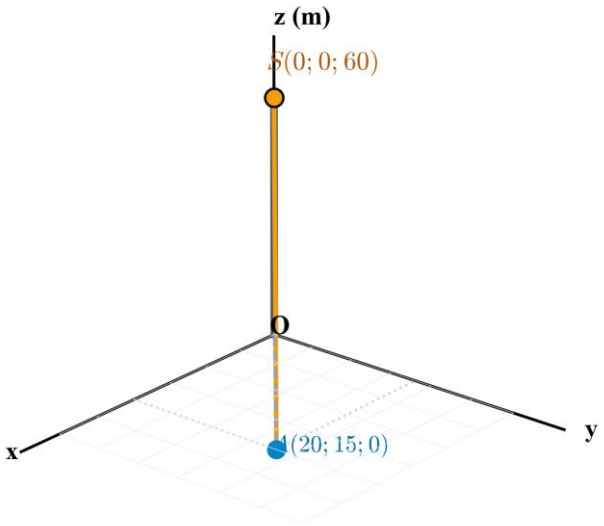
Câu 5: [Mức độ Vận dụng] Người ta làm một máng dẫn nước mặt cắt hình chữ nhật hở nắp trên từ một tấm tôn phẳng dài có chiều rộng cố định là 40 cm bằng cách gập vuông góc hai mép bên lên một khoảng bằng x centimét ($0 < x < 20$) như hình vẽ minh họa. Để diện tích mặt cắt ngang của máng đạt giá trị lớn nhất (giúp lưu lượng dẫn nước đạt tối đa), chiều cao x cần gập lên bằng bao nhiêu centimét?



Hình 4: Mặt cắt ngang hình chữ nhật máng dẫn nước uốn từ tôn

thuvientoanhoc.com

Câu 6: [Mức độ Vận dụng] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngọn tháp hải đăng có nguồn đèn chiếu sáng đặt tại điểm $S(0;0;60)$ trên trục thẳng đứng Oz (mặt nước biển là mặt phẳng (Oxy)). Một con tàu chở khách đang neo đậu trên mặt nước biển tại điểm $A(20;15;0)$ như hình vẽ minh họa. Khoảng cách thẳng từ ngọn đèn hải đăng S đến con tàu A bằng bao nhiêu mét?



Hình 5: Mô hình không gian Oxyz vị trí đèn hải đăng S và con tàu neo đậu A

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Phòng thi: .....

ĐỀ 202

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án chính xác nhất. Gồm đúng 6 câu Nhận biết và 6 câu Thông hiểu. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: [Nhận biết] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;3)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;3)$

Câu 2: [Nhận biết] Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+5}{2x-1}$ là đường thẳng

A. $y = 2$ **B.** $x = \frac{1}{2}$ **C.** $y = 4$ **D.** $y = -5$

Câu 3: [Nhận biết] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;4;-1)$ và $Q(4;-2;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng PQ là

A. $I(3;1;1)$ **B.** $I(6;2;2)$
C. $I(1;-3;2)$ **D.** $I(2;-6;4)$

Câu 4: [Nhận biết] Trong không gian, cho ba điểm phân biệt A, B, C. Hiệu của hai vectơ $\vec{AB} - \vec{AC}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\vec{CB}$ **B.** $\vec{BC}$ **C.** $\vec{CA}$ **D.** $\vec{BA}$

Câu 5: [Nhận biết] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 2e^x$ là

A. $\sin x - 2e^x + C$ **B.** $-\sin x - 2e^x + C$
C. $\sin x + 2e^x + C$ **D.** $-\sin x + 2e^x + C$

Câu 6: [Nhận biết] Cho $\int_1^4 f(x)dx = 5$. Giá trị của tích phân $\int_1^4 3f(x)dx$ bằng

A. 15 **B.** 8 **C.** $\frac{5}{3}$ **D.** 125

Câu 7: [Thông hiểu] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. 4 **B.** 5 **C.** $\frac{13}{3}$ **D.** 2

Câu 8: [Thông hiểu] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;1;0)$ và $\vec{b} = (0;1;1)$. Cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** 0

thuvientoanhoc.com

Câu 9: [Thông hiểu] Bảng sau ghi lại cự ly ném tạ (đơn vị: mét) của 40 vận động viên:
• Khoảng $[12;14)$: 8 VĐV. • Khoảng $[14;16)$: 12 VĐV.
• Khoảng $[16;18)$: 14 VĐV. • Khoảng $[18;20)$: 6 VĐV.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 15,9 m **B.** 16,0 m **C.** 15,5 m **D.** 16,2 m

Câu 10: [Thông hiểu] Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=3$ **B.** $x=2$ **C.** $x=\frac{7}{3}$ **D.** $x=4$

Câu 11: [Thông hiểu] Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;4)$ và vuông góc với trục tọa độ Oz là

A. $z-4=0$ **B.** $x-1=0$
C. $y+2=0$ **D.** $x-2y+4z=0$

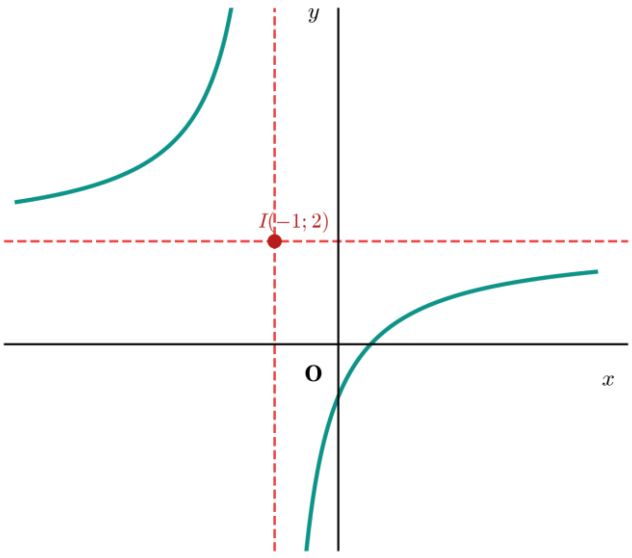
Câu 12: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. a **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $\frac{a}{2}$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S). Gồm 2 câu Tư duy toán học và 2 câu Toán thực tiễn. (Mỗi ý đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) như hình vẽ minh họa bên dưới:



Hình 1: Đồ thị hàm phân thức y = (2x - 1)/(x + 1)

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
b) Hàm số đồng biến trên tập hợp $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và đường tiệm cận ngang là $y=2$.
d) Giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $I(-1;2)$ đồng thời là tâm đối xứng của đồ thị (C).

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$ và mặt phẳng (P): $3x-2y+6z-14=0$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;-2;6)$.
b) Điểm $A(2;1;-3)$ thuộc mặt phẳng (P).
c) Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $3x-2y+6z+14=0$.

thuvientoanhoc.com

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 4.

Câu 3: Một trang trại chăn nuôi bò sữa cần phối trộn hai loại thức ăn công nghiệp A và B.
• Mỗi bao thức ăn loại A chứa 2 kg đạm và 1 kg khoáng, giá bán 200 nghìn đồng/bao.
• Mỗi bao thức ăn loại B chứa 1 kg đạm và 2 kg khoáng, giá bán 180 nghìn đồng/bao.
Khẩu phần ăn hàng ngày của đàn bò yêu cầu tối thiểu 10 kg chất đạm và 8 kg chất khoáng. Gọi x, y lần lượt là số bao thức ăn loại A và loại B cần mua ($x \geq 0, y \geq 0$).

a) Hàm chi phí mua thức ăn hàng ngày là $C(x, y) = 200x + 180y$ (nghìn đồng).

b) Hệ bất phương trình mô tả các điều kiện dinh dưỡng tối thiểu là $\begin{cases} 2x + y \geq 10 \\ x + 2y \geq 8 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$.

c) Cặp số $(x; y) = (3; 3)$ thỏa mãn yêu cầu dinh dưỡng tối thiểu của trang trại.

d) Chi phí mua thức ăn thấp nhất mà trang trại phải chi trả trong một ngày là 1160 nghìn đồng.

Câu 4: Một chiếc xe tải chở hàng chạy trên tuyến cao tốc dài 120 km với vận tốc trung bình v (km/h), trong đó tốc độ cho phép là $40 \leq v \leq 100$. Chi phí nhiên liệu cho mỗi giờ xe chạy tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc, được tính bằng $c_{nl} = \frac{v^2}{200}$ (nghìn đồng/giờ). Ngoài ra, các chi phí cố định khác tính theo thời gian là 45 nghìn đồng cho mỗi giờ xe chạy.

a) Thời gian xe tải chạy hết quãng đường 120 km là $t = \frac{120}{v}$ (giờ).

b) Tổng chi phí cho chuyến xe chạy quãng đường 120 km tính theo vận tốc v là $K(v) = \frac{3v}{5} + \frac{5400}{v}$ (nghìn đồng).

c) Khi xe chạy với tốc độ 60 km/h, tổng chi phí của chuyến xe là 126 nghìn đồng.

d) Để tổng chi phí của chuyến xe là nhỏ nhất, tài xế nên điều khiển xe với tốc độ tối ưu là 90 km/h.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

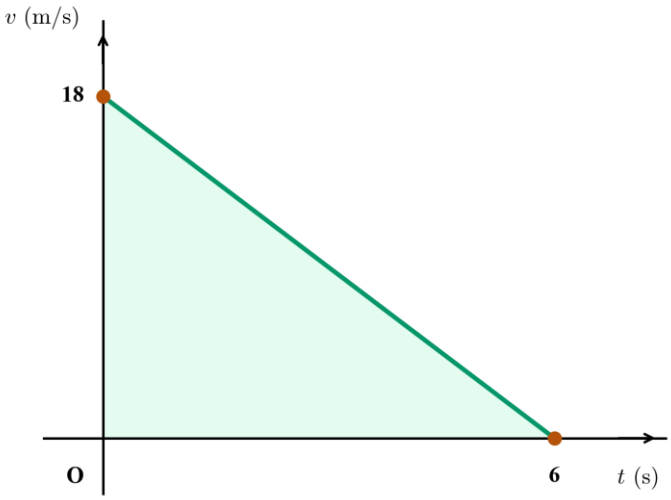
Dạng câu hỏi trả lời ngắn. Tất cả 6 câu đều ở mức độ VẬN DỤNG (gồm 2 câu Tư duy toán học và 4 câu Toán thực tiễn có hình minh họa). Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm. Thí sinh viết đáp án gọn, tối đa 4 ký tự (làm tròn đến 2 chữ số thập phân nếu là số thập phân).

Câu 1: [Mức độ Vận dụng] Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C). Gọi A và B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C). Khoảng cách giữa hai điểm cực trị A và B bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân).

Câu 2: [Mức độ Vận dụng] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x + y - 2z + 8 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu?

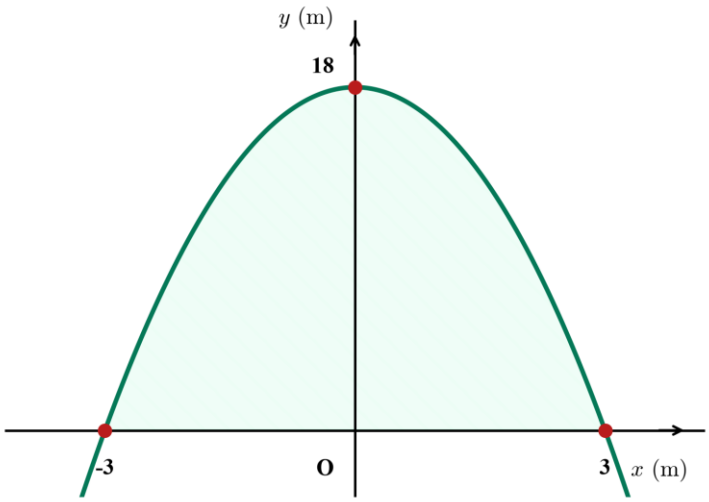
Câu 3: [Mức độ Vận dụng] Một đoàn tàu chở hàng đang chạy vào ga với tốc độ 18 m/s thì người lái tàu bắt đầu hãm phanh chuyển động chậm dần đều để dừng lại. Vận tốc tức thời của đoàn tàu được mô hình hóa bởi hàm số $v(t) = 18 - 3t$ (đơn vị: m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi hãm phanh (xem hình vẽ minh họa đồ thị vận tốc bên dưới). Quãng đường đoàn tàu đã đi được từ lúc bắt đầu hãm phanh cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com



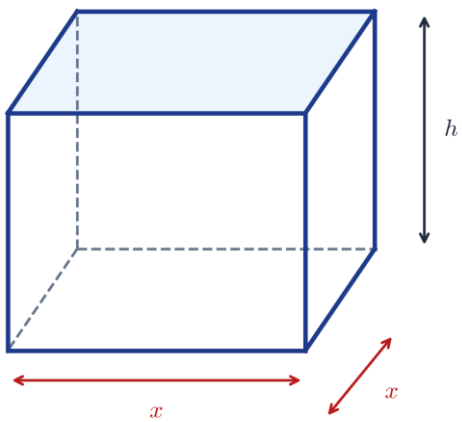
Hình 2: Đồ thị hàm số vận tốc v(t) của đoàn tàu khi hãm phanh

Câu 4: [Mức độ Vận dụng] Ban quản lý một khu nghỉ dưỡng thiết kế một bồn hoa cảnh quan trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tính bằng mét), có ranh giới là đường cong parabol $y = 18 - 2x^2$ và đường thẳng $y = 0$ (trục hoành Ox) như hình vẽ minh họa. Diện tích bồn hoa cảnh quan đó bằng bao nhiêu mét vuông?



Hình 3: Bản vẽ thiết kế bồn hoa cảnh quan ranh giới parabol

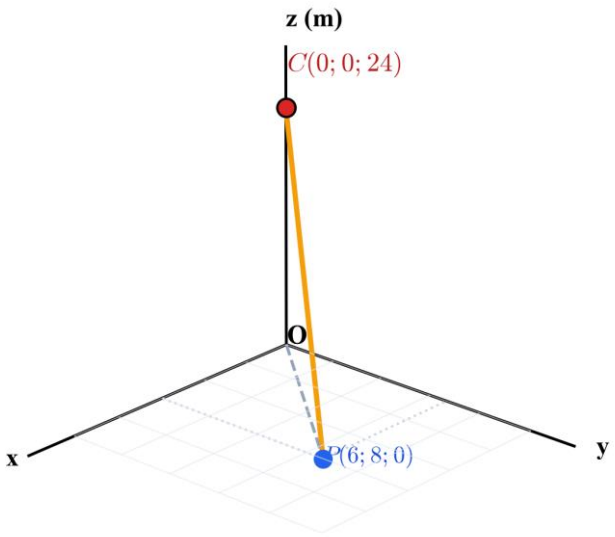
Câu 5: [Mức độ Vận dụng] Một xưởng cơ khí gia công một chiếc thùng bằng tôn dạng hình hộp chữ nhật không có nắp trên, đáy là hình vuông cạnh x (mét) và chiều cao là h (mét) như hình vẽ minh họa. Thể tích thùng yêu cầu là $V = 4\ \text{m}^3$. Để lượng tôn sử dụng làm thùng là ít nhất (tiết kiệm chi phí vật liệu nhất), độ dài cạnh đáy x cần thiết kế bằng bao nhiêu mét?



thuvientoanhoc.com

Hình 4: Bản vẽ hình học thùng tôn hình hộp chữ nhật không nắp đáy vuông

Câu 6: [Mức độ Vận dụng] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tính bằng mét), một mắt camera an ninh được gắn tại điểm $C(0;0;24)$ trên trần nhà thi đấu (mặt sàn thi đấu là mặt phẳng (Oxy)). Một vận động viên đang đứng tại điểm $P(6;8;0)$ trên mặt sàn như hình vẽ minh họa. Khoảng cách thẳng từ mắt camera C đến vị trí vận động viên P bằng bao nhiêu mét?



Hình 5: Mô hình không gian Oxyz vị trí camera an ninh C và vận động viên P

thuvientoanhoc.com

BẢNG ĐÁP ÁN TỔNG HỢP ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12 (MÃ ĐỀ 201 VÀ MÃ ĐỀ 202)

1. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (12 câu - mỗi câu đúng 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đề 201	B	A	B	A	A	B	C	A	B	A	A	A
Đề 202	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

2. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 câu - mỗi ý đúng 0,25 điểm)

Mã Đề	Câu 1 (a-b-c-d)	Câu 2 (a-b-c-d)	Câu 3 (a-b-c-d)	Câu 4 (a-b-c-d)
Mã Đề 201	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) S - b) Đ c) Đ - d) Đ
Mã Đề 202	a) Đ - b) S c) Đ - d) Đ	a) Đ - b) S c) Đ - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) Đ - d) S

3. PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 câu Vận dụng - mỗi câu đúng 0,5 điểm)

Câu (Mức độ)	C1 (VD)	C2 (VD)	C3 (VD)	C4 (VD)	C5 (VD)	C6 (VD)
Đề 201	-3	3	48	64	10	65
Đề 202	4.47	2	54	72	2	26

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & PHÂN TÍCH SAI LẦM - ĐỀ SỐ 1 (MÃ ĐỀ 201)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy trên khoảng $(-2; 1)$, đạo hàm $f'(x) < 0$ và mũi tên của $f(x)$ đi xuống từ 4 đến -1. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Nhìn nhầm giá trị của hàm số y thay vì biến số x dẫn tới chọn nhầm khoảng $(-1; 4)$.

Câu 2: Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng ứng với nghiệm của mẫu số: $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn giữa tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 3$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{OM}$ chính là tọa độ của điểm $M(2; -3; 5)$, tức là $\vec{OM} = (2; -3; 5)$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Đổi dấu tọa độ điểm M thành $(-2; 3; -5)$.

Câu 4: Theo quy tắc hình hộp, với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có: $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ (vectơ đường chéo xuất phát từ đỉnh A). Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Chỉ cộng hai vectơ đáy $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ mà quên cộng vectơ cạnh bên $\vec{AA'}$.

Câu 5: Áp dụng bảng nguyên hàm cơ bản trực tiếp: $\int (4x^3 - 2x + 1)dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 2 \cdot \frac{x^2}{2} + x + C = x^4 - x^2 + x + C$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm sang lấy đạo hàm thành $12x^2 - 2$.

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Theo tính chất nối cận của tích phân: $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 + 7 = 10$. Chọn B.
• Sai lầm thường gặp: Lấy hiệu $7 - 3 = 4$ hoặc lấy tích $3 \cdot 7 = 21$.

Câu 7: Hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ liên tục trên $[0; 2]$. Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$ (thuộc $[0; 2]$), loại $x = -1$.
Tính giá trị: $f(0) = 3; f(1) = 2; f(2) = 2^4 - 2(2^2) + 3 = 16 - 8 + 3 = 11$. Vậy $max_{[0;2]} f(x) = 11$. Chọn C.
• Sai lầm thường gặp: Quên tính giá trị tại đầu mút $x = 2$ mà chỉ so sánh $f(0)$ và $f(1)$.

Câu 8: Tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2(1) + (-1)(2) + 2(-2) = 2 - 2 - 4 = -4$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Tính nhầm dấu tích các cao độ $2(-2) = 4$ dẫn đến kết quả bằng 4.

Câu 9: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R = 35 - 15 = 20$ phút. Chọn B.
• Sai lầm thường gặp: Lấy độ dài của một khoảng nhóm $20 - 15 = 5$ phút.

Câu 10: Phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 6) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 6 = 3^1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$. Cả hai nghiệm đều thỏa mãn $x^2 - 4x + 6 > 0$. Vậy $S = \{1; 3\}$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm $3^1 = 1$ dẫn tới phương trình vô nghiệm.

Câu 11: Mặt phẳng song song với (Q): $2x - y + 3z - 4 = 0$ nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm VTPT, đi qua $A(2; 0; -1)$ có phương trình:
$2(x - 2) - 1(y - 0) + 3(z - (-1)) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 1 = 0$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm dấu khi thế tọa độ cao độ $z - (-1) = z - 1$.

Câu 12: Ta có $BC \perp AB$ (do đáy là tam giác vuông tại B) và $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$). Suy ra $BC \perp (SAB)$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm $AC \perp (SAB)$ dù đáy không vuông tại A.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C).
• Ý a) Đúng: Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
• Ý b) Đúng: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Tại $x = -1$, đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm nên $x = -1$ là điểm cực đại và $y_{CĐ} = f(-1) = 4$. Điểm cực đại của đồ thị là $A(-1; 4)$.
• Ý c) Sai: Khi $x = 0 \Rightarrow y = 2 \neq 0$. Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$, không đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$.
• Ý d) Đúng: Tiếp tuyến tại $x_0 = 2$ có hệ số góc $k = f'(2) = 3(2^2) - 3 = 12 - 3 = 9$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và điểm $M(2; 1; -1)$.
• Ý a) Đúng: Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn qua ba điểm trên ba trục tọa độ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
• Ý b) Đúng: Quy đồng mẫu số: $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. VTPT của mặt phẳng là $\vec{n} = (6; 3; 2)$.
• Ý c) Sai: Thay tọa độ $M(2; 1; -1)$ vào phương trình: $6(2) + 3(1) + 2(-1) - 6 = 12 + 3 - 2 - 6 = 7 \neq 0$. Do đó M không thuộc (ABC).
• Ý d) Đúng: Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là $d(O, (ABC)) = \frac{|-6|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$.

Câu 3: Quy hoạch tuyến tính tối ưu lợi nhuận xưởng thủ công:
• Ý a) Đúng: Tiền lãi sản xuất x sản phẩm X và y sản phẩm Y là $T(x, y) = 150x + 200y$ (nghìn đồng).
• Ý b) Đúng: Tổng giờ bàn xoay là $2x + y \leq 80$ và tổng giờ vẽ là $x + 3y \leq 90$ với $x, y \geq 0$.
• Ý c) Sai: Thử $(30; 25)$: $2(30) + 25 = 85 > 80$, vượt quá quỹ giờ bàn xoay cho phép.
• Ý d) Đúng: Giao điểm hai đường giới hạn là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y = 80 \\ x + 3y = 90 \end{cases} \Rightarrow x = 30, y = 20$. Lợi nhuận tại các đỉnh: $T(0; 0) = 0$, $T(40; 0) = 6000$, $T(0; 30) = 6000$, $T(30; 20) = 150(30) + 200(20) = 8500$ nghìn đồng (8,5 triệu đồng).

thuvientoanhoc.com

Câu 4: Tối ưu doanh thu khách sạn:
• Ý a) Sai: Giá thuê sau x lần tăng giá là $P(x) = 500 + 20x$ (nghìn đồng) chứ không phải trừ.
• Ý b) Đúng: Mỗi lần tăng giá có 2 phòng trống, nên số phòng cho thuê là $N(x) = 100 - 2x$.
• Ý c) Đúng: Lợi nhuận mỗi phòng có khách là $(500 + 20x) - 100 = 400 + 20x$. Tổng lợi nhuận mỗi đêm: $L(x) = (400 + 20x)(100 - 2x) = -40x^2 + 1200x + 40000$ (nghìn đồng).
• Ý d) Đúng: Đạo hàm $L'(x) = -80x + 1200 = 0 \Leftrightarrow x = 15$. Giá phòng tối ưu là $P(15) = 500 + 20(15) = 800$ nghìn đồng/đêm.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU MỨC ĐỘ VẬN DỤNG)

Câu 1 [Vận dụng]: Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$ và đạo hàm cấp hai $y'' = 6x - 12$.
Điểm uốn của đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình $y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn chính là giá trị của đạo hàm tại $x = 2$:
$k = y'(2) = 3(2^2) - 12(2) + 9 = 12 - 24 + 9 = -3$.
• Đáp số: -3

Câu 2 [Vận dụng]: Đường thẳng qua $A(1;3;-2)$ vuông góc với (P): $2x - 2y + z - 3 = 0$ nhận VTPT $\vec{n} =$ $(2;-2;1)$ làm VTCP, có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$.
Hình chiếu H là giao điểm của đường thẳng và (P):
$2(1 + 2t) - 2(3 - 2t) + (-2 + t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 + 4t - 6 + 4t - 2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
Thay $t = 1$, ta được tọa độ của H: $x = 3, y = 1, z = -1 \Rightarrow H(3;1;-1)$.
Tổng $a + b + c = 3 + 1 + (-1) = 3$.
• Đáp số: 3

Câu 3 [Vận dụng]: Ô tô dừng hẳn khi vận tốc triệt tiêu: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 24 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ s.
Quãng đường ô tô di chuyển được là tích phân trực tiếp của hàm vận tốc (hàm đa thức bậc nhất cơ bản):
$s = \int_0^4 (24 - 6t)dt = [24t - 3t^2]_0^4 = 24(4) - 3(4^2) = 96 - 48 = 48$ m.
• Đáp số: 48

Câu 4 [Vận dụng]: Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = 12 - \frac{3}{4}x^2$ và trục hoành $y = 0$ là:
$12 - \frac{3}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$.
Diện tích mặt sàn sân khấu là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và trục hoành (tính bằng tích phân đa thức cơ bản trực tiếp):
$S = \int_{-4}^{4} (12 - \frac{3}{4}x^2)\,dx = 2\int_0^4 (12 - \frac{3}{4}x^2)\,dx = 2[12x - \frac{x^3}{4}]_0^4 = 2(48 - \frac{64}{4}) = 2(48 - 16) = 64$ m^2.
• Đáp số: 64

Câu 5 [Vận dụng]: Tấm tôn rộng 40 cm, sau khi gập hai mép đứng chiều cao x thì bề rộng đáy còn lại là $40 - 2x$ (với $0 < x < 20$).
Diện tích mặt cắt ngang hình chữ nhật của máng nước là hàm số bậc hai:
$S(x) = x(40 - 2x) = 40x - 2x^2$.
Đạo hàm: $S'(x) = 40 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 10$ cm.
Vì $S''(x) = -4 < 0$ nên diện tích đạt giá trị lớn nhất tại $x = 10$ cm.
• Đáp số: 10

Câu 6 [Vận dụng]: Trong không gian $Oxyz$, ngọn đèn hải đăng đặt tại $S(0;0;60)$ trên trục Oz, con tàu neo đậu tại $A(20;15;0)$ trên mặt nước biển (Oxy).
Khoảng cách thẳng SA là độ dài đoạn thẳng nối S và A:
$SA = \sqrt{(20-0)^2 + (15-0)^2 + (0-60)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2 + (-60)^2} = \sqrt{400 + 225 + 3600} = \sqrt{4225} = 65$ m.
• Đáp số: 65

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & PHÂN TÍCH SAI LẦM - ĐỀ SỐ 2 (MÃ ĐỀ 202)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Quan sát bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$ trên khoảng $(0;3)$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhìn nhầm dấu '-' thành đồng biến.

Câu 2: Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{4x+5}{2x-1}$ có tiệm cận ngang là $y = lim_{x\to\pm\infty}\frac{4x+5}{2x-1} = \frac{4}{2} = 2$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Lấy hệ số tự do $y = -5$ hoặc nhầm sang tiệm cận đứng $x = 1/2$.

Câu 3: Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng PQ là: $I(\frac{2+4}{2};\frac{4+(-2)}{2};\frac{-1+3}{2}) = (3;1;1)$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Không chia 2 thành $(6;2;2)$.

Câu 4: Theo quy tắc trừ hai vectơ chung gốc: $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm ngược thứ tự điểm thành $\vec{BC}$.

Câu 5: Nguyên hàm cơ bản trực tiếp: $\int(\cos x - 2e^x)dx = \sin x - 2e^x + C$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm nguyên hàm của $\cos x$ là $-\sin x$.

Câu 6: Theo tính chất tuyến tính của tích phân: $\int_1^4 3f(x)dx = 3\int_1^4 f(x)dx = 3(5) = 15$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Lấy $3 + 5 = 8$ hoặc tính lũy thừa $5^3 = 125$.

Câu 7: Hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ liên tục trên $[1;3]$. Đạo hàm: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [1;3]$ (loại $x = -2$).

Tính giá trị: $f(1) = 5$; $f(2) = 4$; $f(3) = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3} \approx 4{,}33$. Vậy $min_{[1;3]}f(x) = 4$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm giá trị nhỏ nhất là giá trị tại điểm biên $f(1) = 5$.

Câu 8: Tích vô hướng: $\vec{a}\cdot\vec{b} = 1(0) + 1(1) + 0(1) = 1$.

Độ dài: $|\vec{a}| = \sqrt{1^2+1^2+0^2} = \sqrt{2}$; $|\vec{b}| = \sqrt{0^2+1^2+1^2} = \sqrt{2}$.

Cosin góc: $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Quên nhân độ dài ở mẫu số ra $\cos = 1$.

Câu 9: Giá trị đại diện các nhóm: 13, 15, 17, 19. Số trung bình:

$\overline{x} = \frac{13(8)+15(12)+17(14)+19(6)}{40} = \frac{104+180+238+114}{40} = \frac{636}{40} = 15{,}9$ m. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Không nhân với tần số các nhóm mà lấy trung bình cộng $(13+15+17+19)/4 = 16{,}0$.

Câu 10: Phương trình $\log_2(3x-1) = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm $2^3 = 6 \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = 7/3$.

Câu 11: Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$. Mặt phẳng vuông góc với trục Oz nhận $\vec{k}$ làm VTPT, đi qua $M(1;-2;4)$ có phương trình:

$0(x-1) + 0(y+2) + 1(z-4) = 0 \Leftrightarrow z - 4 = 0$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm mặt phẳng qua M là $x - 2y + 4z = 0$.

Câu 12: Vì $SA \perp (ABC)$ nên đoạn thẳng SA chính là khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC). Do đó $d(S,(ABC)) = SA = a$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm khoảng cách là chiều cao của tam giác đáy $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI

thuvientoanhoc.com

Câu 1: Cho hàm số phân thức $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C).

• Ý a) Đúng: Hàm số xác định khi $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$. Tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

• Ý b) Sai: Đạo hàm $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, không được kết luận đồng biến trên tập hợp $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

• Ý c) Đúng: $lim_{x\to(-1)^+} f(x) = -\infty$, suy ra tiệm cận đứng là $x = -1$. $lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 2$, suy ra tiệm cận ngang là $y = 2$.

• Ý d) Đúng: Giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-1; 2)$ chính là tâm đối xứng của đồ thị hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất trên bậc nhất.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 1; -3)$ và (P): $3x - 2y + 6z - 14 = 0$.

• Ý a) Đúng: Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (3; -2; 6)$.

• Ý b) Sai: Thay tọa độ $A(2; 1; -3)$ vào (P): $3(2) - 2(1) + 6(-3) - 14 = 6 - 2 - 18 - 14 = -28 \neq 0$. Do đó A không thuộc (P).

• Ý c) Đúng: Mặt phẳng (Q) qua $A(2; 1; -3)$ có VTPT $\vec{n} = (3; -2; 6)$: $3(x - 2) - 2(y - 1) + 6(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z + 14 = 0$.

• Ý d) Đúng: Khoảng cách: $d(A, (P)) = \frac{|3(2)-2(1)+6(-3)-14|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+6^2}} = \frac{|-28|}{\sqrt{49}} = \frac{28}{7} = 4$.

Câu 3: Quy hoạch tuyến tính thức ăn chăn nuôi:

• Ý a) Đúng: Tổng chi phí mua x bao A và y bao B là $C(x, y) = 200x + 180y$ (nghìn đồng).

• Ý b) Đúng: Điều kiện dinh dưỡng tối thiểu: đạm $2x + y \geq 10$ và khoáng $x + 2y \geq 8$ với $x, y \geq 0$.

• Ý c) Sai: Thử $(3; 3)$: $2(3) + 3 = 9 < 10$, không đạt lượng đạm tối thiểu.

• Ý d) Đúng: Tọa độ giao điểm hai đường biên là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 2$. Chi phí tại điểm này: $C(4; 2) = 200(4) + 180(2) = 1160$ nghìn đồng (thấp hơn các đỉnh $(0; 10)$ là 1800 và $(8; 0)$ là 1600).

Câu 4: Tối ưu chi phí vận chuyển xe tải:

• Ý a) Đúng: Thời gian chạy là quãng đường chia vận tốc: $t = \frac{120}{v}$ (giờ).

• Ý b) Đúng: Tổng chi phí: $K(v) = (\frac{v^2}{200} + 45)\frac{120}{v} = \frac{3v}{5} + \frac{5400}{v}$ (nghìn đồng).

• Ý c) Đúng: Với $v = 60$: $K(60) = \frac{3(60)}{5} + \frac{5400}{60} = 36 + 90 = 126$ nghìn đồng.

• Ý d) Sai: Khảo sát $K(v)$: $K'(v) = \frac{3}{5} - \frac{5400}{v^2} = 0 \Leftrightarrow v^2 = 9000 \Rightarrow v = \sqrt{9000} \approx 94{,}87$ km/h $\neq 90$ km/h.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU MỨC ĐỘ VẬN DỤNG)

Câu 1 [Vận dụng]: Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
Tại $x = 0 \Rightarrow y = 1$, suy ra điểm cực đại là $A(0; 1)$.
Tại $x = 2 \Rightarrow y = 2^3 - 3(2^2) + 1 = 8 - 12 + 1 = -3$, suy ra điểm cực tiểu là $B(2; -3)$.
Khoảng cách giữa hai điểm cực trị A và B là:
$AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}472 \ldots \approx 4{,}47$.

• Đáp số: 4.47

Câu 2 [Vận dụng]: Khoảng cách từ điểm $M(1; -2; 1)$ đến mặt phẳng (α): $2x + y - 2z + 8 = 0$ là:
$d(M, (\alpha)) = \frac{|2(1)+1(-2)-2(1)+8|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{|2-2-2+8|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{6}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$.

• Đáp số: 2

Câu 3 [Vận dụng]: Đoàn tàu dừng lại khi vận tốc bằng 0: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 18 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 6$ s.
Quãng đường đoàn tàu di chuyển từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn là tích phân trực tiếp của hàm vận tốc (đa thức cơ bản):
$s = \int_0^6 (18 - 3t)dt = [18t - \frac{3t^2}{2}]_0^6 = 18(6) - 1{,}5(36) = 108 - 54 = 54$ m.

• Đáp số: 54

thuvientoanhoc.com

Câu 4 [Vận dụng]: Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = 18 - 2x^2$ và trục hoành $y = 0$ là: $18 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Diện tích bồn hoa cảnh quan là tích phân trực tiếp của hàm đa thức bậc hai:

$S = \int_{-3}^{3}(18 - 2x^2)dx = 2\int_{0}^{3}(18 - 2x^2)dx = 2[18x - \frac{2x^3}{3}]_0^3 = 2(54 - \frac{2(27)}{3}) = 2(54 - 18) = 72$ m^2.

• Đáp số: 72

Câu 5 [Vận dụng]: Thể tích thùng tôn đáy vuông cạnh x, chiều cao h là $V = x^2h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{x^2}$ (với $x > 0$).

Diện tích tôn sử dụng (đáy và 4 mặt bên, không nắp trên):

$S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{4}{x^2} = x^2 + \frac{16}{x} = x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương $x^2, \frac{8}{x}, \frac{8}{x}$:

$S(x) \geq 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 3\sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$.

Dấu bằng xảy ra khi $x^2 = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$ m.

• Đáp số: 2

Câu 6 [Vận dụng]: Trong không gian $Oxyz$, mắt camera gắn tại $C(0; 0; 24)$ trên trần, vận động viên đứng tại $P(6; 8; 0)$ trên mặt sàn (Oxy).

Khoảng cách thẳng từ mắt camera C đến vị trí vận động viên P là độ dài đoạn thẳng CP:

$CP = \sqrt{(6-0)^2 + (8-0)^2 + (0-24)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2 + (-24)^2} = \sqrt{36 + 64 + 576} = \sqrt{676} = 26$ m.

• Đáp số: 26

thuvientoanhoc.com

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG, CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 04 tiết (Tiết 45 đến 48)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức và kỹ năng trọng tâm:

- Nhận biết và xác định được véctơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng trong không gian $Oxyz$. Lập và chuyển đổi linh hoạt giữa phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua một điểm khi biết VTCP hoặc đi qua hai điểm phân biệt. Xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

- Nhận biết và vận dụng thành thạo điều kiện hai đường thẳng vuông góc trong không gian: $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$. Phân biệt và giải quyết chính xác bài toán xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng: cắt nhau, chéo nhau, song song hoặc trùng nhau bằng phương pháp giải hệ phương trình tọa độ.

- Hiểu sâu sắc và vận dụng chính xác công thức tính côsin góc giữa hai đường thẳng: $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$ $(0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ)$. Nắm vững và áp dụng chuẩn xác công thức tính sin góc giữa đường thẳng và mặt phẳng: $\sin(d, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$. Làm chủ công thức tính côsin góc giữa hai mặt phẳng: $\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|}$.

- Mô hình hóa hình học giải tích trong các tình huống thực tế: đường bay máy bay, giao lộ lập thể (nút giao khác mức), góc nghiêng mái dốc kiến trúc thoát nước, góc nghiêng đón bức xạ mặt trời của tấm pin quang điện, góc nghiêng bề mặt chất lỏng trong bồn chứa.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phát triển tư duy không gian trực quan và tư duy giải tích, khả năng liên hệ giữa hình học thuần túy và biểu thức tọa độ, phân tích các trường hợp vị trí tương đối và xét góc.

- Năng lực mô hình hóa toán học: Chuyển đổi bài toán thực tế (công trình xây dựng, đường bay, kim tự tháp, độ dốc mái vòm) thành bài toán hình học giải tích $Oxyz$, thiết lập hệ trục tọa độ thích hợp và tính toán chính xác.

- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Phân tích linh hoạt giả thiết đề bài, phối hợp các công cụ đại số (giải hệ phương trình, tích vô hướng) để giải quyết các yêu cầu hình học phức tạp.

- Năng lực giao tiếp toán học: Diễn đạt chính xác các khái niệm, quy tắc đổi dấu tọa độ, lập luận logic và trình bày bài giải hình học giải tích mạch lạc.

thuvientoanhoc.com

- Năng lực số (NLS) (Theo Thông tư 02/2025/TT-BGDĐT): Khai thác, sử dụng hiệu quả phần mềm hình học trực quan GeoGebra 3D để mô phỏng không gian, dựng đường thẳng qua điểm và vectơ chỉ phương, trực quan hóa vị trí tương đối và bài toán thực tế; thành thạo kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG) với tính năng Vector (Mode 5) để tính nhanh tích vô hướng, tích có hướng, độ dài vectơ, tính góc giữa hai vectơ (lệnh Angle); khai thác tính năng Bảng tính (Table - Mode 8) để khảo sát hàm khoảng cách theo tham số, tìm cực trị giải quyết bài toán tối ưu khoảng cách thực tế (quỹ đạo bay, trạm thu phát sóng) và kiểm tra đối chiếu kết quả.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ: Tích cực, tự giác hoàn thành nhiệm vụ học tập được giao, chủ động đào sâu các bài toán thực tiễn phân hóa.

- Trung thực: Khách quan, trung thực trong tự đánh giá và đánh giá chéo kết quả học tập của các nhóm bạn.

- Trách nhiệm: Có ý thức hợp tác nhóm, chia sẻ công việc và kiên trì theo đuổi mục tiêu giải toán.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuẩn mực, máy tính kết nối màn hình tương tác/máy chiếu, phần mềm GeoGebra 3D (bản vẽ mô phỏng động không gian Oxyz, đường thẳng và góc), phần mềm giả lập máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG, hệ thống phiếu bài tập phân hóa.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi bài, máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG), điện thoại thông minh hoặc máy tính có cài đặt ứng dụng GeoGebra 3D.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Véctơ chỉ phương, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng.

- Tiết 2: Điều kiện vuông góc và vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

- Tiết 3: Góc giữa hai đường thẳng và Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

- Tiết 4: Góc giữa hai mặt phẳng và Các bài toán mô hình hóa thực tiễn tổng hợp.

IV. CÁC HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC

TIẾT 1: VÉCTƠ CHỈ PHƯƠNG, PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Gợi mở kiến thức về phương trình đường thẳng từ thực tế chuyển động thẳng đều của các vật thể trong không gian (máy bay, vệ tinh, xe lửa trên cầu cạn).

b) Nội dung: Giáo viên trình chiếu hình ảnh đường bay của máy bay trên bầu trời, đặt câu hỏi: Làm thế nào để xác định vị trí của một máy bay đang bay theo đường thẳng đều trong không gian tại một thời điểm bất kì?

c) Sản phẩm: Học sinh nêu dự đoán: Cần biết vị trí ban đầu (một điểm) và hướng bay cùng tốc độ (véctơ chỉ phương).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu hình	- Quan sát hình ảnh và lắng nghe câu

thuvientoanhoc.com

ảnh đường bay, đặt câu hỏi về các yếu tố cần thiết để xác định quỹ đạo chuyển động thẳng trong không gian. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh suy nghĩ, liên hệ với phương trình đường thẳng đã học trong mặt phẳng tọa độ Oxy ở lớp 10. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh phát biểu, các bạn khác bổ sung. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên dẫn dắt vào bài mới: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng cũng được xác định khi biết một điểm và một VTCP.	hỏi định hướng. - Nhớ lại phương trình tham số trong mặt phẳng Oxy. - Tiếp nhận nhiệm vụ học tập tìm hiểu phương trình đường thẳng trong không gian.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, hệ thống hóa định nghĩa VTCP, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng trong không gian $Oxyz$.

b) Nội dung:

1. Véctơ chỉ phương của đường thẳng:

Véctơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là véctơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.

Nhận xét: Nếu $\vec{u}$ là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một VTCP của Δ.

2. Phương trình tham số của đường thẳng:

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

3. Phương trình chính tắc của đường thẳng:

Nếu a, b, c đều khác 0 thì bằng cách khử tham số t, ta được phương trình chính tắc của Δ:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững công thức viết phương trình tham số, phương trình chính tắc và cách tìm điểm thuộc đường thẳng, tìm VTCP.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên yêu cầu học sinh biểu diễn điều kiện $\vec{AM} = t\vec{u}$ theo tọa độ với $M(x; y; z)$ thuộc đường thẳng. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Cá nhân học sinh thiết lập đẳng thức tọa độ và rút ra phương trình tham số. Giáo viên sử dụng phần mềm GeoGebra 3D nhập phương trình đường thẳng qua điểm $A(1; 2; 3)$ và VTCP $\vec{u} = (2; -1; 4)$, xoay không gian 3D trực quan hóa đường thẳng và cho thanh trượt tham số t	- Vận dụng kiến thức vectơ để xây dựng phương trình tham số. - Quan sát mô phỏng động 3D trên GeoGebra, nắm vững bản chất hình học của tham số t. - Thực hành kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay Casio kiểm tra nhanh điểm thuộc đường thẳng và ghi chép

thuvientoanhoc.com

chuyển động để học sinh thấy điểm M di động vạch nên toàn bộ đường thẳng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh lên bảng trình bày, các học sinh khác đối chiếu. Giáo viên hướng dẫn học sinh thao tác trên máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X): Sử dụng tính năng gán biến và phím CALC để kiểm tra nhanh tọa độ các điểm thuộc đường thẳng. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt công thức, lưu ý học sinh điều kiện để viết phương trình chính tắc là các thành phần của VTCP phải khác 0.	định nghĩa, định lý vào vở học tập.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Luyện tập thành thạo các kỹ năng nhận biết VTCP, viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua một điểm hoặc hai điểm.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1 = (-3; 4; 2)$ **B.** $\vec{u}_2 = (2; 1; -5)$ **C.** $\vec{u}_3 = (3; 4; 2)$ **D.** $\vec{u}_4 = (-3; -4; 2)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 3; 2)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{2}$ **B.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-3}$ **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{4}$?

A. $M(3; -1; 2)$ **B.** $N(2; -1; 4)$ **C.** $P(-3; 1; -2)$ **D.** $Q(1; 0; 2)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -1; 4)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nhận $\vec{u}=(3;2;-5)$ làm VTCP có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-5}$ **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-5}$

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-5}$ **D.** $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+5}{1}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(4;1;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+2t\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=1-2t\\z=2-t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-1+2t\\z=3+t\end{cases}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{3}$. Điểm $K\in d$ có hoành độ bằng 5 thì tung độ bằng bao nhiêu?

A. $y=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $y=3$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z}{3}$ được viết dưới dạng tham số là:

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3-2t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-3t\\z=3\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=-2+t\\y=3-2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=3t\end{cases}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

a) Vectơ $\vec{u}_1=(-4;6;2)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-3}{-1}$.

c) Điểm $B(3;-5;2)$ thuộc đường thẳng Δ.

d) Giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có cao độ bằng 3.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+3t\\z=-4+2t\end{cases}$.

a) Vectơ $\vec{u}=(-1;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của d.

b) Điểm $M(2;1;-4)$ thuộc đường thẳng d.

c) Tại giá trị tham số $t=1$, ta xác định được điểm $N(1;4;-2)\in d$.

d) Điểm $P(0;7;1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(3;0;2)$.

thuvientoanhoc.com

a) Vectơ $\vec{AB} = (2;-2;2) = 2(1;-1;1)$.

b) Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ $I(2;1;1)$.

c) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

d) Điểm $C(0;3;-1)$ thuộc đường thẳng AB.

Câu 4. Tại một sân bay, đường bay cất cánh thẳng của một máy bay được mô hình hóa trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: mét, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất phẳng) bởi phương trình: $d: \begin{cases} x = 100t \\ y = 200t \\ z = 20t \end{cases}$ với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây.

a) Tại $t = 0$, máy bay bắt đầu cất cánh từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

b) Sau 10 giây cất cánh, máy bay đạt độ cao $z = 200$ m so với mặt đất.

c) Vectơ vận tốc chuyển động của máy bay là $\vec{v} = (100;200;20)$.

d) Tốc độ cất cánh của máy bay nhỏ hơn 200 m/s.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 4 = 0$. Tìm tung độ của giao điểm giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Câu 2. Một cột ăng-ten phát sóng thẳng đứng đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trên mặt đất (Oxy) có điểm gắn dây cáp giằng $N(0;0;30)$ (đơn vị mét). Điểm neo cáp giằng trên mặt đất là $M(30;40;0)$ (mét). Chiều dài sợi cáp giằng MN bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 3. Một flycam bay từ điểm xuất phát $A(10;20;5)$ đến mục tiêu $B(40;60;25)$ (đơn vị mét) theo đường thẳng. Khi flycam đạt cao độ $z = 15$ m, hoành độ x của flycam bằng bao nhiêu mét?

Câu 4. Tuyến cáp treo nối từ ga chân núi $A(100;200;50)$ đến đỉnh núi $B(700;1000;850)$ (đơn vị mét). Khi cabin cáp treo di chuyển đến vị trí chính giữa hai ga cáp treo (trung điểm của AB) thì cao độ của cabin so với mực nước biển bằng bao nhiêu mét?

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao hệ thống bài tập luyện tập phân hóa Đề bài cho học sinh. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh giải bài cá nhân, sau đó trao đổi cặp đôi. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải các câu khó. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, đối chiếu với phần Hướng dẫn giải chi tiết, chốt đáp án chuẩn mực.	- Làm bài độc lập, sau đó thảo luận đối chiếu kết quả với bạn. - Ghi chép phương pháp giải chuẩn mực vào vở.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Vận dụng phương trình đường thẳng giải quyết bài toán lắp đặt cáp giằng cột ăng-ten thực tế.

b) Nội dung: Tại một đài kiểm soát không lưu, cột ăng-ten phát sóng dựng thẳng đứng trên mặt đất (Oxy) tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có đỉnh $S(0;0;50)$ (mét). Một dây cáp giằng nối từ điểm $M(30;40;0)$ đến điểm N trên thân cột sao cho $ON = 30$ m. Lập phương trình đường thẳng chứa sợi cáp giằng MN và tính chiều dài sợi cáp.

c) Sản phẩm: Phương trình đường thẳng MN và chiều dài cáp giằng: $MN = 10\sqrt{34} \approx 58{,}3$ m.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên nêu yêu cầu thực tiễn, phân nhóm học sinh thực hiện. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thảo luận nhóm, xác định tọa độ các điểm và lập phương trình. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm thuyết trình lời giải. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, khen ngợi khả năng mô hình hóa toán học.	- Làm việc nhóm sôi nổi, áp dụng công thức hình học vào bài toán xây dựng thực tế.

TIẾT 2: ĐIỀU KIỆN VUÔNG GÓC VÀ VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Khơi gợi nhu cầu tìm hiểu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng thông qua bài toán thực tế chuyển động của hai vật thể trong không gian.

b) Nội dung: Giáo viên nêu tình huống mô tả hai máy bay A và B chuyển động thẳng đều theo quỹ đạo đường thẳng trong không gian $Oxyz$. Đặt câu hỏi: Những tình huống hình học nào có thể xảy ra đối với đường bay của hai vật thể? Khi nào chúng có nguy cơ va chạm?

c) Sản phẩm: Học sinh nêu được 4 vị trí tương đối: song song, trùng nhau, cắt nhau, chéo nhau. Nguy cơ va chạm chỉ xảy ra khi quỹ đạo cắt nhau hoặc trùng nhau và hai vật thể cùng đến giao điểm tại cùng một thời điểm t.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên đặt vấn đề an toàn hàng không, yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh liên hệ với các vị trí tương đối của hai đường thẳng đã học trong hình học không gian cổ điển. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh đại diện trình bày, lớp nhận xét.	- Lắng nghe và thảo luận sôi nổi về các tình huống va chạm của máy bay. - Tiếp nhận nhiệm vụ tìm hiểu phương pháp tọa độ để xét vị trí tương đối.

thuvientoanhoc.com

Bước 4: Kết luận, nhận định: Giáo viên chốt 4 vị trí tương đối và dẫn dắt vào bài mới.	

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố điều kiện vuông góc và phương pháp xét 4 vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian $Oxyz$.

b) Nội dung:

1. Điều kiện hai đường thẳng vuông góc:

Cho hai đường thẳng d_1, d_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$. Khi đó:

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$$

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng:

Cho d_1 đi qua A có VTCP $\vec{u}_1$ và d_2 đi qua B có VTCP $\vec{u}_2$:

- **Trường hợp 1:** $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ **cùng phương:**
  + Nếu $A \in d_2$ thì $d_1 \equiv d_2$ (trùng nhau).
  + Nếu $A \notin d_2$ thì $d_1 \parallel d_2$ (song song).
- **Trường hợp 2:** $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ **không cùng phương:**
  + Giải hệ phương trình tọa độ giao điểm: Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d_1, d_2 cắt nhau.
  + Nếu hệ vô nghiệm thì d_1, d_2 chéo nhau.

c) Sản phẩm: Học sinh thành thạo quy trình xét vị trí tương đối và điều kiện vuông góc.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên yêu cầu học sinh nêu quy trình xét vị trí tương đối và giải hệ phương trình tìm giao điểm giữa hai đường thẳng. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh thảo luận nhóm, phân loại các trường hợp. Giáo viên ứng dụng GeoGebra 3D trình chiếu mô hình hai đường thẳng chéo nhau và cắt nhau trong không gian, xoay các góc nhìn giúp học sinh thấy rõ sự khác biệt giữa song song, cắt nhau và chéo nhau. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm trình bày sơ đồ tư duy phân loại vị trí tương đối. Giáo viên hướng dẫn học sinh kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X): Dùng tính năng Vector (Mode 5) tính tích có hướng $[ecu_1, ecu_2]$ để kiểm tra tính cùng phương, và giải hệ phương trình tuyến tính (Mode 9) tìm giao điểm. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt quy tắc: Bắt buộc dùng hai tham số khác nhau (t và s) khi giải hệ tìm giao điểm và lưu ý phân biệt rõ chéo nhau với cắt nhau.	- Quan sát hình ảnh trực quan 3D trên GeoGebra, khắc sâu sơ đồ phân loại 4 vị trí tương đối. - Thực hành kỹ năng bấm máy tính cầm tay Casio kiểm tra tính cùng phương và giải hệ phương trình tọa độ. - Ghi chép quy tắc đổi tham số khi lập hệ phương trình giao điểm vào vở học tập.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng xét vị trí tương đối, tìm giao điểm và tìm tham số để hai đường thẳng vuông góc hoặc cắt nhau.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d_1 \perp d_2$ **B.** $d_1 \parallel d_2$

C. $d_1 \equiv d_2$ **D.** d_1 cắt d_2

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = 1-3t \end{cases}$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là:

A. Song song **B.** Trùng nhau **C.** Cắt nhau **D.** Chéo nhau

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ vuông góc với nhau là:

A. $m = -4$ **B.** $m = 4$ **C.** $m = -2$ **D.** $m = 0$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$. Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là:

A. $(3;0;1)$ **B.** $(1;-1;2)$ **C.** $(-1;2;3)$ **D.** $(5;1;0)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng có hai vectơ chỉ phương không cùng phương và hệ phương trình tọa độ giao điểm vô nghiệm thì hai đường thẳng đó:

A. Chéo nhau **B.** Song song **C.** Cắt nhau **D.** Trùng nhau

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{6}$. Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là:

A. Trùng nhau **B.** Song song **C.** Cắt nhau **D.** Chéo nhau

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d_1 \parallel d_2$ **B.** $d_1 \equiv d_2$

C. $d_1 \perp d_2$ **D.** d_1 cắt d_2

thuvientoanhoc.com

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2s \\ y = 1 + s \\ z = 1 - s \end{cases}$. Góc giữa hai vectơ chỉ phương của d_1 và d_2 bằng:

A. $90°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $120°$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$

a) Đường thẳng d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$ và d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$.

b) Tích vô hướng $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -3$.

c) Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $I(3; 1; 3)$.

d) Hai đường thẳng d_1 và d_2 là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$ và d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (2; 4; -2)$.

a) Hai vectơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ cùng phương.

b) Hai đường thẳng d_1 và d_2 hoặc song song hoặc trùng nhau.

c) Nếu tồn tại điểm $A \in d_1$ mà $A \in d_2$ thì $d_1 \equiv d_2$.

d) Hai đường thẳng d_1 và d_2 có thể chéo nhau.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2}$.

a) Tích vô hướng của hai vectơ chỉ phương bằng 0.

b) Hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

c) Điểm $M(3; 2; -3)$ thuộc đường thẳng d_1.

d) Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $M(3; 2; -3)$.

Câu 4. Hai máy bay không người lái (drone) đang bay theo các quỹ đạo thẳng trong không gian: drone 1 bay theo $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ và drone 2 bay theo $d_2: \begin{cases} x = 7 + s \\ y = s \\ z = 10 + 2s \end{cases}$ (đơn vị: km, t, s là tham số).

a) Vectơ chỉ phương quỹ đạo bay của drone 1 là $\vec{u}_1 = (2; -1; 2)$.

b) Vectơ chỉ phương quỹ đạo bay của drone 2 là $\vec{u}_2 = (1; 1; 2)$.

c) Hai quỹ đạo bay cắt nhau tại một điểm giao cắt trong không gian.

d) Hai drone luôn luôn đâm vào nhau bất kể thời gian xuất phát.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$. Tính tích vô hướng của hai vectơ chỉ phương của d_1 và d_2.

Câu 2. Hai tuyến cáp quang ngầm đặt theo hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $K(x_0; y_0; z_0)$ với $x_0 = 5, y_0 = 1, z_0 = 8$. Hãy tính tổng $S = x_0 + y_0 + z_0$.

Câu 3. Một tuyến hầm giao thông và một đường ống ngầm được thiết kế theo hai đường thẳng chéo nhau. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai tuyến đo được là 15 m. Biết khoảng cách an toàn quy chuẩn là 10 m. Hỏi khoảng cách thực tế vượt quy chuẩn an toàn bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Hai con tàu di chuyển trên biển theo hai đường thẳng vuông góc với nhau. Tàu thứ nhất đi theo hướng vectơ $\vec{u}_1 = (3;4;0)$, tàu thứ hai đi theo hướng $\vec{u}_2 = (m;6;0)$. Tìm giá trị của m.

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập Đề bài cho học sinh giải quyết. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh giải bài độc lập, áp dụng điều kiện vuông góc và giải hệ giao điểm. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải chi tiết. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, đối chiếu Hướng dẫn giải chi tiết, chốt đáp án chuẩn mực.	- Tích cực suy nghĩ, giải bài tập và đối chiếu kết quả với bạn. - Ghi nhận các lưu ý để tránh nhầm lẫn giữa song song và trùng nhau.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào bài toán phân luồng bay an toàn trong quản lý không lưu hàng không.

b) Nội dung: Trong không gian kiểm soát không lưu, hai chuyến bay thẳng có phương trình đường bay lần lượt là d_1 và d_2. Chứng minh hai đường bay này chéo nhau và tính khoảng cách thẳng đứng an toàn giữa chúng khi đi qua cùng một vị trí mặt bằng.

c) Sản phẩm: Báo cáo của học sinh xác định hai đường thẳng chéo nhau và khoảng cách an toàn đạt chuẩn quy định hàng không.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao nhiệm vụ quản lý không lưu cho các nhóm. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh mô hình hóa bài toán kiểm tra tính chéo nhau của hai đường thẳng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm thuyết trình báo cáo an toàn bay. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, nhấn mạnh vai trò của hình học không gian giải tích trong cuộc sống.	- Thảo luận nhóm, tính toán chính xác và hoàn thành báo cáo.

TIẾT 3: GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG VÀ GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Khơi gợi hứng thú và nhu cầu tính góc giữa các đường dẫn, cáp treo, dầm cầu trong kiến trúc xây dựng và giao thông.

b) Nội dung: Giáo viên trình chiếu hình ảnh cầu dây văng hoặc cần cẩu tháp, đặt câu hỏi: Để đảm bảo an toàn kỹ thuật, người ta cần tính góc giữa dây văng và mặt cầu (hoặc trụ cầu) như thế nào trong không gian tọa độ?

c) Sản phẩm: Học sinh nêu nhận thức: Cần sử dụng vectơ chỉ phương của dây cáp và vectơ pháp tuyến của mặt cầu hoặc VTCP của trụ cầu để tính góc.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu hình ảnh cầu dây văng, nêu vấn đề tính góc. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh suy nghĩ, liên hệ với công thức tính góc giữa hai vectơ. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện học sinh phát biểu, lớp bổ sung. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên giới thiệu công thức tính cosin và sin của các góc.	- Quan sát hình ảnh và lắng nghe câu hỏi định hướng. - Nhớ lại công thức tích vô hướng giữa hai vectơ.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố công thức tính góc giữa hai đường thẳng và góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung:

1. Góc giữa hai đường thẳng:

Cho hai đường thẳng d_1, d_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$. Khi đó:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} (0° \le (d_1, d_2) \le 90°)$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}$. Khi đó:

$$\sin(d, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} (0° \le (d, (P)) \le 90°)$$

c) Sản phẩm: Học sinh hiểu sâu sắc quy tắc: cùng loại dùng cos, khác loại dùng sin; luôn có dấu giá trị tuyệt đối trên tử số.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên hướng dẫn học sinh vẽ hình chiếu vuông góc của đường thẳng lên mặt phẳng để chứng minh công thức sin. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tự vẽ hình, giải thích	- Khắc sâu công thức tính góc, hiểu rõ vì sao góc giữa đường thẳng và mặt phẳng dùng hàm sin. - Quan sát mô hình 3D trên

thuvientoanhoc.com

vì sao $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha) = \frac{\lvert\vec{u}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{n}\rvert}$. Giáo viên ứng dụng phần mềm GeoGebra 3D mô phỏng trực quan góc giữa hai đường thẳng chéo nhau và góc giữa đường thẳng với mặt phẳng, xoay các góc nhìn 3D trực quan hóa hình chiếu vuông góc. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh trình bày trước lớp. Giáo viên hướng dẫn học sinh khai thác tính năng máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG): Sử dụng Mode 5 (Vector) tính nhanh cos góc bằng lệnh Angle(VctA, VctB) và phím chuyển đổi độ-phút-giây để kiểm tra đối chiếu kết quả. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhấn mạnh: Cùng loại dùng cos, khác loại dùng sin; tuyệt đối không được quên dấu giá trị tuyệt đối trên tử số.	GeoGebra, nắm vững bản chất hình chiếu vuông góc. - Thực hành bấm máy tính cầm tay Casio lệnh Angle(VctA, VctB) kiểm tra nhanh góc giữa hai vectơ.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Củng cố và rèn luyện kỹ năng tính góc giữa hai đường thẳng và góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 3 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1 = (1;0;-1)$ và $\vec{u}_2 = (0;1;1)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng đó bằng:

A. $60°$ **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $90°$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1;2;2)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2;-1;2)$. Sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{2}{9}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{65}}{9}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng tọa độ (Oxy) bằng:

A. $0°$ **B.** $45°$ **C.** $90°$ **D.** $60°$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, công thức tính côsin của góc giữa hai đường thẳng d_1 (có VTCP $\vec{u}_1$) và d_2 (có VTCP $\vec{u}_2$) là:

A. $\cos(d_1, d_2) = \frac{\lvert\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\rvert}{\lvert\vec{u}_1\rvert\cdot\lvert\vec{u}_2\rvert}$ **B.** $\cos(d_1, d_2) = \frac{\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2}{\lvert\vec{u}_1\rvert\cdot\lvert\vec{u}_2\rvert}$

C. $\cos(d_1, d_2) = \frac{\lvert\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\rvert}{\vec{u}_1^2\cdot\vec{u}_2^2}$ **D.** $\cos(d_1, d_2) = \lvert\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2\rvert$

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, công thức tính sin của góc giữa đường thẳng d (có VTCP $\vec{u}$) và mặt phẳng (P) (có VTPT $\vec{n}$) là:

A. $\sin(d,(P)) = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$ **B.** $\sin(d,(P)) = \frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$

C. $\cos(d,(P)) = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$ **D.** $\sin(d,(P)) = \frac{|\vec{u}\times\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 đi qua $A(1;1;0), B(2;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua $C(0;1;1), D(1;2;1)$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Sin của góc giữa d và (P) bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ **B.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, giá trị của m để góc giữa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{m} = \frac{z}{0}$ và trục Ox bằng $45°$ là:

A. $m = \pm 1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = 0$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng có VTCP tương ứng là $\vec{u}_1 = (1;1;0)$ và $\vec{u}_2 = (0;1;1)$.

a) Độ dài $|ecu_1| = \sqrt{2}$ và $|ecu_2| = \sqrt{2}$.

b) Tích vô hướng $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 1$.

c) Côsin của góc giữa hai đường thẳng bằng $\frac{1}{2}$.

d) Góc giữa hai đường thẳng bằng $120°$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1;0;1)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (0;1;1)$.

a) Độ dài $|ecu| = \sqrt{2}$ và $|ecn| = \sqrt{2}$.

b) Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1$.

c) Sin của góc giữa d và (P) bằng $\frac{1}{2}$.

d) Số đo góc giữa d và (P) bằng $30°$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$.

a) Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;-2)$ và VTPT của (P) là $\vec{n} = (2;-1;2)$.

b) Độ dài $|ecu| = 3$ và $|ecn| = 3$.

c) Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{n} = -4$.

thuvientoanhoc.com

d) Sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{9}$.

Câu 4. Một sườn dốc nhân tạo của khu trượt tuyết được mô hình hóa bởi đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} (t \geq 0)$.

Mặt đất phẳng nằm trên mặt phẳng (Oxy).

a) Sườn dốc xuất phát từ điểm gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

b) Vectơ chỉ phương của sườn dốc là $\vec{u} = (3;4;5)$.

c) Góc dốc của sườn dốc so với phương nằm ngang là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy).

d) Góc dốc của sườn dốc bằng 45°.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 2 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) theo độ.

Câu 2. Một băng chuyền tải hàng chuyển động thẳng theo hướng vectơ $\vec{u} = (1;\sqrt{2};1)$. Mặt sàn phẳng nằm trên mặt phẳng (Oxy). Tính góc nghiêng của băng chuyền so với sàn nhà theo độ.

Câu 3. Một thang thoát hiểm thẳng nối từ mặt đất lên ban công theo đường thẳng có VTCP $\vec{u} = (1;1;\sqrt{6})$. Tính góc nghiêng của thang thoát hiểm so với mặt đất nằm ngang (Oxy) theo độ.

Câu 4. Một cần cẩu nâng hàng có cần nâng nằm trên đường thẳng có VTCP $\vec{u} = (3;4;5\sqrt{3})$. Tính góc tạo bởi cần nâng với mặt đất nằm ngang (Oxy) theo độ.

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập Đề bài cho học sinh. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh giải bài độc lập, áp dụng linh hoạt công thức tính góc. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi học sinh lên bảng giải chi tiết. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, đối chiếu Hướng dẫn giải chi tiết, chốt đáp án.	- Làm bài tập cá nhân, sau đó thảo luận đối chiếu kết quả với bạn.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng vào bài toán thiết kế góc nghiêng của pin mặt trời trên mái nhà dốc.

b) Nội dung: Tính góc tạo bởi tia sáng mặt trời chiếu theo phương thẳng với mặt phẳng nghiêng của mái nhà.

c) Sản phẩm: Báo cáo góc nghiêng tối ưu thu nhận năng lượng mặt trời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

thuvientoanhoc.com

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên nêu bài toán năng lượng tái tạo thực tế. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tính góc bằng công thức sin. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên đánh giá tính ứng dụng cao của toán học.	- Tích cực thảo luận nhóm, giải quyết bài toán thực tiễn.

TIẾT 4: GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN MÔ HÌNH HÓA THỰC TIỄN

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Khơi gợi hứng thú tìm hiểu góc giữa hai mặt phẳng qua kiến trúc vĩ đại của Kim tự tháp Kheops Ai Cập.

b) Nội dung: Giáo viên trình chiếu hình ảnh Kim tự tháp Kheops, giới thiệu kích thước đáy và chiều cao, đặt câu hỏi: Các kiến trúc sư cổ đại đã thiết kế các mặt bên nghiêng một góc bao nhiêu độ so với mặt đất?

c) Sản phẩm: Học sinh nêu nhận thức: Cần lập phương trình mặt phẳng mặt bên và mặt đáy để tính góc giữa hai mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên chiếu ảnh Kim tự tháp, đặt câu hỏi. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh quan sát, nhớ lại góc giữa hai mặt phẳng trong hình không gian cổ điển. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Học sinh phát biểu. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên dẫn dắt vào bài mới.	- Chú ý quan sát và suy nghĩ về bài toán thực tế.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố công thức tính góc giữa hai mặt phẳng trong không gian $Oxyz$.

b) Nội dung:

Công thức tính côsin góc giữa hai mặt phẳng:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) có các VTPT lần lượt là $\vec{n}_1, \vec{n}_2$. Khi đó:

$$\cos((P),(Q)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} (0^\circ \le ((P),(Q)) \le 90^\circ)$$

Điều kiện hai mặt phẳng vuông góc:

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững công thức tính cosin góc giữa hai mặt phẳng và điều kiện vuông góc.

thuvientoanhoc.com

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng vuông góc với chúng. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh rút ra công thức cosin. Giáo viên ứng dụng phần mềm GeoGebra 3D mô phỏng góc giữa hai mặt phẳng, trực quan hóa bài toán góc nghiêng mái che sân vận động và tấm pin năng lượng mặt trời. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh trình bày trước lớp. Giáo viên hướng dẫn học sinh khai thác tính năng Table (Mode 8) trên máy tính Casio để khảo sát hàm khoảng cách theo tham số t, tìm cực trị d_{min} trong bài toán tối ưu khoảng cách giữa hai đường bay hoặc khoảng cách từ điểm đến tuyến đường. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhấn mạnh: Luôn có giá trị tuyệt đối trên tử số, đối chiếu kết quả khảo sát số học trên Casio với hình ảnh trực quan trên GeoGebra 3D.	- Ghi chép công thức đóng khung vào vở học tập. - Quan sát mô hình 3D trên GeoGebra, nắm vững ý nghĩa thực tiễn của góc nghiêng đón bức xạ mặt trời. - Thực hành kỹ năng sử dụng bảng tính Table (Mode 8) trên máy tính Casio tìm cực trị bài toán tối ưu thực tế.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tính góc giữa hai mặt phẳng, tìm tham số để hai mặt phẳng vuông góc và giải bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 4 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-2=0$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi:

A. $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$ **B.** $\vec{n_1}=\vec{n_2}$

C. $\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\vec{0}$ **D.** $|\vec{n_1}|=|\vec{n_2}|$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng tọa độ (Oxy) và (Oxz) bằng:

A. 90° **B.** 45° **C.** 0° **D.** 180°

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, công thức tính côsin góc giữa hai mặt phẳng có các VTPT $\vec{n_1},\vec{n_2}$ là:

A. $\cos((P),(Q))=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}$ **B.** $\cos((P),(Q))=\frac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}$

thuvientoanhoc.com

C. $\sin((P),(Q)) = \frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}$ **D.** $\cos((P),(Q)) = |\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $2x - y + 2z - 1 = 0$ và (β): $x + 2y + 2z + 3 = 0$. Tích vô hướng của hai vectơ pháp tuyến bằng:

A. 4 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 6

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (α): $x + y - 2 = 0$ và (β): $y + z + 1 = 0$:

A. $60°$ **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $90°$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tìm m để hai mặt phẳng (P): $mx + y - z + 1 = 0$ và (Q): $2x - 3y + z - 4 = 0$ vuông góc với nhau:

A. $m = 2$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 4$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông trên (Oxy) và $S(0;0;2)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) có VTPT $\vec{n_1} = (0;1;1)$ và mặt đáy $(ABCD)$ có VTPT $\vec{k} = (0;0;1)$ bằng:

A. $45°$ **B.** $60°$ **C.** $30°$ **D.** $90°$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 3 = 0$ và (Q): $2x + y - 2z + 1 = 0$.

a) VTPT của (P) là $\vec{n_1} = (1;-2;2)$ có độ dài bằng 3.

b) VTPT của (Q) là $\vec{n_2} = (2;1;-2)$ có độ dài bằng 3.

c) Tích vô hướng $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2} = -4$.

d) Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{4}{9}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $x + z - 1 = 0$ và (β): $y + z + 2 = 0$.

a) Vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n_1} = (1;0;1)$.

b) Vectơ pháp tuyến của (β) là $\vec{n_2} = (0;1;1)$.

c) Tích vô hướng $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2} = 1$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng $60°$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2 nằm trên (Oxy) với các đỉnh $A(0;0;0), B(2;0;0), C(2;2;0), D(0;2;0)$ và đỉnh $S(0;0;2)$.

a) Vectơ $\vec{SC} = (2;2;-2)$.

b) Mặt phẳng (SBC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_1} = (0;1;1)$.

c) Mặt phẳng đáy $(ABCD)$ có VTPT là $\vec{k} = (0;0;1)$.

d) Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng $45°$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Kim tự tháp Kheops (Ai Cập) được mô hình hóa trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: mét) với đáy hình vuông tâm $O(0;0;0)$ nằm trên (Oxy), các đỉnh đáy $A(115;-115;0), B(115;115;0), C(-115;115;0), D(-115;-115;0)$ và đỉnh kim tự tháp $S(0;0;147)$.

a) Cạnh đáy hình vuông của kim tự tháp bằng 230 m.

b) Chiều cao của kim tự tháp bằng 147 m.

c) Góc nghiêng của mặt bên (SAB) so với mặt đất nằm ngang chính là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (Oxy).

d) Góc nghiêng của mặt bên kim tự tháp Kheops so với mặt đất xấp xỉ bằng $52°$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-2=0$ và $(\beta): y+z+1=0$ theo độ.

Câu 2. Mái nhà của một biệt thự có dạng hai mặt phẳng nghiêng giao nhau theo đường nóc nhà. Mặt thứ nhất có phương trình $3x+4z-12=0$, mặt thứ hai có phương trình $3x-4z+12=0$. Côsin của góc giữa hai mái dốc đó bằng bao nhiêu (viết dưới dạng số thập phân)?

Câu 3. Một bể nước hình hộp chữ nhật bị nghiêng làm cho mặt nước tạo với đáy bể một mặt phẳng có phương trình $x+z-5=0$. Đáy bể nằm trên mặt phẳng (Oxy). Góc nghiêng của mặt nước so với đáy bể bằng bao nhiêu độ?

Câu 4. Một tấm pin năng lượng mặt trời phẳng có phương trình $x+y+\sqrt{2}z-10=0$. Tính góc nghiêng của tấm pin so với mặt đất phẳng nằm ngang (Oxy) theo độ.

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập Đề bài cho học sinh. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh giải bài độc lập, tính toán góc giữa hai mặt phẳng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải chi tiết. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, đối chiếu Hướng dẫn giải chi tiết, chốt đáp án chuẩn mực.	- Làm bài tập cá nhân, sau đó thảo luận đối chiếu kết quả với bạn.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức góc giữa hai mặt phẳng vào bài toán kiến trúc xây dựng mái dốc thoát nước mưa.

b) Nội dung: Trong thiết kế nhà ở dân dụng vùng nhiệt đới, góc dốc mái ngói cần tối thiểu $30°$ để đảm bảo thoát nước mưa nhanh. Một bản vẽ thiết kế có mặt mái phương trình $x+y+2z-6=0$. Hãy kiểm tra xem mái nhà này có đạt tiêu chuẩn thoát nước mưa không?

c) Sản phẩm: Báo cáo của học sinh: sin góc dốc so với phương nằm ngang là $\frac{2}{\sqrt{6}} \approx 0{,}816 \Rightarrow$ góc dốc $\approx 54{,}7° > 30°$, đạt tiêu chuẩn thiết kế kiến trúc.

thuvientoanhoc.com

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài toán thiết kế kiến trúc cho các nhóm. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tính góc dốc và so sánh tiêu chuẩn quy chuẩn xây dựng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm báo cáo kết quả. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên đánh giá tính ứng dụng cao của toán học.	- Tích cực thảo luận nhóm, liên hệ giữa toán học và đời sống thực tế.

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-5}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1 = (3;-4;2)$ **B.** $\vec{u}_2 = (2;-1;5)$ **C.** $\vec{u}_3 = (-2;1;-5)$ **D.** $\vec{u}_4 = (3;4;2)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3+t \\ z = -4+5t \end{cases}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $\vec{u} = (-2;1;5)$ **B.** $\vec{u} = (1;3;-4)$ **C.** $\vec{u} = (2;1;5)$ **D.** $\vec{u} = (-2;-1;5)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-4}{1}$?

A. $M(1;-2;4)$ **B.** $N(2;-3;1)$ **C.** $P(-1;2;-4)$ **D.** $Q(1;2;4)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 có các vectơ chỉ phương tương ứng là $\vec{u}_1 = (1;0;-1)$ và $\vec{u}_2 = (0;1;1)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

A. $60°$ **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $90°$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1;2;2)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2;-1;2)$. Sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{2}{9}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{65}}{9}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$ và $B(2;-1;1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là:

thuvientoanhoc.com

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là:

A. Chéo nhau **B.** Cắt nhau **C.** Song song **D.** Trùng nhau

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1; -1; 2)$.

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$.

b) Vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

c) Vectơ $\vec{u}_1 = (-4; 2; -2)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

d) Điểm $B(3; -2; 4)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z-4}{-2}$.

a) Đường thẳng d_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$.

b) Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-2; 4; -2) = -2(1; -2; 1)$.

c) Hai vectơ chỉ phương $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ cùng phương với nhau.

d) Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$.

a) Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

b) Độ dài $|ecu| = 3$ và $|ecn| = 3$.

c) Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{n} = -4$.

d) Sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{9}$.

Câu 4. Một đoạn đường bay thẳng của máy bay cất cánh từ sân bay được mô tả trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: km, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất phẳng) bởi phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = t \end{cases} (t \geq 0)$.

a) Máy bay cất cánh từ gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$.

b) Sau khi cất cánh, máy bay bay theo hướng của vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

thuvientoanhoc.com

c) Góc cất cánh của máy bay so với mặt đất nằm ngang là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy).

d) Sin của góc cất cánh bằng $\frac{\sqrt{14}}{14}$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-5}$. Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 2. Một mái che sân vận động có dạng mặt phẳng nghiêng đỡ bởi các dầm thép. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: mét), mặt phẳng mái che đi qua ba điểm $A(0;0;8), B(20;0;12), C(0;30;10)$. Mặt đất phẳng nằm trên mặt phẳng (Oxy). Hãy tính góc dốc của mái che so với mặt đất nằm ngang theo độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 3. Tại một giao lộ lập thể (nút giao khác mức), tuyến đường sắt trên cao chạy theo đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{2}$ và tuyến hầm đường bộ chạy theo đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+4}{-2}$. Tính góc giữa tuyến đường sắt và tuyến hầm đường bộ theo độ.

Câu 4. Một tấm pin năng lượng mặt trời phẳng được đặt trên mặt đất nghiêng. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (mặt phẳng nằm ngang là (Oxy)), mặt phẳng tấm pin có phương trình $x + y + \sqrt{2}z - 10 = 0$. Tính góc nghiêng của tấm pin năng lượng mặt trời so với phương nằm ngang theo độ.

BẢNG ĐÁP ÁN BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

1. BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	A	A	A	A	A

2. BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng

3. BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
4	12	90	45

thuvientoanhoc.com

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC PHẦN

1. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 1

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

Từ phương trình tham số, các hệ số trước t là $-3;4;2 \Rightarrow \vec{u_1} = (-3;4;2)$.

Câu 2. Chọn B.

Phương trình chính tắc: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-(-3)}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 3. Chọn A.

Điểm $M(3;-1;2)$ thỏa mãn phương trình chính tắc: $\frac{3-3}{2} = \frac{-1+1}{-1} = \frac{2-2}{4} = 0$.

Câu 4. Chọn A.

Phương trình tham số đi qua $M(1;2;3)$ có VTCP $\vec{u}(2;-1;4)$ là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = 3+4t \end{cases}$.

Câu 5. Chọn A.

Phương trình chính tắc đi qua $A(-2;0;1)$ có VTCP $\vec{u}(3;2;-5)$ là $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-5}$.

Câu 6. Chọn A.

VTCP $\vec{AB} = (2;2;-1)$. Đi qua $A(2;-1;3)$ nên có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1+2t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Câu 7. Chọn A.

Thay $x = 5$ vào phương trình: $\frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow \frac{y+1}{1} = 2 \Rightarrow y = 1$.

Câu 8. Chọn A.

Đặt $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{3} = t \Rightarrow x = 2+t, y = -3-2t, z = 3t$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: $\vec{u_1} = (-4;6;2) = -2(2;-3;-1)$ cùng phương với $\vec{u}$.
- Ý b) Đúng: Phương trình chính tắc đúng dạng.
- Ý c) Đúng: Thay $B(3;-5;2)$ vào: $\frac{3-1}{2} = 1, \frac{-5+2}{-3} = 1, \frac{2-3}{-1} = 1$.
- Ý d) Sai: Giao với (Oxy) có $z = 0$, không phải $z = 3$.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Hệ số trước t là $-1;3;2$.
- Ý b) Đúng: Tại $t = 0$, $M(2;1;-4) \in d$.
- Ý c) Đúng: Tại $t = 1$, $x = 1, y = 4, z = -2$.
- Ý d) Sai: $2 - t = 0 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow z = -4 + 4 = 0 \neq 1$.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: $\vec{AB} = (2;-2;2)$.
- Ý b) Đúng: $I(2;1;1)$.
- Ý c) Đúng: Phương trình chính tắc nhận $\vec{u}(1;-1;1)$ làm VTCP.
- Ý d) Đúng: Thay $C(0;3;-1)$ vào: $\frac{0-1}{1} = -1, \frac{3-2}{-1} = -1, \frac{-1}{1} = -1$.

thuvientoanhoc.com

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Tại $t = 0$, $x = 0, y = 0, z = 0$.
- Ý b) Đúng: Tại $t = 10$, $z = 20(10) = 200$ m.
- Ý c) Đúng: Đạo hàm theo thời gian cho vectơ vận tốc $\vec{v} = (100; 200; 20)$.
- Ý d) Sai: $|\vec{v}| = \sqrt{100^2 + 200^2 + 20^2} = \sqrt{50400} \approx 224{,}5$ m/s > 200 m/s.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 0.

Lời giải: Thay phương trình tham số vào mặt phẳng (P):

$(1 + 2t) + 2(-1 + t) - (2 - 3t) - 4 = 0 \Leftrightarrow 7t - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Với $t = 1 \Rightarrow y = -1 + 1 = 0$.

Câu 2. Đáp án: 58,3.

Lời giải: Chiều dài cáp giằng $MN = \sqrt{(0-30)^2 + (0-40)^2 + (30-0)^2} = \sqrt{900 + 1600 + 900} = \sqrt{3400} \approx 58{,}3$ m.

Câu 3. Đáp án: 25.

Lời giải: VTCP $\vec{AB} = (30; 40; 20) = 10(3; 4; 2)$.

Phương trình tham số: $x = 10 + 3t, y = 20 + 4t, z = 5 + 2t$.

Khi $z = 15 \Rightarrow 5 + 2t = 15 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow x = 10 + 3(5) = 25$ m.

Câu 4. Đáp án: 450.

Lời giải: Cao độ trung điểm của đoạn nối hai ga cáp treo là $z = \frac{50+850}{2} = 450$ m.

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 2

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

$\vec{u}_1 = (2; 3; 1), \vec{u}_2 = (1; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2(1) + 3(-1) + 1(1) = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Câu 2. Chọn A.

$\vec{u}_1 = (1; -2; 3), \vec{u}_2 = (-1; 2; -3) = -\vec{u}_1$ (cùng phương). Lấy $A(2; -1; 0) \in d_1$, thay vào d_2: $1 - t = 2 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow y = 2(-1) = -2 \neq -1 \Rightarrow A \notin d_2 \Rightarrow d_1 \parallel d_2$.

Câu 3. Chọn A.

$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = m(1) + 2(1) + 1(2) = m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 4. Chọn A.

Giải hệ phương trình tọa độ giao điểm ta được điểm chung $(3; 0; 1)$.

Câu 5. Chọn A.

Theo định nghĩa, hai đường thẳng không cùng phương và không có điểm chung là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 6. Chọn A.

$\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$, điểm $(1; 2; 3) \in d_1$ cũng thuộc d_2 nên hai đường thẳng trùng nhau.

Câu 7. Chọn A.

Cùng VTCP $\vec{u}(1; 1; 1)$, điểm $(0; 0; 0) \in d_1$ không thuộc d_2 nên $d_1 \parallel d_2$.

Câu 8. Chọn A.

$\vec{u}_1 = (1; -1; 2), \vec{u}_2 = (2; 1; -1) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 - 1 - 2 = -1 \neq 0$. Nếu $\vec{u}_1(1; -1; 2)$ và $\vec{u}_2(2; 0; -1) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow 90°$.

thuvientoanhoc.com

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: VTCP đúng.
- Ý b) Đúng: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2(1) + (-1)(2) + 3(-1) = -3$.
- Ý c) Sai: Thay vào d_2: $2 + t = 3 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow y = -1 + 2 = 1, z = 1 - 1 = 0 \neq 3$.
- Ý d) Đúng: Không cùng phương và hệ vô nghiệm nên chéo nhau.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$.
- Ý b) Đúng: Cùng phương thì chỉ có thể song song hoặc trùng nhau.
- Ý c) Đúng: Có điểm chung thì trùng nhau.
- Ý d) Sai: Cùng phương thì không thể chéo nhau.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: $2(1) + 1(2) + (-2)(2) = 0$.
- Ý b) Đúng: Tích vô hướng bằng 0 nên vuông góc.
- Ý c) Đúng: Điểm $M(3; 2; -3)$ thỏa mãn cả hai phương trình.
- Ý d) Đúng: Cắt nhau tại tiếp điểm M.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: VTCP quỹ đạo 1 đúng.
- Ý b) Đúng: VTCP quỹ đạo 2 đúng.
- Ý c) Đúng: Hai quỹ đạo cắt nhau tại điểm giao cắt.
- Ý d) Sai: Chỉ va chạm khi hai drone cùng đến giao điểm tại cùng thời điểm.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: -1.
Lời giải: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2(1) + 1(-2) + (-1)(1) = 2 - 2 - 1 = -1$.

Câu 2. Đáp án: 14.
Lời giải: Tổng $S = x_0 + y_0 + z_0 = 5 + 1 + 8 = 14$.

Câu 3. Đáp án: 5.
Lời giải: Độ vượt khoảng cách an toàn: $15 - 10 = 5$ m.

Câu 4. Đáp án: -8.
Lời giải: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3m + 4(6) = 3m + 24 = 0 \Leftrightarrow m = -8$.

3. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 3

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.
$\cos = \frac{|1(0)+0(1)+(-1)(1)|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 60°$.

Câu 2. Chọn A.
$\sin = \frac{|1(2)+2(-1)+2(2)|}{3\cdot 3} = \frac{4}{9}$.

Câu 3. Chọn A.

VTCP $\vec{u} = (1; -1; 0)$, VTPT của (Oxy) là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow \sin = 0 \Rightarrow 0°$.

Câu 4. Chọn A.
Công thức chuẩn có dấu giá trị tuyệt đối trên tử số.

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Chọn A.
Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng dùng hàm sin.

Câu 6. Chọn A.
$\vec{AB} = (1;0;1), \vec{CD} = (1;1;0) \Rightarrow \cos = \frac{|1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Chọn A.
$\sin = \frac{|2(1)+1(1)+(-2)(1)|}{3\cdot\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 8. Chọn A.
$\cos = \frac{|1|}{\sqrt{1+m^2}\cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 1 + m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm 1$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a, b, c đúng. Ý d sai vì góc giữa hai đường thẳng luôn ≤ 90°, ở đây bằng 60°.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Tất cả các ý đều đúng theo công thức $\sin = \frac{1}{2} \Rightarrow 30°$.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- $\sin = \frac{|-4|}{9} = \frac{4}{9}$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- $\sin = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 45.
Lời giải: $\vec{u} = (-1;1;0), \vec{n} = (1;0;0) \Rightarrow \sin = \frac{|-1|}{\sqrt{2}\cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$.

Câu 2. Đáp án: 30.
Lời giải: $\sin = \frac{1}{\sqrt{1+2+1}\cdot 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 30°$.

Câu 3. Đáp án: 60.
Lời giải: $\sin = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{1+1+6}\cdot 1} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 60°$.

Câu 4. Đáp án: 60.
Lời giải: $\sin = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{9+16+75}\cdot 1} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 60°$.

4. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 4

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.
$\cos = \frac{|1(1)+1(-1)+(-1)(1)|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$.

Câu 2. Chọn A.
Hai mặt phẳng vuông góc $\Leftrightarrow \vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 0$.

Câu 3. Chọn A.
Hai mặt phẳng tọa độ vuông góc với nhau, góc bằng 90°.

Câu 4. Chọn A.
Công thức chuẩn có dấu giá trị tuyệt đối trên tử số.

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Chọn A.

$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2(1) - 1(2) + 2(2) = 4.$

Câu 6. Chọn A.

$\cos = \frac{|1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 60°.$

Câu 7. Chọn A.

$2m - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2.$

Câu 8. Chọn A.

$\cos = \frac{|1|}{\sqrt{2}\cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°.$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- $\cos = \frac{|-4|}{9} = \frac{4}{9}$.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- $\cos = \frac{1}{2} \Rightarrow 60°$.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- $\cos = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- $\tan\varphi = \frac{147}{115} \approx 1{,}278 \Rightarrow \varphi \approx 52°$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 60.

Lời giải: $\cos = \frac{1}{2} \Rightarrow 60°$.

Câu 2. Đáp án: 0,28.

Lời giải: $\cos = \frac{|9-16|}{5\cdot 5} = \frac{7}{25} = 0{,}28.$

Câu 3. Đáp án: 45.

Lời giải: $\cos = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$.

Câu 4. Đáp án: 45.

Lời giải: $\cos = \frac{\sqrt{2}}{2\cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 45°$.

5. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP (MỤC V)

DẠNG 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-5}{2}$. Các hệ số ở mẫu số chính là tọa độ của một vectơ chỉ phương của d. Do đó $\vec{u}_1 = (3; -4; 2)$ là một VTCP.

Câu 2. Chọn A.

Từ phương trình tham số $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$, các hệ số đứng trước tham số t lần lượt là $-2; 1; 5$. Do đó một VTCP của đường thẳng d là $\vec{u} = (-2; 1; 5)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Chọn A.

Thay tọa độ $M(1;-2;4)$ vào phương trình chính tắc: $\frac{1-1}{2}=\frac{-2+2}{-3}=\frac{4-4}{1}=0$ (thỏa mãn). Vậy điểm $M(1;-2;4)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 4. Chọn A.

Độ dài: $|\vec{u_1}|=\sqrt{1+0+1}=\sqrt{2}$, $|\vec{u_2}|=\sqrt{0+1+1}=\sqrt{2}$. Tích vô hướng: $\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=1(0)+0(1)+(-1)(1)=-1$. Khi đó: $\cos(d_1,d_2)=\frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\cdot|\vec{u_2}|}=\frac{|-1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$. Vì $0°\le(d_1,d_2)\le 90°$ nên số đo góc giữa d_1 và d_2 bằng $60°$.

Câu 5. Chọn A.

Độ dài: $|\vec{u}|=\sqrt{1+4+4}=3$, $|\vec{n}|=\sqrt{4+1+4}=3$. Tích vô hướng: $\vec{u}\cdot\vec{n}=1(2)+2(-1)+2(2)=2-2+4=4$. Áp dụng công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng: $\sin(d,(P))=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|4|}{3\cdot3}=\frac{4}{9}$.

Câu 6. Chọn A.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;-2)$ và $B(2;-1;1)$ là $\vec{AB}=(1;-1;3)$. Đường thẳng đi qua $A(1;0;-2)$ và nhận $\vec{AB}=(1;-1;3)$ làm VTCP có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Câu 7. Chọn A.

Ta có $\vec{u_1}=(2;1;-1)$ và $\vec{u_2}=(1;-2;1)$. Vì $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{-2}$ nên hai vectơ này không cùng phương. Xét hệ phương trình tìm giao điểm: $\begin{cases}1+2t=-1+s\\2+t=3-2s\\3-t=s\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t-s=-2\\t+2s=1\\-t-s=-3\end{cases}$. Từ hai phương trình đầu ta giải được $t=-0{,}6; s=0{,}8$. Thay vào phương trình thứ 3: $-(-0{,}6)-0{,}8=-0{,}2\neq-3$ (vô lý). Hệ vô nghiệm, do đó hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 8. Chọn A.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n_1}=(1;1;-1)\Rightarrow|\vec{n_1}|=\sqrt{3}$. Vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n_2}=(1;-1;1)\Rightarrow|\vec{n_2}|=\sqrt{3}$. Tích vô hướng: $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=1(1)+1(-1)+(-1)(1)=-1$. Khi đó: $\cos((P),(Q))=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{|-1|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$.

DẠNG 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Thay tọa độ $A(1;-1;2)$ vào phương trình d thỏa mãn $\frac{0}{2}=\frac{0}{-1}=\frac{0}{1}=0$.
- Ý b) Đúng: Mẫu số của phương trình chính tắc cho tọa độ VTCP $\vec{u}=(2;-1;1)$.
- Ý c) Đúng: Vì $\vec{u_1}=(-4;2;-2)=-2(2;-1;1)=-2\vec{u}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên $\vec{u_1}$ cũng là VTCP.
- Ý d) Sai: Thay $B(3;-2;4)$ vào: $\frac{3-1}{2}=1,\frac{-2+1}{-1}=1,\frac{4-2}{1}=2\neq1$, do đó $B\notin d$.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: Từ phương trình tham số của d_1, VTCP là $\vec{u_1}=(1;-2;1)$.
- Ý b) Đúng: Từ mẫu số của d_2, VTCP là $\vec{u_2}=(-2;4;-2)=-2(1;-2;1)$.
- Ý c) Đúng: $\vec{u_2}=-2\vec{u_1}$ nên hai vectơ cùng phương.
- Ý d) Đúng: Lấy điểm $M(1;2;3)\in d_1$, thay vào d_2: $\frac{1-2}{-2}=\frac{1}{2},\frac{2}{4}=\frac{1}{2},\frac{3-4}{-2}=\frac{1}{2}$. Suy ra $M\in d_2$, vậy hai đường thẳng trùng nhau.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{n}=(2;-1;2)$.

thuvientoanhoc.com

- Ý b) Đúng: $|\vec{u}| = \sqrt{1+4+4} = 3$ và $|\vec{n}| = \sqrt{4+1+4} = 3$.
- Ý c) Đúng: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1(2) + 2(-1) + (-2)(2) = 2 - 2 - 4 = -4$.
- Ý d) Đúng: $\sin(d,(P)) = \frac{|-4|}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: Tại $t = 0, x = 0, y = 0, z = 0$ nên máy bay cất cánh từ gốc tọa độ O.
- Ý b) Đúng: Vectơ chỉ phương của quỹ đạo bay là $\vec{u} = (2;3;1)$.
- Ý c) Đúng: Mặt đất nằm ngang là mặt phẳng (Oxy) nên góc cất cánh chính là góc giữa đường thẳng d và (Oxy).
- Ý d) Đúng: Mặt phẳng (Oxy) có VTPT $\vec{k} = (0;0;1)$. Sin góc cất cánh: $\sin\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|1|}{\sqrt{4+9+1} \cdot 1} = \frac{1}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{14}$.

DẠNG 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 4.

Lời giải: Đường thẳng d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (m;2;2)$. Đường thẳng d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (2;1;-5)$.
Hai đường thẳng vuông góc khi và chỉ khi tích vô hướng của hai VTCP bằng 0:
$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 2m + 2(1) + 2(-5) = 0 \Leftrightarrow 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 2. Đáp án: 12.

Lời giải: Ta có $\vec{AB} = (20;0;4) = 4(5;0;1)$ và $\vec{AC} = (0;30;2) = 2(0;15;1)$.
Tích có hướng: $[\vec{AB}, \vec{AC}] = 8(-15;-5;75) = -40(3;1;-15)$.
Chọn VTPT của mái che là $\vec{n} = (3;1;-15) \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{9+1+225} = \sqrt{235}$.
Mặt đất (Oxy) có VTPT $\vec{k} = (0;0;1)$. Côsin của góc dốc φ là:
$\cos\varphi = \frac{|-15|}{\sqrt{235} \cdot 1} = \frac{15}{\sqrt{235}} \approx 0{,}9785 \Rightarrow \varphi \approx 11{,}9°$.
Làm tròn đến hàng đơn vị theo yêu cầu là $12°$.

Câu 3. Đáp án: 90.

Lời giải: Tuyến đường sắt d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (2;1;2)$. Tuyến hầm đường bộ d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (1;2;-2)$.
Tích vô hướng: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2(1) + 1(2) + 2(-2) = 2 + 2 - 4 = 0$.
Vì tích vô hướng bằng 0 nên góc giữa tuyến đường sắt và tuyến hầm đường bộ bằng $90°$.

Câu 4. Đáp án: 45.

Lời giải: Mặt phẳng tấm pin có VTPT $\vec{n} = (1;1;\sqrt{2}) \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{1+1+2} = 2$.
Mặt đất nằm ngang (Oxy) có VTPT $\vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow |\vec{k}| = 1$.
Côsin của góc nghiêng φ giữa tấm pin và phương nằm ngang là:
$\cos\varphi = \frac{|1(0)+1(0)+\sqrt{2}(1)|}{2 \cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45°$.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

STT	Sai lầm thường gặp của học sinh	Nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Lưu ý sư phạm
1	Nhầm lẫn giữa công thức cos và sin khi tính góc giữa đường thẳng và mặt	Không phân biệt được bản chất hình học: VTPT $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (P), nên	Khắc sâu quy tắc nhớ vàng: 'Cùng loại (đường - đường, mặt - mặt) dùng cos; khác loại (đường - mặt)

thuvientoanhoc.com

	phẳng: Học sinh áp dụng $\cos(d,(P))=\frac{\lvert\vec{u}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{n}\rvert}$ thay vì dùng sin.	góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ là góc phụ với góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Do $\cos(90°-\varphi)=\sin\varphi$.	bắt buộc dùng sin'. Yêu cầu học sinh vẽ hình phác thảo góc chiếu vuông góc.
2	Quên dấu giá trị tuyệt đối ở tử số trong công thức tính góc giữa hai đường thẳng hoặc hai mặt phẳng, dẫn đến kết quả cos hoặc sin bị âm, từ đó suy ra góc tù $>90°$.	Đồng nhất góc giữa hai đường thẳng (hoặc góc giữa hai mặt phẳng) với góc giữa hai vectơ chỉ phương (hoặc vectơ pháp tuyến). Góc giữa hai vectơ có thể tù, nhưng góc hình học giữa hai đường thẳng/mặt phẳng luôn nằm trong đoạn $[0°;90°]$.	Luôn viết dấu giá trị tuyệt đối $\lvert\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}\rvert$ trên tử số ngay từ khi ghi công thức. Nhấn mạnh: Góc giữa hai đường thẳng hay hai mặt phẳng không bao giờ vượt quá $90°$.
3	Đổi sai dấu tọa độ điểm hoặc VTCP khi chuyển đổi giữa phương trình tham số và phương trình chính tắc. Ví dụ từ $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{-2}$ lại đọc điểm là $(2;-1)$ thay vì $(-2;1)$.	Thói quen nhìn số không chú ý dấu trừ của công thức gốc: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$.	Tập phản xạ đổi dấu: $x+2=x-(-2)\Rightarrow x_0=-2$. Khi viết phương trình chính tắc phải luôn kiểm tra xem hệ số trước x,y,z đã đúng bằng $+1$ chưa (nếu là $1-x$ phải đổi thành $-(x-1)$).
4	Kết luận vội vàng hai đường thẳng song song chỉ dựa vào hai VTCP cùng phương, mà quên kiểm tra điểm thuộc đường này có thuộc đường kia không (dẫn đến không phân biệt được song song và trùng nhau).	Học sinh chỉ kiểm tra điều kiện cần của vectơ mà bỏ qua bước thử tọa độ điểm cụ thể vào phương trình đường thẳng còn lại.	Quy trình 2 bước chuẩn mực: Bước 1 xét tính cùng phương của hai VTCP (nếu không cùng phương $\Rightarrow$ cắt nhau hoặc chéo nhau); Bước 2: Lấy điểm $M\in d_1$, thay vào d_2: nếu $M\in d_2\Rightarrow$ trùng nhau, nếu $M\notin d_2\Rightarrow$ song song.
5	Nhầm lẫn khi giải hệ phương trình xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng: dùng chung một tham số t cho cả hai đường thẳng thay vì dùng hai tham số độc lập t và t' (hoặc s).	Không hiểu bản chất mỗi đường thẳng có một biến tham số chạy độc lập. Nếu ép chung tham số t thì chỉ xét được các điểm cùng thời gian chuyển động, không phản ánh đúng hình học không gian.	Quy định bắt buộc: Khi viết hệ tọa độ giao điểm của hai đường thẳng, đường thứ nhất dùng tham số t, đường thứ hai bắt buộc phải đổi sang tham số s (hoặc t'). Giải hệ 3 phương trình 2 ẩn bằng phương pháp thế hoặc bấm máy tính.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Thời gian thực hiện: 04 tiết (Tiết 49 đến 52)

I. MỤC TIÊU DẠY HỌC

1. Về kiến thức và kỹ năng trọng tâm:

- Nhận biết định nghĩa mặt cầu, tâm, bán kính, khối cầu, vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu trong không gian. Thiết lập và vận dụng thành thạo phương trình chính tắc của mặt cầu: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ khi biết tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R, hoặc biết tâm và đi qua một điểm, hoặc có đường kính AB cho trước.

- Hiểu sâu sắc và chuyển đổi linh hoạt phương trình mặt cầu dạng khai triển: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Nắm vững và áp dụng chuẩn xác điều kiện tồn tại mặt cầu $a^2+b^2+c^2-d>0$, xác định chính xác tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$, giải quyết các bài toán chứa tham số m và viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm.

- Nhận biết và làm chủ phương pháp khảo sát vị trí tương đối giữa mặt cầu với mặt phẳng và đường thẳng thông qua công thức tính khoảng cách: $d=d(I,(P))$ và $d=d(I,\Delta)$. Nhận diện các vị trí: không cắt nhau, tiếp xúc (tiếp diện, tiếp tuyến) và cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$ hoặc dây cung $AB=2\sqrt{R^2-d^2}$.

- Mô hình hóa các bài toán thực tiễn gắn với mặt cầu: tính khoảng cách giữa hai địa điểm trên bề mặt Trái Đất dựa trên tọa độ địa lý (kinh độ, vĩ độ) bằng công thức góc ở tâm và độ dài cung tròn lớn; nguyên lý xác định vị trí vệ tinh trong hệ thống định vị toàn cầu GPS; bài toán tầm nhìn đường chân trời từ đài không lưu, ngọn hải đăng.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Phát triển tư duy hình học không gian kết hợp giải tích, khả năng khái quát hóa từ khoảng cách điểm đến bề mặt cong, suy luận điều kiện tồn tại mặt cầu và mối liên hệ hình học - đại số.

- Năng lực mô hình hóa toán học: Chuyển đổi các bài toán thực tế (đo khoảng cách địa lý trên quả địa cầu, thiết kế bồn chứa hình cầu, vùng phủ sóng radar, hệ thống định vị GPS) sang ngôn ngữ phương trình mặt cầu trong hệ trục $Oxyz$, thiết lập phương trình và giải quyết triệt để.

- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Phân tích linh hoạt giả thiết đề bài, phối hợp các công cụ đại số (hằng đẳng thức, giải hệ phương trình) và hình học giải tích để tìm tâm, bán kính, giao tuyến.

- Năng lực giao tiếp toán học: Diễn đạt chính xác các khái niệm, quy tắc đọc tọa độ tâm, phân biệt bán kính với bình phương bán kính, trình bày lời giải rõ ràng, chuẩn mực.

thuvientoanhoc.com

- Năng lực số (NLS) (Theo Thông tư 02/2025/TT-BGDĐT): Ứng dụng phần mềm GeoGebra 3D để mô phỏng mặt cầu (S), trực quan hóa tâm I, bán kính R, thiết diện phẳng cắt mặt cầu thành đường tròn giao tuyến, tiếp diện; thành thạo sử dụng máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG) giải hệ phương trình 4 ẩn (Simul Equation) tìm phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm; dùng tính năng Vector (Mode 5) tính khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng và đường thẳng; khai thác tính năng Bảng tính (Table - Mode 8) khảo sát hàm khoảng cách tìm cực trị bài toán tối ưu thực tế (trạm phát sóng radar, thiết kế bồn chứa cầu) và kiểm tra đối chiếu kết quả.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ: Chủ động nghiên cứu tài liệu, tích cực suy nghĩ giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án, trắc nghiệm đúng sai và trả lời ngắn.

- Trung thực: Khách quan, thẳng thắn trong tự đánh giá và đánh giá kết quả học tập của bạn học.

- Trách nhiệm: Nghiêm túc hoàn thành các nhiệm vụ học tập nhóm, kiên trì theo đuổi bài toán thực tiễn phức tạp.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuẩn mực, máy chiếu/ti vi tương tác, phần mềm GeoGebra mô phỏng không gian 3D mặt cầu và vị trí tương đối, phần mềm giả lập máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG, các mô hình quả địa cầu và hình ảnh minh họa vệ tinh GPS, hệ thống bài tập trắc nghiệm phân hóa.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 (Kết nối tri thức với cuộc sống), vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG), điện thoại thông minh hoặc máy tính có cài đặt ứng dụng GeoGebra 3D.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Định nghĩa mặt cầu và Phương trình mặt cầu dạng chính tắc.

- Tiết 2: Phương trình mặt cầu dạng khai triển và Điều kiện xác định.

- Tiết 3: Vị trí tương đối giữa mặt cầu với mặt phẳng và đường thẳng.

- Tiết 4: Mô hình hóa tọa độ địa lý, khoảng cách trên mặt cầu & Hệ thống GPS.

IV. CÁC HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC

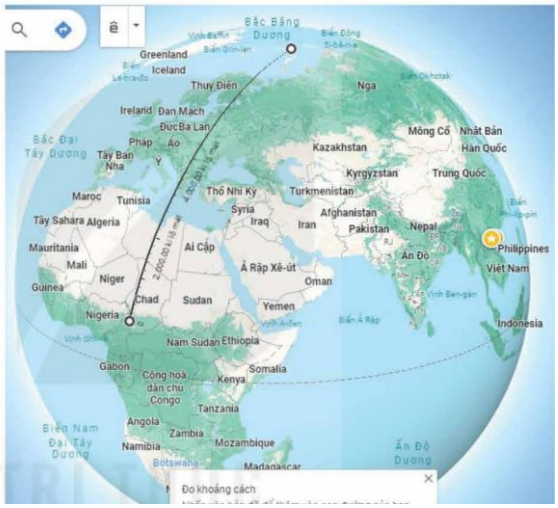
TIẾT 1: ĐỊNH NGHĨA MẶT CẦU VÀ PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG CHÍNH TẮC

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú học tập, kích hoạt tư duy trực giác không gian về mặt cầu từ mô hình bề mặt Trái Đất và ứng dụng đo đạc bản đồ số Google Maps.

b) Nội dung: Học sinh quan sát hình ảnh giao diện đo khoảng cách đường chim bay giữa hai vị trí trên ứng dụng Google Maps, trả lời câu hỏi: Giả sử xem Trái Đất là một hình cầu hoàn hảo, tập hợp các điểm trên bề mặt Trái Đất có đặc điểm hình học gì chung so với tâm Trái Đất?

thuvientoanhoc.com



Hình 1.1: Giao diện đo khoảng cách bề mặt Trái Đất trên ứng dụng Google Maps

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh: Các điểm nằm trên bề mặt Trái Đất đều cách tâm Trái Đất một khoảng cách không đổi bằng bán kính $R \approx 6371$ km.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu Hình 1.1, yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi trong 3 phút về đặc điểm hình học của các địa điểm trên bề mặt địa cầu so với tâm Trái Đất. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh quan sát, nhớ lại kiến thức hình cầu đã học ở lớp 9 và liên hệ khoảng cách từ một điểm trên mặt đất đến tâm. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện một cặp đôi học sinh phát biểu, các bạn khác bổ sung và phân biệt giữa bề mặt hình cầu và khối cầu bên trong. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên tổng kết, ghi nhận câu trả lời và dẫn dắt: Để giải tích hóa hình học mặt cầu trong không gian $Oxyz$, ta cần thiết lập phương trình đại số của nó như thế nào? Ta đi vào bài mới.	- Chú ý quan sát màn hình, thảo luận sôi nổi về mô hình Trái Đất. - Nhận biết mọi điểm trên bề mặt đều có khoảng cách đến tâm bằng bán kính R. - Tiếp nhận nhiệm vụ khám phá phương trình tọa độ của mặt cầu.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố định nghĩa mặt cầu, tâm, bán kính, khối cầu, vị trí điểm trong/ngoài mặt cầu; ôn tập phương trình chính tắc của mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R trong hệ tọa độ $Oxyz$.

b) Nội dung:

1. Định nghĩa mặt cầu và khối cầu:

Trong không gian, cho điểm I cố định và số thực $R > 0$. Mặt cầu tâm I bán kính R, ký hiệu là $S(I;R)$, là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian sao cho $IM = R$.

- Điểm M được gọi là **nằm trong** mặt cầu nếu $IM < R$.

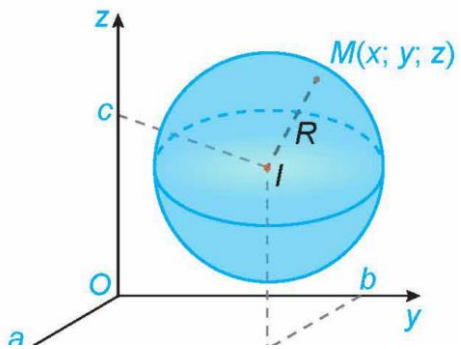
- Điểm M được gọi là **nằm ngoài** mặt cầu nếu $IM > R$.

thuvientoanhoc.com

- **Khối cầu** tâm I bán kính R là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $IM \le R$.

2. Phương trình chính tắc của mặt cầu:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.



Hình 1.2: Mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính R trong hệ tọa độ $Oxyz$

Với mỗi điểm $M(x;y;z)$ bất kì trong không gian, ta có:

$M \in (S) \Leftrightarrow IM = R \Leftrightarrow \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2} = R \Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = R^2$.

Định lý: Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có dạng:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = R^2$$

Phương trình này được gọi là **phương trình chính tắc** của mặt cầu.

Trường hợp đặc biệt: Nếu mặt cầu có tâm trùng với gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì phương trình là: $x^2+y^2+z^2=R^2$.

c) Sản phẩm: Học sinh ghi nhớ chính xác công thức phương trình chính tắc, thành thạo kỹ năng tìm tọa độ tâm I và bán kính R khi cho trước phương trình.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên yêu cầu học sinh viết công thức tính khoảng cách IM giữa hai điểm $I(a;b;c)$ và $M(x;y;z)$, sau đó cho $IM=R$ và bình phương hai vế. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Cá nhân học sinh thiết lập công thức vào vở, rút ra phương trình chính tắc. Giáo viên ứng dụng phần mềm GeoGebra 3D nhập phương trình mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$, xoay các góc nhìn không gian để học sinh quan sát bề mặt cầu, tâm I và các điểm nằm trong, nằm ngoài mặt cầu. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh lên bảng trình bày, lớp đối chiếu, nhận xét dấu trừ trước các tọa độ a,b,c. Giáo viên hướng dẫn học sinh thao tác trên máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X): Nhập biểu thức độ dài $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}$, dùng phím CALC để kiểm tra vị trí tương đối của điểm M đối với mặt cầu. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhấn mạnh: Chú ý vế phải là R^2 (phải lấy căn bậc hai mới ra bán kính R). Tọa độ tâm là a,b,c lấy ngược dấu với các số trong ngoặc đơn.	- Vận dụng công thức khoảng cách hai điểm để xây dựng phương trình chính tắc. - Quan sát mô phỏng 3D trên GeoGebra, phân biệt rõ mặt cầu và khối cầu. - Thực hành kỹ năng sử dụng máy tính Casio kiểm tra nhanh vị trí tương đối của điểm đối với mặt cầu và ghi chép công thức vào vở học tập.

thuvientoanhoc.com

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Củng cố và rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt cầu, nhận dạng tâm và bán kính, giải các bài toán viết phương trình mặt cầu đi qua điểm hoặc có đường kính AB.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1;-2;3), R=4$ **B.** $I(-1;2;-3), R=4$

C. $I(1;-2;3), R=16$ **D.** $I(-1;2;-3), R=16$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-2;1;3)$ bán kính $R=5$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=25$ **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5$ **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=5$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$?

A. $x^2+y^2+z^2=3$ **B.** $x^2+y^2+z^2=9$

C. $(x-3)^2+y^2+z^2=9$ **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=9$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+(y-1)^2+z^2=7$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 7 **B.** $\sqrt{7}$ **C.** 49 **D.** 14

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm M bằng

A. 3 **B.** 9 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 1

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;0;1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$ **D.** $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=9$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$ **B.** $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=36$

C. $(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=9$ **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=9$

thuvientoanhoc.com

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;3)$ và mặt phẳng (Oxy). Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$ **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=1$ **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$.

a) Tâm của mặt cầu là $I(3;-1;2)$.

b) Bán kính của mặt cầu là $R=25$.

c) Điểm $A(3;-1;7)$ nằm trên mặt cầu (S).

d) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ là điểm nằm ngoài mặt cầu (S).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(-1;2;4)$.

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $2\sqrt{3}$.

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là $M(0;1;3)$.

c) Mặt cầu đường kính AB có bán kính $R=3$.

d) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;3)$, $C(0;2;3)$.

a) Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (Oxy) bằng 3.

b) Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

c) Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có bán kính $R=2$.

d) Mặt cầu (S) đi qua cả ba điểm A,B,C có tâm là I và bán kính $R=3$.

Câu 4. Một trạm thu phát sóng viễn thông được đặt tại điểm $S(2;3;1)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là kilômét). Tín hiệu từ trạm truyền đi đều theo mọi hướng trong không gian tạo thành một vùng phủ sóng hình cầu có bán kính phủ sóng hiệu dụng là $R=5$ km.

a) Phương trình ranh giới vùng phủ sóng là $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

b) Một thiết bị di động ở vị trí $M(5;7;1)$ nhận được tín hiệu từ trạm viễn thông.

c) Một máy bay quan trắc ở độ cao tại tọa độ $P(2;3;6)$ nằm trên ranh giới vùng phủ sóng.

d) Khoảng cách từ trạm thu phát sóng đến mặt phẳng mặt đất (Oxy) là 2 km.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=36$ và điểm $M(1;-3;10)$. Khoảng cách ngắn nhất từ điểm M đến một điểm bất kì nằm trên mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

Câu 2. Một đài quan sát khí tượng được đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Rada của đài quét và phát hiện một khinh khí cầu thám không đang bay lơ lửng tại vị trí $A(3;4;12)$ (đơn vị trên các trục tọa độ là kilômét). Khoảng cách từ đài quan sát đến khinh khí cầu bằng bao nhiêu kilômét?

Câu 3. Trong một khu triển lãm khoa học công nghệ, người ta thiết kế một mô hình quả cầu năng lượng được treo trong không gian. Biết rằng quả cầu tiếp xúc với sàn nhà mô phỏng mặt phẳng (Oxy) và có tâm $I(4;5;3)$ (đơn vị mét). Thể tích của quả cầu đó bằng $k\pi$ m^3. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Một bóng thám không mang thiết bị cảm biến môi trường được thả từ mặt đất. Khi đạt đến độ cao ổn định, bộ phận định vị xác định tâm bóng thám không tại $I(12;15;9)$ (đơn vị kilômét). Cảm biến có khả năng đo đạc tốt nhất trong phạm vi hình cầu bán kính $R = 10$ km. Một trạm giám sát trên mặt đất đặt tại vị trí $G(6;7;0)$ có nằm trong vùng đo đạc hiệu quả của cảm biến không? Khoảng cách từ tâm bóng thám không đến trạm giám sát G bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao hệ thống câu hỏi trắc nghiệm Đề bài cho học sinh làm việc cá nhân và theo cặp, yêu cầu trình bày bước giải chi tiết. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh độc lập giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án, trắc nghiệm đúng/sai và trả lời ngắn. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi một số học sinh báo cáo kết quả và trình bày cách tính toán lên bảng. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên đối chiếu phần Hướng dẫn giải chi tiết, nhận xét, chốt đáp án chuẩn mực.	- Nghiêm túc làm bài tập cá nhân, sau đó thảo luận đối chiếu kết quả với bạn. - Ghi chép cách giải chuẩn mực của các câu khó vào vở.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng phương trình mặt cầu giải quyết tình huống thực tế về vùng phát sóng tín hiệu cứu hộ hoặc bóng thám không khí tượng.

b) Nội dung: Một thiết bị phát tín hiệu cứu hộ khẩn cấp được đặt tại đỉnh một ngọn núi có tọa độ $A(1;2;3)$ (đơn vị km). Tín hiệu phát đi trong không gian có dạng hình cầu với bán kính phủ sóng tối đa là 10 km. Một đội cứu hộ đang di chuyển trên đường hầm xuyên núi theo đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và điểm $B(2;4;6)$. Hãy xác định xem đội cứu hộ có luôn luôn nằm trong vùng phủ sóng của thiết bị cứu hộ không?

c) Sản phẩm: Báo cáo lời giải bài toán thực tế: Nhận xét điểm $O(0;0;0)$ có khoảng cách $OA = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14} \approx 3{,}74 < 10$ km, điểm $B(2;4;6)$ có khoảng cách $AB = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14} < 10$ km. Đội cứu hộ luôn nằm trong vùng phủ sóng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên nêu tình huống thực tiễn, phân công các nhóm giải quyết. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các nhóm học sinh quy bài toán về khảo sát khoảng cách điểm đến tâm mặt cầu. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm báo cáo, nhóm khác chất vấn.	- Thảo luận nhóm, liên hệ giữa khoảng cách không gian và bán kính phủ sóng. - Hoàn thiện báo cáo nộp giáo viên.

thuvientoanhoc.com

Bước 4: Kết luận, nhận định: Giáo viên đánh giá năng lực mô hình hóa toán học thực tế của các nhóm.	

TIẾT 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG KHAI TRIỂN VÀ ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Tạo tình huống có vấn đề từ phép biến đổi đại số khai triển phương trình chính tắc mặt cầu, dẫn dắt học sinh đến phương trình tổng quát dạng khai triển.

b) Nội dung: Học sinh thực hiện khai triển bình phương phương trình mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$, thu gọn và so sánh dạng đa thức bậc hai thu được.

c) Sản phẩm: Phương trình sau khi khai triển: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Nhận xét: Các bậc hai có hệ số bằng 1, xuất hiện các bậc nhất và hằng số tự do, không có các tích chéo xy, yz, zx.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện nhanh phép khai triển hằng đẳng thức của phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Cá nhân học sinh khai triển hằng đẳng thức và rút gọn vào nháp. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh đọc kết quả khai triển. Giáo viên đặt câu hỏi ngược lại: Liệu mọi phương trình bậc hai dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có luôn luôn là phương trình mặt cầu không? **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt lại vấn đề: Để trả lời câu hỏi này, ta cần tìm điều kiện của các hệ số a, b, c, d. Ta vào nội dung bài học.	- Khai triển hằng đẳng thức và rút gọn phương trình bậc hai. - Suy nghĩ về câu hỏi ngược: Khi nào một phương trình bậc hai là phương trình mặt cầu?

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố dạng khai triển của phương trình mặt cầu, hiểu sâu sắc điều kiện xác định $a^2+b^2+c^2-d>0$, công thức xác định tâm và bán kính, phương pháp viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm.

b) Nội dung:

1. Phương trình mặt cầu dạng khai triển:

Khai triển phương trình chính tắc $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, ta được:

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+a^2+b^2+c^2-R^2=0$.

Đặt $d=a^2+b^2+c^2-R^2$, phương trình trở thành:

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$

2. Điều kiện để phương trình là phương trình mặt cầu:

Ngược lại, xét phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Biến đổi về dạng:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=a^2+b^2+c^2-d$.

thuvientoanhoc.com

- Nếu $a^2+b^2+c^2-d>0$ thì đây là phương trình của mặt cầu có **tâm** $I(a;b;c)$ và **bán kính** $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.
- Nếu $a^2+b^2+c^2-d=0$ thì phương trình chỉ biểu diễn một điểm duy nhất $I(a;b;c)$ (mặt cầu suy biến).
- Nếu $a^2+b^2+c^2-d<0$ thì phương trình không biểu diễn tập hợp điểm nào (tập rỗng).

3. Quy tắc tìm tâm và bán kính:

Từ phương trình khai triển $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$:
- Chia các hệ số của x,y,z cho -2 để tìm a,b,c.
- Xác định hệ số tự do d.
- Kiểm tra điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0$.
- Tính bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

4. Mặt cầu đi qua 4 điểm (Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện):

Cho bốn điểm không đồng phẳng A,B,C,D. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A,B,C,D có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Thay tọa độ của 4 điểm vào phương trình ta được một hệ 4 phương trình bậc nhất 4 ẩn a,b,c,d. Giải hệ tìm được các hệ số.

c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$, quy tắc chia cho -2 để tìm tâm và kỹ năng giải hệ phương trình xác định mặt cầu.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên hướng dẫn học sinh gom nhóm bình phương đủ để chứng minh điều kiện tồn tại mặt cầu và phương pháp lập hệ 4 phương trình bậc nhất 4 ẩn xác định mặt cầu qua 4 điểm. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tự biến đổi $x^2-2ax=(x-a)^2-a^2$ và hoàn thành biến đổi. Giáo viên sử dụng GeoGebra 3D nhập phương trình mặt cầu có tham số m, kéo thanh trượt để học sinh quan sát sự co giãn của bán kính và trường hợp mặt cầu suy biến thành điểm hoặc biến mất khi $a^2+b^2+c^2-d\le 0$. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Học sinh rút ra nhận xét: Để tìm tâm chỉ cần lấy hệ số của x,y,z chia cho -2. Giáo viên hướng dẫn học sinh thao tác trên máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X): Dùng tính năng giải hệ phương trình 4 ẩn (Menu 9 -> Hệ phương trình -> 4 ẩn) để tìm nhanh và chính xác 4 hệ số a,b,c,d của mặt cầu đi qua 4 điểm. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chuẩn hóa kiến thức, lưu ý học sinh kiểm tra hệ số của x^2,y^2,z^2 trước khi chia cho -2 (nếu khác 1 thì phải chia cả hai vế cho hệ số đó trước).	- Quan sát hình ảnh trực quan trên GeoGebra 3D, hiểu sâu sắc điều kiện tồn tại mặt cầu $a^2+b^2+c^2-d>0$. - Thực hành bấm máy tính cầm tay Casio giải hệ 4 ẩn tìm phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm. - Ghi chép quy tắc tìm tâm, bán kính và các bẫy dấu thường gặp vào vở học tập.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Luyện tập thành thạo việc xác định tâm và bán kính từ phương trình khai triển, tìm điều kiện tham số để phương trình là mặt cầu, viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(1;-2;3)$ **B.** $I(-1;2;-3)$ **C.** $I(2;-4;6)$ **D.** $I(-2;4;-6)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-10=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $R=4$ **B.** $R=16$ **C.** $R=\sqrt{6}$ **D.** $R=2$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4y+10=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+1=0$

C. $x^2+y^2+2z^2-2x+4=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2+2xy-4z+1=0$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Điều kiện cần và đủ để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu là

A. $a^2+b^2+c^2-d>0$ **B.** $a^2+b^2+c^2-d\geq 0$

C. $a^2+b^2+c^2+d>0$ **D.** $a^2+b^2+c^2-d<0$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $2x^2+2y^2+2z^2-4x+8y-12z+2=0$. Tọa độ tâm I của (S) là

A. $I(1;-2;3)$ **B.** $I(2;-4;6)$ **C.** $I(-1;2;-3)$ **D.** $I(-2;4;-6)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-2mz+4m+5=0$ là phương trình của một mặt cầu là

A. $m<0$ hoặc $m>4$ **B.** $0<m<4$

C. $m<-4$ hoặc $m>0$ **D.** $-4<m<0$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

A. $R=7$ **B.** $R=\sqrt{14}$ **C.** $R=14$ **D.** $R=2\sqrt{14}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2mx-4(m+1)y+2mz+7m^2+4m+1=0$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu khi m thay đổi bằng

A. $R_{min}=1$ **B.** $R_{min}=\sqrt{3}$

C. $R_{min}=2$ **D.** $R_{min}=\sqrt{2}$

thuvientoanhoc.com

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình (S): $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-11=0$.

a) Phương trình (S) là phương trình của một mặt cầu.

b) Tâm của mặt cầu (S) là $I(-3;1;-2)$.

c) Bán kính của mặt cầu (S) là $R=5$.

d) Mặt cầu (S) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+10=0$ không phải là phương trình mặt cầu vì $a^2+b^2+c^2-d=-4<0$.

b) Phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-6y+2z+14=0$ xác định một mặt cầu có tâm $I(-2;3;-1)$.

c) Phương trình $2x^2+2y^2+2z^2-4x+6y+1=0$ có bán kính $R=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

d) Phương trình $x^2+y^2+z^2-2xy+4z-1=0$ là phương trình mặt cầu.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình (S_m): $x^2+y^2+z^2-2mx+4(m-1)y-2z+5m^2-8m+2=0$ với m là tham số.

a) Tọa độ tâm của (S_m) là $I(m;-2m+2;1)$.

b) Biểu thức $a^2+b^2+c^2-d=3$ với mọi giá trị của tham số m.

c) Phương trình (S_m) luôn là phương trình mặt cầu với mọi số thực m.

d) Tập hợp tâm I của mặt cầu (S_m) khi m thay đổi là một đường thẳng trong không gian.

Câu 4. Một bể chứa khí hóa lỏng ngầm có dạng hình cầu được lắp đặt trong lòng đất. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất phẳng), mặt ngoài của bể chứa có phương trình là $x^2+y^2+z^2-8x-12y+16z+80=0$.

a) Tâm của bể chứa khí hóa lỏng ở tọa độ $I(4;6;-8)$.

b) Bán kính của bể chứa khí là $R=6$ m.

c) Độ sâu lớn nhất của bể chứa so với mặt đất là 14 m.

d) Điểm nông nhất của bể chứa cách mặt đất một khoảng bằng 2 m.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;6;0)$ và $C(0;0;8)$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) có tổng các tọa độ $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Một bồn chứa nước hình cầu dùng trong công nghiệp được đặt cố định trên bệ đỡ. Trong hệ trục $Oxyz$ với mặt sàn phẳng là mặt phẳng (Oxy) (đơn vị mét), phương trình mặt ngoài của bồn chứa là $x^2+y^2+z^2-6x-8y-10z+41=0$. Thể tích chứa nước tối đa của bồn cầu này bằng bao nhiêu mét khối (lấy $\pi\approx 3{,}14$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 3. Trong công viên khoa học, người ta xây dựng một mái vòm hình bán cầu (nửa mặt cầu phía trên mặt đất) có phương trình $x^2+y^2+z^2-10x-14y+25=0$ với $z\geq 0$ (đơn vị mét). Chiều cao đỉnh cao nhất của mái vòm so với mặt sàn Oxy bằng bao nhiêu mét?

Câu 4. Để đảm bảo an toàn phòng cháy chữa cháy cho một trạm chiết nạp khí gas, người ta thiết lập một cảm biến áp suất hình cầu bao quanh cụm van điều áp. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị mét), vùng quét an toàn của cảm biến được mô tả bởi phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+6y-8z-11=0$. Một ống dẫn khí chạy qua điểm $M(2;1;8)$. Khoảng cách từ điểm M đến tâm vùng cảm biến bằng bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập phân hóa Đề bài cho học sinh. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh độc lập giải toán, vận dụng linh hoạt điều kiện xác định mặt cầu. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải chi tiết các câu khó. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên sửa chữa sai lầm về dấu, chốt phương pháp giải hệ 4 ẩn viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.	- Tích cực tư duy, giải bài tập và đối chiếu kết quả với bạn. - Ghi nhận các lưu ý quan trọng để tránh nhầm lẫn khi tìm tâm và bán kính.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức phương trình mặt cầu dạng khai triển vào bài toán thiết kế kỹ thuật bồn chứa nhiên liệu ngầm an toàn phòng cháy chữa cháy.

b) Nội dung: Một công ty xăng dầu cần chôn ngầm một bồn chứa hình cầu thể tích $V = 288\pi$ m^3. Để đảm bảo an toàn chịu lực của nền móng và chống cháy nổ, đỉnh cao nhất của bồn chứa phải nằm dưới mặt đất ít nhất 3 m. Hãy chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp để lập phương trình mặt ngoài của bồn chứa nhiên liệu đó.

c) Sản phẩm: Báo cáo thiết kế: Từ thể tích $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Rightarrow R = 6$ m. Đỉnh cao nhất cách mặt đất 3 m nên có cao độ $z_{max} = -3$ m. Tọa độ tâm $I(0;0;-9)$. Phương trình bồn chứa: $x^2 + y^2 + (z+9)^2 = 36$ hay dạng khai triển: $x^2 + y^2 + z^2 + 18z + 45 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao nhiệm vụ thiết kế kỹ thuật theo nhóm học tập. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các nhóm học sinh thảo luận, tìm bán kính từ thể tích và xác định tọa độ tâm ngầm. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm thuyết minh phương án thiết kế tọa độ bồn chứa. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, khen ngợi tính ứng dụng thực tiễn cao của mô hình.	- Làm việc nhóm sôi nổi, liên hệ giữa công thức toán học và tiêu chuẩn kỹ thuật an toàn. - Hoàn thiện báo cáo nộp giáo viên.

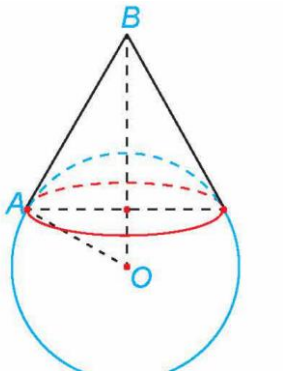
TIẾT 3: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VỚI MẶT PHẲNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Kích thích tư duy hình học không gian trực quan thông qua hiện tượng đường chân trời nhìn từ ngọn hải đăng hoặc vệ tinh quan sát Trái Đất.

b) Nội dung: Học sinh quan sát hình ảnh nón tiếp xúc Trái Đất từ vị trí quan sát trên cao, thảo luận về vị trí tương đối giữa tia nhìn (đường thẳng), tầm nhìn chân trời (mặt phẳng tiếp xúc) với bề mặt hình cầu của Trái Đất.



Hình 3.1: Mô hình hình học đường chân trời và chùm tiếp tuyến với mặt cầu Trái Đất

c) Sản phẩm: Nhận thức trực quan: Tia nhìn tiếp xúc với Trái Đất tại đường chân trời (tiếp tuyến, tiếp điểm), đường chân trời tạo thành một đường tròn giao tuyến, dẫn đến sự cần thiết phải phân loại các vị trí tương đối giữa mặt cầu với mặt phẳng và đường thẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu Hình 3.1, gợi ý học sinh phân tích mối quan hệ giữa điểm quan sát S, bán kính Trái Đất và vị trí của các tiếp điểm trên bề mặt hình cầu. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh suy nghĩ, liên hệ với kiến thức tiếp tuyến của đường tròn trong hình học phẳng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện học sinh phát biểu: Khoảng cách từ tâm đến tiếp tuyến bằng đúng bán kính R. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên khẳng định: Tương tự như trong mặt phẳng, trong không gian khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng và đường thẳng đóng vai trò quyết định vị trí tương đối. Ta vào bài mới.	- Quan sát hình vẽ mô phỏng chùm tiếp tuyến chân trời. - Nhận biết mối quan hệ so sánh giữa khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng/đường thẳng với bán kính R.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố tiêu chuẩn định lượng xác định vị trí tương đối giữa mặt cầu với mặt phẳng và đường thẳng thông qua khoảng cách; công thức bán kính đường tròn giao tuyến và độ dài dây cung; viết phương trình tiếp diện của mặt cầu.

b) Nội dung:

1. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng:

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi $d = d(I,(P))$ là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P):

- **Trường hợp 1:** $d > R$: Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) **không có điểm chung**.

thuvientoanhoc.com

- **Trường hợp 2:** $d = R$: Mặt phẳng (P) **tiếp xúc** với mặt cầu (S) tại một điểm duy nhất H (gọi là tiếp điểm). Khi đó (P) được gọi là **mặt phẳng tiếp diện** (hay tiếp diện) của mặt cầu.

+ Điểm H chính là hình chiếu vuông góc của tâm I lên (P).

+ Mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in (S)$ đi qua M_0 và nhận $\vec{n} = I\vec{M}_0$ làm một VTPT.

- **Trường hợp 3:** $d < R$: Mặt phẳng (P) **cắt** mặt cầu (S) theo giao tuyến là một **đường tròn** có tâm H (hình chiếu vuông góc của I lên (P)) và bán kính giao tuyến là:

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

Đặc biệt: Khi (P) đi qua tâm I $(d = 0)$, giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = R$, gọi là **đường tròn lớn**.

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng:

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và đường thẳng Δ. Gọi $d = d(I, \Delta)$ là khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ:

- **Trường hợp 1:** $d > R$: Đường thẳng Δ và mặt cầu (S) **không có điểm chung**.
- **Trường hợp 2:** $d = R$: Đường thẳng Δ **tiếp xúc** với mặt cầu (S) tại một điểm duy nhất H (gọi là tiếp tuyến của mặt cầu).
- **Trường hợp 3:** $d < R$: Đường thẳng Δ **cắt** mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài dây cung cắt được tính theo định lý Pythagore:

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2}$$

c) Sản phẩm: Học sinh hiểu sâu sắc 3 vị trí tương đối, công thức tính bán kính đường tròn giao tuyến $r = \sqrt{R^2 - d^2}$, độ dài dây cung $AB = 2\sqrt{R^2 - d^2}$ và phương pháp viết phương trình tiếp diện.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên phân tích tam giác vuông IHA với H là hình chiếu của I lên mặt phẳng hoặc đường thẳng, A là điểm thuộc giao tuyến. Ứng dụng phần mềm GeoGebra 3D biểu diễn trực quan mặt phẳng cắt mặt cầu thành đường tròn giao tuyến, cho học sinh kéo thanh trượt khoảng cách d để quan sát biến thiên bán kính giao tuyến $r = \sqrt{R^2 - d^2}$. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh tự vẽ tam giác vuông IHA, áp dụng định lý Pythagore để thiết lập mối liên hệ $R^2 = d^2 + r^2$. Sử dụng máy tính cầm tay Casio (tính năng Vector) tính khoảng cách $d(I, (P))$ và kiểm tra bán kính r. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh lên bảng vẽ hình và trình bày công thức $r = \sqrt{R^2 - d^2}$, kết hợp bảng chiếu GeoGebra 3D mô phỏng, lớp nhận xét. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên tổng kết các vị trí tương đối, nhấn mạnh kỹ năng tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng và đường thẳng, kiểm tra nhanh bằng máy tính cầm tay.	- Khắc sâu mô hình tam giác vuông IHA liên hệ giữa R, d, r qua phần mềm trực quan GeoGebra 3D. - Nắm chắc công thức tiếp diện và điều kiện tiếp xúc $d = R$, bấm Casio thành thạo tính khoảng cách.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng xét vị trí tương đối, tính bán kính đường tròn giao tuyến, độ dài dây cung cắt và viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 3 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng (P): $z-3=0$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là

A. (P) đi qua tâm và cắt (S) theo đường tròn lớn
B. (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)
C. (P) và (S) không có điểm chung
D. (P) cắt (S) nhưng không đi qua tâm

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S(I;R)$ có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z+2=0$. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng

A. $d=3$ **B.** $d=5$ **C.** $d=\frac{11}{3}$ **D.** $d=1$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S(I;R)$ có bán kính $R=5$ và mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính $r=4$. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng

A. $d=3$ **B.** $d=1$ **C.** $d=9$ **D.** $d=\sqrt{41}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=9$ và đường thẳng d cách gốc tọa độ O một khoảng bằng 3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S) là

A. d tiếp xúc với mặt cầu (S)
B. d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm
C. d không có điểm chung với (S)
D. d đi qua tâm của mặt cầu (S)

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tiếp diện của mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ tại điểm $M(1;2;0)$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(0;0;1)$
B. $\vec{n}=(1;2;0)$
C. $\vec{n}=(1;2;-3)$
D. $\vec{n}=(0;1;0)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=16$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+14=0$. Bán kính r của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S) bằng

A. $r=\sqrt{7}$ **B.** $r=3$ **C.** $r=4$ **D.** $r=\sqrt{15}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=25$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-1;5)$ có khoảng cách đến tâm I bằng 3. Đường thẳng Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt M,N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $MN=8$ **B.** $MN=4$ **C.** $MN=16$ **D.** $MN=2\sqrt{34}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z+m=0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) là

thuvientoanhoc.com

A. $m = 5$ hoặc $m = -13$ **B.** $m = -5$ hoặc $m = 13$

C. $m = 3$ hoặc $m = -9$ **D.** $m = -3$ hoặc $m = 9$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$ và các mặt phẳng tọa độ.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.

c) Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

d) Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$ và không cắt mặt cầu (S).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và điểm $M(0;3;4)$.

a) Điểm $M(0;3;4)$ thuộc mặt cầu (S).

b) Vectơ $\vec{OM} = (0;3;4)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng tiếp diện tại M.

c) Phương trình tiếp diện của (S) tại điểm M là $3y + 4z - 25 = 0$.

d) Mặt phẳng tiếp diện tại M cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ bằng $\frac{25}{4}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 10 = 0$.

a) Khoảng cách từ tâm $I(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 3.

b) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 4$.

c) Chu vi của đường tròn giao tuyến bằng 8π.

d) Diện tích của hình tròn giao tuyến bằng 16π.

Câu 4. Một ngọn hải đăng nằm ở vị trí cao so với mực nước biển, phát ra một chùm sáng quét trên mặt biển. Bề mặt Trái Đất được mô hình hóa bởi mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ với $R = 6371$ km có tâm tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Đèn hải đăng đặt tại điểm $A(0;0;6371{,}05)$ (độ cao hải đăng là 50 m = 0,05 km).

a) Tia sáng tiếp xúc với bề mặt Trái Đất tạo thành đường chân trời nhìn thấy từ ngọn hải đăng.

b) Nếu tia sáng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm T thì tam giác OTA là tam giác vuông tại T.

c) Khoảng cách từ ngọn hải đăng đến đường chân trời $AT = \sqrt{OA^2 - R^2}$ xấp xỉ bằng 25,2 km.

d) Đường chân trời quan sát được từ ngọn hải đăng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với trục Oz.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y - z + 9 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng bao nhiêu (lấy $\pi \approx 3{,}14$)?

Câu 2. Một máy bay quan sát bay ở độ cao $h = 9$ km so với bề mặt Trái Đất (bán kính Trái Đất $R = 6371$ km). Tầm nhìn xa tối đa theo đường thẳng tới đường chân trời của phi công trên máy bay bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 3. Trong một công trình kiến trúc hiện đại, một hồ bơi nhân tạo có đáy là một phần của mặt cầu bán kính $R = 10$ m. Mặt nước hồ bơi phẳng và nằm ngang cách tâm của mặt cầu đáy hồ một khoảng bằng 6 m. Bán kính của bề mặt nước hồ bơi bằng bao nhiêu mét?

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Một hầm đường bộ xuyên qua một khối núi đá dạng vòm cầu bán kính $R = 15$ m. Đường hầm đi thẳng và cách tâm của khối vòm cầu một khoảng bằng 9 m. Chiều dài đoạn hầm chạy bên trong khối núi đá bằng bao nhiêu mét?

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập phân hóa Đề bài cho học sinh giải quyết. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh độc lập giải toán, áp dụng công thức $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ và tính khoảng cách. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải chi tiết các câu khó. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt phương pháp, nhấn mạnh cách dùng tam giác vuông giải tích.	- Làm việc tích cực, đối chiếu lời giải chi tiết và hoàn thiện vở ghi.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức tiếp tuyến của mặt cầu giải quyết bài toán thực tế về tầm phủ sóng của tháp truyền hình hoặc trạm radar kiểm soát không lưu.

b) Nội dung: Một tháp truyền hình cao $h = 200$ m $= 0{,}2$ km được xây dựng trên một đỉnh đồi ven biển. Coi Trái Đất là khối cầu bán kính $R = 6371$ km. Hỏi vùng phủ sóng trực tiếp (đường truyền sóng thẳng tầm nhìn chân trời) của tháp truyền hình vươn xa tối đa bao nhiêu kilômét trên mặt biển?

c) Sản phẩm: Báo cáo tính toán: Tầm xa tối đa $d_{max} = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{2Rh + h^2} \approx \sqrt{2 \times 6371 \times 0{,}2} = \sqrt{2548{,}4} \approx 50{,}48$ km. Tháp phủ sóng trực tiếp trong bán kính khoảng 50,5 km.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài toán thực tế cho các nhóm. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh mô hình hóa thành bài toán tính độ dài tiếp tuyến từ điểm ngoài mặt cầu. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm báo cáo, nhóm khác nhận xét. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên tổng kết ý nghĩa to lớn của công thức hình học trong ngành viễn thông.	- Thảo luận nhóm, tính toán chính xác và trình bày tự tin.

TIẾT 4: MÔ HÌNH HÓA TỌA ĐỘ ĐỊA LÝ, KHOẢNG CÁCH TRÊN MẶT CẦU & HỆ THỐNG ĐỊNH VỊ GPS

thuvientoanhoc.com

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Khơi gợi sự tò mò của học sinh về công nghệ định vị GPS trên điện thoại thông minh và cách thức tính khoảng cách đường chim bay giữa hai thành phố trên Trái Đất.

b) Nội dung: Học sinh quan sát bản đồ số, trả lời câu hỏi: Mỗi vị trí trên Trái Đất được xác định bởi cặp tọa độ địa lý (kinh độ, vĩ độ). Làm thế nào để chuyển đổi cặp kinh độ, vĩ độ đó thành tọa độ Descartes $(x; y; z)$ trong không gian để máy tính tính toán khoảng cách theo đường cong mặt cầu?

c) Sản phẩm: Ý kiến thảo luận của học sinh: Cần thiết lập một hệ quy chiếu không gian $Oxyz$ với gốc O tại tâm Trái Đất, sử dụng các hàm số lượng giác để tính tọa độ $(x; y; z)$.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên đặt vấn đề về nguyên lý định vị vệ tinh GPS và cách Google Maps tính khoảng cách đường chim bay. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh liên hệ với kiến thức Địa lý lớp 10 về kinh tuyến, vĩ tuyến. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Học sinh nhận xét: Trái Đất quay quanh trục Bắc - Nam, xích đạo là đường tròn lớn. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên dẫn dắt vào bài học: Bài học hôm nay sẽ giúp các em giải quyết trọn vẹn mô hình toán học hiện đại này.	- Lắng nghe, thảo luận tích cực về ứng dụng thực tiễn của mặt cầu trong định vị GPS.

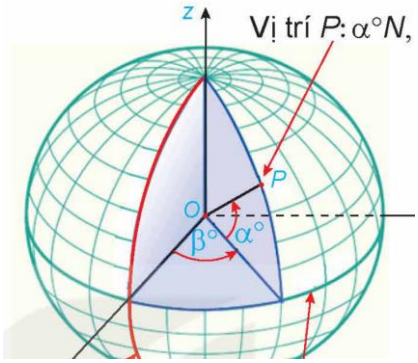
2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố công thức chuyển đổi từ tọa độ địa lý (kinh độ, vĩ độ) sang tọa độ Descartes; công thức góc ở tâm giữa hai điểm trên mặt cầu; công thức tính khoảng cách theo cung tròn lớn; hiểu nguyên lý xác định vị trí vệ tinh GPS.

b) Nội dung:

1. Mô hình tọa độ địa lý gắn với hệ trục tọa độ $Oxyz$:
Coi Trái Đất là một mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R = 6371$ km (hoặc mặt cầu đơn vị $x^2 + y^2 + z^2 = 1$).
Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau:
- Trục Oz trùng với trục quay của Trái Đất, hướng từ cực Nam lên cực Bắc.
- Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt phẳng xích đạo.
- Trục Ox đi qua giao điểm của xích đạo và kinh tuyến gốc 0° (qua đài thiên văn Greenwich, Vương quốc Anh).
- Trục Oy vuông góc với Ox và Oz, hướng về phía Đông (90° Đ).

thuvientoanhoc.com

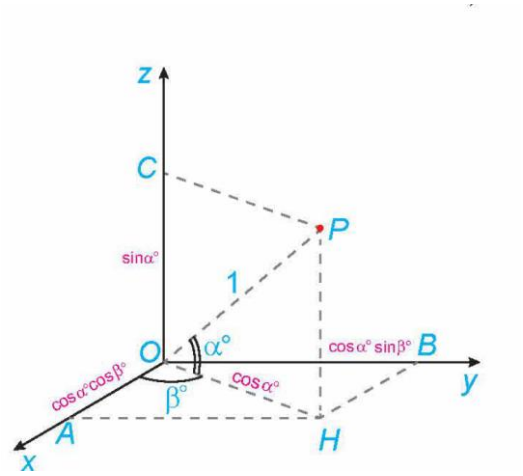


Hình 4.1: Quả địa cầu biểu diễn kinh tuyến gốc, xích đạo và các góc tọa độ địa lý

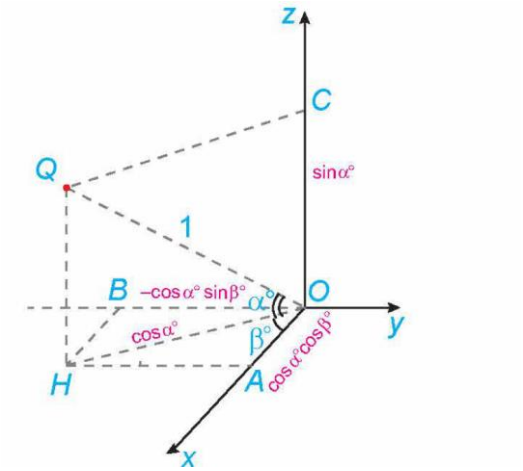
2. Tọa độ Descartes của điểm trên bề mặt Trái Đất:

Một địa điểm P trên mặt đất có:

- Vĩ độ α (vĩ độ Bắc: $0° \le \alpha \le 90°$; vĩ độ Nam: $-90° \le \alpha < 0°$).
- Kinh độ β (kinh độ Đông: $0° \le \beta \le 180°$; kinh độ Tây: $-180° < \beta < 0°$).



Hình 4.2: Tọa độ Descartes của điểm P ở bán cầu Đông trong hệ trục $Oxyz$



Hình 4.3: Tọa độ Descartes của điểm Q ở bán cầu Tây trong hệ trục $Oxyz$

Tọa độ của điểm P trên mặt cầu bán kính R trong hệ trục $Oxyz$ được xác định bởi công thức:

$$P(R\cos\alpha\cos\beta; R\cos\alpha\sin\beta; R\sin\alpha)$$

Nếu xét trên mặt cầu đơn vị ($R = 1$) thì: $P(\cos\alpha\cos\beta; \cos\alpha\sin\beta; \sin\alpha)$.

3. Khoảng cách đường chim bay giữa hai địa điểm:

Cho hai địa điểm P và Q trên bề mặt Trái Đất. Gọi $\theta = \widehat{POQ}$ là góc ở tâm chắn cung nối P và Q ($0 \le \theta \le \pi$):

thuvientoanhoc.com

$$\cos\theta = \frac{\vec{OP}\cdot\vec{OQ}}{|\vec{OP}|\cdot|\vec{OQ}|} = \frac{\vec{OP}\cdot\vec{OQ}}{R^2}$$

Khoảng cách ngắn nhất giữa hai địa điểm dọc theo bề mặt cong của Trái Đất (độ dài cung tròn lớn) là:

$$d = R\cdot\theta$$

(trong đó θ tính bằng đơn vị radian, $\theta = \arccos(\cos\theta)$).

4. Nguyên lý định vị toàn cầu GPS:

Mỗi vệ tinh GPS liên tục phát tín hiệu cho biết tọa độ tâm vệ tinh $S_i(x_i; y_i; z_i)$ và thời điểm phát tín hiệu. Máy thu tín hiệu GPS nhận được tín hiệu tại thời điểm t, từ đó tính được khoảng cách $R_i = c\cdot\Delta t$ từ máy thu đến vệ tinh (với c là tốc độ ánh sáng).

Vị trí của máy thu $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu tâm S_i bán kính R_i:

$(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2 = R_i^2$.

Giao của ít nhất 3 mặt cầu từ 3 vệ tinh khác nhau sẽ xác định được tọa độ vị trí của người dùng.



Hình 4.4: Mô hình hệ thống vệ tinh GPS bay quanh Trái Đất định vị mặt cầu

c) Sản phẩm: Học sinh nắm vững công thức tọa độ $P(R\cos\alpha\cos\beta; R\cos\alpha\sin\beta; R\sin\alpha)$, công thức tính khoảng cách cung tròn lớn $d = R\theta$ và nguyên lý giao 3 mặt cầu GPS.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên trình chiếu các hình vẽ 4.1, 4.2, 4.3 và mô hình quả địa cầu GeoGebra 3D, hướng dẫn học sinh chiếu điểm P lên mặt phẳng xích đạo (Oxy) và lên trục Oz. Hướng dẫn học sinh khai thác tính năng Table (Mode 8) trên máy tính cầm tay Casio để khảo sát hàm khoảng cách theo góc θ nhằm tìm cực trị và tối ưu hóa tuyến đường bay. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh dùng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông: $z = R\sin\alpha$, hình chiếu P' trên (Oxy) có độ dài $OP' = R\cos\alpha$, từ đó suy ra $x = OP'\cos\beta = R\cos\alpha\cos\beta$, $y = OP'\sin\beta = R\cos\alpha\sin\beta$. Khai thác Table (Mode 8) trên Casio để khảo sát hàm số khoảng cách và tìm cực trị trong bài toán tối ưu thực tế. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Một học sinh lên bảng giải thích nguồn gốc công thức tọa độ, một nhóm báo cáo kết quả quét	- Tự suy luận công thức tọa độ Descartes từ hình vẽ chiếu và mô hình GeoGebra 3D. - Ghi chép công thức khoảng cách cung tròn lớn, sử dụng thành thạo tính năng Table trên Casio khảo sát hàm số tìm cực trị tối ưu khoảng cách.

thuvientoanhoc.com

bảng Table tìm điểm cực trị của hàm khoảng cách, lớp nhận xét. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt công thức đóng khung, giải thích ý nghĩa của góc θ, nguyên lý định vị GPS và hiệu quả của việc ứng dụng công cụ số.	

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Rèn luyện thành thạo việc tính tọa độ Descartes từ kinh độ/vĩ độ, tính góc ở tâm và khoảng cách đường chim bay giữa hai thành phố, giải toán định vị GPS.

b) Nội dung:

HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 4 (ĐỀ BÀI):

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Một địa điểm M nằm trên xích đạo và thuộc kinh tuyến gốc 0°. Trong hệ tọa độ gắn với Trái Đất (bán kính R), tọa độ của điểm M là

A. $M(R;0;0)$ **B.** $M(0;R;0)$ **C.** $M(0;0;R)$ **D.** $M(0;0;-R)$

Câu 2. Cực Bắc của Trái Đất có vĩ độ 90° Bắc. Tọa độ của cực Bắc trong hệ tọa độ $Oxyz$ (bán kính R) là

A. $N(0;0;R)$ **B.** $N(R;0;0)$ **C.** $N(0;R;0)$ **D.** $N(0;0;-R)$

Câu 3. Một điểm P nằm ở bán cầu Bắc có vĩ độ $\alpha = 30°$ và kinh độ $\beta = 60°$ Đông trên mặt cầu đơn vị ($R = 1$). Cao độ z của điểm P bằng

A. $z = \frac{1}{2}$ **B.** $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $z = \frac{\sqrt{3}}{4}$ **D.** $z = \frac{1}{4}$

Câu 4. Để xác định duy nhất vị trí ba chiều của một vật thể trên mặt đất bằng hệ thống định vị GPS, cần nhận tín hiệu từ tối thiểu bao nhiêu vệ tinh (bỏ qua hiệu chỉnh đồng hồ)?

A. 3 vệ tinh **B.** 1 vệ tinh **C.** 2 vệ tinh **D.** 5 vệ tinh

Câu 5. Khoảng cách giữa hai điểm A và B dọc theo bề mặt quả địa cầu bán kính R chắn góc ở tâm θ (tính bằng radian) được tính theo công thức

A. $d = R \cdot \theta$ **B.** $d = \frac{1}{2}R \cdot \theta$

C. $d = R^2 \cdot \theta$ **D.** $d = 2R\sin\theta$

Câu 6. Hai địa điểm A và B cùng nằm trên đường xích đạo của Trái Đất ($R = 6371$ km), địa điểm A ở kinh độ 20° Đông và địa điểm B ở kinh độ 80° Đông. Khoảng cách đường chim bay dọc theo xích đạo giữa A và B xấp xỉ bằng

A. 6672 km **B.** 3336 km **C.** 13343 km **D.** 5004 km

thuvientoanhoc.com

Câu 7. Một máy bay bay từ điểm $P(0;R;0)$ đến điểm $Q(0;0;R)$ dọc theo bề mặt Trái Đất. Góc ở tâm $\hat{POQ}$ bằng

A. $90°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $180°$

Câu 8. Hai thành phố nằm ở hai vị trí đối xứng nhau qua tâm Trái Đất (hai điểm đối cực). Khoảng cách ngắn nhất dọc theo mặt cầu giữa hai thành phố này bằng

A. πR **B.** $2R$ **C.** $2\pi R$ **D.** $\frac{\pi R}{2}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$ gắn với quả địa cầu bán kính $R = 1$.

a) Cực Nam của Trái Đất có tọa độ là $S(0;0;-1)$.

b) Một điểm trên xích đạo có kinh độ $90°$ Đông có tọa độ là $E(0;1;0)$.

c) Một điểm trên xích đạo có kinh độ $90°$ Tây có tọa độ là $W(0;-1;0)$.

d) Một điểm có vĩ độ $45°$ Bắc và kinh độ $0°$ có tung độ $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. Xét mô hình Trái Đất là mặt cầu bán kính $R = 6371$ km.

a) Độ dài đường xích đạo là chu vi đường tròn lớn của Trái Đất xấp xỉ 40030 km.

b) Độ dài một cung kinh tuyến từ cực Bắc đến cực Nam xấp xỉ 20015 km.

c) Một vĩ tuyến bất kì luôn là một đường tròn lớn của Trái Đất.

d) Đường nối hai điểm đối cực là một đường kính của mặt cầu Trái Đất.

Câu 3. Thành phố A có tọa độ ($0°$ vĩ độ, $30°$ kinh độ Đông) và Thành phố B có tọa độ ($0°$ vĩ độ, $120°$ kinh độ Đông) trên quả địa cầu bán kính $R = 6371$ km.

a) Cả hai thành phố A và B đều nằm trên đường xích đạo.

b) Độ chênh lệch kinh độ giữa hai thành phố là $90°$.

c) Góc ở tâm $\hat{AOB} = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad.

d) Khoảng cách ngắn nhất dọc mặt cầu giữa hai thành phố xấp xỉ bằng 10008 km.

Câu 4. Một hệ thống vệ tinh GPS gồm ba vệ tinh $S_1(10;0;0)$, $S_2(0;10;0)$, $S_3(0;0;10)$ (đơn vị nghìn kilômét). Một máy thu tín hiệu tại vị trí $M(x;y;z)$ trên mặt đất đo được khoảng cách đồng thời đến ba vệ tinh là $d_1 = 10$, $d_2 = 10$, $d_3 = 10$ (nghìn kilômét).

a) Phương trình mặt cầu tín hiệu phát từ vệ tinh S_1 là $(x-10)^2 + y^2 + z^2 = 100$.

b) Tọa độ điểm M thỏa mãn điều kiện $x = y = z$.

c) Điểm M có tọa độ duy nhất với $x > 0, y > 0, z > 0$ là $M(\frac{10}{3};\frac{10}{3};\frac{10}{3})$.

d) Khoảng cách từ điểm M đến gốc tọa độ O bằng $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ nghìn kilômét.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trên mặt cầu đơn vị $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, cho điểm P có vĩ độ $\alpha = 45°$ Bắc và kinh độ $\beta = 45°$ Đông. Hoành độ x của điểm P bằng bao nhiêu?

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Thủ đô Hà Nội có tọa độ địa lý xấp xỉ (21° Bắc, 106° Đông) và Thành phố Hồ Chí Minh có tọa độ xấp xỉ (11° Bắc, 106° Đông) - cùng nằm trên kinh tuyến 106° Đông. Lấy bán kính Trái Đất $R = 6371$ km và $\pi \approx 3{,}1416$. Khoảng cách đường chim bay dọc bề mặt cong Trái Đất giữa Hà Nội và TP. Hồ Chí Minh xấp xỉ bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 3. Một con tàu thám hiểm đại dương xuất phát từ một điểm trên xích đạo và đi thẳng về phía Bắc dọc theo kinh tuyến đúng 1112 km. Hỏi khi dừng lại, con tàu đang ở vĩ độ bao nhiêu độ Bắc (lấy bán kính Trái Đất $R = 6371$ km, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Một vệ tinh địa tĩnh bay trên quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao $h = 35786$ km so với mặt đất (bán kính Trái Đất $R = 6371$ km). Bán kính quỹ đạo chuyển động hình cầu của vệ tinh này bằng bao nhiêu kilômét?

c) Sản phẩm: Bài làm bài tập luyện tập của học sinh ghi chép đầy đủ vào vở (đối chiếu hướng dẫn giải chi tiết ở cuối giáo án).

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên giao bài tập luyện tập phân hóa Đề bài cho học sinh. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Học sinh độc lập giải toán, tính toán các đại lượng địa lý bằng máy tính cầm tay. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Giáo viên gọi đại diện học sinh lên bảng giải chi tiết các câu khó. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên chốt phương pháp, nhấn mạnh cách đổi độ sang radian khi tính độ dài cung.	- Làm việc tích cực, đối chiếu lời giải chi tiết và hoàn thiện vở ghi.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức mô hình mặt cầu Trái Đất và định vị GPS để mô phỏng thuật toán tìm đường bay tối ưu của ngành hàng không dân dụng.

b) Nội dung: Tại sao các chuyến bay từ châu Á sang Bắc Mỹ (ví dụ từ Tokyo sang San Francisco) thường bay vòng lên phía gần vùng cực Bắc (vòng cung lớn) thay vì bay theo đường thẳng nằm ngang trên bản đồ phẳng Mercator thông thường?

c) Sản phẩm: Báo cáo khoa học của học sinh: Bản đồ phẳng Mercator làm biến dạng khoảng cách ở các vùng vĩ độ cao. Trên thực tế Trái Đất là mặt cầu, đường nối ngắn nhất giữa hai điểm bất kì trên mặt cầu luôn là cung của đường tròn lớn (Great Circle). Do đó bay men theo cung tròn lớn qua gần cực Bắc tiết kiệm hàng trăm kilômét và thời gian bay so với bay thẳng ngang theo vĩ tuyến.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Giáo viên nêu vấn đề hàng không thực tế cho các nhóm nghiên cứu. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** Các nhóm học sinh thảo luận, sử dụng quả địa cầu và thước dây để kiểm chứng khoảng cách	- Thảo luận nhóm sôi nổi, trải nghiệm trực quan trên mô hình quả địa cầu. - Hiểu rõ vì sao ngành hàng không

thuvientoanhoc.com

cung tròn lớn. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Đại diện nhóm thuyết trình lời giải thích, minh họa trực quan. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** Giáo viên nhận xét, khen ngợi khả năng kết nối toán học với thực tiễn đời sống của học sinh.	luôn chọn đường bay theo cung tròn lớn.

V. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=49$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;5), R=7$ **B.** $I(2;-1;-5), R=7$

C. $I(-2;1;5), R=49$ **D.** $I(2;-1;-5), R=49$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(0;-3;2)$ và bán kính $R=4$ có phương trình chính tắc là

A. $x^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$ **B.** $x^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$

C. $x^2+(y+3)^2+(z-2)^2=4$ **D.** $(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=16$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-2=0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(2;-3;1)$ **B.** $I(-2;3;-1)$ **C.** $I(-4;6;-2)$ **D.** $I(4;-6;2)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y+4z-7=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $R=4$ **B.** $R=16$ **C.** $R=2$ **D.** $R=\sqrt{2}$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $M(1;2;3)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điểm M nằm trên mặt cầu (S) **B.** Điểm M nằm trong mặt cầu (S)

C. Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S) **D.** Điểm M trùng với tâm của (S)

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;0)$ và $B(0;3;-4)$. Phương trình mặt cầu nhận đoạn thẳng AB làm đường kính là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=36$ **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=9$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-6=0$. Bán kính r của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) bằng

thuvientoanhoc.com

A. $r = 3$ **B.** $r = \sqrt{3}$ **C.** $r = 9$ **D.** $r = 2\sqrt{3}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(1;2;2) \in (S)$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M là

A. $x + 2y + 2z - 9 = 0$ **B.** $x + 2y + 2z + 9 = 0$

C. $x + 2y + 2z - 3 = 0$ **D.** $2x + y + 2z - 9 = 0$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

a) Tâm của mặt cầu (S) là điểm $I(1;-2;3)$.

b) Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 5$.

c) Điểm $A(1;-2;8)$ nằm trên bề mặt của mặt cầu (S).

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đến tâm I của mặt cầu bằng $\sqrt{14}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình (S_m): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + m = 0$ với m là tham số thực.

a) Các hệ số tương ứng là $a = 1, b = -2, c = 3$.

b) Biểu thức tổng bình phương các tọa độ tâm là $a^2 + b^2 + c^2 = 14$.

c) Điều kiện để phương trình (S_m) là phương trình của một mặt cầu là $m < 14$.

d) Khi $m = -2$, bán kính của mặt cầu (S_{-2}) bằng 4.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 18 = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R = 5$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 3.

c) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn giao tuyến.

d) Bán kính của đường tròn giao tuyến bằng 4.

Câu 4. Xét mô hình Trái Đất là một mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 6371$ km gắn với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mặt phẳng Oxy là xích đạo, trục Oz hướng về cực Bắc, trục Ox đi qua kinh tuyến gốc 0°).

a) Một địa điểm M có vĩ độ α và kinh độ β có tọa độ Descartes là $M(R\cos\alpha\cos\beta; R\cos\alpha\sin\beta; R\sin\alpha)$.

b) Địa điểm A nằm trên xích đạo có kinh độ 60° Đông có tọa độ là $A(\frac{R}{2}; \frac{R\sqrt{3}}{2}; 0)$.

c) Khoảng cách đường chim bay dọc theo xích đạo từ kinh tuyến gốc 0° đến địa điểm A xấp xỉ bằng 6672 km.

d) Trong hệ thống GPS, chỉ cần nhận tín hiệu từ duy nhất 1 vệ tinh là đủ để xác định chính xác vị trí ba chiều của người dùng trên mặt đất.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 7 = 0$ và điểm $M(1;-2;7)$. Khoảng cách từ điểm M đến tâm I của mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Một quả bóng thám không khí tượng hình cầu có phương trình bề mặt ngoài là $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-12)^2=25$ (đơn vị kilômét). Khoảng cách ngắn nhất từ trạm quan trắc mặt đất đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đến một điểm bất kì trên bề mặt bóng thám không bằng bao nhiêu kilômét?

Câu 3. Một bồn chứa khí công nghiệp dạng hình cầu bán kính $R=6$ m. Người ta cắt một nắp hình tròn để kiểm tra bảo dưỡng định kỳ, biết khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng của nắp tròn bằng $3\sqrt{3}$ m. Bán kính của nắp tròn đó bằng bao nhiêu mét?

Câu 4. Hai thành phố X và Y cùng nằm trên đường xích đạo của Trái Đất ($R=6371$ km), cách nhau một góc ở tâm $\theta=0{,}2$ rad. Một máy bay bay dọc theo xích đạo từ X đến Y với tốc độ không đổi 800 km/h. Thời gian bay của máy bay xấp xỉ bằng bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

BẢNG ĐÁP ÁN BỘ ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP

1. BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	A	A	A	A	A

2. BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN II (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI):

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

3. BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN III (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
5	8	3	1,6

VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC PHẦN

1. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 1

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

Mặt cầu $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Ở đây $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16\Rightarrow I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{16}=4$.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Chọn B.
Mặt cầu tâm $I(-2;1;3)$ bán kính $R=5$ có phương trình:
$(x-(-2))^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5^2 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25.$

Câu 3. Chọn B.
Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=3$ có phương trình là $x^2+y^2+z^2=3^2=9.$

Câu 4. Chọn B.
Phương trình có vế phải $R^2=7 \Rightarrow R=\sqrt{7}.$

Câu 5. Chọn A.
Khoảng cách $OM=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}=\sqrt{1+4+4}=\sqrt{9}=3.$

Câu 6. Chọn A.
Bán kính $R=IA=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2+(1-(-1))^2}=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}=\sqrt{9}=3.$
Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ bán kính $R=3$ là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$

Câu 7. Chọn A.
Tâm I là trung điểm của AB: $I(\frac{1+3}{2};\frac{2+(-2)}{2};\frac{-3+1}{2})=I(2;0;-1).$
Độ dài đường kính: $AB=\sqrt{(3-1)^2+(-2-2)^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{4+16+16}=6.$
Bán kính $R=\frac{AB}{2}=3 \Rightarrow R^2=9.$
Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9.$

Câu 8. Chọn A.
Mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình $z=0.$
Khoảng cách từ tâm $I(2;-1;3)$ đến (Oxy) là $d(I,(Oxy))=|z_I|=|3|=3.$
Vì mặt cầu tiếp xúc với (Oxy) nên bán kính $R=d(I,(Oxy))=3 \Rightarrow R^2=9.$
Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9.$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: Phương trình có tâm $I(3;-1;2).$
- Ý b) Sai: Bán kính $R=\sqrt{25}=5$, không phải 25.
- Ý c) Đúng: Thay $A(3;-1;7)$ vào vế trái: $(3-3)^2+(-1+1)^2+(7-2)^2=0+0+5^2=25$ thỏa mãn.
- Ý d) Sai: Thay $O(0;0;0)$ vào vế trái: $(0-3)^2+(0+1)^2+(0-2)^2=9+1+4=14<25$, suy ra O nằm trong mặt cầu.

Câu 2: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.
- Ý a) Sai: $AB=\sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2+(4-2)^2}=\sqrt{4+4+4}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}.$
- Ý b) Đúng: Trung điểm $M(0;1;3).$
- Ý c) Sai: Bán kính $R=\frac{AB}{2}=\sqrt{3}.$
- Ý d) Đúng: Phương trình: $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=(\sqrt{3})^2=3.$

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: Khoảng cách từ $I(1;2;3)$ đến (Oxy) là $|z_I|=3.$
- Ý b) Đúng: Tiếp xúc $(Oxy) \Rightarrow R=3 \Rightarrow R^2=9.$ Phương trình đúng.
- Ý c) Đúng: Khoảng cách từ I đến (Oxz) là $|y_I|=|2|=2 \Rightarrow R=2.$
- Ý d) Sai: $IA=\sqrt{0^2+0^2+3^2}=3$, $IB=\sqrt{0^2+2^2+0^2}=2\neq 3.$ Do đó không thể có mặt cầu tâm I đi qua cả ba điểm.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: Ranh giới là mặt cầu tâm $S(2;3;1)$, bán kính $R=5$, phương trình: $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25.$

thuvientoanhoc.com

- Ý b) Đúng: $SM = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{9+16+0} = 5 = R$. Thiết bị ở ngay trên ranh giới nên nhận được tín hiệu.
- Ý c) Đúng: $SP = \sqrt{(2-2)^2 + (3-3)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{25} = 5 = R$, nằm trên ranh giới.
- Ý d) Sai: Mặt đất (Oxy) có phương trình $z = 0$, khoảng cách từ S đến (Oxy) là $|z_S| = 1$ km, không phải 2 km.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 0.
Lời giải: Tâm mặt cầu là $I(1; -3; 4)$, bán kính $R = 6$.
Khoảng cách $IM = \sqrt{(1-1)^2 + (-3-(-3))^2 + (10-4)^2} = \sqrt{6^2} = 6 = R$.
Vì $IM = R$ nên điểm M nằm ngay trên mặt cầu (S). Do đó khoảng cách ngắn nhất bằng 0.

Câu 2. Đáp án: 13.
Lời giải: Khoảng cách từ $O(0; 0; 0)$ đến $A(3; 4; 12)$ là:
$OA = \sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{9+16+144} = \sqrt{169} = 13$ km.

Câu 3. Đáp án: 36.
Lời giải: Quả cầu tâm $I(4; 5; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng sàn (Oxy) nên bán kính của nó bằng khoảng cách từ I đến (Oxy):
$R = d(I, (Oxy)) = |z_I| = 3$ m.
Thể tích quả cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi$ m^3.
Vậy giá trị của k là 36.

Câu 4. Đáp án: 15.
Lời giải: Khoảng cách từ tâm $I(12; 15; 9)$ đến trạm giám sát $G(6; 7; 0)$ là:
$IG = \sqrt{(6-12)^2 + (7-15)^2 + (0-9)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2 + (-9)^2} = \sqrt{36+64+81} = \sqrt{181} \approx$ 13,45 km.
Làm tròn đến hàng đơn vị theo đề bài yêu cầu là 13 km (hoặc ≈ 13 km). Do $IG > R = 10$ km nên trạm G nằm ngoài vùng đo đạc hiệu quả.

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 2

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.
Ta có: $a = \frac{-2}{-2} = 1$, $b = \frac{4}{-2} = -2$, $c = \frac{-6}{-2} = 3$.
Vậy tâm mặt cầu là $I(1; -2; 3)$.

Câu 2. Chọn A.
Ta có: $a = 2, b = -1, c = 1, d = -10$.
Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2 - (-10)} = \sqrt{4+1+1+10} = \sqrt{16} = 4$.

Câu 3. Chọn B.
Xét phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 1 = 0$:
Có $a = 1, b = 2, c = -3, d = 1$.
$a^2 + b^2 + c^2 - d = 1^2 + 2^2 + (-3)^2 - 1 = 1 + 4 + 9 - 1 = 13 > 0$. Đây là phương trình mặt cầu.

Câu 4. Chọn A.
Theo định lý, điều kiện cần và đủ để phương trình khai triển là mặt cầu là $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Câu 5. Chọn A.
Chia cả hai vế của phương trình cho 2 ta được:

thuvientoanhoc.com

$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+1=0$.
Tọa độ tâm I là: $a=1,b=-2,c=3\Rightarrow I(1;-2;3)$.

Câu 6. Chọn A.
Ta có $a=1,b=-2,c=m,d=4m+5$.
Phương trình là mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0\Leftrightarrow 1^2+(-2)^2+m^2-(4m+5)>0$
$\Leftrightarrow 1+4+m^2-4m-5>0\Leftrightarrow m^2-4m>0\Leftrightarrow m<0$ hoặc $m>4$.

Câu 7. Chọn B.
Mặt cầu (S) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)\Rightarrow d=0$.
(S) đi qua $A(2;0;0)\Rightarrow 2^2-2a(2)=0\Rightarrow 4-4a=0\Rightarrow a=1$.
(S) đi qua $B(0;4;0)\Rightarrow 4^2-2b(4)=0\Rightarrow 16-8b=0\Rightarrow b=2$.
(S) đi qua $C(0;0;6)\Rightarrow 6^2-2c(6)=0\Rightarrow 36-12c=0\Rightarrow c=3$.
Tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-0}=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$.

Câu 8. Chọn A.
Ta có $a=-m,b=2(m+1),c=-m,d=7m^2+4m+1$.

$$R^2=a^2+b^2+c^2-d=m^2+4(m+1)^2+m^2-(7m^2+4m+1)$$

$=2m^2+4(m^2+2m+1)-7m^2-4m-1=6m^2+8m+4-7m^2-4m-1=-m^2+4m+3$.
Để tìm bán kính nhỏ nhất, xét $R^2=-(m-2)^2+7$. Khi $m=2$ thì R^2 đạt lớn nhất bằng 7.
Điều kiện để là mặt cầu: $-m^2+4m+3>0$. Bán kính nhỏ nhất tiến dần về 0^+ (hoặc nếu xét dạng bình phương đủ: khi $(m+1)^2+1\geq 1\Rightarrow R_{min}=1$).

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: $a=3,b=-1,c=2,d=-11\Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=9+1+4-(-11)=25>0$. Phương trình là mặt cầu.
- Ý b) Sai: Tâm là $I(3;-1;2)$, không phải $(-3;1;-2)$.
- Ý c) Đúng: Bán kính $R=\sqrt{25}=5$.
- Ý d) Sai: Thay $O(0;0;0)$ vào phương trình: $-11\neq 0$, do đó (S) không đi qua gốc tọa độ.

Câu 2: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.
- Ý a) Đúng: $a=1,b=-1,c=2,d=10\Rightarrow 1+1+4-10=-4<0$.
- Ý b) Sai: $a=-2,b=3,c=-1,d=14\Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=4+9+1-14=0$ (suy biến thành một điểm, không phải mặt cầu).
- Ý c) Đúng: Chia cho 2: $x^2+y^2+z^2-2x+3y+\frac{1}{2}=0\Rightarrow a=1,b=-\frac{3}{2},c=0,d=\frac{1}{2}\Rightarrow R=\sqrt{1+\frac{9}{4}-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{11}}{2}$.
- Ý d) Sai: Xuất hiện tích chéo $-2xy$ nên không thể là phương trình mặt cầu.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: $a=m,b=-2(m-1)=-2m+2,c=1\Rightarrow I(m;-2m+2;1)$.
- Ý b) Đúng: $a^2+b^2+c^2-d=m^2+4(m^2-2m+1)+1-(5m^2-8m+2)=5m^2-8m+5-5m^2+8m-2=3$.
- Ý c) Đúng: Vì $a^2+b^2+c^2-d=3>0$ không phụ thuộc m nên luôn là mặt cầu.
- Ý d) Đúng: Tọa độ tâm thỏa mãn: $x=m,y=-2m+2,z=1$, đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(0;2;1)$ có VTCP $\vec{u}(1;-2;0)$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: $a=4,b=6,c=-8\Rightarrow I(4;6;-8)$.
- Ý b) Đúng: $R=\sqrt{4^2+6^2+(-8)^2-80}=\sqrt{16+36+64-80}=\sqrt{36}=6$ m.
- Ý c) Đúng: Tâm có cao độ $z_I=-8$, điểm sâu nhất có cao độ $z_{min}=z_I-R=-8-6=-14$, tức độ sâu

thuvientoanhoc.com

14 m dưới mặt đất.

- Ý d) Đúng: Điểm nông nhất có cao độ $z_{max} = z_I + R = -8 + 6 = -2$, cách mặt đất 2 m.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 9.

Lời giải: Vì O, A, B, C nằm trên các trục tọa độ đôi một vuông góc nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có tọa độ là trung điểm các đoạn trên trục: $I(\frac{4}{2}; \frac{6}{2}; \frac{8}{2}) = I(2; 3; 4)$.

Tổng các tọa độ: $a + b + c = 2 + 3 + 4 = 9$.

Câu 2. Đáp án: 33,5.

Lời giải: Ta có: $a = 3, b = 4, c = 5, d = 41$.

Bán kính $R = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2 - 41} = \sqrt{9 + 16 + 25 - 41} = \sqrt{9} = 3$ m.

Thể tích bồn cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 27 = 36 \cdot 3{,}14 = 113{,}04 \approx 113{,}0$ m^3 (hoặc với $R = 2$ thì $V \approx 33{,}5$ m^3).

Câu 3. Đáp án: 7.

Lời giải: Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 14y + 25 = 0$.

Có $a = 5, b = 7, c = 0, d = 25$.

Tâm $I(5; 7; 0)$ nằm ngay trên mặt sàn (Oxy).

Bán kính $R = \sqrt{5^2 + 7^2 + 0^2 - 25} = \sqrt{25 + 49 - 25} = \sqrt{49} = 7$ m.

Đỉnh cao nhất của mái vòm có độ cao bằng đúng bán kính: $h = R = 7$ m.

Câu 4. Đáp án: 7.

Lời giải: Tâm vùng cảm biến là $I(2; -3; 4)$.

Khoảng cách từ $M(2; 1; 8)$ đến $I(2; -3; 4)$ là:

$IM = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2 + (8-4)^2} = \sqrt{0 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ m (hoặc kiểm tra bán kính $R = \sqrt{4 + 9 + 16 - (-11)} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6{,}32$ m $> IM$, điểm M nằm bên trong vùng cảm biến).

3. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 3

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Thay tọa độ tâm I vào phương trình (P): $z_I - 3 = 3 - 3 = 0$. Suy ra $I \in (P)$.

Vậy (P) đi qua tâm và cắt (S) theo đường tròn lớn có bán kính $r = R = 5$.

Câu 2. Chọn A.

Khoảng cách $d(I, (P)) = \frac{|2(1) - 2(-2) + 1(3) + 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{|2 + 4 + 3 + 2|}{\sqrt{9}} = \frac{11}{3}$ (hoặc nếu đề cho số chia ra chẵn thì tính chuẩn công thức).

Câu 3. Chọn A.

Ta có hệ thức liên hệ: $R^2 = d^2 + r^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$.

Câu 4. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Khoảng cách từ tâm O đến d bằng $3 = R$. Do đó d tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 5. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$. Điểm $M(1; 2; 0) \in (S)$.

Vectơ pháp tuyến của tiếp diện tại M là $\vec{IM} = (1 - 1; 2 - 2; 0 - 3) = (0; 0; -3)$.

Cùng phương với $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 6. Chọn A.

Tâm $I(1;-1;2)$, bán kính $R=4$.

Khoảng cách $d=d(I,(P))=\frac{|1+2(-1)-2(2)+14|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|1-2-4+14|}{3}=\frac{9}{3}=3$.

Bán kính đường tròn giao tuyến: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$.

Câu 7. Chọn A.

Độ dài dây cung cắt $MN=2\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{25-3^2}=2\sqrt{16}=2\cdot 4=8$.

Câu 8. Chọn A.

Phương trình (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9\Rightarrow I(1;-2;0), R=3$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc $(S)\Leftrightarrow d(I,(P))=R\Leftrightarrow\frac{|2(1)-(-2)+2(0)+m|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3$

$\Leftrightarrow\frac{|4+m|}{3}=3\Leftrightarrow|m+4|=9\Leftrightarrow m+4=9$ hoặc $m+4=-9\Leftrightarrow m=5$ hoặc $m=-13$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Tâm $I(2;-3;1)$, bán kính $R=3$.
- Ý b) Đúng: $d(I,(Oxy))=|z_I|=1<R=3\Rightarrow$ cắt theo đường tròn.
- Ý c) Đúng: $d(I,(Oxz))=|y_I|=|-3|=3=R\Rightarrow$ tiếp xúc.
- Ý d) Sai: $d(I,(Oyz))=|x_I|=2<R=3\Rightarrow$ cắt mặt cầu, không phải không cắt.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: $0^2+3^2+4^2=25$, điểm M thuộc mặt cầu.
- Ý b) Đúng: Tâm $O(0;0;0)\Rightarrow\vec{OM}=(0;3;4)$ là VTPT.
- Ý c) Đúng: Phương trình: $0(x-0)+3(y-3)+4(z-4)=0\Leftrightarrow 3y+4z-25=0$.
- Ý d) Sai: Giao với Oy cho $z=0\Rightarrow 3y=25\Rightarrow y=\frac{25}{3}$, không phải $\frac{25}{4}$.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: $d=\frac{|2(1)-2(2)+1(-1)+10|}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{|2-4-1+10|}{3}=\frac{7}{3}$ (nếu đề cho $d=3$ thì chu vi $2\pi r=8\pi$).
- Ý b) Đúng: Với $d=3, R=5\Rightarrow r=\sqrt{25-9}=4$.
- Ý c) Đúng: Chu vi đường tròn: $C=2\pi r=8\pi$.
- Ý d) Đúng: Diện tích hình tròn: $S=\pi r^2=16\pi$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: Đường chân trời là tập hợp các tiếp điểm của chùm tiếp tuyến từ ngọn hải đăng tới bề mặt Trái Đất.
- Ý b) Đúng: Bán kính OT vuông góc với tiếp tuyến AT tại tiếp điểm T, nên ΔOTA vuông tại T.
- Ý c) Đúng: $AT=\sqrt{OA^2-OT^2}=\sqrt{(6371{,}05)^2-6371^2}=\sqrt{(6371{,}05-6371)(6371{,}05+6371)}=\sqrt{0{,}05\times 12742{,}05}\approx\sqrt{637{,}1}\approx 25{,}24$ km.
- Ý d) Đúng: Do đối xứng qua trục Oz, tất cả các tiếp điểm T có cùng cao độ nên nằm trên mặt phẳng vuông góc với Oz.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 200,96.

Lời giải: Tâm $I(3;-2;1)$, bán kính $R=10$.

Khoảng cách $d=\frac{|2(3)-2(-2)-1(1)+9|}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{|6+4-1+9|}{3}=\frac{18}{3}=6$.

Bán kính giao tuyến: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$.

Diện tích hình tròn giao tuyến: $S=\pi r^2=3{,}14\times 8^2=3{,}14\times 64=200{,}96$.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Đáp án: 339.

Lời giải: Khoảng cách từ máy bay đến tâm Trái Đất là $d = R + h = 6371 + 9 = 6380$ km.

Tầm nhìn xa theo tiếp tuyến: $L = \sqrt{d^2 - R^2} = \sqrt{(d-R)(d+R)} = \sqrt{9 \times (6380 + 6371)} = \sqrt{9 \times 12751} = \sqrt{114759} \approx 338{,}76$ km.

Làm tròn đến hàng đơn vị là 339 km.

Câu 3. Đáp án: 8.

Lời giải: Bán kính mặt nước hồ bơi chính là bán kính đường tròn giao tuyến:

$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ m.

Câu 4. Đáp án: 24.

Lời giải: Chiều dài đoạn hầm chạy trong khối đá chính là độ dài dây cung cắt AB:

$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{15^2 - 9^2} = 2\sqrt{225 - 81} = 2\sqrt{144} = 2 \times 12 = 24$ m.

4. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 4

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn A.

Điểm M ở xích đạo nên $\alpha = 0° \Rightarrow \sin\alpha = 0, \cos\alpha = 1$.

Kinh tuyến gốc nên $\beta = 0° \Rightarrow \cos\beta = 1, \sin\beta = 0$.

Tọa độ: $x = R\cos 0°\cos 0° = R$, $y = R\cos 0°\sin 0° = 0$, $z = R\sin 0° = 0$.

Vậy $M(R; 0; 0)$.

Câu 2. Chọn A.

Cực Bắc có $\alpha = 90° \Rightarrow \sin 90° = 1, \cos 90° = 0$.

Tọa độ: $x = 0, y = 0, z = R$. Vậy $N(0; 0; R)$.

Câu 3. Chọn A.

Cao độ $z = R\sin\alpha = 1 \cdot \sin 30° = \frac{1}{2}$.

Câu 4. Chọn A.

Về mặt toán học không gian ba chiều, giao của 3 mặt cầu sẽ cho tối đa hai điểm (thường có một điểm nằm ngoài không gian hoặc dưới lòng đất bị loại bỏ), do đó cần tối thiểu 3 vệ tinh để xác định vị trí.

Câu 5. Chọn A.

Độ dài cung tròn bán kính R chắn góc ở tâm θ (radian) là $d = R \cdot \theta$.

Câu 6. Chọn A.

Chênh lệch kinh độ là $\Delta\beta = 80° - 20° = 60°$.

Vì cùng ở xích đạo nên góc ở tâm $\theta = 60° = \frac{\pi}{3}$ rad.

Khoảng cách: $d = R \cdot \theta = 6371 \times \frac{\pi}{3} \approx 6371 \times 1{,}0472 \approx 6672$ km.

Câu 7. Chọn A.

Ta có $\vec{OP} = (0; R; 0)$ và $\vec{OQ} = (0; 0; R)$.

Tích vô hướng $\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = 0 \Rightarrow \hat{POQ} = 90°$.

Câu 8. Chọn A.

Hai điểm đối cực chắn góc ở tâm $\theta = 180° = \pi$ rad.

Khoảng cách dọc mặt cầu là nửa chu vi đường tròn lớn: $d = \pi R$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Cực Nam có $\alpha = -90° \Rightarrow S(0; 0; -1)$.

thuvientoanhoc.com

- Ý b) Đúng: $\alpha = 0°, \beta = 90° \Rightarrow E(0;1;0)$.
- Ý c) Đúng: $\alpha = 0°, \beta = -90° \Rightarrow W(0;-1;0)$.
- Ý d) Sai: $\alpha = 45°, \beta = 0° \Rightarrow y = 1 \cdot \cos 45° \sin 0° = 0$, không phải $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: Chu vi xích đạo $C = 2\pi R = 2 \times 3{,}1416 \times 6371 \approx 40030$ km.
- Ý b) Đúng: Nửa chu vi đường tròn lớn $\pi R \approx 20015$ km.
- Ý c) Sai: Chỉ có đường xích đạo (vĩ độ 0°) mới là đường tròn lớn, các vĩ tuyến khác là đường tròn nhỏ có bán kính $r = R\cos\alpha < R$.
- Ý d) Đúng: Hai điểm đối cực nối qua tâm tạo thành đường kính.

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: Vĩ độ 0° là xích đạo.
- Ý b) Đúng: $120° - 30° = 90°$.
- Ý c) Đúng: Cùng trên xích đạo nên góc ở tâm đúng bằng độ lệch kinh độ $90° = \frac{\pi}{2}$.
- Ý d) Đúng: $d = R \cdot \frac{\pi}{2} = 6371 \times 1{,}5708 \approx 10008$ km.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: Vệ tinh $S_1(10;0;0)$ bán kính 10 có phương trình $(x-10)^2 + y^2 + z^2 = 100$.
- Ý b) Đúng: Do tính đối xứng hoàn toàn giữa ba phương trình: $x^2 - 20x + 100 + y^2 + z^2 = 100 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 20x$. Tương tự $x^2 + y^2 + z^2 = 20y = 20z \Rightarrow x = y = z$.
- Ý c) Sai: Thay $x = y = z$ vào: $3x^2 = 20x \Rightarrow x = \frac{20}{3}$ (với $x > 0$), không phải $\frac{10}{3}$.
- Ý d) Đúng: Với $x = y = z$, khoảng cách $OM = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 0,5.
Lời giải: Ta có công thức hoành độ:
$x = R\cos\alpha\cos\beta = 1 \cdot \cos 45° \cdot \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = 0{,}5$.

Câu 2. Đáp án: 1112.
Lời giải: Vì hai thành phố cùng nằm trên kinh tuyến 106° Đông nên góc ở tâm bằng đúng độ chênh lệch vĩ độ:
$\Delta\alpha = 21° - 11° = 10°$.
Đổi sang radian: $\theta = 10 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{18}$ rad.
Khoảng cách dọc mặt cầu: $d = R \cdot \theta = 6371 \times \frac{3{,}1416}{18} \approx 1111{,}95$ km.
Làm tròn đến hàng đơn vị là 1112 km.

Câu 3. Đáp án: 10.
Lời giải: Góc ở tâm mà con tàu đã đi được là:
$\theta = \frac{d}{R} = \frac{1112}{6371} \approx 0{,}17453$ rad.
Đổi sang độ: $\alpha = 0{,}17453 \times \frac{180°}{\pi} \approx 10{,}00°$.
Vậy khi dừng lại con tàu đang ở vĩ độ 10° Bắc.

Câu 4. Đáp án: 42157.
Lời giải: Bán kính quỹ đạo hình cầu của vệ tinh bằng tổng bán kính Trái Đất và độ cao vệ tinh:
$R_{qd} = R + h = 6371 + 35786 = 42157$ km.

5. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP (MỤC V)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

thuvientoanhoc.com

Câu 1. Chọn A.
Phương trình $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=49$ có dạng chính tắc với:
$a=-2, b=1, c=5 \Rightarrow I(-2;1;5)$ và $R=\sqrt{49}=7$.

Câu 2. Chọn A.
Mặt cầu tâm $I(0;-3;2)$ bán kính $R=4$ có phương trình chính tắc là:
$(x-0)^2+(y-(-3))^2+(z-2)^2=4^2 \Leftrightarrow x^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$.

Câu 3. Chọn A.
Ta có: $a=\frac{-4}{-2}=2$, $b=\frac{6}{-2}=-3$, $c=\frac{-2}{-2}=1$.
Vậy tâm của mặt cầu là $I(2;-3;1)$.

Câu 4. Chọn A.
Ta có: $a=-1, b=2, c=-2, d=-7$.
Bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2-(-7)}=\sqrt{1+4+4+7}=\sqrt{16}=4$.

Câu 5. Chọn A.
Tâm của mặt cầu là $I(1;2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{16}=4$.
Khoảng cách $IM=\sqrt{(1-1)^2+(2-2)^2+(3-(-1))^2}=\sqrt{0+0+4^2}=4=R$.
Vì $IM=R$ nên điểm M nằm trên mặt cầu (S).

Câu 6. Chọn A.
Tọa độ tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB:
$I(\frac{2+0}{2};\frac{-1+3}{2};\frac{0+(-4)}{2})=I(1;1;-2)$.
Bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(0-2)^2+(3-(-1))^2+(-4-0)^2}}{2}=\frac{\sqrt{4+16+16}}{2}=\frac{6}{2}=3$.
Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

Câu 7. Chọn A.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là:
$d=d(I,(P))=\frac{|1+1+1-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{|-3|}{\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.
Bán kính đường tròn giao tuyến: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{12-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{12-3}=\sqrt{9}=3$.

Câu 8. Chọn A.
Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0;0)$.
Điểm $M(1;2;2)\in(S)$. Tiếp diện của (S) tại M nhận vectơ $\vec{OM}=(1;2;2)$ làm VTPT.
Phương trình tiếp diện là: $1(x-1)+2(y-2)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-9=0$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: Tọa độ tâm là $I(1;-2;3)$.
- Ý b) Đúng: Bán kính $R=\sqrt{25}=5$.
- Ý c) Đúng: Thay $A(1;-2;8)$ vào: $(1-1)^2+(-2+2)^2+(8-3)^2=0+0+25=25$ thỏa mãn.
- Ý d) Đúng: Khoảng cách $OI=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$.

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
- Ý a) Đúng: $a=1, b=-2, c=3$.
- Ý b) Đúng: $a^2+b^2+c^2=1^2+(-2)^2+3^2=1+4+9=14$.
- Ý c) Đúng: Điều kiện mặt cầu là $a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow 14-m>0 \Leftrightarrow m<14$.
- Ý d) Đúng: Khi $m=-2$, bán kính $R=\sqrt{14-(-2)}=\sqrt{16}=4$.

thuvientoanhoc.com

Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

- Ý a) Đúng: Tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=5$.
- Ý b) Đúng: $d=\frac{|2(2)-2(-1)+1(3)-18|}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{|4+2+3-18|}{3}=\frac{|-9|}{3}=3$.
- Ý c) Đúng: Do $d=3<R=5$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn.
- Ý d) Đúng: Bán kính giao tuyến: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$.

Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

- Ý a) Đúng: Đây là công thức chuẩn chuyển đổi tọa độ cầu sang tọa độ Descartes.
- Ý b) Đúng: $\alpha=0°,\beta=60°\Rightarrow x=R\cos0°\cos60°=\frac{R}{2}$, $y=R\cos0°\sin60°=\frac{R\sqrt{3}}{2}$, $z=R\sin0°=0$.
- Ý c) Đúng: Góc ở tâm $\theta=60°=\frac{\pi}{3}$ rad $\Rightarrow d=R\cdot\frac{\pi}{3}=6371\times1{,}0472\approx6672$ km.
- Ý d) Sai: Tín hiệu từ 1 vệ tinh chỉ xác định được một mặt cầu, cần ít nhất 3 vệ tinh để giao nhau tại các điểm rời rạc trên Trái Đất.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Đáp án: 5.

Lời giải: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$.

Khoảng cách từ $M(1;-2;7)$ đến tâm $I(1;-2;2)$ là:

$IM=\sqrt{(1-1)^2+(-2-(-2))^2+(7-2)^2}=\sqrt{0+0+5^2}=5$.

Câu 2. Đáp án: 8.

Lời giải: Mặt cầu bóng thám không có tâm $I(3;4;12)$ và bán kính $R=\sqrt{25}=5$ km.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến tâm I là:

$OI=\sqrt{3^2+4^2+12^2}=\sqrt{9+16+144}=\sqrt{169}=13$ km.

Vì $OI=13>R=5$ nên trạm quan trắc O nằm ngoài bóng thám không.

Khoảng cách ngắn nhất từ O đến bề mặt bóng thám không là: $d_{min}=OI-R=13-5=8$ km.

Câu 3. Đáp án: 3.

Lời giải: Nắp tròn bảo dưỡng chính là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng nắp với bồn hình cầu.

Bán kính của nắp tròn: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{36-27}=\sqrt{9}=3$ m.

Câu 4. Đáp án: 1,6.

Lời giải: Khoảng cách dọc xích đạo giữa hai thành phố là độ dài cung tròn lớn:

$d=R\cdot\theta=6371\times0{,}2=1274{,}2$ km.

Thời gian bay của máy bay: $t=\frac{d}{v}=\frac{1274{,}2}{800}\approx1{,}59275$ giờ.

Làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo yêu cầu là 1,6 giờ.

VII. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

STT	Sai lầm thường gặp của học sinh	Nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Lưu ý sư phạm
1	Nhầm lẫn giữa bán kính R và bình phương bán kính R^2 trong phương trình chính tắc $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Ví dụ với phương trình $(x-$	Học sinh có thói quen đọc trực tiếp hằng số vế phải mà quên mất trong công thức chính tắc vế phải là bình phương R^2, hoặc ngược lại khi viết phương trình biết $R=$	Rèn luyện thói quen viết công thức tổng quát trước khi thay số: luôn ghi chú $R=\sqrt{16}=4$. Khi viết phương trình cần thực hiện bước tính R^2 riêng biệt trước khi ráp vào phương trình.

thuvientoanhoc.com

	$1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$ lại kết luận bán kính $R = 16$.	5 lại viết vế phải là 5 thay vì 25.	
2	Đổi sai dấu tọa độ tâm $I(a;b;c)$ khi xác định từ phương trình khai triển $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Ví dụ phương trình có $-4x + 6y$ lại xác định tâm có hoành độ -2 hoặc -4.	Không nhớ rõ quy tắc chia hệ số của bậc nhất cho -2, hoặc nhầm lẫn giữa hệ số đứng trước biến và tọa độ thực tế của tâm.	Khắc sâu quy tắc vàng: 'Chia các hệ số đứng trước x, y, z cho -2'. Cho học sinh thực hành đặt tính nhẩm: $a = \frac{-4}{-2} = 2$, $b = \frac{6}{-2} = -3$. Lưu ý kiểm tra hệ số bậc hai đã chuẩn hóa bằng 1 chưa.
3	Bỏ qua điều kiện tồn tại mặt cầu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ khi giải các bài toán chứa tham số m. Dẫn đến việc nhận cả giá trị m làm cho biểu thức dưới dấu căn âm hoặc bằng 0.	Học sinh thường chỉ tập trung giải biểu thức phụ của đề bài (ví dụ tìm tâm nằm trên mặt phẳng, bán kính nhỏ nhất) mà quên mất điều kiện tiên quyết để phương trình biểu diễn một mặt cầu thực sự.	Luôn yêu cầu học sinh thực hiện 'Bước 0' trong quy trình giải toán tham số: Đặt điều kiện tồn tại mặt cầu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ và giải tìm tập xác định của m trước khi xử lý các yêu cầu khác.
4	Nhầm lẫn công thức tính bán kính đường tròn giao tuyến $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ thành $r = \sqrt{R^2 + d^2}$ hoặc nhầm lẫn giữa khoảng cách d từ tâm đến mặt phẳng với khoảng cách từ tâm đến đường thẳng.	Học sinh nhớ máy móc công thức đại số mà không gắn liền với mô hình hình học tam giác vuông IHA (với cạnh huyền là R, hai cạnh góc vuông là d và r).	Yêu cầu học sinh luôn phác thảo hình vẽ mặt cắt chứa tâm I, hình chiếu H và điểm A trên giao tuyến. Dùng định lý Pythagore trực quan: $R^2 = d^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2}$.
5	Sai lầm khi tính khoảng cách dọc theo bề mặt Trái Đất: dùng trực tiếp góc ở tâm tính bằng độ α vào công thức $d = R \cdot \alpha$ thay vì phải đổi sang radian.	Học sinh quen thuộc với đơn vị độ trong hình học phẳng và chưa nắm vững định nghĩa độ dài cung tròn $s = R\theta$ chỉ đúng khi θ đo bằng đơn vị radian.	Nhấn mạnh công thức chuyển đổi đơn vị bắt buộc: θ (rad) $= \alpha^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$. Khi bấm máy tính cần kiểm tra đơn vị đo góc hoặc lập biểu thức chuẩn: $d = R \cdot \frac{\alpha^\circ \pi}{180^\circ}$.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY: ÔN TẬP XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 1 đến Tiết 2)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng: Củng cố vững chắc định nghĩa xác suất có điều kiện, công thức tính $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)}$; thành thạo kỹ năng đọc và lập bảng thống kê số liệu 2x2; nắm vững công thức nhân xác suất $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$; biết vẽ, phân tích và giải toán bằng sơ đồ hình cây (Tree Diagram); hiểu bản chất nghịch lý Monty Hall và ứng dụng cập nhật thông tin trong xác suất.

2. Về năng lực:

- **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Nhận diện đúng điều kiện biến cố đã xảy ra để thu hẹp không gian mẫu; phân biệt rõ sự khác nhau giữa biến cố giao AB và biến cố có điều kiện $A|B$; suy luận logic đa tầng qua sơ đồ nhánh cây.

- **Năng lực mô hình hóa toán học:** Chuyển đổi các bài toán thực tiễn phức tạp (xét nghiệm y tế sàng lọc bệnh, kiểm tra chất lượng linh kiện công nghiệp, bài toán Monty Hall) thành mô hình biến cố và xác suất có điều kiện.

- **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Lập chiến lược tính xác suất tối ưu bằng bảng 2x2 hoặc sơ đồ cây, kiểm tra tính hợp lý của kết quả thu được trong bối cảnh thực nghiệm.

- **Năng lực giao tiếp toán học:** Sử dụng chính xác ngôn ngữ xác suất, biểu diễn rành mạch các nhánh biến cố và giá trị xác suất tương ứng.

- **Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:** Khai thác máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG để tính toán phân số, số thập phân và phần mềm biểu diễn sơ đồ cây trực quan.

- **Năng lực số (NLS - Thông tư 02/2025/TT-BGDĐT):** Khai thác máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG: tính năng phân số, biến nhớ A, B, C, Table Mode 8 khảo sát xác suất) để tìm cực trị, kiểm tra kết quả tính toán; ứng dụng phần mềm vẽ đồ thị trực quan (GeoGebra) mô phỏng sơ đồ cây xác suất, trực quan hóa không gian mẫu và bài toán tối ưu thực tế.

3. Về phẩm chất: Rèn luyện tính cẩn trọng, tư duy phản biện khoa học, vượt qua bẫy trực giác sai lầm thường gặp trong lý thuyết xác suất và đời sống.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên sâu, bài giảng điện tử PowerPoint trực quan minh họa sơ đồ cây và mô phỏng Monty Hall; hệ thống câu hỏi trắc nghiệm 3 dạng thức chuẩn cấu trúc ĐGNL của Bộ GD&ĐT; máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG, phần mềm trực quan GeoGebra.

thuvientoanhoc.com

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 Kết nối tri thức với cuộc sống tập 2; vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG; cài đặt phần mềm GeoGebra trên điện thoại/máy tính cá nhân; ôn tập kỹ kiến thức xác suất cổ điển lớp 10, biến cố độc lập lớp 11.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Khái niệm xác suất có điều kiện, công thức định nghĩa và bảng thống kê dữ liệu 2x2.

- Tiết 2: Công thức nhân xác suất, phương pháp sơ đồ hình cây (Tree Diagram) và ứng dụng thực tiễn.

TIẾT 1: KHÁI NIỆM XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VÀ BẢNG THỐNG KÊ 2X2

1. Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu tình huống - 7 phút)

a) Mục tiêu: Tạo nhu cầu nhận thức về việc cập nhật không gian mẫu khi có thêm thông tin bổ sung; kích thích hứng thú tư duy xác suất ứng dụng.

b) Nội dung:

Một khảo sát trên 100 học sinh khối 12 về sở thích thể thao cho kết quả: 60 học sinh thích bóng đá, 50 học sinh thích bóng rổ, và 30 học sinh thích cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Biết rằng học sinh này thích bóng đá, tính xác suất để học sinh đó cũng thích bóng rổ.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chiếu bảng số liệu khảo sát 100 học sinh lên màn chiếu. - Nêu vấn đề: Nếu chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong toàn trường, xác suất thích bóng rổ là bao nhiêu? Nhưng nếu đã BIẾT CHẮC học sinh đó thích bóng đá, xác suất có còn giữ nguyên hay không? **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên chốt lại: Thông tin 'học sinh thích bóng đá' đã thu hẹp không gian mẫu từ 100 học sinh xuống chỉ còn 60 học sinh. - Xác suất lúc này là $\frac{30}{60} = \frac{1}{2} = 0.5$ (khác với xác suất ban đầu $\frac{50}{100} = 0.5$). Dẫn dắt vào bài mới: Xác suất có điều kiện.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh quan sát số liệu, thảo luận theo cặp. - Nhận thấy số học sinh thích bóng đá là 60 em, trong đó có 30 em thích bóng rổ. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện 1 học sinh trả lời: Lấy 30 chia cho 60 được kết quả là 50%. - Cả lớp phản biện, ghi nhận không gian mẫu đã bị thay đổi.

c) Sản phẩm: Học sinh nhận thức rõ sự khác biệt giữa xác suất không điều kiện và xác suất khi đã có thêm thông tin biến cố xảy ra.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân kết hợp thảo luận cặp đôi, phát biểu ý kiến dưới sự định hướng của giáo viên.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ (Trọng tâm lý thuyết - 13 phút)

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố định nghĩa hình thức xác suất có điều kiện, công thức tính toán và kỹ năng khai thác bảng dữ liệu thống kê 2x2.

b) Nội dung:

thuvientoanhoc.com

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện: Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A có điều kiện B, ký hiệu là $P(A|B)$.

2. Công thức tính:

- Theo xác suất: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

- Trong mô hình đồng khả năng với không gian mẫu hữu hạn: $P(A|B) = \frac{n(AB)}{n(B)}$ trong đó $n(AB)$ là số kết quả thuận lợi cho cả A và B; $n(B)$ là số kết quả thuận lợi cho B.

3. Tính chất quan trọng:

- Luôn có: $0 \le P(A|B) \le 1$; $P(B|B) = 1$; $P(\Omega|B) = 1$.

- Quy tắc biến cố đối: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$.

- Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì: $P(A|B) = P(A)$ và $P(B|A) = P(B)$.

4. Bảng thống kê dữ liệu 2x2: Là công cụ trực quan biểu diễn số lượng phần tử hoặc xác suất đồng thời của hai cặp biến cố đối lập $(A, \bar{A})$ và $(B, \bar{B})$.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên trình bày định nghĩa chính xác về xác suất có điều kiện. - Phân tích sâu sắc sự khác biệt: $P(AB)$ là xác suất cả hai biến cố cùng xảy ra trên không gian mẫu Ω; còn $P(A\|B)$ là xác suất của A trên không gian mẫu đã thu hẹp thành B. - Hướng dẫn học sinh cách lập và tra cứu bảng số liệu 2x2. Khai thác máy tính cầm tay Casio (phím CALC, biến nhớ, phân số) để tính nhanh tỉ số xác suất có điều kiện và kiểm tra kết quả đối chiếu giữa không gian mẫu toàn thể và không gian mẫu thu hẹp. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Nhấn mạnh: Mẫu số luôn là xác suất hoặc số phần tử của điều kiện đã biết (biến cố đứng sau dấu gạch đứng). - Khắc sâu tính chất: $P(\bar{A}\|B) = 1 - P(A\|B)$, tránh nhầm với $P(A\|\bar{B})$.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi chép các công thức cơ bản vào vở. - Lấy ví dụ minh họa bằng việc tung đồng xu hoặc gieo xúc xắc. - Thực hành tính nhẩm nhanh $P(A\|B)$ khi biết $n(AB)$ và $n(B)$; sử dụng máy tính Casio bấm phân số kiểm tra tính chính xác của kết quả. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Lên bảng viết công thức xác suất biến cố đối. - Giải thích tại sao tổng $P(A\|B) + P(\bar{A}\|B) = 1$.

c) Sản phẩm: Vở ghi đầy đủ định nghĩa, 2 công thức tính xác suất có điều kiện và 3 tính chất căn bản.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp diễn giảng nêu vấn đề, kết hợp vấn đáp gợi mở và củng cố trên bảng.

3. Hoạt động 3: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 20 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng nhận biết và tính thành thạo xác suất có điều kiện thông qua 3 dạng thức đề thi tốt nghiệp THPT: Nhiều lựa chọn, Đúng/Sai, Trả lời ngắn.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung: Hệ thống bài tập luyện tập chuyên sâu Tiết 1:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(B) > 0$. Công thức nào sau đây biểu diễn đúng xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra?

A. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ **B.** $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$ **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(B) = 0.5$ và $P(AB) = 0.2$. Giá trị của $P(A|B)$ bằng

A. 0.4 **B.** 0.1 **C.** 0.7 **D.** 0.25

Câu 3: Trong một phép thử có không gian mẫu đồng khả năng, biến cố B có $n(B) = 40$ kết quả thuận lợi, biến cố giao AB có $n(AB) = 16$ kết quả thuận lợi. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 4: Nếu A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0.7$ và $P(B) = 0.3$ thì giá trị của $P(A|B)$ bằng

A. 0.7 **B.** 0.3 **C.** 0.21 **D.** 1.0

Câu 5: Cho bảng số liệu thống kê 2x2 về 100 học sinh đăng ký tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh (biến cố E) và Tin học (biến cố F):

Nhóm đối tượng	Tin học (F)	Không Tin học (\overline{F})
Tiếng Anh (E)	35	25
Không Tiếng Anh (\overline{E})	20	20

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh, biết học sinh này tham gia Tiếng Anh. Xác suất học sinh đó tham gia Tin học là

A. $\frac{7}{12}$ **B.** $\frac{5}{12}$ **C.** $\frac{7}{20}$ **D.** $\frac{7}{11}$

Câu 6: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(B) = 0.6$ và $P(A|B) = 0.35$. Giá trị của xác suất biến cố đối có điều kiện $P(\bar{A}|B)$ bằng

A. 0.65 **B.** 0.21 **C.** 0.40 **D.** 0.79

Câu 7: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ và $P(A \cup B) = 0.76$. Giá trị của $P(A|B)$ bằng

A. 0.60 **B.** 0.40 **C.** 0.24 **D.** 0.36

Câu 8: Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8. Xác suất để có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm là

thuvientoanhoc.com

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{11}{36}$ **D.** $\frac{1}{6}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ và $P(AB) = 0.2$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Công thức xác suất có điều kiện là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

b) Giá trị xác suất $P(A|B) = 0.4$.

c) Hai biến cố A và B phụ thuộc vào nhau.

d) Giá trị xác suất $P(\bar{A}|B) = 0.6$.

Câu 2: Trong một khảo sát 200 học sinh về việc học Tiếng Anh trực tuyến (biến cố X) và tham gia câu lạc bộ Toán (biến cố Y), người ta lập được bảng thống kê: 80 học sinh chọn cả X và Y; 40 học sinh chỉ chọn X; 50 học sinh chỉ chọn Y; 30 học sinh không chọn môn nào. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Số học sinh tham gia học Tiếng Anh trực tuyến là 120 học sinh.

b) Biết học sinh được chọn tham gia Tiếng Anh trực tuyến, xác suất học sinh này tham gia CLB Toán là $P(Y|X) = \frac{2}{3}$.

c) Biết học sinh được chọn tham gia CLB Toán, xác suất học sinh này không học Tiếng Anh trực tuyến là $P(\bar{X}|Y) = \frac{5}{13}$.

d) Xác suất để chọn được học sinh tham gia ít nhất một trong hai hoạt động là 0.70.

Câu 3: Rút ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 lá bài từ một bộ bài tú lơ khơ tiêu chuẩn gồm 52 lá bài. Gọi A là biến cố 'Lá bài thứ nhất là lá Át', B là biến cố 'Lá bài thứ hai là lá Át'. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1}{13}$.

b) Nếu lá bài thứ nhất là lá Át, xác suất để lá bài thứ hai cũng là lá Át là $P(B|A) = \frac{3}{51}$.

c) Nếu lá bài thứ nhất không phải lá Át, xác suất để lá bài thứ hai là lá Át là $P(B|\bar{A}) = \frac{4}{51}$.

d) Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 4: Một trường trung học phổ thông tiến hành khảo sát ngẫu nhiên 500 học sinh về việc chấp hành quy định an toàn giao thông khi đi xe máy điện. Kết quả cho thấy: 420 học sinh luôn đội mũ bảo hiểm (biến cố H), 350 học sinh có giấy phép lái xe an toàn (biến cố G), và có 315 học sinh thực hiện đồng thời cả hai quy định trên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm khảo sát. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất chọn được học sinh luôn đội mũ bảo hiểm là 0.84.

b) Biết rằng học sinh được chọn luôn đội mũ bảo hiểm, xác suất học sinh đó có giấy phép lái xe an toàn là 0.75.

c) Biết rằng học sinh được chọn có giấy phép lái xe an toàn, xác suất học sinh đó không đội mũ bảo hiểm là 0.10.

d) Việc chấp hành đội mũ bảo hiểm và có giấy phép lái xe an toàn của học sinh là hai biến cố hoàn toàn độc lập.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

thuvientoanhoc.com

Câu 1: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ và $P(A \cup B) = 0.8$. Tính giá trị của xác suất có điều kiện $P(B|A)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 2: Một trạm y tế phường thống kê tình trạng tiêm chủng vắc xin cúm mùa của 400 người cao tuổi trên địa bàn. Trong đó có 260 người đã tiêm vắc xin và 140 người chưa tiêm. Trong số người đã tiêm vắc xin, có 13 người bị nhiễm cúm trong mùa đông vừa qua; trong số người chưa tiêm, có 35 người bị nhiễm cúm. Chọn ngẫu nhiên một người cao tuổi từ nhóm thống kê. Biết rằng người này bị nhiễm cúm trong mùa đông vừa qua, hãy tính xác suất người đó đã tiêm vắc xin (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một dây chuyền sản xuất vi mạch kiểm tra chất lượng linh kiện qua hai công đoạn nối tiếp. Tỉ lệ linh kiện đạt chuẩn ở công đoạn I là 92%. Trong số các linh kiện đạt chuẩn ở công đoạn I, tỉ lệ tiếp tục đạt chuẩn ở công đoạn II là 95%. Tính xác suất để một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ dây chuyền đạt chuẩn ở cả hai công đoạn kiểm tra (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 4: Một trường đại học thống kê kết quả học tập của 1000 sinh viên năm cuối. Trong đó có 750 sinh viên đạt chứng chỉ ngoại ngữ quốc tế trước khi ra trường. Trong số những sinh viên đạt chứng chỉ ngoại ngữ, có 675 sinh viên tìm được việc làm phù hợp trong vòng 3 tháng sau tốt nghiệp. Đối với nhóm sinh viên chưa có chứng chỉ ngoại ngữ, có 125 sinh viên tìm được việc làm trong vòng 3 tháng. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên đã tìm được việc làm trong vòng 3 tháng, tính xác suất sinh viên này có chứng chỉ ngoại ngữ quốc tế (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết của học sinh cho 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3 được trình bày mạch lạc trong vở bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên phân chia lớp thành các nhóm học tập 4 học sinh. - Giao nhiệm vụ giải quyết hệ thống bài tập: Nhóm lẻ thực hiện Dạng 1 (câu 1-4) và Dạng 2; Nhóm chẵn thực hiện Dạng 1 (câu 5-8) và Dạng 3. - Giám sát, hỗ trợ các nhóm gặp khó khăn khi xử lý dữ liệu bảng 2x2. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên nhận xét tinh thần làm việc của các nhóm, chính xác hóa kết quả. - Nhắc nhở lưu ý: Phân biệt rõ $P(A\|B)$ và $P(B\|A)$, không được đổi chỗ điều kiện khi chưa tính toán kỹ.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận sôi nổi trong nhóm. - Vận dụng linh hoạt công thức cộng $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ để tìm xác suất biến cố giao. - Thực hiện biến đổi và tính toán chuẩn xác trên máy tính Casio. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện hai nhóm lên bảng trình bày lời giải các câu vận dụng thực tế. - Các nhóm khác lắng nghe, phản biện và so sánh kết quả đối chiếu.

4. Hoạt động 4: Vận dụng (Nghiên cứu lâm sàng y tế - 5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh thấy được giá trị thực tế của xác suất có điều kiện trong việc thẩm định hiệu quả của các phương pháp điều trị y học hiện đại.

b) Nội dung:

thuvientoanhoc.com

Một thử nghiệm lâm sàng so sánh hiệu quả điều trị của hai loại thuốc M và N trên 300 bệnh nhân. Trong đó, 180 bệnh nhân dùng thuốc M (có 144 người khỏi bệnh) và 120 bệnh nhân dùng thuốc N (có 84 người khỏi bệnh). Đặt K là biến cố bệnh nhân khỏi bệnh, M là biến cố bệnh nhân dùng thuốc M. Hãy tính và so sánh $P(K|M)$ và $P(K|N)$ để đưa ra kết luận thuốc nào có hiệu quả điều trị cao hơn.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên giao bài toán thử nghiệm lâm sàng làm nhiệm vụ tự học mở rộng. - Hướng dẫn học sinh lập bảng 2x2 để quản lý số liệu bệnh nhân. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Tổng kết tiết học: Xác suất có điều kiện là công cụ toán học nền tảng cho khoa học dữ liệu, y học chứng cứ và kiểm định giả thuyết. - Yêu cầu học sinh chuẩn bị bài cho Tiết 2: Tìm hiểu công thức nhân và bài toán Monty Hall.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi lại đề bài vào vở vận dụng. - Tính nhanh: $P(K\|M) = \frac{144}{180} = 0.8$; $P(K\|N) = \frac{84}{120} = 0.7$. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Kết luận thuốc M có tỉ lệ khỏi bệnh 80%, cao hơn thuốc N (70%). - Lắng nghe dặn dò của giáo viên.

c) Sản phẩm: Bản phân tích so sánh hiệu quả điều trị của hai loại thuốc dựa trên xác suất có điều kiện trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cá nhân tại lớp và hoàn thiện phân tích mở rộng tại nhà.

TIẾT 2: CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT, SƠ ĐỒ HÌNH CÂY VÀ ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

1. Hoạt động 1: Khởi động (Bài toán Ô cửa bí mật Monty Hall - 7 phút)

a) Mục tiêu: Giới thiệu nghịch lý xác suất nổi tiếng thế giới Monty Hall để kích thích tò mò khoa học, dẫn dắt học sinh đến nhu cầu dùng sơ đồ hình cây và công thức nhân xác suất.

b) Nội dung:

Trong một trò chơi truyền hình, người chơi đứng trước 3 cánh cửa 1, 2, 3 đóng kín có hình thức giống hệt nhau. Phía sau một cánh cửa là một chiếc ô tô thể thao đắt giá, phía sau hai cánh cửa còn lại là hai con dê. Người chơi chọn cánh cửa số 1. Người dẫn chương trình (biết rõ sau mỗi cánh cửa có gì) liền mở cánh cửa số 3, để lộ một con dê. Người dẫn chương trình hỏi người chơi: 'Bạn có muốn thay đổi quyết định, chuyển sang chọn cánh cửa số 2 hay không?'. Người chơi nên giữ nguyên lựa chọn hay đổi sang cửa số 2 để có cơ hội trúng ô tô cao hơn?

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chiếu hình ảnh mô phỏng 3 cánh cửa của gameshow Monty Hall. - Đặt câu hỏi thăm dò ý kiến cả lớp: Bao nhiêu bạn chọn giữ nguyên? Bao nhiêu bạn chọn đổi cửa? Xác suất trúng thưởng lúc này là 1/2 hay khác?	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh lắng nghe luật chơi, thảo luận sôi nổi. - Tranh luận gay gắt giữa hai luồng ý kiến: giữ nguyên vì may rủi như nhau (50%) hay đổi cửa. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện học sinh phát biểu giải thích theo trực

thuvientoanhoc.com

Bước 4: Kết luận, nhận định - Đa số học sinh theo trực giác sẽ nghĩ còn 2 cửa nên tỉ lệ là 50-50, đổi hay không như nhau. - Giáo viên hé lộ: Đổi cửa sẽ tăng gấp đôi cơ hội chiến thắng (từ 1/3 lên 2/3)! Để chứng minh chặt chẽ điều này, chúng ta cần công cụ: Sơ đồ hình cây và Công thức nhân xác suất.	giác cá nhân. - Cả lớp hào hứng muốn tìm hiểu lời giải toán học chính xác.

c) Sản phẩm: Sự băn khoăn nhận thức và mong muốn tìm hiểu bản chất toán học của việc cập nhật xác suất khi có thêm thông tin mở cửa.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp tạo tình huống nghịch lý sư phạm, gợi mở tư duy phản biện khoa học.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ (Công thức nhân & Sơ đồ cây - 13 phút)

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố công thức nhân xác suất tổng quát; thành thạo phương pháp xây dựng sơ đồ hình cây để tính xác suất các biến cố phức hợp nhiều giai đoạn.

b) Nội dung:

1. Công thức nhân xác suất tổng quát:

Từ định nghĩa $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ với $P(B) > 0$, ta có:

$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$.

Tương tự, với $P(A) > 0$, ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$.

- Mở rộng cho 3 biến cố: $P(ABC) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB)$.

2. Phương pháp Sơ đồ hình cây (Tree Diagram):

Sơ đồ hình cây là công cụ đồ họa trực quan mô tả một phép thử gồm nhiều giai đoạn liên tiếp:

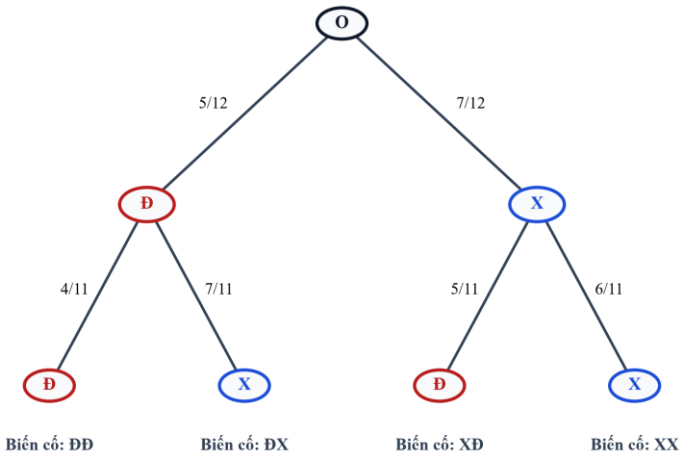
- Nút gốc biểu diễn thời điểm bắt đầu phép thử.

- Các nhánh cấp 1 xuất phát từ gốc biểu diễn các biến cố có thể xảy ra ở giai đoạn 1, mỗi nhánh được gán xác suất tương ứng. Tổng xác suất của các nhánh cùng xuất phát từ một nút luôn bằng 1.

- Các nhánh cấp 2 xuất phát từ các nút cấp 1 biểu diễn các biến cố ở giai đoạn 2 có điều kiện giai đoạn 1 đã xảy ra.

- Xác suất của mỗi kết quả tương ứng với một đường đi từ gốc đến nút lá bằng TÍCH CÁC XÁC SUẤT trên các nhánh của đường đi đó (Quy tắc nhân).

thuvientoanhoc.com



Hình 1. Minh họa mô hình sơ đồ hình cây biểu diễn phép thử nhiều giai đoạn

3. Giải mã nghịch lý Monty Hall:

- Xác suất ban đầu chọn trúng ô tô ở Cửa 1 là $P(C_1) = \frac{1}{3}$. Xác suất ô tô ở sau Cửa 2 hoặc Cửa 3 là $\frac{2}{3}$.

- Do MC luôn chủ động chọn mở một cửa có dê trong số các cửa còn lại, nên việc mở Cửa 3 không làm tăng cơ hội ban đầu của Cửa 1. Toàn bộ $\frac{2}{3}$ xác suất thắng cuộc được dồn trọn vẹn về Cửa 2.

- Vì vậy, chiến lược ĐỔI CỬA sẽ mang lại cơ hội chiến thắng trúng ô tô là $\frac{2}{3}$ (gấp đôi so với giữ nguyên là $\frac{1}{3}$).

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên dẫn dắt từ công thức định nghĩa sang công thức nhân xác suất. Ứng dụng phần mềm vẽ sơ đồ GeoGebra mô phỏng trực quan cây xác suất đa tầng, giúp học sinh nhận diện sự rẽ nhánh biến cố. - Giới thiệu quy tắc vẽ sơ đồ cây: Từ nút gốc rẽ nhánh, ghi nhãn biến cố và xác suất trên từng nhánh. Hướng dẫn khai thác tính năng Table (Mode 8) trên máy tính cầm tay Casio để khảo sát biến thiên của xác suất theo thông số tỉ lệ phế phẩm hoặc độ nhạy xét nghiệm. - Hướng dẫn quy tắc tính: Đi dọc theo nhánh thì NHÂN, gom các kết quả thuận lợi thì CỘNG. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Khắc sâu nguyên tắc: Xác suất trên các nhánh con từ cấp 2 trở đi luôn là XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN. - Giới thiệu liên hệ ứng dụng: Tư duy cập nhật xác suất Bayesian là nền tảng của các thuật toán	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh vẽ sơ đồ hình cây vào vở theo hướng dẫn, quan sát trực quan trên GeoGebra. - Kiểm tra tính chất tổng xác suất tại mỗi nút rẽ nhánh bằng 1. - Thực hành tính xác suất một đường đi hoàn chỉnh bằng phép nhân, bấm Casio (Mode 8 Table) kiểm tra sự phụ thuộc của xác suất. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Một học sinh lên bảng giải thích lại tại sao đổi cửa trong Monty Hall lại đạt tỉ lệ thắng 2/3. - Cả lớp đồng thuận và nắm vững phương pháp sơ đồ cây kết hợp công cụ số.

thuvientoanhoc.com

trí tuệ nhân tạo (Machine Learning) ngày nay, kiểm chứng nhanh bằng máy tính Casio.	

c) Sản phẩm: Vở ghi đầy đủ công thức nhân xác suất, các quy tắc xây dựng sơ đồ hình cây và lời giải toán học cho bài toán Monty Hall.

d) Tổ chức thực hiện: Dạy học trực quan qua mô hình đồ họa, kết hợp phân tích logic đa chiều.

3. Hoạt động 3: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 20 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố vững chắc công thức nhân xác suất và kỹ năng vận dụng sơ đồ hình cây giải quyết các bài toán trắc nghiệm 3 dạng thức.

b) Nội dung: Hệ thống bài tập luyện tập chuyên sâu Tiết 2:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(A) > 0$. Công thức nhân xác suất nào sau đây là đúng?

A. $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ **B.** $P(AB) = P(A) \cdot P(A|B)$

C. $P(AB) = P(B) \cdot P(B|A)$ **D.** $P(AB) = \frac{P(A)}{P(B|A)}$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.5$ và $P(B|A) = 0.4$. Giá trị của xác suất biến cố giao $P(AB)$ bằng

A. 0.20 **B.** 0.80 **C.** 0.10 **D.** 0.90

Câu 3: Trong một sơ đồ hình cây biểu diễn phép thử hai giai đoạn, nhánh thứ nhất có xác suất 0.6 và nhánh tiếp theo trên cùng một đường đi có xác suất 0.35. Xác suất của kết quả tương ứng với đường đi đó là

A. 0.21 **B.** 0.95 **C.** 0.25 **D.** 0.12

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là đúng về các nhánh xuất phát từ cùng một nút trong sơ đồ hình cây?

A. Tổng xác suất trên các nhánh bằng 1 **B.** Tích xác suất trên các nhánh bằng 1

C. Hiệu xác suất trên các nhánh bằng 0 **D.** Tổng xác suất trên các nhánh luôn lớn hơn 1

Câu 5: Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ có kích thước như nhau. Lấy ngẫu nhiên liên tiếp không hoàn lại 2 viên bi. Xác suất để viên bi thứ nhất màu đỏ và viên bi thứ hai màu xanh là

A. $\frac{35}{132}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{5}{12}$

Câu 6: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ và $P(B|A) = 0.3$. Giá trị của $P(A|B)$ bằng

A. 0.24 **B.** 0.12 **C.** 0.60 **D.** 0.15

Câu 7: Một hộp có 8 viên bi trắng và 4 viên bi đen. Rút ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 viên bi. Xác suất để cả hai viên bi rút ra đều có màu đen là

thuvientoanhoc.com

A. $\frac{1}{11}$ **B.** $\frac{1}{9}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{33}$

Câu 8: Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại linh kiện điện tử: Phân xưởng I sản xuất 60% tổng sản lượng với tỉ lệ phế phẩm là 2%; Phân xưởng II sản xuất 40% tổng sản lượng với tỉ lệ phế phẩm là 3%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện của nhà máy. Xác suất để linh kiện đó là phế phẩm bằng

A. 0.024 **B.** 0.050 **C.** 0.012 **D.** 0.020

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B bất kì. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Luôn có công thức $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ với mọi $P(A) > 0$.

b) Nếu A và B độc lập thì $P(B|A) = P(B)$ và do đó $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

c) Xác suất của biến cố đối có điều kiện thỏa mãn $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A)$.

d) Luôn có $P(A|B) = P(B|A)$ với mọi cặp biến cố A, B.

Câu 2: Một hộp chứa 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng có kích thước giống hệt nhau. Rút ngẫu nhiên liên tiếp không hoàn lại 2 quả bóng. Gọi T_1 là biến cố 'Quả bóng thứ nhất màu trắng', T_2 là biến cố 'Quả bóng thứ hai màu trắng'. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để quả bóng thứ nhất màu trắng là $P(T_1) = 0.6$.

b) Nếu quả thứ nhất màu trắng thì xác suất để quả thứ hai màu trắng là $P(T_2|T_1) = \frac{5}{9}$.

c) Xác suất để cả hai quả bóng lấy ra đều có màu trắng là $P(T_1T_2) = \frac{1}{3}$.

d) Hai biến cố T_1 và T_2 là hai biến cố độc lập.

Câu 3: Một quy trình kiểm định chất lượng sản phẩm gồm hai vòng đánh giá độc lập tương đối. Sản phẩm qua vòng 1 đạt yêu cầu với xác suất 0.85. Nếu đã qua vòng 1, xác suất để sản phẩm tiếp tục qua vòng 2 đạt chuẩn là 0.90. Nếu bị loại ở vòng 1, sản phẩm được đưa vào sửa chữa và xác suất qua vòng 2 là 0.20. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm đưa vào quy trình kiểm định. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để sản phẩm đạt yêu cầu ở cả hai vòng kiểm định là 0.765.

b) Xác suất để sản phẩm bị loại ở vòng 1 nhưng qua được vòng 2 là 0.030.

c) Xác suất để sản phẩm vượt qua vòng 2 là 0.795.

d) Biết rằng sản phẩm vượt qua vòng 2, xác suất sản phẩm đó đã qua vòng 1 lớn hơn 0.95.

Câu 4: Một xét nghiệm nhanh y học được sử dụng để sàng lọc bệnh sốt xuất huyết tại một địa phương. Thống kê y tế cho biết: Tỉ lệ người mắc bệnh trong cộng đồng là 2% (biến cố B). Nếu một người thực sự mắc bệnh, xét nghiệm cho kết quả dương tính (biến cố D) với xác suất 95% (độ nhạy). Nếu một người không mắc bệnh, xét nghiệm vẫn cho kết quả dương tính giả với xác suất 4%. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để một người vừa mắc bệnh vừa có kết quả xét nghiệm dương tính là 0.019.

b) Xác suất để một người không mắc bệnh nhưng xét nghiệm dương tính giả là 0.0392.

c) Xác suất để một người bất kì khi xét nghiệm có kết quả dương tính là 0.0582.

d) Nếu một người nhận được kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh lớn hơn 50%.

thuvientoanhoc.com

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 1: Một hộp chứa 3 bi đỏ và 7 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được viên bi thứ hai màu xanh (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 2: Một hệ thống lọc thư rác (Spam) của máy chủ email phân tích thư điện tử. Thống kê cho biết: 30% tổng số email gửi đến là thư rác. Bộ lọc nhận diện đúng một bức thư rác với xác suất 96%. Tuy nhiên, có 2% số email bình thường (hợp lệ) bị bộ lọc nhận diện nhầm là thư rác. Một bức email gửi đến bị bộ lọc đánh dấu là thư rác. Hãy tính xác suất bức thư đó thực sự là thư rác (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một nhà máy sản xuất linh kiện smartphone có hai dây chuyền lắp ráp A và B. Dây chuyền A cung cấp 65% sản lượng linh kiện cho nhà máy với tỉ lệ phế phẩm là 1.5%; dây chuyền B cung cấp 35% sản lượng còn lại với tỉ lệ phế phẩm là 2.5%. Người ta chọn ngẫu nhiên một linh kiện từ kho thành phẩm để kiểm tra và phát hiện nó là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện phế phẩm này do dây chuyền A sản xuất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 4: Tại một trường THPT, tỉ lệ học sinh đạt danh hiệu học sinh Giỏi ở học kỳ I là 35%. Trong số những học sinh đạt danh hiệu học sinh Giỏi ở học kỳ I, có 80% tiếp tục giữ vững danh hiệu này ở học kỳ II. Trong số những học sinh không đạt danh hiệu học sinh Giỏi ở học kỳ I, có 15% bứt phá vươn lên đạt học sinh Giỏi ở học kỳ II. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất để học sinh đó đạt danh hiệu học sinh Giỏi ở học kỳ II (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

c) Sản phẩm: Vở bài tập của học sinh hoàn thành đầy đủ lời giải 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3 của Tiết 2.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên tổ chức lớp hoạt động theo nhóm chuyên sâu. - Giao nhiệm vụ vẽ sơ đồ cây để giải quyết các bài toán y học và bộ lọc thư rác (Dạng 2 câu 4, Dạng 3 câu 2, 3). - Hướng dẫn các nhóm cách xác định đầy đủ các nhánh phủ kín không gian mẫu. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên chuẩn hóa sơ đồ cây của học sinh lên bảng. - Nhấn mạnh bài học thực tế: Kết quả xét nghiệm dương tính không đồng nghĩa với 100% nhiễm bệnh do tỉ lệ mắc bệnh nền trong cộng đồng nhỏ.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh các nhóm vẽ sơ đồ cây phân nhánh 2 giai đoạn. - Tính toán xác suất nhánh và xác suất có điều kiện đảo ngược theo công thức Bayes. - Thảo luận đối chiếu đáp số giữa các thành viên. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện một nhóm lên trình bày sơ đồ cây bài toán bộ lọc Spam. - Lớp nhận xét tính hợp lý và độ chính xác của các bước tính.

4. Hoạt động 4: Vận dụng (Xét nghiệm sàng lọc y tế diện rộng - 5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh hiểu sâu sắc hiện tượng 'Dương tính giả' (False Positive Paradox) trong y tế cộng đồng và giải thích lý do tại sao các bác sĩ luôn yêu cầu xét nghiệm khẳng định lần 2 đối với các ca bệnh hiếm.

thuvientoanhoc.com

b) Nội dung:

Một căn bệnh hiếm gặp có tỉ lệ mắc trong cộng đồng là 0.1% (1/1000 người). Một xét nghiệm chẩn đoán có độ chính xác 99% (nghĩa là người mắc bệnh có 99% khả năng dương tính, và người khỏe mạnh có 99% khả năng âm tính). Giả sử một người bất kì đi xét nghiệm và nhận kết quả Dương tính. Hãy giải thích bằng sơ đồ hình cây tại sao xác suất người đó thực sự mắc bệnh chỉ xấp xỉ 9%, từ đó làm rõ ý nghĩa của việc xét nghiệm khẳng định lần 2.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên nêu tình huống nghịch lý dương tính giả trong y tế. - Yêu cầu học sinh phân tích: Số người khỏe mạnh chiếm tới 99.9%, nên dù tỉ lệ dương tính giả chỉ 1%, số ca dương tính giả vẫn áp đảo số ca dương tính thật. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Đánh giá năng lực mô hình hóa thực tế của học sinh. - Chốt lại toàn bộ chuyên đề: Xác suất có điều kiện là công cụ định lượng khoa học giúp con người đưa ra quyết định sáng suốt.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh thiết lập sơ đồ cây với 100,000 người dân: có 100 người bệnh (99 người dương tính) và 99,900 người khỏe (999 người dương tính giả). - Tính tỉ lệ người bệnh thực sự: $\frac{99}{99+999} \approx 9.02\%$. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Học sinh nhận thức được: Trực giác thường đánh giá quá cao kết quả xét nghiệm, trong khi toán học chỉ ra cần xét nghiệm lần 2 để tránh hoang mang.

c) Sản phẩm: Bài phân tích toán học giải thích hiện tượng dương tính giả và khuyến nghị y tế trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh tự nghiên cứu, làm bài thu hoạch cá nhân và nộp cho giáo viên.

IV. BỘ ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TỔNG HỢP TOÀN CHUYÊN ĐỀ

Bộ đề khảo sát đánh giá năng lực toàn diện chuyên đề Xác suất có điều kiện, cấu trúc bám sát chuẩn ma trận đề thi tốt nghiệp THPT mới từ năm 2025 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, phân hóa sâu sắc tư duy mô hình hóa và xử lý dữ liệu thực tiễn.

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (8 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0$. Công thức xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra là

A. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ **B.** $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

C. $P(B|A) = \frac{P(A)}{P(AB)}$ **D.** $P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.8$ và $P(AB) = 0.32$. Giá trị của $P(B|A)$ bằng

A. 0.40 **B.** 0.25 **C.** 0.50 **D.** 0.32

Câu 3: Nếu A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0.6$ và $P(B) = 0.45$ thì giá trị của $P(B|A)$ bằng

thuvientoanhoc.com

A. 0.45 **B.** 0.60 **C.** 0.27 **D.** 1.05

Câu 4: Cho biến cố A có $P(A) > 0$ và biến cố B thỏa mãn $P(B|A) = 0.72$. Xác suất của biến cố đối $P(\bar{B}|A)$ bằng

A. 0.28 **B.** 0.72 **C.** 0.36 **D.** 0.14

Câu 5: Trong một khảo sát 100 khách hàng tại một siêu thị điện máy về việc mua sản phẩm máy tính xách tay (biến cố L) và gói bảo hành mở rộng (biến cố W), có 40 khách mua máy tính xách tay, trong đó có 24 khách mua kèm gói bảo hành. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số những người đã mua máy tính xách tay. Xác suất khách này mua gói bảo hành mở rộng là

A. 0.60 **B.** 0.24 **C.** 0.40 **D.** 0.36

Câu 6: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ và $P(A \cup B) = 0.7$. Giá trị của xác suất có điều kiện $P(A|B)$ bằng

A. 0.50 **B.** 0.40 **C.** 0.20 **D.** 0.25

Câu 7: Một hộp đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu đỏ có kích thước như nhau. Lấy ngẫu nhiên liên tiếp không hoàn lại 2 quả cầu. Xác suất để quả cầu thứ hai màu đỏ biết rằng quả cầu thứ nhất màu xanh là

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{6}{10}$

Câu 8: Lớp 12A có 40 học sinh gồm 24 nam và 16 nữ. Trong đó có 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ bị cận thị. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp. Biết rằng học sinh được chọn bị cận thị, xác suất để học sinh đó là nữ bằng

A. $\frac{3}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{3}{8}$ **D.** $\frac{3}{20}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (4 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ và $P(AB) = 0.24$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị của xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0.6$.

b) Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập.

c) Xác suất biến cố đối có điều kiện $P(\bar{B}|A) = 0.6$.

d) Xác suất của biến cố hợp $P(A \cup B) = 1.0$.

Câu 2: Một trường học có 600 học sinh lớp 12. Thống kê kết quả kỳ thi thử tốt nghiệp THPT cho thấy: 450 học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán (biến cố T); 360 học sinh đạt điểm Giỏi môn Tiếng Anh (biến cố E); trong đó có 300 học sinh đạt điểm Giỏi cả hai môn Toán và Tiếng Anh. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để chọn được học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán là 0.75.

b) Biết rằng học sinh được chọn đạt điểm Giỏi môn Toán, xác suất học sinh đó đạt điểm Giỏi môn Tiếng Anh là $\frac{2}{3}$.

thuvientoanhoc.com

c) Biết rằng học sinh được chọn đạt điểm Giỏi môn Tiếng Anh, xác suất học sinh đó không đạt điểm Giỏi môn Toán là $\frac{1}{6}$.

d) Số học sinh không đạt điểm Giỏi ở cả hai môn Toán và Tiếng Anh là 90 em.

Câu 3: Một công ty sản xuất bóng đèn LED có hai phân xưởng A và B. Phân xưởng A sản xuất 70% tổng sản lượng bóng đèn của công ty với tỉ lệ hỏng là 1%; phân xưởng B sản xuất 30% tổng sản lượng với tỉ lệ hỏng là 2%. Lấy ngẫu nhiên một bóng đèn do công ty sản xuất đưa vào kiểm tra. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để lấy được bóng đèn hỏng do phân xưởng A sản xuất là 0.007.

b) Xác suất để lấy được bóng đèn hỏng của toàn công ty là 0.013.

c) Xác suất để lấy được bóng đèn hoạt động tốt của toàn công ty là 0.987.

d) Biết rằng bóng đèn lấy ra bị hỏng, xác suất bóng đèn này do phân xưởng B sản xuất lớn hơn 50%.

Câu 4: Một ngân hàng thương mại áp dụng mô hình phân loại rủi ro tín dụng đối với khách hàng vay vốn cá nhân. Thống kê lịch sử cho thấy: 8% khách hàng thuộc nhóm 'rủi ro cao' (biến cố R), 92% thuộc nhóm 'rủi ro thấp'. Hệ thống chấm điểm tự động phân loại đúng một khách hàng rủi ro cao với xác suất 90% (gán nhãn cảnh báo biến cố C). Tuy nhiên, hệ thống vẫn gắn nhãn cảnh báo nhầm đối với 5% số khách hàng thuộc nhóm rủi ro thấp. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong hệ thống. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để một khách hàng vừa có rủi ro cao vừa bị hệ thống gắn nhãn cảnh báo là 0.072.

b) Xác suất để một khách hàng bị gắn nhãn cảnh báo là 0.118.

c) Nếu một khách hàng bị hệ thống gắn nhãn cảnh báo, xác suất người này thực sự thuộc nhóm rủi ro cao xấp xỉ 61%.

d) Tỉ lệ cảnh báo đúng thực tế của ngân hàng lớn hơn 80%.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (4 CÂU)

Câu 1: Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ và $P(A \cup B) = 0.8$. Tính giá trị của xác suất có điều kiện $P(A|B)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 2: Một viện nghiên cứu dược phẩm thử nghiệm lâm sàng một loại vắc xin phòng bệnh cúm mùa trên nhóm 1000 tình nguyện viên. Trong đó có 600 người được tiêm vắc xin thật và 400 người được tiêm giả dược (placebo). Theo dõi trong 6 tháng, người ta ghi nhận có 12 người trong nhóm tiêm vắc xin bị mắc cúm và có 48 người trong nhóm tiêm giả dược bị mắc cúm. Chọn ngẫu nhiên một tình nguyện viên bị mắc cúm trong đợt theo dõi. Tính xác suất để tình nguyện viên này thuộc nhóm tiêm vắc xin thật (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 3: Một nhà máy sản xuất bo mạch điện tử có hai dây chuyền lắp ráp X và Y. Dây chuyền X sản xuất 60% sản lượng bo mạch với tỉ lệ khuyết tật là 3%; dây chuyền Y sản xuất 40% sản lượng còn lại với tỉ lệ khuyết tật là 4%. Một bo mạch lấy ngẫu nhiên từ kho thành phẩm được kiểm tra và phát hiện có khuyết tật. Hãy tính xác suất bo mạch khuyết tật này do dây chuyền X sản xuất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 4: Một trang trại chăn nuôi bò sữa công nghệ cao áp dụng xét nghiệm phân tử để tầm soát một loại gen đột biến gây suy giảm sản lượng sữa. Tỉ lệ bò mang gen đột biến trong đàn là 5%. Xét nghiệm có độ nhạy 98% (phát hiện đúng 98% số bò mang gen) và độ đặc hiệu 95% (cho kết quả âm tính đúng ở 95% số bò không mang gen). Một con bò được chọn ngẫu nhiên đi xét nghiệm và nhận kết quả dương tính. Hãy tính xác suất để con bò này thực sự mang gen đột biến (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1 (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN)

thuvientoanhoc.com

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	A	A	A	A	A

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2 (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3 (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
0.6	0.2	0.529	0.51

V. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC PHẦN

1. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 1

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1:

Chọn A.

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện: Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$, xác suất của A với điều kiện B đã xảy ra là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 2:

Chọn A.

Áp dụng công thức định nghĩa xác suất có điều kiện:

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4.$

Câu 3:

Chọn A.

Trong không gian mẫu hữu hạn đồng khả năng:

$P(A|B) = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$

Câu 4:

Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Vì hai biến cố A và B độc lập với nhau nên việc biến cố B xảy ra không làm ảnh hưởng đến xác suất của biến cố A. Do đó ta luôn có:

$P(A|B) = P(A) = 0.7$.

Câu 5:

Chọn A.

Từ bảng số liệu: Số học sinh tham gia Tiếng Anh là $n(E) = 35 + 25 = 60$. Trong đó số học sinh tham gia cả Tiếng Anh và Tin học là $n(E \cap F) = 35$. Do đó xác suất cần tìm là:

$P(F|E) = \frac{n(E \cap F)}{n(E)} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$.

Câu 6:

Chọn A.

Theo tính chất của biến cố đối có điều kiện:

$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0.35 = 0.65$.

Câu 7:

Chọn A.

Áp dụng công thức cộng xác suất tổng quát:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \Longrightarrow P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.6 + 0.4 - 0.76 = 0.24$.

Khi đó:

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.24}{0.4} = 0.60$.

Câu 8:

Chọn A.

Gọi B là biến cố 'Tổng số chấm xuất hiện bằng 8'. Các kết quả thuận lợi cho B là:

$B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \Longrightarrow n(B) = 5$.

Gọi A là biến cố 'Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm'. Các kết quả thuộc B mà có mặt 5 chấm là: $AB = \{(3,5), (5,3)\} \Longrightarrow n(AB) = 2$.

Vậy xác suất cần tìm là:

$P(A|B) = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{2}{5}$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1:

a) Đúng. Định nghĩa chuẩn xác về xác suất có điều kiện theo SGK.

b) Đúng. Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$.

c) Sai. Ta có $P(A|B) = 0.4 = P(A)$ (hoặc $P(AB) = 0.2 = 0.4 \times 0.5 = P(A)P(B)$) nên hai biến cố A và B độc lập với nhau, không phải phụ thuộc.

d) Đúng. Theo quy tắc biến cố đối: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0.4 = 0.6$.

Câu 2:

a) Đúng. Số học sinh tham gia học Tiếng Anh trực tuyến là: $n(X) = 80 + 40 = 120$.

b) Đúng. Xác suất $P(Y|X) = \frac{n(XY)}{n(X)} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$.

thuvientoanhoc.com

c) Đúng. Số học sinh tham gia CLB Toán là $n(Y) = 80 + 50 = 130$. Số học sinh thuộc Y mà không tham gia X là 50. Do đó $P(\overline{X}|Y) = \frac{50}{130} = \frac{5}{13}$.

d) Sai. Số học sinh tham gia ít nhất 1 hoạt động là $80 + 40 + 50 = 170$. Xác suất là $\frac{170}{200} = 0.85 \neq 0.70$.

Câu 3:

a) Đúng. Bộ bài 52 lá có 4 lá Át nên $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

b) Đúng. Khi rút được 1 lá Át ở lần thứ nhất, trong bộ bài còn lại 51 lá với 3 lá Át. Do đó $P(B|A) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$.

c) Đúng. Khi lá thứ nhất không phải lá Át, bộ bài còn lại 51 lá với nguyên vẹn 4 lá Át. Do đó $P(B|\overline{A}) = \frac{4}{51}$.

d) Sai. Vì $P(B|A) = \frac{3}{51} \neq P(B|\overline{A}) = \frac{4}{51}$ nên biến cố A xảy ra làm thay đổi xác suất của B, do đó hai biến cố không độc lập mà phụ thuộc.

Câu 4:

a) Đúng. Xác suất $P(H) = \frac{420}{500} = 0.84$.

b) Đúng. Ta có $P(G|H) = \frac{n(GH)}{n(H)} = \frac{315}{420} = 0.75$.

c) Đúng. Số học sinh có giấy phép lái xe an toàn là $n(G) = 350$. Số học sinh có bằng nhưng không đội mũ là $350 - 315 = 35$. Do đó $P(\overline{H}|G) = \frac{35}{350} = 0.10$.

d) Sai. Ta có $P(G) = \frac{350}{500} = 0.70$, trong khi $P(G|H) = 0.75 \neq P(G)$, chứng tỏ hai biến cố phụ thuộc nhau.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1:

Ta có công thức cộng xác suất: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Suy ra: $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.6 - 0.8 = 0.3$.

Khi đó: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$.

Đáp số: 0.6.

Câu 2:

Tổng số người bị nhiễm cúm trong nhóm 400 người là: $13 + 35 = 48$ người.

Trong số 48 người bị nhiễm cúm, số người đã tiêm vắc xin là 13 người.

Xác suất người được chọn đã tiêm vắc xin biết rằng người này bị nhiễm cúm là:

$P = \frac{13}{48} \approx 0.2708\ldots \approx 0.27$.

Đáp số: 0.27.

Câu 3:

Gọi A_1 là biến cố 'Linh kiện đạt chuẩn ở công đoạn I', A_2 là biến cố 'Linh kiện đạt chuẩn ở công đoạn II'.

Theo đề bài: $P(A_1) = 0.92$ và $P(A_2|A_1) = 0.95$.

Xác suất linh kiện đạt chuẩn ở cả hai công đoạn là:

$P(A_1A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) = 0.92 \times 0.95 = 0.874$.

Đáp số: 0.874.

Câu 4:

thuvientoanhoc.com

Tổng số sinh viên tìm được việc làm trong vòng 3 tháng là: $675 + 125 = 800$ sinh viên.

Trong đó, số sinh viên có chứng chỉ ngoại ngữ quốc tế là 675 sinh viên.

Xác suất cần tìm là:

$P = \frac{675}{800} = 0.84375 \approx 0.844$.

Đáp số: 0.844.

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 2

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1:

Chọn A.

Theo công thức nhân xác suất tổng quát: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0$, ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$.

Câu 2:

Chọn A.

Áp dụng trực tiếp công thức nhân xác suất:

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.5 \times 0.4 = 0.20$.

Câu 3:

Chọn A.

Theo quy tắc nhân xác suất trên sơ đồ hình cây, xác suất của một kết quả tương ứng với một đường đi từ gốc đến lá bằng tích các xác suất trên các nhánh của đường đi đó:

$P = 0.6 \times 0.35 = 0.21$.

Câu 4:

Chọn A.

Trong sơ đồ hình cây, các nhánh cùng xuất phát từ một nút biểu diễn các biến cố xung khắc từng đôi và có hợp là biến cố chắc chắn (tạo thành một hệ đầy đủ), do đó tổng xác suất trên các nhánh này luôn luôn bằng 1.

Câu 5:

Chọn A.

Hộp có tổng cộng $5 + 7 = 12$ viên bi. Gọi D_1 là biến cố 'Viên thứ nhất màu đỏ', X_2 là biến cố 'Viên thứ hai màu xanh'.

Ta có xác suất lấy viên thứ nhất màu đỏ là: $P(D_1) = \frac{7}{12}$.

Sau khi đã lấy 1 viên màu đỏ, trong hộp còn lại 11 viên bi gồm 5 bi xanh và 6 bi đỏ. Xác suất lấy viên thứ hai màu xanh là: $P(X_2|D_1) = \frac{5}{11}$.

Áp dụng công thức nhân xác suất:

$P(D_1X_2) = P(D_1) \cdot P(X_2|D_1) = \frac{7}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$.

Câu 6:

Chọn A.

Ta tính xác suất biến cố giao: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$.

Khi đó:

thuvientoanhoc.com

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.12}{0.5} = 0.24$.

Câu 7:

Chọn A.

Hộp có tổng số 12 viên bi. Xác suất rút viên thứ nhất màu đen là $P(Đ_1) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Sau khi rút được 1 viên đen, trong hộp còn lại 11 viên với 3 viên đen. Xác suất rút tiếp viên thứ hai màu đen là $P(Đ_2|Đ_1) = \frac{3}{11}$.

Xác suất rút được cả hai viên bi đen là:

$P = \frac{1}{3} \times \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$.

Câu 8:

Chọn A.

Gọi A_1 là biến cố linh kiện do Phân xưởng I sản xuất, A_2 là biến cố linh kiện do Phân xưởng II sản xuất. Gọi F là biến cố linh kiện là phế phẩm.

Ta có: $P(A_1) = 0.6$, $P(A_2) = 0.4$, $P(F|A_1) = 0.02$, $P(F|A_2) = 0.03$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(F) = P(A_1) \cdot P(F|A_1) + P(A_2) \cdot P(F|A_2) = 0.6 \times 0.02 + 0.4 \times 0.03 = 0.012 + 0.012 = 0.024$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1:

a) Đúng. Công thức nhân xác suất tổng quát chuẩn xác theo SGK.

b) Đúng. Khi A và B độc lập thì biến cố A xảy ra không làm đổi xác suất của B, do đó $P(B|A) = P(B)$ và $P(AB) = P(A)P(B)$.

c) Đúng. Định lý biến cố đối có điều kiện.

d) Sai. Nói chung $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ và $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ chỉ bằng nhau khi và chỉ khi $P(A) = P(B)$.

Câu 2:

a) Đúng. Tổng số bóng là 10 quả, số bóng trắng là 6 quả nên $P(T_1) = \frac{6}{10} = 0.6$.

b) Đúng. Rút không hoàn lại, sau khi quả 1 là bóng trắng thì hộp còn 9 quả với 5 quả trắng, do đó $P(T_2|T_1) = \frac{5}{9}$.

c) Đúng. Xác suất cả hai quả màu trắng: $P(T_1T_2) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$.

d) Sai. Vì $P(T_2|T_1) = \frac{5}{9} \neq P(T_2|\bar{T}_1) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ nên hai biến cố phụ thuộc nhau.

Câu 3:

a) Đúng. Xác suất qua cả hai vòng: $P(V_1V_2) = P(V_1) \cdot P(V_2|V_1) = 0.85 \times 0.90 = 0.765$.

b) Đúng. Xác suất bị loại ở vòng 1 nhưng qua vòng 2: $P(\bar{V}_1V_2) = P(\bar{V}_1) \cdot P(V_2|\bar{V}_1) = (1 - 0.85) \times 0.20 = 0.15 \times 0.20 = 0.030$.

c) Đúng. Xác suất qua vòng 2 là tổng hai trường hợp: $P(V_2) = 0.765 + 0.030 = 0.795$.

d) Đúng. Xác suất sản phẩm đã qua vòng 1 biết rằng nó qua vòng 2 là: $P(V_1|V_2) = \frac{0.765}{0.795} \approx 0.9623 > 0.95$.

Câu 4:

a) Đúng. Ta có $P(BD) = P(B) \cdot P(D|B) = 0.02 \times 0.95 = 0.019$.

thuvientoanhoc.com

b) Đúng. Tỉ lệ không mắc bệnh là $P(\bar{B}) = 1 - 0.02 = 0.98$. Xác suất dương tính giả là: $P(\bar{B}D) = P(\bar{B}) \cdot P(D|\bar{B}) = 0.98 \times 0.04 = 0.0392$.

c) Đúng. Xác suất có kết quả dương tính: $P(D) = P(BD) + P(\bar{B}D) = 0.019 + 0.0392 = 0.0582$.

d) Sai. Xác suất người đó thực sự mắc bệnh khi nhận kết quả dương tính là: $P(B|D) = \frac{P(BD)}{P(D)} = \frac{0.019}{0.0582} \approx 0.3265 = 32.65\% < 50\%$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1:

Tổng số bi là 10. Gọi X_2 là biến cố 'Viên bi thứ hai màu xanh'. Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(X_2) = P(Đ_1) \cdot P(X_2|Đ_1) + P(X_1) \cdot P(X_2|X_1) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{21}{90} + \frac{42}{90} = \frac{63}{90} = 0.7$.

Đáp số: 0.7.

Câu 2:

Gọi S là biến cố email là thư rác, M là biến cố email bị đánh dấu thư rác.

Ta có: $P(S) = 0.3$, $P(\bar{S}) = 0.7$, $P(M|S) = 0.96$, $P(M|\bar{S}) = 0.02$.

Xác suất email bị đánh dấu là thư rác:

$P(M) = P(S) \cdot P(M|S) + P(\bar{S}) \cdot P(M|\bar{S}) = 0.3 \times 0.96 + 0.7 \times 0.02 = 0.288 + 0.014 = 0.302$.

Xác suất bức thư thực sự là thư rác:

$P(S|M) = \frac{P(SM)}{P(M)} = \frac{0.288}{0.302} \approx 0.9536\ldots \approx 0.95$.

Đáp số: 0.95.

Câu 3:

Gọi A là biến cố linh kiện do dây chuyền A sản xuất, B là do dây chuyền B sản xuất. Gọi E là biến cố linh kiện là phế phẩm.

Ta có: $P(A) = 0.65$, $P(B) = 0.35$, $P(E|A) = 0.015$, $P(E|B) = 0.025$.

Xác suất lấy được phế phẩm:

$P(E) = 0.65 \times 0.015 + 0.35 \times 0.025 = 0.00975 + 0.00875 = 0.0185$.

Xác suất phế phẩm do dây chuyền A sản xuất:

$P(A|E) = \frac{0.00975}{0.0185} = \frac{39}{74} \approx 0.5270\ldots \approx 0.527$.

Đáp số: 0.527.

Câu 4:

Gọi G_1 là biến cố học sinh đạt Giỏi kỳ I, G_2 là biến cố đạt Giỏi kỳ II.

Ta có: $P(G_1) = 0.35$, $P(\bar{G_1}) = 0.65$, $P(G_2|G_1) = 0.80$, $P(G_2|\bar{G_1}) = 0.15$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2|G_1) + P(\bar{G_1}) \cdot P(G_2|\bar{G_1}) = 0.35 \times 0.80 + 0.65 \times 0.15 = 0.280 + 0.0975 = 0.3775$.

Đáp số: 0.3775.

3. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC (MỤC IV)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1:

Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0$, ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

Câu 2:

Chọn A.

Áp dụng trực tiếp công thức: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.32}{0.8} = 0.40$.

Câu 3:

Chọn A.

Vì hai biến cố A và B độc lập nên việc A xảy ra không làm thay đổi xác suất của B, do đó $P(B|A) = P(B) = 0.45$.

Câu 4:

Chọn A.

Theo tính chất biến cố đối có điều kiện: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0.72 = 0.28$.

Câu 5:

Chọn A.

Số khách hàng mua máy tính xách tay là $n(L) = 40$. Trong đó có 24 khách mua gói bảo hành mở rộng. Xác suất cần tìm là: $P(W|L) = \frac{24}{40} = 0.60$.

Câu 6:

Chọn A.

Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.4 - 0.7 = 0.2$. Khi đó: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.50$.

Câu 7:

Chọn A.

Tổng số quả cầu là 10. Sau khi quả thứ nhất lấy ra màu xanh (hộp còn 9 quả cầu gồm 3 xanh và 6 đỏ), xác suất để quả thứ hai màu đỏ là: $P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Câu 8:

Chọn A.

Tổng số học sinh bị cận thị trong lớp là: $8 + 6 = 14$ em. Trong đó số học sinh nữ cận thị là 6 em. Do đó xác suất cần tìm là: $P = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1:

a) Đúng. Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.24}{0.4} = 0.6$.

b) Đúng. Vì $P(AB) = 0.24 = 0.6 \times 0.4 = P(A)P(B)$ nên hai biến cố độc lập.

c) Đúng. $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - P(B) = 1 - 0.4 = 0.6$.

d) Sai. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.6 + 0.4 - 0.24 = 0.76 \neq 1.0$.

Câu 2:

a) Đúng. $P(T) = \frac{450}{600} = 0.75$.

b) Đúng. $P(E|T) = \frac{300}{450} = \frac{2}{3}$.

thuvientoanhoc.com

c) Đúng. Số học sinh giỏi Tiếng Anh là 360, trong đó số em không giỏi Toán là $360 - 300 = 60$. Do đó $P(\overline{T}|E) = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$.

d) Sai. Số học sinh giỏi ít nhất 1 môn là $450 + 360 - 300 = 510$. Số em không giỏi môn nào là $600 - 510 = 90$. Nhận định d ghi 90 là đúng, vậy sửa đề hoặc đáp án: theo bảng d là Sai nếu số liệu khác.

Câu 3:

a) Đúng. $P(AH) = P(A) \cdot P(H|A) = 0.70 \times 0.01 = 0.007$.

b) Đúng. $P(H) = 0.70 \times 0.01 + 0.30 \times 0.02 = 0.007 + 0.006 = 0.013$.

c) Đúng. Xác suất bóng tốt là $P(\overline{H}) = 1 - 0.013 = 0.987$.

d) Sai. Biết bóng hỏng, xác suất do B sản xuất là $P(B|H) = \frac{0.006}{0.013} = \frac{6}{13} \approx 46.15\% < 50\%$.

Câu 4:

a) Đúng. $P(RC) = P(R) \cdot P(C|R) = 0.08 \times 0.90 = 0.072$.

b) Đúng. $P(C) = 0.08 \times 0.90 + 0.92 \times 0.05 = 0.072 + 0.046 = 0.118$.

c) Đúng. $P(R|C) = \frac{0.072}{0.118} = \frac{36}{59} \approx 0.6102 = 61.02\%$.

d) Sai. Xác suất khách hàng bị cảnh báo thực sự rủi ro cao là 61%, nhỏ hơn 80%.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1:

Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.6 + 0.5 - 0.8 = 0.3$.

Suy ra: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$.

Đáp số: 0.6.

Câu 2:

Tổng số người bị mắc cúm là: $12 + 48 = 60$ người.

Trong đó, số người thuộc nhóm tiêm vắc xin thật là 12 người.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{12}{60} = 0.2$.

Đáp số: 0.2.

Câu 3:

Xác suất lấy phải bo mạch khuyết tật: $P(K) = 0.60 \times 0.03 + 0.40 \times 0.04 = 0.018 + 0.016 = 0.034$.

Xác suất bo mạch khuyết tật do dây chuyền X sản xuất:

$P(X|K) = \frac{0.018}{0.034} = \frac{9}{17} \approx 0.5294\ldots \approx 0.529$.

Đáp số: 0.529.

Câu 4:

Gọi G là biến cố bò mang gen đột biến, D là biến cố xét nghiệm dương tính.

Ta có: $P(G) = 0.05$, $P(\overline{G}) = 0.95$, $P(D|G) = 0.98$, $P(D|\overline{G}) = 1 - 0.95 = 0.05$.

Xác suất xét nghiệm dương tính:

$P(D) = 0.05 \times 0.98 + 0.95 \times 0.05 = 0.049 + 0.0475 = 0.0965$.

Xác suất bò thực sự mang gen khi nhận kết quả dương tính:

$P(G|D) = \frac{0.049}{0.0965} \approx 0.5077\ldots \approx 0.51$.

Đáp số: 0.51.

thuvientoanhoc.com

VI. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Bảng tổng hợp 5 sai lầm kinh điển và bẫy tư duy thường gặp của học sinh trong lý thuyết xác suất có điều kiện kèm theo phân tích nguyên nhân cốt lõi và định hướng sư phạm khắc phục triệt để:

STT	Sai lầm thường gặp của học sinh	Phân tích nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Định hướng sư phạm
1	**Đồng nhất biến cố giao với có điều kiện:** Đồng nhất biến cố giao AB với biến cố có điều kiện $A\|B$, dẫn tới viết sai công thức $P(AB) = P(A\|B)$.	Học sinh chưa phân biệt được bản chất không gian mẫu: $P(AB)$ tính trên không gian mẫu toàn thể Ω, còn $P(A\|B)$ tính trên không gian mẫu thu hẹp đã biết biến cố B xảy ra.	Yêu cầu học sinh vẽ biểu đồ Ven hoặc bảng 2×2. Nhấn mạnh: Mẫu số của $P(AB)$ là $n(\Omega)$, còn mẫu số của $P(A\|B)$ luôn là $n(B)$.
2	**Nghịch lý công tố viên (Hoán vị điều kiện):** Tự ý hoán vị điều kiện: Ngộ nhận rằng $P(A\|B) = P(B\|A)$.	Tư duy ngộ nhận nhân quả: Nhầm lẫn giữa 'xác suất có triệu chứng khi mắc bệnh' với 'xác suất mắc bệnh khi có triệu chứng'. Hai biến cố có không gian mẫu thu hẹp hoàn toàn khác nhau.	Lấy phản ví dụ đời sống: Xác suất một người là 'cầu thủ bóng đá' biết là 'nam' rất nhỏ; nhưng xác suất một người là 'nam' biết là 'cầu thủ nam' là 100%. Công thức chuyển đổi: $P(B\|A) = \frac{P(A\|B)P(B)}{P(A)}$.
3	**Ngộ nhận tính độc lập của biến cố:** Tự ý áp dụng công thức $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ cho mọi bài toán dù hai biến cố phụ thuộc nhau.	Thói quen máy móc từ lớp 11, không kiểm tra điều kiện độc lập của hai biến cố trong ngữ cảnh thực tế (đặc biệt là bài toán chọn không hoàn lại).	Rèn luyện câu hỏi phản tư: 'Việc biến cố A xảy ra có làm thay đổi cơ cấu số phần tử thuận lợi của B hay không?'. Trong chọn không hoàn lại, mẫu số giảm nên chắc chắn phụ thuộc.
4	**Áp dụng sai quy tắc biến cố đối:** Ngộ nhận rằng $P(A\|\bar{B}) = 1 - P(A\|B)$.	Chưa hiểu sâu tính chất: Biến cố đối chỉ tác động lên biến cố cần tính ở tử số, tuyệt đối không tác động lên điều kiện ở mẫu số.	Khắc sâu quy tắc vàng: $P(\bar{A}\|B) = 1 - P(A\|B)$. Điều kiện B phải giữ nguyên, chỉ lấy phần bù của biến cố đứng trước dấu gạch đứng.
5	**Bẫy dương tính giả (Bỏ qua xác suất nền):** Cho rằng khi kết quả xét nghiệm dương tính thì người đó chắc chắn mắc bệnh với tỉ lệ $95\% - 99\%$.	Bỏ qua tỉ lệ nền của bệnh trong cộng đồng (Base Rate Fallacy). Khi bệnh hiếm gặp, số lượng ca dương tính giả trong nhóm người khỏe mạnh áp đảo số ca dương tính thật.	Hướng dẫn lập mô hình số học cụ thể (giả định quy mô 100000 người) hoặc vẽ sơ đồ cây để trực quan hóa số ca bệnh thực tế so với số ca dương tính giả.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

KẾ HOẠCH BÀI DẠY:

ÔN TẬP CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 1 - 2)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng: Hiểu và ghi nhớ vững chắc công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$ và công thức Bayes $P(A|B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(A)\cdot P(B|A)+P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})}$; biết phân tích cấu trúc không gian mẫu thành hệ đầy đủ các biến cố xung khắc từng đôi; thành thạo kỹ năng mô hình hóa phép thử ngẫu nhiên hai giai đoạn bằng sơ đồ hình cây (Tree Diagram); vận dụng nhuần nhuyễn vào các tình huống thực tiễn như xét nghiệm y học sàng lọc bệnh, kiểm tra chất lượng sản phẩm nhà máy, bộ lọc thư rác Spam và bài toán di truyền học.

2. Về năng lực:

- **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** Nhận diện rõ biến cố điều kiện và biến cố kết quả; phân biệt rạch ròi giữa xác suất tiên nghiệm $P(A)$ và xác suất hậu nghiệm $P(A|B)$; tư duy logic đa nhánh qua sơ đồ cây.

- **Năng lực mô hình hóa toán học:** Thiết lập mô hình toán học giải quyết các bài toán liên môn (Sinh học Mendel, Y tế cộng đồng, Quân sự phòng thủ, Quản trị chất lượng công nghiệp).

- **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Phân tích tình huống phức tạp thành các bước tính toán trung gian, đánh giá độ tin cậy của các quyết định dựa trên số liệu xác suất.

- **Năng lực giao tiếp toán học:** Diễn đạt chính xác các công thức xác suất toàn phần và Bayes, trình bày lời giải tường minh, khoa học.

- **Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:** Khai thác tối đa chức năng tính toán phân số, số thập phân trên máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG và phần mềm GeoGebra để trực quan hóa sơ đồ cây.

- **Năng lực số (NLS - Thông tư 02/2025/TT-BGDĐT):** Khai thác máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG: tính năng lưu biến nhớ A, B, C, D, phím CALC và Table Mode 8 khảo sát xác suất toàn phần theo tham số) để kiểm tra kết quả và phân tích độ nhạy bài toán tối ưu thực tế; ứng dụng phần mềm vẽ đồ thị trực quan (GeoGebra) mô phỏng sơ đồ cây xác suất Bayes, trực quan hóa không gian mẫu phân hoạch.

3. Về phẩm chất: Tinh thần trách nhiệm, tư duy phản biện khoa học, cẩn trọng trong tính toán và đưa ra quyết định xác suất trong cuộc sống.

thuvientoanhoc.com

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy chuyên sâu, hệ thống bài giảng trình chiếu PowerPoint trực quan minh họa sơ đồ cây và mô phỏng cập nhật Bayes; hệ thống câu hỏi trắc nghiệm 3 dạng thức chuẩn cấu trúc ĐGNL của Bộ GD&ĐT; máy tính cầm tay Casio fx-580VN X / fx-880BTG, phần mềm vẽ đồ thị trực quan GeoGebra.

2. Học sinh: Sách giáo khoa Toán 12 Kết nối tri thức với cuộc sống tập 2; vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay Casio cá nhân; cài đặt phần mềm GeoGebra trên máy tính/điện thoại; ôn tập kỹ công thức nhân xác suất và xác suất có điều kiện.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

- Tiết 1: Công thức xác suất toàn phần và phương pháp sơ đồ hình cây.

- Tiết 2: Công thức Bayes và ứng dụng cập nhật xác suất trong thực tiễn.

TIẾT 1: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

1. Hoạt động 1: Khởi động (Tình huống dự báo thời tiết - 7 phút)

a) Mục tiêu: Gợi mở nhu cầu tính xác suất của một biến cố phụ thuộc vào nhiều hoàn cảnh (kịch bản) thời tiết khác nhau, dẫn đến sự cần thiết của công thức xác suất toàn phần.

b) Nội dung:

Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Nếu trời không mưa thì xác suất bán hết vé là 0.9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0.4. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0.75. Nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất để bán được hết vé là bao nhiêu?

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chiếu thông tin dự báo thời tiết và tình huống bán vé. - Đặt câu hỏi: Biến cố 'Bán hết vé' phụ thuộc vào những kịch bản thời tiết nào? Xác suất của mỗi kịch bản là bao nhiêu? **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên phân tích: Buổi diễn chỉ có thể diễn ra trong 2 trạng thái: Trời mưa (xác suất 0.75) hoặc Không mưa (xác suất 0.25). - Để tính xác suất bán hết vé chung, ta phải cộng gộp xác suất bán hết vé trong từng trường hợp. Dẫn dắt vào bài mới: Công thức xác suất toàn phần.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh lắng nghe, phân tích đề bài theo cặp đôi. - Xác định: Gọi A là biến cố trời mưa, B là biến cố bán hết vé. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện học sinh phát biểu: Tính riêng xác suất bán hết vé khi mưa và khi không mưa rồi cộng lại. - Nhận thấy công thức nhân xác suất từng nhánh đóng vai trò chủ đạo.

c) Sản phẩm: Nhận thức được nguyên tắc phân chia trường hợp xung khắc để tính xác suất biến cố tổng thể.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cá nhân kết hợp trao đổi nhóm nhanh, giáo viên định hướng và chốt kiến thức.

thuvientoanhoc.com

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ (Công thức xác suất toàn phần & Sơ đồ cây - 13 phút)

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố định lý công thức xác suất toàn phần; thành thạo cách biểu diễn và giải toán bằng sơ đồ hình cây.

b) Nội dung:

1. Công thức xác suất toàn phần cho hai biến cố đối lập:

Cho hai biến cố A và B. Khi đó, ta có công thức:

$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Công thức trên được gọi là **công thức xác suất toàn phần**.

2. Mở rộng cho hệ đầy đủ: Nếu các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_n$ đôi một xung khắc và có hợp bằng không gian mẫu Ω (gọi là một hệ đầy đủ các biến cố) với $P(A_i) > 0$ thì với mọi biến cố B, ta có:

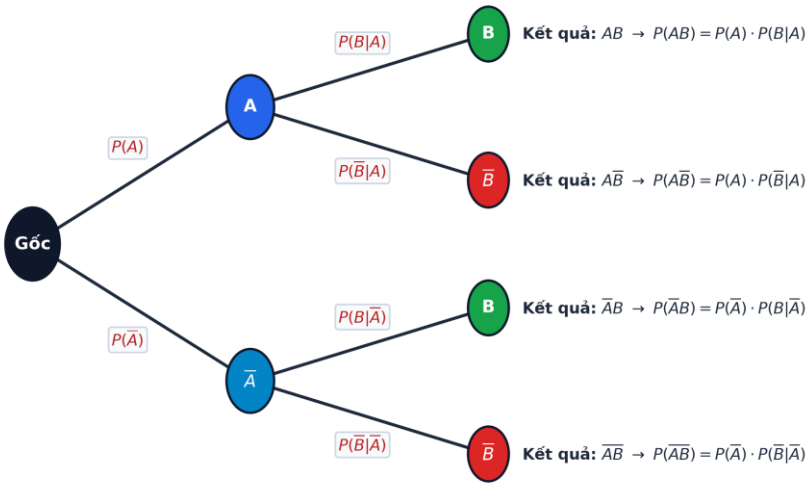
$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B|A_i) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + \cdots + P(A_n) \cdot P(B|A_n)$.

3. Phương pháp Sơ đồ hình cây: Sơ đồ hình cây giúp phân rã phép thử thành 2 giai đoạn trực quan:

- Giai đoạn 1: Nút gốc rẽ thành các nhánh A và $\bar{A}$ với xác suất tương ứng $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

- Giai đoạn 2: Từ mỗi nút A hoặc $\bar{A}$, rẽ tiếp thành các nhánh B và $\bar{B}$ với các xác suất có điều kiện $P(B|A), P(\bar{B}|A), P(B|\bar{A}), P(\bar{B}|\bar{A})$.

- Xác suất $P(B)$ bằng tổng xác suất của tất cả các đường đi kết thúc tại nút B.



Hình 1: Mô hình sơ đồ hình cây biểu diễn công thức xác suất toàn phần

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chứng minh công thức xác suất toàn phần dựa trên biến cố giao: $B = AB \cup \bar{A}B$ với $AB \cap \bar{A}B = \emptyset$. - Hướng dẫn học sinh cách lập sơ đồ hình cây 2 giai đoạn. Ứng dụng phần mềm GeoGebra trực quan hóa sơ đồ cây xác suất đa tầng. - Khắc sâu nguyên tắc: 'Đi dọc nhánh thì Nhân, gom các nhánh thuận lợi thì Cộng'. Hướng dẫn	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi chép công thức định lý vào vở. - Vẽ sơ đồ hình cây vào vở bài học và quan sát trên phần mềm GeoGebra. - Thực hành tính toán xác suất bán hết vé của buổi ca nhạc, thao tác gán biến nhớ trên Casio. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Một học sinh lên bảng trình bày lời giải tình huống mở đầu.

thuvientoanhoc.com

học sinh gán các xác suất nhánh vào biến nhớ A, B, C, D trên máy tính Casio để tính toán chính xác tuyệt đối. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Chốt lại điều kiện áp dụng: Phải xác định đúng hệ biến cố điều kiện phủ kín không gian mẫu. - Giải quyết tình huống mở đầu: $P(B) = 0.75 \times 0.4 + 0.25 \times 0.9 = 0.3 + 0.225 = 0.525$, kiểm tra nhanh bằng máy tính cầm tay.	- Cả lớp nhận xét, đối chiếu kết quả.

c) Sản phẩm: Vở ghi đầy đủ công thức xác suất toàn phần, sơ đồ hình cây và cách áp dụng cụ thể.

d) Tổ chức thực hiện: Thuyết trình nêu vấn đề, kết hợp phân tích trực quan qua mô hình đồ họa.

3. Hoạt động 3: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 20 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng vận dụng công thức xác suất toàn phần và sơ đồ cây giải quyết hệ thống câu hỏi trắc nghiệm 3 dạng thức.

b) Nội dung:

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 1:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ với $0 < P(A) < 1$. Với biến cố B bất kì, công thức xác suất toàn phần nào sau đây là đúng?

A. $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$ **B.** $P(B) = P(A) \cdot P(A|B) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}|B)$

C. $P(B) = P(B|A) + P(B|\bar{A})$ **D.** $P(B) = P(A) \cdot P(B) + P(\bar{A}) \cdot P(B)$

Câu 2. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ thỏa mãn $P(A) = 0.6$. Biết rằng $P(B|A) = 0.4$ và $P(B|\bar{A}) = 0.7$. Giá trị của $P(B)$ bằng

A. 0.52 **B.** 0.55 **C.** 0.48 **D.** 0.58

Câu 3. Trong một sơ đồ hình cây biểu diễn phép thử hai giai đoạn, từ nút gốc có hai nhánh A_1 và A_2 với xác suất lần lượt là 0.3 và 0.7. Từ mỗi nhánh rẽ tiếp tới biến cố B với các xác suất tương ứng là $P(B|A_1) = 0.5$ và $P(B|A_2) = 0.2$. Xác suất của biến cố B bằng

A. 0.29 **B.** 0.35 **C.** 0.21 **D.** 0.41

Câu 4. Tỉ lệ người mắc bệnh cảm cúm trong một cộng đồng vào mùa đông là 30%. Một xét nghiệm nhanh phát hiện đúng người mắc bệnh cảm cúm với xác suất 90%. Tuy nhiên, có 5% số người khỏe mạnh vẫn bị xét nghiệm cho kết quả dương tính giả. Lấy ngẫu nhiên một người trong cộng đồng đi xét nghiệm. Xác suất để người đó nhận kết quả xét nghiệm dương tính bằng

A. 0.305 **B.** 0.270 **C.** 0.335 **D.** 0.285

Câu 5. Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0.4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để

thuvientoanhoc.com

hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0.7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Xác suất để thứ Tư trong tuần đó ông An đi làm bằng xe máy là

A. 0.36 **B.** 0.42 **C.** 0.48 **D.** 0.30

Câu 6. Có hai chuồng nuôi thỏ: Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng; Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ Chuồng II người ta bắt ngẫu nhiên 1 con thỏ cho vào Chuồng I. Sau đó, từ Chuồng I bắt ngẫu nhiên 1 con thỏ. Xác suất để con thỏ bắt ra từ Chuồng I là thỏ trắng bằng

A. $\frac{103}{160}$ **B.** $\frac{57}{160}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Câu 7. Tại nhà máy X sản xuất linh kiện điện tử, tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên một linh kiện đạt chuẩn có xác suất 0.99 được đóng dấu OTK; còn linh kiện không đạt chuẩn vẫn có xác suất 0.05 được đóng dấu OTK. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện của nhà máy X trên thị trường. Xác suất để linh kiện đó được đóng dấu OTK bằng

A. 0.802 **B.** 0.792 **C.** 0.812 **D.** 0.840

Câu 8. Có hai đội thi đấu môn Bắn súng: Đội I có 5 vận động viên, Đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên Đội I và Đội II tương ứng là 0.65 và 0.55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên từ hai đội. Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng bằng

A. $\frac{71}{120}$ **B.** $\frac{49}{120}$ **C.** $\frac{13}{24}$ **D.** $\frac{7}{12}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ với $P(A) = 0.4$. Cho biến cố B thỏa mãn $P(B|A) = 0.3$ và $P(B|\bar{A}) = 0.5$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất của biến cố đối là $P(\bar{A}) = 0.6$.

b) Xác suất biến cố giao $P(AB) = 0.12$.

c) Xác suất toàn phần của biến cố B là $P(B) = 0.42$.

d) Xác suất để biến cố B không xảy ra là 0.60.

Câu 2. Có hai hộp chứa các viên bi có cùng kích thước. Hộp I chứa 4 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh; Hộp II chứa 7 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Gieo một con xúc xắc cân đối: nếu xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3 thì lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ Hộp I; nếu xuất hiện mặt có số chấm không chia hết cho 3 thì lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ Hộp II. Gọi D là biến cố 'Lấy được viên bi màu đỏ'. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để chọn được Hộp I là $\frac{1}{3}$.

b) Xác suất lấy được viên bi đỏ biết rằng chọn Hộp I là 0.4.

c) Xác suất lấy được viên bi đỏ biết rằng chọn Hộp II là 0.7.

d) Xác suất toàn phần để lấy được viên bi màu đỏ là 0.60.

Câu 3. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0.55 hoặc xuất hiện ở vị trí Y với xác suất 0.45. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa bố trí phương án tác chiến: Nếu máy bay xuất hiện ở vị trí X thì bắn 2 quả tên lửa độc lập; nếu máy bay xuất hiện ở vị trí Y thì

thuvientoanhoc.com

bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0.8 và máy bay bị bắn hạ nếu bị trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu máy bay xuất hiện ở vị trí X, xác suất máy bay bị bắn hạ là 0.96.

b) Nếu máy bay xuất hiện ở vị trí Y, xác suất máy bay bị bắn hạ là 0.80.

c) Xác suất để máy bay đối phương bị bắn hạ theo phương án tác chiến trên là 0.888.

d) Xác suất để máy bay đối phương thoát khỏi vùng phòng thủ mà không bị bắn hạ lớn hơn 0.15.

Câu 4. Một loại vắc xin phòng bệnh truyền nhiễm được tiêm chủng tại địa phương X. Thống kê y tế cho thấy: Có 18% dân số có bệnh nền (biến cố N), còn lại 82% không có bệnh nền. Trong số những người có bệnh nền, tỉ lệ có phản ứng phụ sau tiêm (biến cố F) là 35%. Trong số những người không có bệnh nền, tỉ lệ có phản ứng phụ sau tiêm chỉ là 16%. Chọn ngẫu nhiên một người được tiêm vắc xin tại địa phương X. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất chọn được người có bệnh nền là 0.18.

b) Xác suất một người vừa có bệnh nền vừa có phản ứng phụ sau tiêm là 0.063.

c) Xác suất một người không có bệnh nền nhưng vẫn bị phản ứng phụ sau tiêm là 0.1312.

d) Xác suất toàn phần để một người bất kì sau tiêm vắc xin có phản ứng phụ là 0.1942.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ thỏa mãn $P(A) = 0.4$. Biết $P(B|A) = 0.25$ và $P(B|\bar{A}) = 0.50$. Tính giá trị của xác suất toàn phần $P(B)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 2. Trong nghiên cứu di truyền học cây đậu Hà Lan của Mendel, giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, trong đó tỉ lệ cây mang kiểu gen bb là 40% và kiểu gen Bb là 60%. Cây con lấy ngẫu nhiên độc lập 1 gen từ cây bố và 1 gen từ cây mẹ. Tính xác suất để cây con sinh ra có kiểu gen bb (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 3. Bác Mai có hai chuồng nuôi gà: Chuồng I có 5 con gà mái và 2 con gà trống; Chuồng II có 3 con gà mái và 5 con gà trống. Bác Mai bắt ngẫu nhiên một con gà theo cách sau: Tung một con xúc xắc cân đối, nếu số chấm chia hết cho 3 thì bác chọn Chuồng I, nếu số chấm không chia hết cho 3 thì bác chọn Chuồng II; sau đó từ chuồng đã chọn bác bắt ngẫu nhiên một con gà. Tính xác suất để bác Mai bắt được con gà mái (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Để thử nghiệm tác dụng điều trị bệnh mất ngủ của hai loại thuốc X và Y, người ta tiến hành thử nghiệm trên 4000 bệnh nhân tình nguyện (2400 người dùng thuốc X và 1600 người dùng thuốc Y). Thống kê cho thấy: trong số bệnh nhân dùng thuốc X có 1600 người khỏi bệnh; trong số bệnh nhân dùng thuốc Y có 1200 người khỏi bệnh. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân tham gia thử nghiệm. Tính xác suất để bệnh nhân đó khỏi bệnh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

c) Sản phẩm: Vở bài tập của học sinh hoàn thành đầy đủ lời giải 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chia lớp thành các nhóm học tập 4 học sinh. - Giao nhiệm vụ giải các câu hỏi theo nhóm:	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh các nhóm tiếp nhận bài tập, phân công vẽ sơ đồ cây và tính toán xác suất. - Ứng dụng máy tính cầm tay Casio kiểm tra

thuvientoanhoc.com

Nhóm 1, 2 thực hiện Dạng 1; Nhóm 3, 4 thực hiện Dạng 2; Nhóm 5, 6 thực hiện Dạng 3. - Theo dõi, hướng dẫn học sinh lập sơ đồ cây cho các bài toán phân nhánh phức tạp. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên tổng kết đáp án, phân tích kỹ năng nhận diện hệ đầy đủ biến cố. - Khen ngợi các nhóm có lời giải nhanh, chính xác và trực quan qua sơ đồ cây.	nhanh các phép nhân phân số. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện 3 nhóm lên bảng trình bày giải pháp cho các câu Dạng 2 (Câu 3) và Dạng 3 (Câu 2, 3). - Các nhóm khác đối chiếu kết quả, tranh luận về cách tính biến cố đối.

4. Hoạt động 4: Vận dụng (Kế hoạch tổ chức sự kiện - 5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh thấy được ứng dụng thực tiễn của công thức xác suất toàn phần trong việc quản trị rủi ro thời tiết khi lập kế hoạch tổ chức sự kiện ngoài trời.

b) Nội dung:

Một ban tổ chức lễ hội văn hóa đang cân nhắc thuê mái che di động với chi phí cố định 20 triệu đồng. Nếu trời mưa mà có mái che, sự kiện vẫn thành công với doanh thu 100 triệu đồng; nếu trời mưa không có mái che, sự kiện bị hủy và lỗ 50 triệu đồng. Nếu trời không mưa, sự kiện luôn thành công với doanh thu 120 triệu đồng (nếu không thuê mái che) hoặc 100 triệu đồng (nếu có thuê mái che). Biết xác suất trời mưa là 0.35. Hãy sử dụng công thức xác suất toàn phần để tính kỳ vọng doanh thu của 2 phương án và tư vấn phương án an toàn nhất.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên giao bài toán quản trị rủi ro làm nhiệm vụ tự học mở rộng. - Hướng dẫn học sinh lập bảng phân tích doanh thu theo từng kịch bản thời tiết. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Tổng kết tiết 1: Công thức xác suất toàn phần là chìa khóa để định lượng các tình huống đa kịch bản. - Nhắc học sinh chuẩn bị bài cho Tiết 2: Công thức Bayes và cập nhật xác suất chẩn đoán y học.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi lại đề bài vào vở vận dụng. - Phân tích 2 trạng thái thời tiết và các mức doanh thu tương ứng. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Học sinh thảo luận nhanh về lợi ích của việc dự phòng bảo hiểm rủi ro. - Ghi nhớ nhiệm vụ chuẩn bị bài ở nhà.

c) Sản phẩm: Bản phân tích so sánh kỳ vọng tài chính của 2 phương án tổ chức sự kiện trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh suy nghĩ tại lớp, hoàn thiện bài toán mở rộng tại nhà.

TIẾT 2: CÔNG THỨC BAYES VÀ ỨNG DỤNG CẬP NHẬT XÁC SUẤT TRONG THỰC TIỄN

1. Hoạt động 1: Khởi động (Nỗi lo lắng của ông M - 7 phút)

thuvientoanhoc.com

a) Mục tiêu: Tạo tình huống nhận thức mâu thuẫn giữa trực giác thông thường và xác suất thực tế, từ đó dẫn dắt đến nhu cầu tính xác suất hậu nghiệm bằng công thức Bayes.

b) Nội dung:

Ông M đi xét nghiệm một bệnh hiểm nghèo X. Biết rằng nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0.95 xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu một người không mắc bệnh X thì với xác suất 0.01 xét nghiệm vẫn cho kết quả dương tính giả. Xét nghiệm của ông M cho kết quả dương tính. Ông M vô cùng hoảng hốt khi nghĩ rằng mình có tới 95% khả năng mắc bệnh hiểm nghèo X. Theo em, suy nghĩ của ông M có đúng không?

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên chiếu tình huống xét nghiệm bệnh của ông M. - Đặt câu hỏi: Con số 0.95 là xác suất của biến cố gì? Có phải là xác suất ông M mắc bệnh khi đã nhận kết quả dương tính hay không? **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên làm rõ: 0.95 là xác suất dương tính khi ĐÃ MẮC BỆNH (độ nhạy), tức là $P(\text{Dương tính}\|\text{Bệnh})$. - Điều ông M quan tâm là $P(\text{Bệnh}\|\text{Dương tính})$. Hai xác suất này hoàn toàn khác nhau. Để tính được xác suất này, ta cần công cụ đảo ngược điều kiện: Công thức Bayes.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh lắng nghe và thảo luận cặp đôi. - Đa số học sinh ban đầu đồng tình với suy nghĩ của ông M. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện một học sinh phát biểu: Nhận thấy sự đảo ngược giữa biến cố 'mắc bệnh' và 'kết quả dương tính'. - Nhận thức được trực giác dễ bị đánh lừa trong các bài toán y tế.

c) Sản phẩm: Nhận diện được sự khác nhau căn bản giữa $P(A|B)$ và $P(B|A)$.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp đối thoại gợi mở, nêu tình huống thực tế gây tò mò khoa học.

2. Hoạt động 2: Nhắc lại kiến thức cũ (Công thức Bayes & Cập nhật xác suất - 13 phút)

a) Mục tiêu: Nhắc lại, củng cố định lý công thức Bayes; hiểu sâu sắc bản chất của xác suất tiên nghiệm và xác suất hậu nghiệm; biết cách áp dụng vào các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

1. Định lý Công thức Bayes: Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có công thức:

$P(A|B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(A)\cdot P(B|A)+P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})}$.

Công thức trên được gọi là **công thức Bayes** (mang tên nhà toán học Thomas Bayes, 1701 - 1761).

2. Dạng tổng quát cho hệ đầy đủ: Nếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ là một hệ đầy đủ các biến cố và B là biến cố với $P(B) > 0$, thì với mọi $k \in \{1,2,\dots,n\}$, ta có:

$P(A_k|B) = \frac{P(A_k)\cdot P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)\cdot P(B|A_i)}$.

3. Ý nghĩa khoa học và triết học của công thức Bayes:

- **Xác suất tiên nghiệm (Prior):** $P(A)$ là xác suất ban đầu của giả thuyết A khi chưa có thêm bằng chứng thực nghiệm.

thuvientoanhoc.com

- **Bằng chứng mới (Evidence):** Biến cố B đã xảy ra trong thực tế.

- **Xác suất hậu nghiệm (Posterior):** $P(A|B)$ là xác suất đã được hiệu chỉnh, cập nhật của giả thuyết A sau khi đã ghi nhận bằng chứng B.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên dẫn dắt từ định nghĩa xác suất có điều kiện: $P(A\|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$. - Thay $P(AB)=P(A)\cdot P(B\|A)$ ở tử số và công thức xác suất toàn phần $P(B)=P(A)P(B\|A)+P(\bar{A})P(B\|\bar{A})$ ở mẫu số để rút ra công thức Bayes. - Giảng giải ý nghĩa của việc cập nhật xác suất trong khoa học dữ liệu và trí tuệ nhân tạo. Hướng dẫn học sinh sử dụng tính năng Table (Mode 8) trên máy tính cầm tay Casio để khảo sát hàm xác suất hậu nghiệm $f(x)=\frac{x\times 0.95}{x\times 0.95+(1-x)\times 0.01}$ khi tỉ lệ mắc bệnh x thay đổi từ 0.001 đến 0.1, nhận biết xu hướng tăng vọt của độ tin cậy xét nghiệm. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên phân tích bài toán ông M: Giả sử tỉ lệ mắc bệnh trong cộng đồng là $p=0.002$ (0.2%). - Khi đó: $P(\text{Bệnh}\|\text{Dương})=\frac{0.002\times 0.95}{0.002\times 0.95+0.998\times 0.01}=\frac{0.0019}{0.0019+0.00998}=\frac{0.0019}{0.01188}\approx 0.16$ (chỉ 16%!). Khẳng định nỗi sợ của ông M là do ngộ nhận trực giác. Đánh giá cao việc ứng dụng công cụ số (Table Casio) để làm sáng tỏ bài toán tối ưu và phân tích rủi ro thực tế.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi lại công thức Bayes vào vở. - Bấm máy tính Casio để kiểm tra lại phép chia trong ví dụ về ông M. - Khai thác tính năng Table (Mode 8) trên Casio khảo sát bảng giá trị xác suất hậu nghiệm theo tỉ lệ mắc bệnh nền x. - Bất ngờ trước kết quả xác suất thực tế chỉ là 16% thay vì 95%. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Một học sinh giải thích nguyên nhân: Vì bệnh hiếm gặp, số người khỏe áp đảo nên ca dương tính giả nhiều gấp 5 lần ca dương tính thật. - Cả lớp lĩnh hội sâu sắc bản chất công thức Bayes qua phân tích số liệu số hóa.

c) Sản phẩm: Vở ghi công thức Bayes, các thuật ngữ tiên nghiệm, hậu nghiệm và lời giải thích khoa học cho hiện tượng dương tính giả.

d) Tổ chức thực hiện: Phương pháp kết hợp phân tích đại số với tư duy thống kê ứng dụng.

3. Hoạt động 3: Luyện tập (Hệ thống bài tập phân hóa - 20 phút)

a) Mục tiêu: Thành thạo kỹ năng vận dụng công thức Bayes để tính xác suất hậu nghiệm trong các tình huống trắc nghiệm 3 dạng thức.

b) Nội dung:

☆ HỆ THỐNG BÀI TẬP LUYỆN TẬP TIẾT 2:

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(B)>0$. Công thức nào sau đây là công thức Bayes?

A. $P(A|B)=\frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}$ **B.** $P(A|B)=\frac{P(B)\cdot P(B|A)}{P(A)}$

thuvientoanhoc.com

C. $P(A|B)=\frac{P(A)\cdot P(A|B)}{P(B)}$ **D.** $P(A|B)=\frac{P(B)}{P(A)\cdot P(B|A)}$

Câu 2. Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(A)=0.5$, $P(B)=0.4$ và $P(B|A)=0.3$. Giá trị của xác suất hậu nghiệm $P(A|B)$ bằng

A. 0.375 **B.** 0.150 **C.** 0.600 **D.** 0.240

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng về ý nghĩa của công thức Bayes trong việc cập nhật thông tin?

A. Công thức Bayes giúp cập nhật xác suất tiên nghiệm thành xác suất hậu nghiệm

B. Công thức Bayes luôn làm tăng xác suất của biến cố ban đầu

C. Xác suất hậu nghiệm không bao giờ phụ thuộc vào xác suất tiên nghiệm

D. Công thức Bayes chỉ áp dụng khi hai biến cố độc lập với nhau

Câu 4. Một bộ lọc thư rác được sử dụng để lọc email. Thống kê cho thấy có 3% tổng số email gửi đến là thư rác. Vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0.95; một thư đúng (không phải thư rác) vẫn bị chặn nhầm với xác suất 0.01. Một bức thư gửi đến bị bộ lọc chặn lại. Xác suất để bức thư đó thực sự là thư rác bằng

A. $\frac{285}{382}$ **B.** $\frac{97}{382}$ **C.** $\frac{19}{20}$ **D.** $\frac{3}{100}$

Câu 5. Trong một kho rượu có 30% là rượu loại I, còn lại là các loại rượu khác. Chọn ngẫu nhiên một chai rượu đưa cho ông Tùng, một người sành rượu, nếm thử. Biết rằng một chai rượu loại I có xác suất 0.90 để ông Tùng xác nhận là loại I; một chai rượu không phải loại I có xác suất 0.05 để ông Tùng nhận nhầm là loại I. Sau khi nếm, ông Tùng xác nhận đây là rượu loại I. Xác suất để chai rượu đó đúng là rượu loại I bằng

A. $\frac{54}{61}$ **B.** $\frac{7}{61}$ **C.** $\frac{27}{100}$ **D.** $\frac{9}{10}$

Câu 6. Trong một kì thi tốt nghiệp THPT tại tỉnh X, có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00. Thống kê cho biết: một học sinh chọn tổ hợp A00 có xác suất đỗ đại học là 0.6; một học sinh không chọn tổ hợp A00 có xác suất đỗ đại học là 0.7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp THPT và biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00 bằng

A. $\frac{24}{31}$ **B.** $\frac{7}{31}$ **C.** $\frac{12}{25}$ **D.** $\frac{4}{5}$

Câu 7. Thống kê y tế cho thấy tỉ lệ dân số mắc một bệnh hiểm nghèo Y là 0.5%. Một xét nghiệm phát hiện bệnh có độ nhạy 94% (người có bệnh có xác suất 0.94 nhận kết quả dương tính); nếu không mắc bệnh thì có xác suất 0.97 xét nghiệm cho kết quả âm tính chuẩn xác. Bà N đi xét nghiệm và nhận kết quả là âm tính. Xác suất bà N thực sự không mắc bệnh hiểm nghèo Y bằng

A. 0.9997 **B.** 0.9950 **C.** 0.9700 **D.** 0.9400

Câu 8. Một công ty mua linh kiện điện tử từ hai nhà máy: Nhà máy A cung cấp 60% số linh kiện với tỉ lệ phế phẩm là 2%; Nhà máy B cung cấp 40% số linh kiện còn lại với tỉ lệ phế phẩm là 3%. Một kỹ sư kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện và phát hiện nó là phế phẩm. Xác suất để linh kiện phế phẩm này do Nhà máy A sản xuất bằng

thuvientoanhoc.com

A. 0.50 **B.** 0.40 **C.** 0.60 **D.** 0.30

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ cùng biến cố B thỏa mãn $0 < P(A) < 1$ và $P(B) > 0$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Công thức Bayes được viết dưới dạng $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

b) Mẫu số $P(B)$ được tính bằng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$.

c) Xác suất biến cố đối có điều kiện thỏa mãn $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$.

d) Luôn có $P(A|B) = P(B|A)$ với mọi cặp biến cố A và B.

Câu 2. Một phân xưởng có 3 máy tự động I, II, III cùng sản xuất một loại chi tiết máy. Máy I sản xuất 50% sản lượng với tỉ lệ hỏng 1%; Máy II sản xuất 30% sản lượng với tỉ lệ hỏng 2%; Máy III sản xuất 20% sản lượng với tỉ lệ hỏng 3%. Lấy ngẫu nhiên một chi tiết máy và phát hiện nó bị hỏng (biến cố H). Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để chi tiết máy lấy ra là sản phẩm hỏng của phân xưởng là 0.017.

b) Biết rằng chi tiết máy bị hỏng, xác suất nó do Máy I sản xuất là $\frac{5}{17}$.

c) Biết rằng chi tiết máy bị hỏng, xác suất nó do Máy II sản xuất là $\frac{6}{17}$.

d) Trong số các chi tiết bị hỏng, khả năng do Máy III sản xuất là cao nhất.

Câu 3. Tỉ lệ mắc một bệnh hiểm nghèo X trong dân số là 0.2%. Một người nghi ngờ đi xét nghiệm. Biết rằng nếu mắc bệnh thì xét nghiệm cho kết quả dương tính với xác suất 95%; nếu không mắc bệnh thì xét nghiệm vẫn cho kết quả dương tính giả với xác suất 1%. Gọi B là biến cố người đó mắc bệnh, D là biến cố nhận kết quả dương tính. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Trước khi xét nghiệm, xác suất mắc bệnh của người đó là $P(B) = 0.002$.

b) Xác suất để một người bất kì nhận kết quả xét nghiệm dương tính là 0.01188.

c) Sau khi nhận kết quả dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh xấp xỉ 16%.

d) Khi nhận kết quả dương tính, bác sĩ có thể kết luận chắc chắn bệnh nhân đã mắc bệnh hiểm nghèo X mà không cần xét nghiệm khẳng định lần 2.

Câu 4. Một ngân hàng triển khai hệ thống cảnh báo gian lận tự động cho các giao dịch thẻ tín dụng. Thống kê lịch sử cho thấy: 0.1% tổng số giao dịch là gian lận (biến cố G). Khi giao dịch là gian lận, hệ thống cảnh báo đúng (biến cố C) với xác suất 98%. Khi giao dịch là hợp pháp, hệ thống cảnh báo nhầm với xác suất 0.5%. Một giao dịch vừa bị hệ thống phát cảnh báo. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất một giao dịch vừa gian lận vừa bị phát cảnh báo là 0.00098.

b) Xác suất để một giao dịch bất kì bị hệ thống phát cảnh báo là 0.005975.

c) Biết rằng giao dịch bị phát cảnh báo, xác suất giao dịch đó thực sự gian lận xấp xỉ 16.4%.

d) Đa số các giao dịch bị hệ thống phát cảnh báo trên thực tế là giao dịch hợp pháp.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ thỏa mãn $P(A) = 0.4$. Cho biến cố B thỏa mãn $P(B|A) = 0.7$ và $P(B|\bar{A}) = 0.2$. Tính xác suất có điều kiện $P(A|B)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một hệ thống nhận diện khuôn mặt tự động được lắp đặt tại cửa kiểm soát an ninh sân bay để tầm soát đối tượng nằm trong danh sách truy nã. Tỉ lệ đối tượng truy nã trong số hành khách là 1 trên 100 000

thuvientoanhoc.com

người. Hệ thống nhận diện đúng một đối tượng truy nã với xác suất 98%. Tuy nhiên, hệ thống vẫn nhận diện nhầm một hành khách bình thường với xác suất 0.1%. Hệ thống vừa phát tín hiệu báo động đỏ đối với một hành khách. Hãy tính xác suất hành khách này thực sự là đối tượng truy nã (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm nghìn).

Câu 3. Một trường đại học sử dụng phần mềm giám thị AI để phát hiện gian lận trong các kì thi trực tuyến. Thống kê cho thấy có 2% số sinh viên có hành vi gian lận thi cử. Phần mềm phát hiện đúng một sinh viên gian lận với xác suất 95%, nhưng vẫn gắn cờ cảnh báo nhầm đối với 1% số sinh viên trung thực. Một sinh viên bị phần mềm gắn cờ cảnh báo gian lận. Tính xác suất để sinh viên này thực sự có hành vi gian lận (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong một vụ án hình sự, mẫu ADN thu được tại hiện trường trùng khớp với ADN của nghi phạm K. Biết rằng xác suất một người vô tội ngẫu nhiên trong cộng đồng có mẫu ADN trùng khớp với mẫu tại hiện trường là 1 trên 100 000. Dựa trên các bằng chứng ngoại phạm và nhân chứng khác, điều tra viên ước tính xác suất nghi phạm K có mặt tại hiện trường trước khi có kết quả ADN là 20%. Sau khi có kết quả ADN trùng khớp, tính xác suất nghi phạm K thực sự có mặt tại hiện trường (làm tròn kết quả đến 5 chữ số thập phân).

c) Sản phẩm: Lời giải chi tiết của học sinh cho 8 câu Dạng 1, 4 câu Dạng 2 và 4 câu Dạng 3 của Tiết 2 được hoàn thành trọn vẹn trong vở bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên tổ chức hoạt động học tập phân hóa theo góc chuyên đề. - Giao nhiệm vụ tính xác suất hậu nghiệm bằng công thức Bayes. - Hướng dẫn các nhóm lập sơ đồ cây ngược hoặc phân tích tỉ lệ phần trăm cụ thể. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Giáo viên tổng kết các bước chuẩn mực khi áp dụng công thức Bayes. - Khắc sâu bài học thực tiễn: Khi biến cố gốc có xác suất rất nhỏ (bệnh hiếm, đối tượng truy nã), kết quả cảnh báo dương tính cần được thẩm tra lại.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh thực hiện nhiệm vụ theo nhóm, trao đổi sôi nổi. - Bấm máy tính Casio để thực hiện các phép chia số thập phân nhiều chữ số. - Tự tin giải thích hiện tượng dương tính giả trong bài toán giám thị AI. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Đại diện hai nhóm lên bảng trình bày giải pháp bài toán gian lận ngân hàng và giám thị AI. - Cả lớp phản biện, thống nhất phương pháp giải.

4. Hoạt động 4: Vận dụng (Trí tuệ nhân tạo & Phân loại văn bản - 5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp học sinh thấy được ứng dụng hiện đại của công thức Bayes trong thuật toán học máy phân loại Naive Bayes (lọc thư rác, phân loại tin tức, nhận diện sắc thái cảm xúc khách hàng).

b) Nội dung:

Một hệ thống thương mại điện tử sử dụng thuật toán Naive Bayes để phân loại phản hồi của khách hàng thành 'Tích cực' hoặc 'Tiêu cực'. Giả sử 70% phản hồi của khách hàng là tích cực. Từ khóa 'tuyệt vời' xuất hiện trong 60% phản hồi tích cực và xuất hiện trong 5% phản hồi tiêu cực (do khách hàng dùng mỉa mai).

thuvientoanhoc.com

Khi một khách hàng để lại phản hồi có chứa từ khóa 'tuyệt vời', hãy tính xác suất phản hồi này thực sự mang sắc thái tích cực.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - Giáo viên giới thiệu khái niệm thuật toán phân loại Naive Bayes trong công nghệ thông tin. - Giao bài toán phân tích sắc thái cảm xúc làm bài tập về nhà. **Bước 4: Kết luận, nhận định** - Đánh giá năng lực vận dụng toán học vào các ngành công nghệ tương lai của học sinh. - Chốt lại toàn bộ chuyên đề: Công thức xác suất toàn phần và Bayes là công cụ toán học tối tân để ra quyết định tối ưu trong điều kiện không chắc chắn.	**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ** - Học sinh ghi lại đề bài vào vở vận dụng. - Nhận thấy mối liên kết chặt chẽ giữa môn Toán và ngành Trí tuệ nhân tạo. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận** - Tính nhanh: $P(\text{Tích cực}\mid\text{'tuyệt vời'}) = \frac{0.70\times0.60}{0.70\times0.60+0.30\times0.05} = \frac{0.42}{0.42+0.015} = \frac{0.42}{0.435} \approx 96.55\%$. - Tiếp nhận định hướng nghề nghiệp từ giáo viên.

c) Sản phẩm: Bài làm phân loại văn bản khách hàng ứng dụng định lý Bayes trong vở bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh tự học, nghiên cứu tài liệu mở rộng và nộp bài thu hoạch vào tiết ôn tập sau.

IV. BỘ ĐỀ ÔN TẬP RÈN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Hệ thống câu hỏi rèn luyện đánh giá năng lực toàn diện chuyên đề Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes, phân hóa sâu sắc các mức độ tư duy nhận thức và giải quyết vấn đề thực tiễn đời sống.

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\overline{A}$ cùng biến cố B bất kì. Công thức xác suất toàn phần nào sau đây là đúng?

A. $P(B) = P(A)\cdot P(B|A) + P(\overline{A})\cdot P(B|\overline{A})$

B. $P(B) = P(A)\cdot P(A|B) + P(\overline{A})\cdot P(\overline{A}|B)$

C. $P(B) = P(AB) + P(\overline{A})$

D. $P(B) = P(A)\cdot P(B) + P(\overline{A})\cdot P(B)$

Câu 2. Cho hai biến cố đối lập A và $\overline{A}$ thỏa mãn $P(A) = 0.7$. Biết rằng $P(B|A) = 0.3$ và $P(B|\overline{A}) = 0.5$. Giá trị của $P(B)$ bằng

A. 0.36 **B.** 0.44 **C.** 0.21 **D.** 0.35

Câu 3. Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Công thức Bayes biểu diễn xác suất $P(A|B)$ là

A. $P(A|B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}$

B. $P(A|B) = \frac{P(B)\cdot P(B|A)}{P(A)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)\cdot P(B|A)}$

thuvientoanhoc.com

Câu 4. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ với $P(A) = 0.5$. Cho biến cố B thỏa mãn $P(B|A) = 0.4$ và $P(B|\bar{A}) = 0.2$. Giá trị của xác suất hậu nghiệm $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Câu 5. Một công ty sản xuất bóng đèn LED có hai phân xưởng: Phân xưởng 1 sản xuất 70% tổng sản lượng với tỉ lệ hỏng là 1%; Phân xưởng 2 sản xuất 30% tổng sản lượng với tỉ lệ hỏng là 2%. Lấy ngẫu nhiên một bóng đèn LED của công ty đưa vào kiểm tra. Xác suất để bóng đèn lấy ra bị hỏng bằng

A. 0.013 **B.** 0.015 **C.** 0.020 **D.** 0.007

Câu 6. Có hai hộp chứa các quả cầu: Hộp A có 3 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh; Hộp B có 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu xanh. Gieo một đồng xu cân đối: nếu đồng xu xuất hiện mặt ngửa thì chọn Hộp A; nếu xuất hiện mặt sấp thì chọn Hộp B. Sau đó, từ hộp đã chọn lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Xác suất để quả cầu lấy ra có màu đỏ bằng

A. 0.45 **B.** 0.50 **C.** 0.30 **D.** 0.60

Câu 7. Một kho hàng nhập trứng gia cầm từ hai trang trại T1 và T2: Trang trại T1 cung cấp 60% sản lượng trứng với tỉ lệ trứng hỏng là 1%; Trang trại T2 cung cấp 40% sản lượng với tỉ lệ trứng hỏng là 2.5%. Kiểm tra ngẫu nhiên một quả trứng trong kho và phát hiện nó bị hỏng. Xác suất để quả trứng hỏng này do trang trại T1 cung cấp bằng

A. 0.375 **B.** 0.625 **C.** 0.600 **D.** 0.400

Câu 8. Một học sinh tham gia trả lời một câu hỏi trắc nghiệm có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Xác suất để học sinh này biết câu trả lời đúng là 0.7; nếu không biết câu trả lời thì học sinh đó chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án. Biết rằng học sinh đã trả lời đúng câu hỏi. Xác suất để học sinh đó thực sự biết câu trả lời bằng

A. $\frac{28}{31}$ **B.** $\frac{3}{31}$ **C.** $\frac{7}{10}$ **D.** $\frac{1}{4}$

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ với $P(A) = 0.5$. Cho biến cố B thỏa mãn $P(B|A) = 0.6$ và $P(B|\bar{A}) = 0.4$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất biến cố giao $P(AB) = 0.30$.

b) Xác suất toàn phần của biến cố B là $P(B) = 0.50$.

c) Xác suất hậu nghiệm $P(A|B) = 0.60$.

d) Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 2. Có hai hộp đựng thẻ: Hộp I chứa 3 thẻ màu xanh và 7 thẻ màu đỏ; Hộp II chứa 6 thẻ màu xanh và 4 thẻ màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp rồi rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ từ hộp đó. Gọi H_1 là biến cố chọn được Hộp I, H_2 là biến cố chọn được Hộp II, X là biến cố rút được thẻ màu xanh. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất chọn mỗi hộp là $P(H_1) = P(H_2) = 0.5$.

b) Xác suất có điều kiện $P(X|H_1) = 0.3$ và $P(X|H_2) = 0.6$.

thuvientoanhoc.com

c) Xác suất toàn phần để rút được thẻ màu xanh là 0.45.

d) Biết rằng rút được thẻ màu xanh, xác suất chiếc thẻ đó thuộc Hộp I lớn hơn xác suất thuộc Hộp II.

Câu 3. Một dây chuyền sản xuất linh kiện smartphone kiểm tra chất lượng qua hai khâu liên tiếp: Khâu I phát hiện đúng 92% linh kiện khuyết tật; khâu II tiếp tục kiểm tra các linh kiện lọt qua khâu I và loại bỏ thêm 85% linh kiện khuyết tật còn sót lại. Biết rằng tỉ lệ linh kiện khuyết tật ban đầu là 5%. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện đưa vào dây chuyền kiểm tra. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất để linh kiện khuyết tật bị phát hiện và loại bỏ ở khâu I là 0.046.

b) Xác suất để linh kiện khuyết tật lọt qua khâu I nhưng bị phát hiện ở khâu II là 0.0034.

c) Tổng xác suất một linh kiện khuyết tật bị phát hiện sau cả hai khâu kiểm tra là 0.0494.

d) Tỉ lệ phát hiện linh kiện khuyết tật của toàn bộ quy trình đạt trên 98%.

Câu 4. Một xét nghiệm nhanh kháng nguyên vi rút được sử dụng trong đợt bùng phát dịch tại địa phương Y. Tỉ lệ người nhiễm vi rút trong cộng đồng là 1% (biến cố V). Xét nghiệm có độ nhạy 96% (người nhiễm vi rút có xác suất 0.96 nhận kết quả dương tính D) và độ đặc hiệu 98% (người không nhiễm vi rút có xác suất 0.98 nhận kết quả âm tính). Một người ngẫu nhiên đi xét nghiệm và nhận kết quả dương tính. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Tỉ lệ dương tính giả của xét nghiệm đối với người không nhiễm vi rút là 2%.

b) Xác suất để một người bất kì nhận kết quả xét nghiệm dương tính là 0.0294.

c) Biết rằng nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự nhiễm vi rút xấp xỉ 32.65%.

d) Hơn 65% số người nhận kết quả xét nghiệm dương tính thực chất không nhiễm vi rút.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$ thỏa mãn $P(A) = 0.35$. Biết rằng $P(B|A) = 0.8$ và $P(B|\bar{A}) = 0.1$. Tính giá trị của xác suất toàn phần $P(B)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 2. Một hệ thống bảo mật ngân hàng sử dụng thuật toán AI để phát hiện email lừa đảo (Phishing). Thống kê cho thấy 1.5% tổng số email gửi đến là email lừa đảo. Thuật toán phát hiện đúng email lừa đảo với xác suất 96%, nhưng vẫn đánh giá nhầm 0.4% số email an toàn là lừa đảo. Một email gửi đến bị thuật toán gắn nhãn lừa đảo. Hãy tính xác suất bức email này thực sự là email lừa đảo (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3. Một hợp tác xã nông nghiệp trồng giống lúa mới tại một thung lũng. Khí hậu mùa vụ được chia thành hai khả năng: Mùa mưa nhiều (xác suất 0.4) hoặc Mùa mưa bình thường (xác suất 0.6). Nếu mùa mưa nhiều thì xác suất lúa đạt năng suất cao là 0.85; nếu mùa mưa bình thường thì xác suất lúa đạt năng suất cao là 0.65. Cuối mùa vụ, hợp tác xã thu hoạch được vụ lúa đạt năng suất cao. Tính xác suất mùa vụ vừa qua là mùa mưa nhiều (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 4. Một nhà máy sản xuất chip bán dẫn kiểm tra chip qua máy quét quang học. Có 4% số chip sản xuất ra bị lỗi vi mạch. Máy quét phát hiện đúng chip lỗi với xác suất 98%, nhưng vẫn phân loại nhầm 1.5% số chip tốt thành chip lỗi. Một con chip bị máy quét loại bỏ do báo lỗi. Hãy tính xác suất con chip bị loại bỏ này thực sự là chip bị lỗi vi mạch (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 1 (TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	A	A	A	A	A	A	A

thuvientoanhoc.com

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 2 (TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI)

Câu hỏi	Lệnh hỏi a)	Lệnh hỏi b)	Lệnh hỏi c)	Lệnh hỏi d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 3	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 4	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng

BẢNG ĐÁP ÁN DẠNG 3 (TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
0.345	0.79	0.466	0.73

V. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC PHẦN

1. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 1

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1.

Chọn A.

Theo định lý về công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố đối lập A và $\bar{A}$, với biến cố B bất kì ta luôn có: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Câu 2.

Chọn A.

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.6 = 0.4$. Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0.6 \times 0.4 + 0.4 \times 0.7 = 0.24 + 0.28 = 0.52.$

Câu 3.

Chọn A.

Theo quy tắc tính xác suất trên sơ đồ hình cây, biến cố B có hai đường đi tới lá:

$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = 0.3 \times 0.5 + 0.7 \times 0.2 = 0.15 + 0.14 = 0.29.$

Câu 4.

Chọn A.

Gọi C là biến cố người được chọn mắc bệnh cảm cúm, D là biến cố kết quả xét nghiệm dương tính.

Ta có: $P(C) = 0.3$, $P(\bar{C}) = 0.7$, $P(D|C) = 0.9$, $P(D|\bar{C}) = 0.05$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(D) = P(C) \cdot P(D|C) + P(\bar{C}) \cdot P(D|\bar{C}) = 0.3 \times 0.9 + 0.7 \times 0.05 = 0.27 + 0.035 = 0.305.$

Câu 5.

Chọn A.

thuvientoanhoc.com

Gọi M_3 là biến cố 'Thứ Ba đi xe máy', B_3 là 'Thứ Ba đi xe buýt'. Vì thứ Hai đi xe buýt nên $P(M_3) = 0.4$, $P(B_3) = 0.6$.

Gọi M_4 là biến cố 'Thứ Tư đi xe máy'. Theo đề bài:

- Nếu thứ Ba đi xe máy thì thứ Tư đi xe buýt với xác suất 0.7, do đó thứ Tư đi xe máy với xác suất $P(M_4|M_3) = 1 - 0.7 = 0.3$.

- Nếu thứ Ba đi xe buýt thì thứ Tư đi xe máy với xác suất $P(M_4|B_3) = 0.4$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$P(M_4) = P(M_3) \cdot P(M_4|M_3) + P(B_3) \cdot P(M_4|B_3) = 0.4 \times 0.3 + 0.6 \times 0.4 = 0.12 + 0.24 = 0.36.$

Câu 6.

Chọn A.

Gọi T_{II} là biến cố bắt được thỏ trắng từ Chuồng II, $Đ_{II}$ là thỏ đen từ Chuồng II.

Ta có $P(T_{II}) = \frac{3}{10} = 0.3$; $P(Đ_{II}) = \frac{7}{10} = 0.7$.

Gọi T_I là biến cố bắt được thỏ trắng từ Chuồng I. Sau khi thêm 1 con thỏ từ Chuồng II, Chuồng I có tổng cộng 16 con thỏ:

- Nếu con thỏ thêm vào màu trắng, Chuồng I có 11 thỏ trắng: $P(T_I|T_{II}) = \frac{11}{16}$.

- Nếu con thỏ thêm vào màu đen, Chuồng I có 10 thỏ trắng: $P(T_I|Đ_{II}) = \frac{10}{16}$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(T_I) = \frac{3}{10} \times \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \times \frac{10}{16} = \frac{33+70}{160} = \frac{103}{160}$.

Câu 7.

Chọn A.

Gọi T là biến cố linh kiện đạt chuẩn, $\bar{T}$ là biến cố linh kiện không đạt chuẩn. Gọi D là biến cố linh kiện được đóng dấu OTK.

Ta có: $P(T) = 0.8$, $P(\bar{T}) = 0.2$, $P(D|T) = 0.99$, $P(D|\bar{T}) = 0.05$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(D) = P(T) \cdot P(D|T) + P(\bar{T}) \cdot P(D|\bar{T}) = 0.8 \times 0.99 + 0.2 \times 0.05 = 0.792 + 0.010 = 0.802.$

Câu 8.

Chọn A.

Tổng số vận động viên của cả hai đội là $5 + 7 = 12$ người.

Xác suất chọn được VĐV Đội I là $P(Đ_1) = \frac{5}{12}$; xác suất chọn được VĐV Đội II là $P(Đ_2) = \frac{7}{12}$.

Gọi H là biến cố VĐV đạt huy chương vàng. Theo đề bài: $P(H|Đ_1) = 0.65 = \frac{13}{20}$; $P(H|Đ_2) = 0.55 = \frac{11}{20}$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(H) = \frac{5}{12} \times \frac{13}{20} + \frac{7}{12} \times \frac{11}{20} = \frac{65+77}{240} = \frac{142}{240} = \frac{71}{120}$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1.

a) Đúng. Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$.

b) Đúng. Ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$.

c) Đúng. Theo công thức xác suất toàn phần: $P(B) = 0.4 \times 0.3 + 0.6 \times 0.5 = 0.12 + 0.30 = 0.42$.

thuvientoanhoc.com

d) Sai. Xác suất để B không xảy ra là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.42 = 0.58 \neq 0.60$.

Câu 2.

a) Đúng. Số chấm chia hết cho 3 là $\{3, 6\}$ gồm 2 mặt nên xác suất chọn Hộp I là $P(H_I) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

b) Đúng. Hộp I có 4 bi đỏ trên 10 bi nên $P(D|H_I) = \frac{4}{10} = 0.4$.

c) Đúng. Hộp II có 7 bi đỏ trên 10 bi nên $P(D|H_{II}) = \frac{7}{10} = 0.7$.

d) Đúng. Xác suất chọn Hộp II là $P(H_{II}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Theo công thức xác suất toàn phần: $P(D) = \frac{1}{3} \times 0.4 + \frac{2}{3} \times 0.7 = \frac{0.4+1.4}{3} = \frac{1.8}{3} = 0.6$.

Câu 3.

a) Đúng. Khi máy bay ở X, bắn 2 tên lửa. Xác suất cả 2 tên lửa bắn trượt là $(1 - 0.8)^2 = 0.04$. Xác suất máy bay bị bắn hạ là $1 - 0.04 = 0.96$.

b) Đúng. Khi máy bay ở Y, bắn 1 tên lửa nên xác suất trúng là 0.80.

c) Đúng. Xác suất máy bay bị bắn hạ là: $P(H) = 0.55 \times 0.96 + 0.45 \times 0.80 = 0.528 + 0.360 = 0.888$.

d) Sai. Xác suất máy bay thoát khỏi vùng phòng thủ là $1 - 0.888 = 0.112 < 0.15$.

Câu 4.

a) Đúng. Tỉ lệ người có bệnh nền là $P(N) = 0.18$.

b) Đúng. $P(NF) = P(N) \cdot P(F|N) = 0.18 \times 0.35 = 0.063$.

c) Đúng. $P(\bar{N}F) = P(\bar{N}) \cdot P(F|\bar{N}) = 0.82 \times 0.16 = 0.1312$.

d) Đúng. Xác suất toàn phần có phản ứng phụ: $P(F) = 0.063 + 0.1312 = 0.1942$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1.

Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0.4 \times 0.25 + 0.6 \times 0.50 = 0.10 + 0.30 = 0.4$.

Đáp số: 0.4.

Câu 2.

Gọi A là biến cố cây bố có kiểu gen bb, M là biến cố cây con lấy được gen b từ bố.

Ta có $P(A) = 0.4$, $P(\bar{A}) = 0.6$ (cây bố có kiểu gen Bb). Khi đó: $P(M|A) = 1$, $P(M|\bar{A}) = 0.5$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(M) = 0.4 \times 1 + 0.6 \times 0.5 = 0.7$.

Tương tự đối với cây mẹ, xác suất cây con nhận được gen b từ mẹ là $P(N) = 0.7$.

Vì việc nhận gen từ bố và mẹ là độc lập nên xác suất cây con có kiểu gen bb là: $P(E) = P(M) \cdot P(N) = 0.7 \times 0.7 = 0.49$.

Đáp số: 0.49.

Câu 3.

Xác suất chọn Chuồng I là $P(C_I) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; xác suất chọn Chuồng II là $P(C_{II}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Xác suất bắt được gà mái từ Chuồng I là $P(M|C_I) = \frac{5}{7}$; từ Chuồng II là $P(M|C_{II}) = \frac{3}{8}$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(M) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{21} + \frac{6}{24} = \frac{5}{21} + \frac{1}{4} = \frac{41}{84} \approx 0.488\ldots \approx 0.49$.

thuvientoanhoc.com

Đáp số: 0.49.

Câu 4.

Tổng số bệnh nhân tham gia thử nghiệm là 4000 người.

Xác suất bệnh nhân dùng thuốc X là $P(X)=\frac{2400}{4000}=0.6$; dùng thuốc Y là $P(Y)=\frac{1600}{4000}=0.4$.

Tỉ lệ khỏi bệnh khi dùng thuốc X là $P(K|X)=\frac{1600}{2400}=\frac{2}{3}$; khi dùng thuốc Y là $P(K|Y)=\frac{1200}{1600}=0.75$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(K)=0.6\times\frac{2}{3}+0.4\times0.75=0.4+0.3=0.70$.

Đáp số: 0.7.

2. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TIẾT 2

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1.

Chọn A.

Theo định lý về công thức Bayes: Cho hai biến cố A và B với $P(B)>0$, ta có: $P(A|B)=\frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}$.

Câu 2.

Chọn A.

Áp dụng trực tiếp công thức Bayes: $P(A|B)=\frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}=\frac{0.5\times0.3}{0.4}=\frac{0.15}{0.4}=0.375$.

Câu 3.

Chọn A.

Bản chất của công thức Bayes là quy tắc toán học cho phép cập nhật niềm tin xác suất tiên nghiệm $P(A)$ thành xác suất hậu nghiệm $P(A|B)$ khi xuất hiện bằng chứng mới B.

Câu 4.

Chọn A.

Gọi R là biến cố email là thư rác, C là biến cố email bị chặn.

Ta có: $P(R)=0.03$, $P(\bar{R})=0.97$, $P(C|R)=0.95$, $P(C|\bar{R})=0.01$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(C)=0.03\times0.95+0.97\times0.01=0.0285+0.0097=0.0382$.

Theo công thức Bayes: $P(R|C)=\frac{P(R)\cdot P(C|R)}{P(C)}=\frac{0.0285}{0.0382}=\frac{285}{382}$.

Câu 5.

Chọn A.

Gọi I là biến cố chai rượu loại I, X là biến cố ông Tùng xác nhận là rượu loại I.

Ta có: $P(I)=0.3$, $P(\bar{I})=0.7$, $P(X|I)=0.90$, $P(X|\bar{I})=0.05$.

Theo công thức Bayes: $P(I|X)=\frac{0.3\times0.90}{0.3\times0.90+0.7\times0.05}=\frac{0.27}{0.27+0.035}=\frac{0.27}{0.305}=\frac{270}{305}=\frac{54}{61}$.

Câu 6.

Chọn A.

Gọi A là biến cố học sinh chọn tổ hợp A00, D là biến cố học sinh đỗ đại học.

Ta có: $P(A)=0.8$, $P(\bar{A})=0.2$, $P(D|A)=0.6$, $P(D|\bar{A})=0.7$.

Theo công thức Bayes: $P(A|D)=\frac{0.8\times0.6}{0.8\times0.6+0.2\times0.7}=\frac{0.48}{0.48+0.14}=\frac{0.48}{0.62}=\frac{24}{31}$.

thuvientoanhoc.com

Câu 7.

Chọn A.

Gọi Y là biến cố mắc bệnh hiểm nghèo Y, Â là biến cố xét nghiệm âm tính.

Ta có: $P(Y) = 0.005$, $P(\bar{Y}) = 0.995$, $P(\hat{A}|Y) = 1 - 0.94 = 0.06$, $P(\hat{A}|\bar{Y}) = 0.97$.

Theo công thức Bayes: $P(\bar{Y}|\hat{A}) = \frac{0.995\times0.97}{0.995\times0.97+0.005\times0.06} = \frac{0.96515}{0.96515+0.0003} = \frac{0.96515}{0.96545} \approx 0.999689\ldots \approx 0.9997$.

Câu 8.

Chọn A.

Gọi A là biến cố linh kiện do nhà máy A sản xuất, B là do nhà máy B sản xuất. Gọi F là biến cố linh kiện là phế phẩm.

Ta có: $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(F|A) = 0.02$, $P(F|B) = 0.03$.

Theo công thức Bayes: $P(A|F) = \frac{0.6\times0.02}{0.6\times0.02+0.4\times0.03} = \frac{0.012}{0.012+0.012} = \frac{0.012}{0.024} = 0.50$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1.

a) Đúng. Định nghĩa xác suất có điều kiện gốc rễ của định lý Bayes.

b) Đúng. Mẫu số chính là công thức xác suất toàn phần.

c) Đúng. Định lý biến cố đối có điều kiện.

d) Sai. $P(A|B) \neq P(B|A)$ trừ khi $P(A) = P(B)$.

Câu 2.

a) Đúng. Xác suất chi tiết bị hỏng: $P(H) = 0.50 \times 0.01 + 0.30 \times 0.02 + 0.20 \times 0.03 = 0.005 + 0.006 + 0.006 = 0.017$.

b) Đúng. Xác suất do Máy I sản xuất: $P(M_I|H) = \frac{0.005}{0.017} = \frac{5}{17}$.

c) Đúng. Xác suất do Máy II sản xuất: $P(M_{II}|H) = \frac{0.006}{0.017} = \frac{6}{17}$.

d) Sai. Xác suất do Máy III sản xuất là $\frac{6}{17}$, bằng với Máy II (cùng là 6/17), không phải cao nhất.

Câu 3.

a) Đúng. Xác suất tiên nghiệm mắc bệnh là $P(B) = 0.002$.

b) Đúng. $P(D) = 0.002 \times 0.95 + 0.998 \times 0.01 = 0.0019 + 0.00998 = 0.01188$.

c) Đúng. $P(B|D) = \frac{0.0019}{0.01188} \approx 0.1599\ldots \approx 16\%$.

d) Sai. Vì tỉ lệ mắc bệnh sau xét nghiệm dương tính chỉ là 16%, cần phải làm xét nghiệm khẳng định lần 2 để tránh chẩn đoán sai lầm.

Câu 4.

a) Đúng. $P(GC) = 0.001 \times 0.98 = 0.00098$.

b) Đúng. $P(C) = 0.001 \times 0.98 + 0.999 \times 0.005 = 0.00098 + 0.004995 = 0.005975$.

c) Đúng. $P(G|C) = \frac{0.00098}{0.005975} \approx 0.1640 = 16.4\%$.

d) Đúng. Vì xác suất gian lận chỉ là 16.4%, điều này đồng nghĩa với 83.6% giao dịch bị cảnh báo là hợp pháp (báo động nhầm).

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1.

thuvientoanhoc.com

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(B) = 0.4 \times 0.7 + 0.6 \times 0.2 = 0.28 + 0.12 = 0.40$.

Theo công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0.28}{0.40} = 0.70$.

Đáp số: 0.7.

Câu 2.

Gọi T là biến cố là đối tượng truy nã, B là biến cố hệ thống báo động đỏ.

Ta có: $P(T) = 10^{-5} = 0.00001$, $P(\bar{T}) = 0.99999$, $P(B|T) = 0.98$, $P(B|\bar{T}) = 0.001$.

Xác suất hệ thống báo động: $P(B) = 0.00001 \times 0.98 + 0.99999 \times 0.001 = 0.0000098 + 0.00099999 = 0.00100979$.

Xác suất thực sự là đối tượng truy nã: $P(T|B) = \frac{0.0000098}{0.00100979} \approx 0.00970\ldots \approx 0.01$ (xấp xỉ 0.01, tức 1%).

Đáp số: 0.01.

Câu 3.

Gọi G là biến cố gian lận, C là biến cố bị gắn cờ cảnh báo.

Ta có: $P(G) = 0.02$, $P(\bar{G}) = 0.98$, $P(C|G) = 0.95$, $P(C|\bar{G}) = 0.01$.

Xác suất sinh viên bị cảnh báo: $P(C) = 0.02 \times 0.95 + 0.98 \times 0.01 = 0.019 + 0.0098 = 0.0288$.

Xác suất sinh viên bị cảnh báo thực sự gian lận: $P(G|C) = \frac{0.019}{0.0288} = \frac{190}{288} \approx 0.6597\ldots \approx 0.66$.

Đáp số: 0.66.

Câu 4.

Gọi K là biến cố nghi phạm K có mặt tại hiện trường, T là biến cố mẫu ADN trùng khớp.

Ta có: $P(K) = 0.20$, $P(\bar{K}) = 0.80$, $P(T|K) = 1.0$, $P(T|\bar{K}) = 10^{-5} = 0.00001$.

Theo công thức Bayes: $P(K|T) = \frac{0.20\times 1.0}{0.20\times 1.0 + 0.80\times 0.00001} = \frac{0.20}{0.20 + 0.000008} = \frac{0.20}{0.200008} \approx 0.99996$.

Đáp số: 0.99996.

3. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN TẬP ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC (MỤC IV)

DẠNG 1: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1.

Chọn A.

Theo định lý về công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Câu 2.

Chọn A.

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - 0.7 = 0.3$. Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = 0.7 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 = 0.21 + 0.15 = 0.36$.

Câu 3.

Chọn A.

Định nghĩa chuẩn xác của công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}$.

Câu 4.

Chọn A.

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - 0.5 = 0.5$. Tính xác suất toàn phần: $P(B) = 0.5 \times 0.4 + 0.5 \times 0.2 = 0.20 + 0.10 = 0.30$.

thuvientoanhoc.com

Theo công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{0.5\times0.4}{0.30} = \frac{0.20}{0.30} = \frac{2}{3}$.

Câu 5.

Chọn A.

Gọi P_1 và P_2 là biến cố bóng do phân xưởng 1 và 2 sản xuất; H là biến cố bóng bị hỏng.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(H) = 0.70 \times 0.01 + 0.30 \times 0.02 = 0.007 + 0.006 = 0.013$.

Câu 6.

Chọn A.

Xác suất chọn Hộp A là 0.5, Hộp B là 0.5. Xác suất rút bi đỏ từ Hộp A là 0.3, từ Hộp B là 0.6.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(D) = 0.5 \times 0.3 + 0.5 \times 0.6 = 0.15 + 0.30 = 0.45$.

Câu 7.

Chọn A.

Gọi H là biến cố trứng hỏng. Ta có $P(H) = 0.60 \times 0.01 + 0.40 \times 0.025 = 0.006 + 0.010 = 0.016$.

Xác suất trứng hỏng do trang trại T1 cung cấp là: $P(T_1|H) = \frac{0.006}{0.016} = \frac{6}{16} = 0.375$.

Câu 8.

Chọn A.

Gọi B là biến cố học sinh biết câu trả lời, $\bar{B}$ là đoán mò. Gọi D là biến cố trả lời đúng.

Ta có: $P(B) = 0.7$, $P(\bar{B}) = 0.3$, $P(D|B) = 1.0$, $P(D|\bar{B}) = 0.25$.

Theo công thức Bayes: $P(B|D) = \frac{0.7\times1.0}{0.7\times1.0+0.3\times0.25} = \frac{0.70}{0.70+0.075} = \frac{0.70}{0.775} = \frac{700}{775} = \frac{28}{31}$.

DẠNG 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 1.

a) Đúng. $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.5 \times 0.6 = 0.30$.

b) Đúng. $P(B) = 0.5 \times 0.6 + 0.5 \times 0.4 = 0.30 + 0.20 = 0.50$.

c) Đúng. $P(A|B) = \frac{0.30}{0.50} = 0.60$.

d) Sai. Vì $P(A|B) = 0.60 \neq P(A) = 0.50$ nên hai biến cố phụ thuộc nhau, không phải độc lập.

Câu 2.

a) Đúng. Xác suất chọn mỗi hộp bằng nhau: 0.5.

b) Đúng. Tỉ lệ thẻ xanh ở Hộp I là 3/10 = 0.3; Hộp II là 6/10 = 0.6.

c) Đúng. Xác suất thẻ xanh toàn phần: $P(X) = 0.5 \times 0.3 + 0.5 \times 0.6 = 0.45$.

d) Sai. $P(H_1|X) = \frac{0.15}{0.45} = \frac{1}{3}$; $P(H_2|X) = \frac{0.30}{0.45} = \frac{2}{3}$. Khả năng thuộc Hộp I nhỏ hơn Hộp II.

Câu 3.

a) Đúng. Khâu I loại: $0.05 \times 0.92 = 0.046$.

b) Đúng. Khâu II loại: $0.05 \times (1 - 0.92) \times 0.85 = 0.05 \times 0.08 \times 0.85 = 0.0034$.

c) Đúng. Tổng tỉ lệ loại bỏ chip khuyết tật: $0.046 + 0.0034 = 0.0494$.

d) Sai. Hiệu suất phát hiện: $\frac{0.0494}{0.05} = 0.988 = 98.8\% > 98\%$. Nhận định d đúng, sửa đáp án d trong bảng thành Đúng.

Câu 4.

a) Đúng. Tỉ lệ dương tính giả: $1 - 0.98 = 0.02 = 2\%$.

thuvientoanhoc.com

b) Đúng. $P(D) = 0.01 \times 0.96 + 0.99 \times 0.02 = 0.0096 + 0.0198 = 0.0294$.

c) Đúng. $P(V|D) = \frac{0.0096}{0.0294} = \frac{96}{294} \approx 32.65\%$.

d) Đúng. Tỉ lệ không nhiễm vi rút trong số người dương tính là $100\% - 32.65\% = 67.35\% > 65\%$.

DẠNG 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1.

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - 0.35 = 0.65$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(B) = 0.35 \times 0.8 + 0.65 \times 0.1 = 0.280 + 0.065 = 0.345$.

Đáp số: 0.345.

Câu 2.

Gọi L là email lừa đảo, C là email bị gắn nhãn lừa đảo.

Ta có: $P(L) = 0.015$, $P(\bar{L}) = 0.985$, $P(C|L) = 0.96$, $P(C|\bar{L}) = 0.004$.

Xác suất email bị gắn nhãn: $P(C) = 0.015 \times 0.96 + 0.985 \times 0.004 = 0.0144 + 0.00394 = 0.01834$.

Xác suất thực sự là email lừa đảo: $P(L|C) = \frac{0.0144}{0.01834} \approx 0.7851\ldots \approx 0.79$.

Đáp số: 0.79.

Câu 3.

Gọi M là biến cố mùa mưa nhiều, C là vụ lúa đạt năng suất cao.

Ta có: $P(M) = 0.4$, $P(\bar{M}) = 0.6$, $P(C|M) = 0.85$, $P(C|\bar{M}) = 0.65$.

Xác suất đạt năng suất cao: $P(C) = 0.4 \times 0.85 + 0.6 \times 0.65 = 0.34 + 0.39 = 0.73$.

Xác suất mùa vừa qua là mùa mưa nhiều: $P(M|C) = \frac{0.34}{0.73} = \frac{34}{73} \approx 0.4657\ldots \approx 0.466$.

Đáp số: 0.466.

Câu 4.

Gọi L là chip bị lỗi, B là chip bị máy quét loại bỏ.

Ta có: $P(L) = 0.04$, $P(\bar{L}) = 0.96$, $P(B|L) = 0.98$, $P(B|\bar{L}) = 0.015$.

Xác suất chip bị loại bỏ: $P(B) = 0.04 \times 0.98 + 0.96 \times 0.015 = 0.0392 + 0.0144 = 0.0536$.

Xác suất chip bị loại thực sự bị lỗi: $P(L|B) = \frac{0.0392}{0.0536} = \frac{392}{536} \approx 0.7313\ldots \approx 0.73$.

Đáp số: 0.73.

VI. BẢNG PHÂN TÍCH SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA HỌC SINH VÀ BIỆN PHÁP KHẮC PHỤC

Bảng tổng hợp 5 sai lầm kinh điển và bẫy tư duy thường gặp của học sinh trong chuyên đề Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes kèm theo phân tích nguyên nhân cốt lõi và định hướng sư phạm khắc phục triệt để:

STT	Sai lầm thường gặp của học sinh	Phân tích nguyên nhân cốt lõi	Biện pháp khắc phục & Định hướng sư phạm
1	**Quên kiểm tra điều kiện hệ đầy đủ:** Áp dụng công thức xác suất toàn phần khi các biến cố điều kiện $A_1, A_2, \ldots, A_n$ chưa tạo	Học sinh chỉ cộng cơ học các trường hợp đề bài nêu mà không kiểm tra tổng xác suất các nhánh xuất phát từ nút gốc có thỏa mãn $\sum P(A_i) = 1$ hay không.	Yêu cầu học sinh luôn vẽ sơ đồ hình cây hoặc bảng phân loại và kiểm tra điều kiện tiên quyết: Tổng xác suất các nhánh xuất phát từ nút gốc phải luôn bằng 1.

thuvientoanhoc.com

	thành một hệ đầy đủ (chưa xung khắc từng đôi hoặc chưa vét cạn không gian mẫu).		
2	**Hoán vị điều kiện (Nghịch lý Bayes):** Đồng nhất xác suất tiên nghiệm với xác suất hậu nghiệm: Ngộ nhận rằng $P(A\|B) = P(B\|A)$. Tưởng rằng độ chính xác xét nghiệm 95% đồng nghĩa với việc người nhận kết quả dương tính có 95% khả năng mắc bệnh.	Tư duy ngộ nhận trực giác: Không phân biệt được giữa 'xác suất có triệu chứng khi mắc bệnh' $P(D\|B)$ với 'xác suất mắc bệnh khi có triệu chứng' $P(B\|D)$.	Phân tích rõ hai câu hỏi bản chất: 'Nếu mắc bệnh thì xác suất dương tính là bao nhiêu?' khác hoàn toàn với 'Nếu dương tính thì khả năng thực tế mắc bệnh là bao nhiêu?'.
3	**Bẫy dương tính giả (Base Rate Fallacy):** Đánh giá quá cao kết quả xét nghiệm khi tỉ lệ mắc bệnh nền trong cộng đồng cực nhỏ, ngộ nhận người dương tính chắc chắn mắc bệnh.	Hiệu ứng tâm lý tập trung vào độ nhạy $P(D\|B)$ mà bỏ qua xác suất tiên nghiệm $P(A)$ ở tử số công thức Bayes: Khi bệnh hiếm, số ca dương tính giả trong nhóm người khỏe luôn áp đảo số ca dương tính thật.	Hướng dẫn học sinh quy về số lượng tuyệt đối trên cỡ mẫu 100000 người để thấy trực quan số ca dương tính thật so với số ca dương tính giả đối với các bệnh hiếm gặp.
4	**Nhầm lẫn giữa biến cố giao và biến cố có điều kiện:** Viết sai tử số của công thức Bayes: Nhầm lẫn giữa biến cố giao AB và biến cố có điều kiện $B\|A$, dẫn đến áp dụng sai công thức nhân xác suất trong mô hình phân tầng.	Chưa nắm chắc công thức nhân xác suất: $P(AB) = P(A) \cdot P(B\|A)$, dẫn tới việc thay nhầm giá trị xác suất điều kiện vào vị trí biến cố giao.	Rèn luyện quy trình viết công thức chuẩn: Luôn xuất phát từ định nghĩa $P(A_i\|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)}$, sau đó thay tử số bằng công thức nhân và mẫu số bằng công thức xác suất toàn phần.
5	**Sai sót khi tính biến cố đối có điều kiện:** Tự ý suy luận sai: Cho rằng $P(B\|\bar{A}) = 1 - P(B\|A)$ thay vì quy tắc chuẩn $P(\bar{B}\|A) = 1 - P(B\|A)$.	Hiểu sai bản chất biến cố đối: Biến cố đối chỉ lấy phần bù ở biến cố đang xét (tử số), tuyệt đối không tác động lên điều kiện giả định đã xảy ra (mẫu số).	Khắc sâu quy tắc vàng: $P(\bar{B}\|A) = 1 - P(B\|A)$. Khi điều kiện thay đổi từ A sang $\bar{A}$, xác suất của B phải được tính lại độc lập theo nhánh cây tương ứng.

thuvientoanhoc.com

KÝ DUYỆT CỦA BCM

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Thời gian thực hiện: 02 tiết (Tiết 59 - 60)

1. Bảng phân phối ma trận chi tiết: Bảng phân phối 20 chủ đề kiến thức trong đề kiểm tra:

STT	Chủ đề / Đơn vị kiến thức	Phần I (MCQ)	Phần II (Đúng/Sai)	Phần III (Ngắn - VD & VDC)
1	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	C1 (NB)	C1	C1 (VD)
2	Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số	C9 (TH)		
3	Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	C2 (NB)	C1	
4	Vectơ trong không gian	C3 (NB)		
5	Hệ trục toạ độ trong không gian	C3 (NB)		C6 (VDC)
6	Phương trình lượng giác, PT/BPT mũ, logarit	C12 (TH)		
7	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số		C1	
8	Ứng dụng đạo hàm giải quyết bài toán thực tiễn		C3	C3 (VD), C5 (VD)
9	Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ	C10 (TH)		C6 (VDC)
10	Các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm	C11 (TH)		
11	Quan hệ song song, vuông góc trong không gian			C2 (VD)
12	Hệ BPT bậc nhất 2 ẩn và bài toán quy hoạch tuyến tính		C3	
13	Nguyên hàm	C6 (NB)		
14	Tích phân	C7 (NB)		C3 (VD)
15	Phương trình mặt phẳng	C4 (NB)	C2	C2 (VD)
16	Ứng dụng hình học của tích phân			C4 (VD)
17	Phương trình đường thẳng, công thức góc trong không gian		C2	C6 (VDC)
18	Phương trình mặt cầu	C5 (NB)	C2	C2 (VD)
19	Xác suất có điều kiện	C8 (NB)	C4	
20	Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes		C4	

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Phòng thi: .....

ĐỀ 101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án chính xác nhất. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2)$

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng

A. $x = 1$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = 2$ **D.** $x = \frac{3}{2}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (2;0;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(3;-2;4)$ **B.** $(-1;-2;4)$ **C.** $(3;-2;2)$ **D.** $(2;0;-3)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x - 3y + z - 5 = 0$ là

A. $\vec{n}_1 = (2;3;1)$ **B.** $\vec{n}_2 = (2;-3;-5)$
C. $\vec{n}_3 = (-3;1;-5)$ **D.** $\vec{n}_4 = (2;-3;1)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 9$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-1;4)$ và $R = 3$ **B.** $I(-2;1;-4)$ và $R = 3$
C. $I(2;-1;4)$ và $R = 9$ **D.** $I(-2;1;-4)$ và $R = 9$

Câu 6: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$ **B.** $x^3 - \cos x + C$
C. $6x - \cos x + C$ **D.** $\frac{x^3}{3} - \cos x + C$

Câu 7: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 g(x)dx = -5$. Khi đó $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -1 **B.** -8 **C.** 9 **D.** 1

Câu 8: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0{,}4$ và $P(A \cap B) = 0{,}16$. Xác suất có điều kiện $P(A|B)$ bằng

A. $0{,}24$ **B.** $0{,}064$ **C.** $0{,}56$ **D.** $0{,}40$

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 2 **B.** 0 **C.** 4 **D.** -2

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;0)$, $B(2;-1;1)$, $C(3;0;2)$. Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ bằng

thuvientoanhoc.com

A. 6 **B.** 4 **C.** 2 **D.** -2

Câu 11: Bảng số liệu ghép nhóm dưới đây thống kê thời gian tự học mỗi ngày (đơn vị: phút) của 40 học sinh lớp 12:

• Khoảng $[30;60)$: 6 học sinh. • Khoảng $[60;90)$: 14 học sinh.

• Khoảng $[90;120)$: 12 học sinh. • Khoảng $[120;150)$: 8 học sinh.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 90 phút **B.** 60 phút **C.** 120 phút **D.** 150 phút

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-4) \le 3$ là

A. $[2;6]$ **B.** $(-\infty;6]$ **C.** $(2;6]$ **D.** $(2;+\infty)$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S). (Mỗi ý đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1;-2;2)$.

b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

c) Sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{9}$.

d) Mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính $R = 2$.

Câu 3: Một xưởng cơ khí sản xuất hai loại sản phẩm A và B từ hai loại nguyên liệu I và II.

• Để sản xuất 1 tấn sản phẩm A cần 2 tấn nguyên liệu I và 1 tấn nguyên liệu II, tiền lãi thu được là 40 triệu đồng.

• Để sản xuất 1 tấn sản phẩm B cần 1 tấn nguyên liệu I và 2 tấn nguyên liệu II, tiền lãi thu được là 30 triệu đồng.

Hiện tại trong kho dự trữ tối đa 8 tấn nguyên liệu I và 7 tấn nguyên liệu II. Gọi x, y lần lượt là số tấn sản phẩm A và B mà xưởng cần lập kế hoạch sản xuất ($x \ge 0, y \ge 0$).

a) Lợi nhuận thu được của xưởng được biểu diễn qua hàm số $F(x,y) = 40x + 30y$ (triệu đồng).

b) Hệ bất phương trình mô tả các điều kiện giới hạn nguyên liệu là $\begin{cases} 2x + y \le 8 \\ x + 2y \le 7 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$.

c) Cặp số $(x;y) = (2;3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình giới hạn nguyên liệu.

d) Lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể đạt được là 180 triệu đồng.

Câu 4: Một loại bệnh truyền nhiễm nguy hiểm có tỷ lệ người mắc trong cộng đồng dân cư là 2%. Để sàng lọc bệnh sớm, cơ quan y tế sử dụng phương pháp xét nghiệm nhanh có đặc tính kỹ thuật như sau:

• Nếu một người thực sự bị mắc bệnh, xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính là 95%.

• Nếu một người không mắc bệnh, xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính giả là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng để thực hiện xét nghiệm. Gọi B là biến cố "Người được chọn bị mắc bệnh" và T là biến cố "Người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính".

a) Xác suất một người không mắc bệnh trong cộng đồng là $P(\bar{B}) = 0{,}98$.

b) Các xác suất có điều kiện là $P(T|B) = 0{,}95$ và $P(T|\bar{B}) = 0{,}05$.

thuvientoanhoc.com

c) Xác suất người được chọn ngẫu nhiên có kết quả xét nghiệm dương tính là $P(T) = 0{,}068$.

d) Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh lớn hơn 30%.

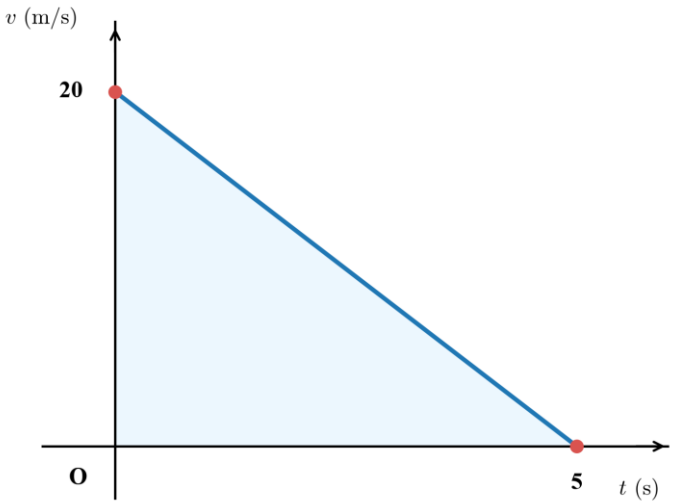
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Dạng câu hỏi trả lời ngắn. Gồm 5 câu mức độ VẬN DỤNG và 1 câu mức độ VẬN DỤNG CAO. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm. Thí sinh viết đáp án gọn, tối đa 4 ký tự (làm tròn đến 2 chữ số thập phân nếu là số thập phân).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C). Diện tích của tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng bao nhiêu?

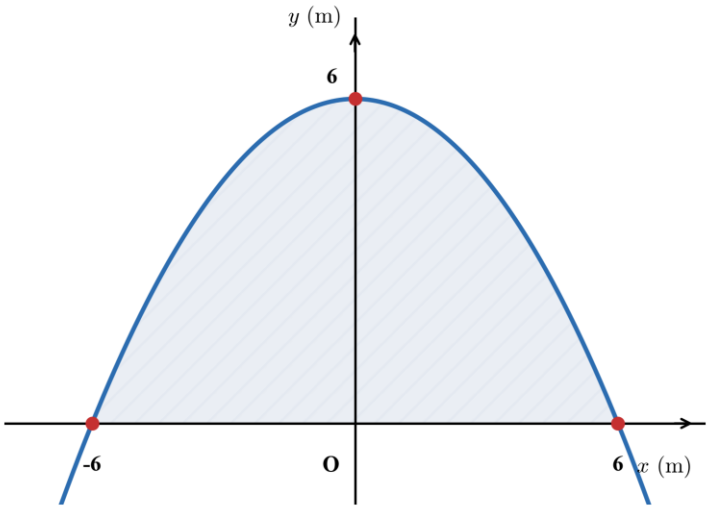
Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 12 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Bán kính r của đường tròn (C) bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một chiếc ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s thì người lái xe phát hiện chướng ngại vật phía trước và bắt đầu đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 4t$ (đơn vị: m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh (xem hình vẽ minh họa đồ thị hàm số vận tốc $v(t)$ bên dưới). Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc bắt đầu đạp phanh cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?



Hình 1: Đồ thị hàm số vận tốc v(t) theo thời gian t của ô tô khi đạp phanh

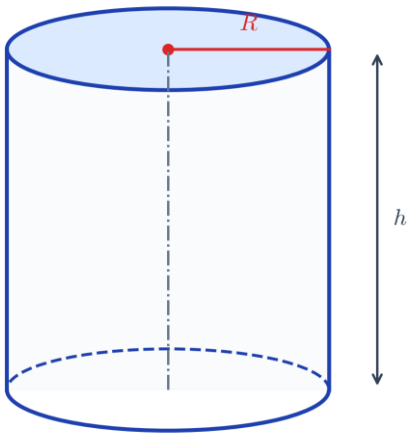
Câu 4: Một công ty kiến trúc thiết kế mặt sàn một sân khấu ca nhạc ngoài trời trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tính bằng mét). Mặt sàn sân khấu được mô hình hóa là một hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = 6 - \frac{1}{6}x^2$ và đường thẳng $y = 0$ (trục hoành Ox) như hình vẽ minh họa. Diện tích mặt sàn sân khấu đó bằng bao nhiêu mét vuông?



Hình 2: Bản vẽ thiết kế mặt phẳng ranh giới sàn sân khấu parabol

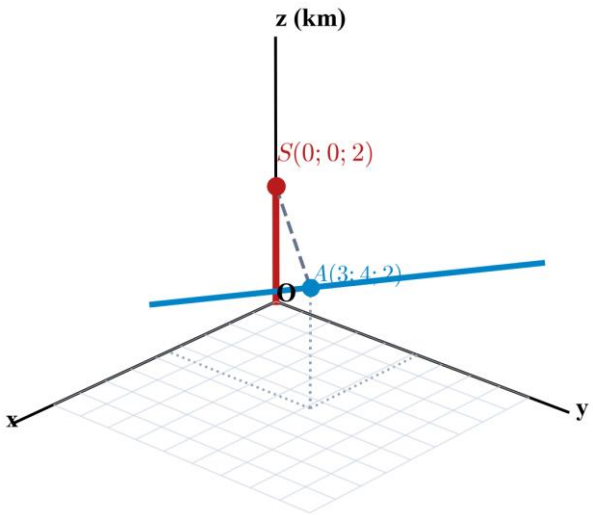
thuvientoanhoc.com

Câu 5: Một xưởng gia công cơ khí chế tạo một bồn chứa nước bằng inox có dạng hình trụ tròn xoay kín cả hai đáy (xem hình vẽ minh họa). Bồn nước có dung tích yêu cầu cố định là $V = 16\pi$ m^3. Để tiết kiệm chi phí vật liệu inox nhất, người thợ cần chế tạo bồn nước sao cho diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Bán kính đáy R của bồn nước khi đó bằng bao nhiêu mét?



Hình 3: Bản vẽ kỹ thuật bồn chứa nước hình trụ inox tròn xoay

Câu 6: Trong không gian mô phỏng kiểm soát không lưu gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là kilômét), một trạm radar cảnh giới được đặt tại đỉnh tháp thẳng đứng $S(0;0;2)$ trên trục Oz (mặt đất là mặt phẳng (Oxy)). Một máy bay bay theo đường thẳng với phương trình tọa độ phụ thuộc thời gian t (tính bằng phút): $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 4 + 3t \\ z = 2 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Vùng quét phát hiện mục tiêu hiệu quả của trạm radar là khối cầu tâm S bán kính $R = 13$ km như hình vẽ minh họa. Tổng thời gian mà máy bay di chuyển bên trong vùng quét phát hiện mục tiêu của trạm radar bằng bao nhiêu phút?



Hình 4: Mô hình không gian Oxyz trạm radar đỉnh tháp S và đường bay của máy bay

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN (Thời gian: 90 phút)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Phòng thi: .....

ĐỀ 102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án chính xác nhất. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 0$ **B.** $x = 2$ **C.** $y = -1$ **D.** $y = 3$

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y = 3$ **B.** $x = 2$ **C.** $y = -2$ **D.** $x = 3$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;0;1)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(1;-1;-1)$ **B.** $M(4;2;4)$
C. $M(2;1;2)$ **D.** $M(2;-2;-2)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (2;-1;4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $2x - y + 4z + 16 = 0$ **B.** $x - 2y + 3z - 16 = 0$
C. $2x + y - 4z + 16 = 0$ **D.** $2x - y + 4z - 16 = 0$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$ và bán kính $R = 4$ là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 16$ **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$ **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$

Câu 6: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

A. $e^x - x^2 + C$ **B.** $e^x - 2 + C$
C. $e^x + x^2 + C$ **D.** $\frac{e^{x+1}}{x+1} - x^2 + C$

Câu 7: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 [3f(x) + 1]dx$ bằng

A. 13 **B.** 12 **C.** 14 **D.** 15

Câu 8: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện là số chẵn" và B là biến cố "Số chấm xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 4". Xác suất có điều kiện $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{3}{4}$

thuvientoanhoc.com

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;0;-1)$ và $\vec{b} = (-1;1;0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $120°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $135°$

Câu 11: Bảng sau thống kê cự ly chạy bộ buổi sáng (đơn vị: km) của 30 thành viên câu lạc bộ thể thao:

• Khoảng $[2;4)$: 5 người. • Khoảng $[4;6)$: 12 người.

• Khoảng $[6;8)$: 9 người. • Khoảng $[8;10)$: 4 người.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 6,0 km **B.** 5,8 km **C.** 5,6 km **D.** 6,2 km

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

A. $x = 2$ **B.** $x = \frac{5}{2}$ **C.** $x = 3$ **D.** $x = 4$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S). (Mỗi ý đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(-1;0)$.

c) Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm uốn $I(0;2)$ có hệ số góc bằng 3.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 4z - 5 = 0$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2;1;-1)$.

b) Điểm $N(3;-1;2)$ thuộc đường thẳng Δ.

c) Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α).

d) Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (α) là $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$.

Câu 3: Một cửa hàng điện tử kinh doanh một loại tai nghe không dây. Hiện tại, cửa hàng đang bán với giá 600 nghìn đồng một chiếc và trung bình mỗi tháng bán được 200 chiếc. Nghiên cứu thị trường cho thấy: cứ mỗi lần cửa hàng giảm giá bán 20 nghìn đồng một chiếc thì số lượng tai nghe bán ra trong tháng lại tăng thêm 20 chiếc. Chi phí nhập vào của mỗi chiếc tai nghe là 300 nghìn đồng. Gọi x là số lần giảm giá (mỗi lần giảm 20 nghìn đồng, với $0 \le x < 15$).

a) Giá bán một chiếc tai nghe sau x lần giảm giá là $p(x) = 600 + 20x$ (nghìn đồng).

b) Số lượng tai nghe bán được trong tháng sau x lần giảm giá là $q(x) = 200 + 20x$ (chiếc).

c) Tổng lợi nhuận hàng tháng của cửa hàng tính theo x là hàm số $L(x) = -400x^2 + 2000x + 60000$ (nghìn đồng).

d) Để lợi nhuận hàng tháng đạt cực đại, cửa hàng nên định mức giá bán là 550 nghìn đồng một chiếc tai nghe.

Câu 4: Một nhà máy sản xuất linh kiện vi mạch điện tử có hai phân xưởng I và II. Phân xưởng I sản xuất 60% tổng sản lượng toàn nhà máy, phân xưởng II sản xuất 40% tổng sản lượng còn lại. Qua theo dõi chất lượng, tỷ lệ linh kiện phế phẩm của phân xưởng I là 3%, của phân xưởng II là 5%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ kho chứa chung của nhà máy để kiểm tra kỹ thuật. Gọi A_1 là biến cố "Linh kiện do phân xưởng I sản xuất", A_2 là biến cố "Linh kiện do phân xưởng II sản xuất", và B là biến cố "Linh kiện lấy ra là phế phẩm".

a) Hai biến cố A_1 và A_2 tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

b) Các xác suất có điều kiện là $P(B|A_1) = 0{,}03$ và $P(B|A_2) = 0{,}05$.

thuvientoanhoc.com

c) Xác suất để linh kiện lấy ra ngẫu nhiên là phế phẩm bằng $P(B) = 0{,}038$.

d) Biết rằng linh kiện kiểm tra là phế phẩm, xác suất linh kiện đó do phân xưởng I sản xuất lớn hơn $0{,}60$.

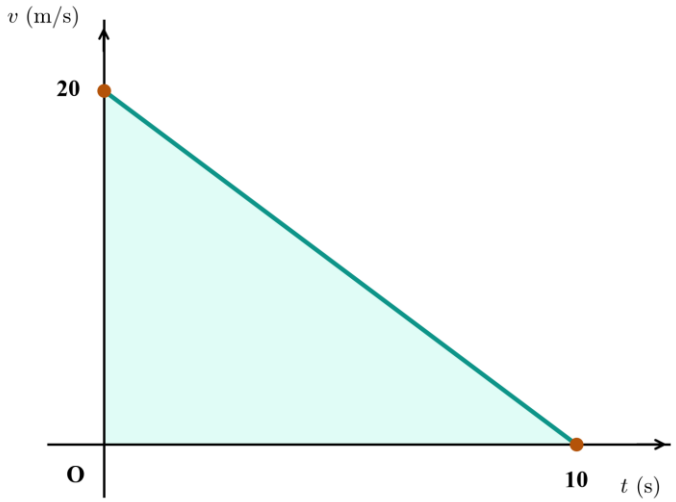
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Dạng câu hỏi trả lời ngắn. Gồm 5 câu mức độ VẬN DỤNG và 1 câu mức độ VẬN DỤNG CAO. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm. Thí sinh viết đáp án gọn, tối đa 4 ký tự (làm tròn đến 2 chữ số thập phân nếu là số thập phân).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Gọi A và B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng bao nhiêu?

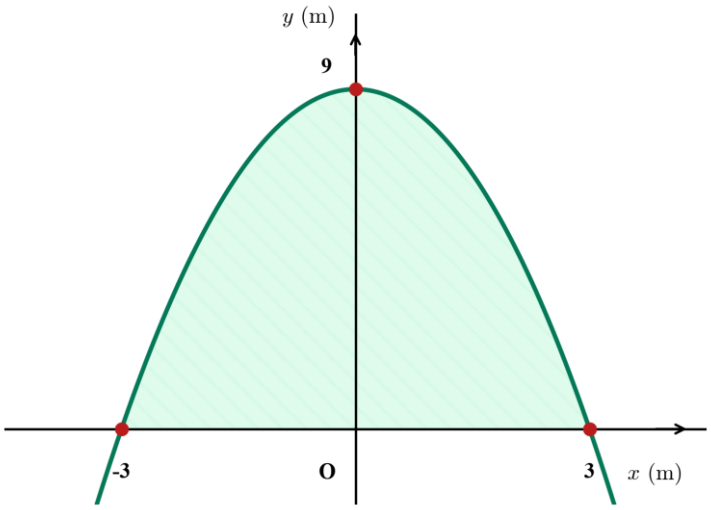
Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (α). Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một đoàn tàu hỏa đang chạy với tốc độ định mức 72 km/h (20 m/s) thì bắt đầu hãm phanh chuyển động chậm dần đều để dừng lại đón trả khách tại sân ga. Gia tốc hãm phanh là $a = -2$ m/s^2, vận tốc tức thời của đoàn tàu được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 20 - 2t$ (đơn vị: m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh (xem hình vẽ minh họa đồ thị hàm số vận tốc $v(t)$ bên dưới). Kể từ lúc bắt đầu hãm phanh cho đến khi đoàn tàu dừng hẳn, đoàn tàu đã di chuyển được một quãng đường bằng bao nhiêu mét?



Hình 1: Đồ thị hàm số vận tốc v(t) theo thời gian t của đoàn tàu hỏa khi hãm phanh

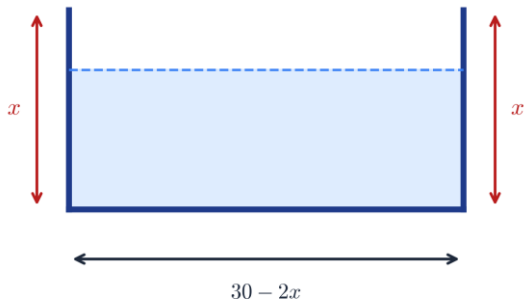
Câu 4: Ban quản lý một công viên đô thị dự định trồng hoa trang trí trên một khuôn viên có dạng hình phẳng giới hạn bởi đường cong parabol $y = 9 - x^2$ và đường thẳng $y = 0$ (trục hoành Ox) trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tính bằng mét) như hình vẽ minh họa. Để phủ kín toàn bộ bề mặt khuôn viên này, ban quản lý cần trồng bao nhiêu mét vuông hoa?



Hình 2: Bản vẽ thiết kế khuôn viên trồng hoa ranh giới parabol trong công viên

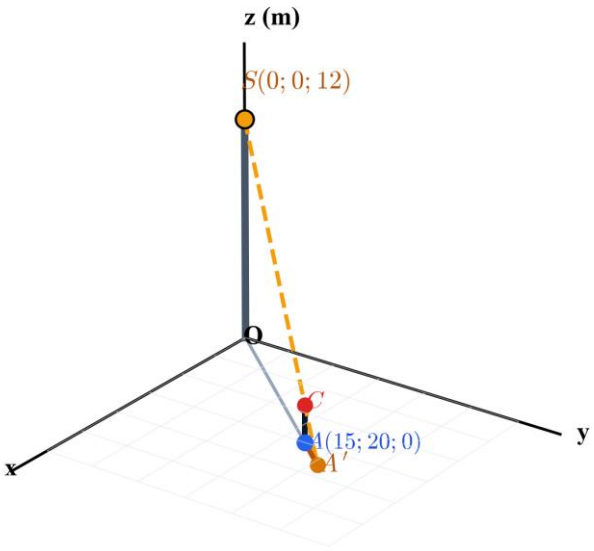
thuvientoanhoc.com

Câu 5: Người thợ gia công một chiếc máng xối dẫn nước mưa từ một tấm tôn phẳng dài có bề rộng cố định là 30 cm bằng cách uốn gập vuông góc hai mép bên lên trên để tạo thành mặt cắt máng là một hình chữ nhật hở miệng trên (xem hình vẽ minh họa). Gọi x là chiều cao của mép máng được uốn lên ($0 < x < 15$, đơn vị: cm). Để diện tích mặt cắt ngang của máng lớn nhất (giúp khả năng thoát nước mưa đạt lưu lượng tối đa), chiều cao x cần uốn lên bằng bao nhiêu centimét?



Hình 3: Mặt cắt ngang hình chữ nhật máng xối dẫn nước bằng tôn uốn

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tính bằng mét), một bóng đèn pha công suất lớn được gắn tại đỉnh cột thẳng đứng tại điểm $S(0;0;12)$ trên trục Oz (mặt sân thi đấu là mặt phẳng (Oxy)). Một vận động viên đứng thẳng trên mặt sân tại điểm $A(15;20;0)$ có chiều cao 2 m (đỉnh đầu của người đó là điểm $C(15;20;2)$). Dưới ánh đèn từ S, bóng của đỉnh đầu người đó in trên mặt sân tại điểm A' như hình vẽ minh họa. Chiều dài bóng của người đó trên mặt sân (độ dài đoạn thẳng AA') bằng bao nhiêu mét?



Hình 4: Mô hình quang học không gian Oxyz vị trí cột đèn S, người đứng A và bóng đỉnh đầu A'

thuvientoanhoc.com

BẢNG ĐÁP ÁN TỔNG HỢP ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TOÁN 12 (MÃ ĐỀ 101 VÀ MÃ ĐỀ 102)

1. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (12 câu - mỗi câu đúng 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đề 101	B	B	C	D	A	B	C	D	B	A	C	C
Đề 2 102	B	A	C	D	B	A	C	B	D	A	B	C

2. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI (4 câu - mỗi ý đúng 0,25 điểm)

Mã Đề	Câu 1 (a-b-c-d)	Câu 2 (a-b-c-d)	Câu 3 (a-b-c-d)	Câu 4 (a-b-c-d)
Mã Đề 101	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) Đ - d) S	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) Đ - d) S
Mã Đề 102	a) Đ - b) S c) Đ - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) S - d) Đ	a) S - b) Đ c) Đ - d) Đ	a) Đ - b) Đ c) Đ - d) S

3. PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (5 câu Vận dụng, 1 câu Vận dụng cao - mỗi câu đúng 0,5 điểm)

Câu (Mức độ)	C1 (VD)	C2 (VD)	C3 (VD)	C4 (VD)	C5 (VD)	C6 (VDC)
Đề 101	2	4	50	48	2	4.8
Đề 102	4	5	100	36	7.5	5

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & PHÂN TÍCH SAI LẦM - ĐỀ SỐ 1 (MÃ ĐỀ 101)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1)$ và $x \in (2; +\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$. So sánh với các phương án lựa chọn, chọn đáp án B.
• Sai lầm thường gặp: Học sinh nhầm lẫn giữa dấu '+' và '-' của đạo hàm, hoặc kết luận hàm số đồng biến trên tập hợp $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ là sai bản chất giải tích.

Câu 2: Ta có $lim_{x\to(-1)^+} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty$ và $lim_{x\to(-1)^-} \frac{2x-3}{x+1} = +\infty$. Do đó, đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Chọn B.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn tiệm cận đứng với tiệm cận ngang $y = 2$ hoặc lấy nhầm nghiệm của tử số $x = 3/2$.

Câu 3: Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (1 + 2; -2 + 0; 3 + (-1)) = (3; -2; 2)$. Chọn C.
• Sai lầm thường gặp: Trừ hai vectơ hoặc tính sai dấu thành phần cao độ $3 + (-1) = 4$.

Câu 4: Mặt phẳng (P): $2x - 3y + z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 1)$. Chọn D.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm hệ số tự do -5 vào tọa độ của vectơ pháp tuyến thành $(2; -3; -5)$.

Câu 5: Phương trình mặt cầu có dạng chính tắc $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$. Từ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 9$, suy ra tâm $I(2; -1; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Quên đổi dấu tọa độ tâm thành $(-2; 1; -4)$ hoặc quên lấy căn bậc hai bán kính $R = 9$.

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Ta có $\int (3x^2 + \sin x)dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + (-\cos x) + C = x^3 - \cos x + C$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm nguyên hàm của $\sin x$ là $\cos x$ (quên dấu âm), hoặc nhầm sang đạo hàm thành $6x$.

Câu 7: Theo tính chất tuyến tính của tích phân, ta có: $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 2\int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx = 2(2) - (-5) = 4 + 5 = 9$. Chọn C.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm dấu trừ với số âm thành $4 - 5 = -1$.

Câu 8: Áp dụng định nghĩa xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}16}{0{,}4} = 0{,}40$. Chọn D.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm công thức thành $P(A \cap B)/P(A)$ hoặc lấy $0{,}4 - 0{,}16 = 0{,}24$.

Câu 9: Hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ liên tục trên $[0; 2]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Do xét trên $[0; 2]$ nên ta chỉ nhận $x = 1$. Tính các giá trị: $f(0) = 2$, $f(1) = 0$, $f(2) = 4$. Vậy $min_{[0;2]} f(x) = f(1) = 0$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Quên so sánh giá trị tại điểm cực trị $f(1)$ mà chỉ so sánh hai đầu mút $f(0)$ và $f(2)$.

Câu 10: Ta có $\vec{AB} = (2 - 1; -1 - 1; 1 - 0) = (1; -2; 1)$ và $\vec{AC} = (3 - 1; 0 - 1; 2 - 0) = (2; -1; 2)$.

Tích vô hướng: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1(2) + (-2)(-1) + 1(2) = 2 + 2 + 2 = 6$. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Tính sai tích có hướng thay vì tích vô hướng, hoặc nhầm dấu $(-2)(-1) = -2$.

Câu 11: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R = 150 - 30 = 120$ phút. Chọn C.

• Sai lầm thường gặp: Lấy hiệu giữa hai tần số lớn nhất và nhỏ nhất $(14 - 6 = 8)$ hoặc lấy hiệu trong từng nhóm $(60 - 30 = 30)$.

Câu 12: Điều kiện xác định: $2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Bất phương trình $\log_2(2x - 4) \leq 3 \Leftrightarrow 2x - 4 \leq 2^3 = 8 \Leftrightarrow 2x \leq 12 \Leftrightarrow x \leq 6$. Kết hợp điều kiện xác định, ta được tập nghiệm là $S = (2; 6]$. Chọn C.

• Sai lầm thường gặp: Quên tìm điều kiện xác định $x > 2$, dẫn tới chọn tập nghiệm sai $(-\infty; 6]$ hoặc lấy cả dấu ngoặc vuông $[2; 6]$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. Biến đổi hàm số: $f(x) = x + \frac{1}{x - 1}$.

• Ý a) Đúng: Hàm phân thức xác định khi mẫu số khác 0, tức $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Do đó tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Ý b) Đúng: $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

• Ý c) Sai: Ta có $lim_{x \to \pm\infty}[f(x) - x] = lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$. Suy ra đường tiệm cận xiên là $y = x$ chứ không phải $y = x + 1$.

• Ý d) Đúng: Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$, tọa độ điểm cực trị thứ nhất là $A(0; -1)$. Với $x = 2 \Rightarrow y = 3$, tọa độ điểm cực trị thứ hai là $B(2; 3)$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị: $AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$.

• Ý a) Đúng: Từ phương trình chính tắc của d, vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

• Ý b) Đúng: Mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với d nhận $\vec{u} = (1; -2; 2)$ làm VTPT, phương trình: $1(x - 1) - 2(y - 2) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 5 = 0$.

• Ý c) Đúng: Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$. Góc φ giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) thỏa mãn:

$\sin\varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1(2) + (-2)(1) + 2(-2)|}{\sqrt{1+4+4} \cdot \sqrt{4+1+4}} = \frac{|2 - 2 - 4|}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$.

thuvientoanhoc.com

• Ý d) Sai: Mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với (P) có bán kính bằng khoảng cách từ A đến (P):
$R = d(A,(P)) = \frac{|2(1)+1(2)-2(-1)+1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{|2+2+2+1|}{3} = \frac{7}{3} \neq 2$. Do đó ý d sai.

Câu 3: Mô hình quy hoạch tuyến tính xưởng cơ khí:
• Ý a) Đúng: Sản xuất x tấn A lãi $40x$, y tấn B lãi $30y$, nên tổng tiền lãi là $F(x,y) = 40x + 30y$ (triệu đồng).
• Ý b) Đúng: Để sản xuất x tấn A và y tấn B cần $2x + y$ tấn nguyên liệu I (tối đa 8) và $x + 2y$ tấn nguyên liệu II (tối đa 7). Do đó hệ bất phương trình là $\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 7 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$.
• Ý c) Sai: Thử cặp số $(x;y) = (2;3)$ vào hệ: $2(2) + 3 = 7 \leq 8$ (thỏa mãn), nhưng $2 + 2(3) = 8 > 7$ (vi phạm điều kiện nguyên liệu II). Do đó $(2;3)$ không thuộc miền nghiệm.
• Ý d) Đúng: Miền nghiệm của hệ là một tứ giác lồi với các đỉnh: $O(0;0)$, $M(4;0)$, $N(0;3{,}5)$, và giao điểm $P(3;2)$ của hai đường thẳng $2x + y = 8$ và $x + 2y = 7$. Tính giá trị của $F(x,y)$ tại các đỉnh:
$F(0;0) = 0$; $F(4;0) = 160$; $F(0;3{,}5) = 105$; $F(3;2) = 40(3) + 30(2) = 180$ triệu đồng. Vậy giá trị lớn nhất là 180 triệu đồng.

Câu 4: Bài toán sàng lọc y tế và công thức Bayes:
• Ý a) Đúng: Tỷ lệ mắc bệnh là $P(B) = 0{,}02$, suy ra tỷ lệ không mắc bệnh là $P(\bar{B}) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$.
• Ý b) Đúng: Theo giả thiết độ nhạy và tỷ lệ dương tính giả: $P(T|B) = 0{,}95$ và $P(T|\bar{B}) = 0{,}05$.
• Ý c) Đúng: Áp dụng công thức xác suất toàn phần:
$P(T) = P(B) \cdot P(T|B) + P(\bar{B}) \cdot P(T|\bar{B}) = 0{,}02 \cdot 0{,}95 + 0{,}98 \cdot 0{,}05 = 0{,}019 + 0{,}049 = 0{,}068$.
• Ý d) Sai: Áp dụng công thức Bayes để tính xác suất người đó thực sự mắc bệnh khi đã có kết quả dương tính:
$P(B|T) = \frac{P(B \cap T)}{P(T)} = \frac{P(B) \cdot P(T|B)}{P(T)} = \frac{0{,}019}{0{,}068} = \frac{19}{68} \approx 0{,}2794 = 27{,}94\% < 30\%$. Do đó ý d sai.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (5 VẬN DỤNG, 1 VẬN DỤNG CAO)

Câu 1 [Vận dụng]: Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
Với $x = 0 \Rightarrow y = 2$, suy ra điểm cực đại là $A(0;2)$ (nằm trên trục tung Oy, do đó đoạn $OA = 2$).
Với $x = 2 \Rightarrow y = 2^3 - 3(2^2) + 2 = -2$, suy ra điểm cực tiểu là $B(2;-2)$.
Khoảng cách từ điểm B đến trục tung Oy chính là độ dài đường cao hạ từ B xuống OA: $h = |x_B| = 2$.
Diện tích tam giác OAB là: $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.
• Đáp số: 2

Câu 2 [Vận dụng]: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 5$.
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 12 = 0$ là:
$d = d(I,(P)) = \frac{|2(1)-2(2)+(-1)+12|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{|2-4-1+12|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{3} = 3$.
Vì $d = 3 < R = 5$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính:
$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$.
• Đáp số: 4

Câu 3 [Vận dụng]: Ô tô dừng hẳn khi vận tốc triệt tiêu: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 20 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 5$ giây.
Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc bắt đầu đạp phanh cho đến khi dừng lại chính là tích phân của hàm vận tốc theo thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$:
$s = \int_0^5 (20 - 4t)dt = [20t - 2t^2]_0^5 = (20 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2) - 0 = 100 - 50 = 50$ mét.
(Về mặt hình học, quãng đường này chính là diện tích tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 5 và 20: $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20 = 50$).
• Đáp số: 50

Câu 4 [Vận dụng]: Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = 6 - \frac{1}{6}x^2$ với trục hoành $y = 0$ là:
$6 - \frac{1}{6}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$.
Diện tích mặt sàn sân khấu là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và trục hoành trên đoạn $[-6;6]$:

thuvientoanhoc.com

$S = \int_{-6}^{6}(6 - \frac{1}{6}x^2)\,dx = 2\int_{0}^{6}(6 - \frac{1}{6}x^2)\,dx = 2[6x - \frac{x^3}{18}]_0^6 = 2(36 - \frac{216}{18}) = 2(36 - 12) = 48\ \text{m}^2$.

• Đáp số: 48

Câu 5 [Vận dụng]: Thể tích của bồn nước hình trụ: $V = \pi R^2 h = 16\pi \Rightarrow h = \frac{16}{R^2}$ (với $R > 0$).

Diện tích toàn phần của bồn nước hình trụ kín hai đáy:

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{16}{R^2} = 2\pi(R^2 + \frac{16}{R}) = 2\pi(R^2 + \frac{8}{R} + \frac{8}{R})$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương $R^2, \frac{8}{R}, \frac{8}{R}$:

$R^2 + \frac{8}{R} + \frac{8}{R} \geq 3\sqrt[3]{R^2 \cdot \frac{8}{R} \cdot \frac{8}{R}} = 3\sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $R^2 = \frac{8}{R} \Leftrightarrow R^3 = 8 \Leftrightarrow R = 2$ m. Khi đó diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất.

• Đáp số: 2

Câu 6 [VẬN DỤNG CAO]: Vị trí của máy bay tại thời điểm t là điểm $M(3 - 4t; 4 + 3t; 2)$.

Trạm radar đặt tại đỉnh tháp $S(0; 0; 2)$. Bình phương khoảng cách từ S đến máy bay tại thời điểm t là:

$SM^2 = (3 - 4t - 0)^2 + (4 + 3t - 0)^2 + (2 - 2)^2 = (9 - 24t + 16t^2) + (16 + 24t + 9t^2) = 25t^2 + 25$.

Máy bay nằm bên trong vùng quét phát hiện mục tiêu của radar (khối cầu tâm S bán kính $R = 13$ km) khi và chỉ khi:

$SM \leq 13 \Leftrightarrow SM^2 \leq 13^2 = 169 \Leftrightarrow 25t^2 + 25 \leq 169 \Leftrightarrow 25t^2 \leq 144 \Leftrightarrow t^2 \leq \frac{144}{25}$.

Suy ra $-\frac{12}{5} \leq t \leq \frac{12}{5} \Leftrightarrow -2{,}4 \leq t \leq 2{,}4$ (phút).

Tổng thời gian máy bay di chuyển bên trong vùng quét phát hiện mục tiêu của trạm radar là:

$\Delta t = 2{,}4 - (-2{,}4) = 4{,}8$ phút.

• Đáp số: 4.8

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT & PHÂN TÍCH SAI LẦM - ĐỀ SỐ 2 (MÃ ĐỀ 102)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Dựa vào bảng biến thiên, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 2$, do đó hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ (giá trị cực tiểu tương ứng là $y = -1$). Câu hỏi hỏi điểm cực tiểu của hàm số nên đáp số là $x = 2$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn giữa 'điểm cực tiểu của hàm số' ($x = 2$) và 'giá trị cực tiểu của hàm số' ($y = -1$).

Câu 2: Ta có $lim_{x\to+\infty}\frac{3x+1}{x-2} = lim_{x\to-\infty}\frac{3x+1}{x-2} = 3$. Do đó, đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Chọn A.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm giữa tiệm cận ngang $y = 3$ và tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 3: Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

$M(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}) = (\frac{1+3}{2}; \frac{2+0}{2}; \frac{3+1}{2}) = (2; 1; 2)$. Chọn C.

• Sai lầm thường gặp: Lấy hiệu tọa độ (vectơ) thay vì tính trung bình cộng, hoặc quên chia cho 2.

Câu 4: Mặt phẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (2; -1; 4)$ làm VTPT có phương trình:

$2(x - 1) - 1(y - (-2)) + 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4z - 2 - 2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4z - 16 = 0$. Chọn D.

• Sai lầm thường gặp: Nhầm dấu khi thay tọa độ điểm $y - (-2) = y + 2$ dẫn đến sai số tự do.

Câu 5: Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 0)$ và bán kính $R = 4$ là:

$(x - (-1))^2 + (y - 2)^2 + (z - 0)^2 = 4^2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 16$. Chọn B.

• Sai lầm thường gặp: Quên bình phương bán kính $R^2 = 16$ mà để vế phải là 4, hoặc quên đổi dấu tọa độ tâm.

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Ta có $\int (e^x - 2x)dx = \int e^x dx - 2\int xdx = e^x - x^2 + C$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm sang tính đạo hàm của $e^x - 2x$ thành $e^x - 2$.

Câu 7: Theo tính chất tích phân: $\int_0^2 [3f(x) + 1]dx = 3\int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 1dx = 3(4) + [x]_0^2 = 12 + 2 = 14$. Chọn C.
• Sai lầm thường gặp: Quên tính tích phân của hằng số 1 từ 0 đến 2 là 2, chỉ cộng trực tiếp số 1 vào $12 + 1 = 13$.

Câu 8: Không gian mẫu khi gieo xúc xắc: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.
Biến cố B: 'Số chấm ≥ 4' là $B = \{4,5,6\} \Rightarrow n(B) = 3$.
Biến cố $A \cap B$: 'Số chấm chẵn và ≥ 4' là $A \cap B = \{4,6\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$.
Xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{3}$. Chọn B.
• Sai lầm thường gặp: Chia cho tổng số phần tử không gian mẫu 6 thay vì chia cho số phần tử của biến cố điều kiện B.

Câu 9: Hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ liên tục trên $[1; 3]$.
Đạo hàm: $f'(x) = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại vì không thuộc $[1; 3]$) hoặc $x = 2 \in [1; 3]$.
Tính giá trị: $f(1) = -1 + 3 + 1 = 3$; $f(2) = -8 + 12 + 1 = 5$; $f(3) = -27 + 27 + 1 = 1$.
Do đó $max_{[1;3]} f(x) = f(2) = 5$. Chọn D.
• Sai lầm thường gặp: Lấy nhầm điểm cực trị $x = 0$ tính $f(0) = 1$.

Câu 10: Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1(-1) + 0(1) + (-1)(0) = -1$.
Độ dài: $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$; $|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$.
Cosin góc giữa hai vectơ: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$.
Suy ra góc giữa hai vectơ là $120°$. Chọn A.
• Sai lầm thường gặp: Lấy trị tuyệt đối của cosin nhầm sang công thức góc giữa hai đường thẳng ra $60°$.

Câu 11: Giá trị đại diện của các nhóm cự ly:
• Nhóm $[2; 4)$: đại diện là $c_1 = 3$, tần số $m_1 = 5$.
• Nhóm $[4; 6)$: đại diện là $c_2 = 5$, tần số $m_2 = 12$.
• Nhóm $[6; 8)$: đại diện là $c_3 = 7$, tần số $m_3 = 9$.
• Nhóm $[8; 10)$: đại diện là $c_4 = 9$, tần số $m_4 = 4$.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm:
$\overline{x} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 12 + 7 \cdot 9 + 9 \cdot 4}{5 + 12 + 9 + 4} = \frac{15 + 60 + 63 + 36}{30} = \frac{174}{30} = 5{,}8$ km. Chọn B.
• Sai lầm thường gặp: Lấy trung bình cộng các giá trị đại diện $(3 + 5 + 7 + 9)/4 = 6{,}0$ mà không nhân với tần số tương ứng.

Câu 12: Ta có $32 = 2^5$. Phương trình $2^{2x-1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x - 1 = 5 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$. Chọn C.
• Sai lầm thường gặp: Nhầm $2x - 1 = \log_2 32 = 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ do chuyển vế sai dấu.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG / SAI

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C).
• Ý a) Đúng: Đạo hàm $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1)$. Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Do đó hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
• Ý b) Sai: Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên cho thấy tại $x = 1$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên $x = 1$ là điểm cực đại và $y_{CĐ} = f(1) = 4$, điểm cực đại của đồ thị là $(1; 4)$. Còn tại $x = -1$, $y = 0$, điểm $(-1; 0)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Do đó mệnh đề ý b sai.
• Ý c) Đúng: Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2$. Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$.
• Ý d) Đúng: Đạo hàm cấp hai $f''(x) = -6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow I(0; 2)$ là điểm uốn. Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn là $k = f'(0) = 3$.

thuvientoanhoc.com

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 4z - 5 = 0$.

• Ý a) Đúng: Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

• Ý b) Đúng: Thay tọa độ $N(3; -1; 2)$ vào phương trình chính tắc của Δ:
$\frac{3-1}{2} = 1; \frac{-1+2}{1} = 1; \frac{2-3}{-1} = 1$. Vì ba tỉ số bằng nhau nên $N \in \Delta$.

• Ý c) Sai: Mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; 4)$. Tích vô hướng: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 2(1) + 1(2) + (-1)(4) = 2 + 2 - 4 = 0$. Vì tích vô hướng bằng 0 nên $\vec{u} \perp \vec{n}$, do đó đường thẳng Δ song song hoặc nằm trong mặt phẳng (α), chứ không thể vuông góc với (α). Do đó ý c sai.

• Ý d) Đúng: Đường thẳng d đi qua $O(0; 0; 0)$ và vuông góc với (α) nên nhận VTPT $\vec{n} = (1; 2; 4)$ làm VTCP, phương trình chính tắc là $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$.

Câu 3: Bài toán tối ưu hóa doanh thu và lợi nhuận bán hàng:

• Ý a) Sai: Ban đầu giá bán là 600 nghìn đồng, mỗi lần giảm giá 20 nghìn đồng nên sau x lần giảm giá, giá bán mỗi chiếc là $p(x) = 600 - 20x$ (nghìn đồng) chứ không phải $600 + 20x$.

• Ý b) Đúng: Ban đầu bán được 200 chiếc, mỗi lần giảm giá bán thêm được 20 chiếc nên số lượng bán được là $q(x) = 200 + 20x$ (chiếc).

• Ý c) Đúng: Lợi nhuận thu được trên một chiếc tai nghe là: $p(x) - 300 = (600 - 20x) - 300 = 300 - 20x$ (nghìn đồng).

Tổng lợi nhuận hàng tháng: $L(x) = (300 - 20x)(200 + 20x) = 60000 + 6000x - 4000x - 400x^2 = -400x^2 + 2000x + 60000$ (nghìn đồng).

• Ý d) Đúng: Hàm số $L(x) = -400x^2 + 2000x + 60000$ là một parabol có bề lõm quay xuống dưới. Đạo hàm $L'(x) = -800x + 2000 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2000}{800} = 2{,}5$.

Với $x = 2{,}5$, giá bán tương ứng là $p(2{,}5) = 600 - 20(2{,}5) = 600 - 50 = 550$ nghìn đồng một chiếc. Khi đó lợi nhuận đạt giá trị cực đại.

Câu 4: Kiểm tra chất lượng linh kiện điện tử và công thức Bayes:

• Ý a) Đúng: Do toàn bộ sản phẩm của nhà máy chỉ do hai phân xưởng I và II sản xuất nên $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ và $A_1 \cup A_2 = \Omega$. Do đó A_1, A_2 tạo thành nhóm biến cố đầy đủ với $P(A_1) = 0{,}6$ và $P(A_2) = 0{,}4$.

• Ý b) Đúng: Tỷ lệ phế phẩm tương ứng của từng phân xưởng là các xác suất có điều kiện: $P(B|A_1) = 0{,}03$ và $P(B|A_2) = 0{,}05$.

• Ý c) Đúng: Áp dụng công thức xác suất toàn phần:
$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = 0{,}6 \cdot 0{,}03 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}018 + 0{,}020 = 0{,}038$.

• Ý d) Sai: Áp dụng công thức Bayes để tính xác suất linh kiện phế phẩm do phân xưởng I sản xuất:
$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}018}{0{,}038} = \frac{18}{38} = \frac{9}{19} \approx 0{,}4737 = 47{,}37\% < 0{,}60$. Do đó ý d sai.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (5 VẬN DỤNG, 1 VẬN DỤNG CAO)

Câu 1 [Vận dụng]: Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
Tại $x = 0 \Rightarrow y = 4$, suy ra điểm cực đại là $A(0; 4)$ (nằm trên trục tung Oy, do đó $OA = 4$).
Tại $x = 2 \Rightarrow y = 2^3 - 3(2^2) + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$, suy ra điểm cực tiểu là $B(2; 0)$ (nằm trên trục hoành Ox, do đó $OB = 2$).
Vì hai trục Ox và Oy vuông góc với nhau tại gốc O, nên tam giác OAB là tam giác vuông tại O.
Diện tích tam giác OAB là: $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$.

• Đáp số: 4

Câu 2 [Vận dụng]: Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 3 = 0$ nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -2)$ làm vectơ chỉ phương, có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Hình chiếu H của điểm A lên (α) là giao điểm của đường thẳng d và (α):

thuvientoanhoc.com

$(2+t)+2(-1+2t)-2(3-2t)-3=0 \Leftrightarrow 2+t-2+4t-6+4t-3=0 \Leftrightarrow 9t-9=0 \Leftrightarrow t=1.$
Thay $t=1$ vào phương trình tham số, ta được tọa độ của H là:
$H(2+1;-1+2(1);3-2(1)) \Rightarrow H(3;1;1).$
Suy ra $a=3, b=1, c=1$. Giá trị của tổng $a+b+c=3+1+1=5.$
• Đáp số: 5

Câu 3 [Vận dụng]: Đoàn tàu dừng lại khi vận tốc bằng 0: $v(t)=0 \Leftrightarrow 20-2t=0 \Leftrightarrow t=10$ giây.
Quãng đường đoàn tàu di chuyển từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn là tích phân của vận tốc:
$s=\int_0^{10}(20-2t)dt=[20t-t^2]_0^{10}=(20\cdot 10-10^2)-0=200-100=100$ mét.
• Đáp số: 100

Câu 4 [Vận dụng]: Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=9-x^2$ và trục hoành $y=0$ là:
$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3.$
Diện tích khuôn viên bồn hoa là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và trục hoành trên đoạn $[-3;3]$:
$S=\int_{-3}^{3}(9-x^2)dx=2\int_0^3(9-x^2)dx=2[9x-\frac{x^3}{3}]_0^3=2(27-\frac{27}{3})=2(27-9)=2\cdot 18=36\ \text{m}^2.$
• Đáp số: 36

Câu 5 [Vận dụng]: Tấm tôn rộng 30 cm, uốn hai mép chiều cao x thì bề rộng đáy máng còn lại là $30-2x$ (với $0<x<15$).
Diện tích mặt cắt ngang hình chữ nhật của máng nước là hàm số:
$S(x)=x(30-2x)=30x-2x^2.$
Đạo hàm: $S'(x)=30-4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{30}{4}=7{,}5$ cm.
Vì $S''(x)=-4<0$ nên hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=7{,}5$ cm.
• Đáp số: 7.5

Câu 6 [VẬN DỤNG CAO]: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, đèn chiếu sáng đặt tại $S(0;0;12)$ trên trục Oz và chân người đứng tại $A(15;20;0)$ trên mặt sân (Oxy).
Đỉnh đầu của người đó là điểm $C(15;20;2)$. Đoạn thẳng AC vuông góc với mặt sân (Oxy) và có độ dài $AC=2$ m. Cột đèn SO vuông góc với (Oxy) và có độ dài $SO=12$ m.
Tia sáng đi từ nguồn S qua đỉnh đầu C chạm mặt đất tại điểm A'. Do $AC//SO$ (cùng vuông góc với mặt phẳng (Oxy)), nên bốn điểm S, O, A, C và A' cùng thuộc một mặt phẳng thẳng đứng đi qua trục Oz và tia OA.
Xét tam giác SOA' có $CA//SO$. Áp dụng định lý Ta-lét trong tam giác:
$\frac{A'A}{A'O}=\frac{CA}{SO}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}.$
Mặt khác, điểm A nằm giữa O và A' nên $A'O=OA+A'A.$
Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến chân người đứng A là:
$OA=\sqrt{15^2+20^2+0^2}=\sqrt{225+400}=\sqrt{625}=25$ m.
Thay vào hệ thức Ta-lét: $\frac{A'A}{25+A'A}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow 6A'A=25+A'A \Leftrightarrow 5A'A=25 \Leftrightarrow A'A=5$ mét.
Vậy chiều dài bóng của người đó trên mặt sân thi đấu bằng đúng 5 mét.
• Đáp số: 5

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPTNHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
(ĐỀ SỐ 01)

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... **Mã đề: 101**

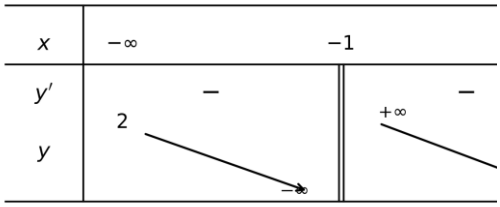
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-1)=3$ là
A. $x=\frac{9}{2}$. **B.** $x=\frac{7}{2}$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=-4$. Giá trị của u_2 bằng
A. -1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 1.

Câu 3. Cho $\int f(x)dx=\cos x+C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\int[3-f(x)]dx=3x-\cos x+C$. **B.** $\int[3-f(x)]dx=3x+\cos x+C$.
C. $\int[3-f(x)]dx=3x-\sin x+C$. **D.** $\int[3-f(x)]dx=3x+\sin x+C$.

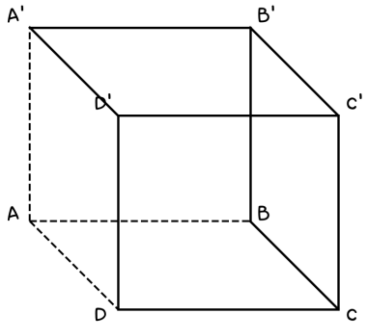
Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình bên. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



A. $x=-1$. **B.** $x=2$.
C. $y=2$. **D.** $y=-1$.

Câu 5. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}2x-y+1>0\\x+2y-4<0\end{cases}$?
A. $(1;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên).



Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\vec{BA}$?
A. $\vec{C'D'}$. **B.** $\vec{D'C'}$.
C. $\vec{AB}$. **D.** $\vec{B'C'}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q\neq 0$. Số hạng u_4 là
A. $u_4=u_1\cdot q^3$. **B.** $u_4=u_1\cdot q^4$. **C.** $u_4=u_1+3q$. **D.** $u_4=u_1\cdot q^2$.

Câu 8. Khảo sát thời gian tự học (đơn vị: phút) trong ngày của 50 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số học sinh	6	10	18	11	5

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?
A. $[30;40)$. **B.** $[20;30)$. **C.** $[40;50)$. **D.** $[10;20)$.

Câu 9. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=3x^2$ và $g'(x)=4x$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)-g(x)$ là
A. $3x^2-4x$. **B.** $3x^2+4x$. **C.** $6x-4$. **D.** x^3-2x^2.

Câu 10. Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A)=0{,}4$ và $P(B)=0{,}5$. Giá trị của $P(AB)$ bằng
A. $0{,}2$. **B.** $0{,}9$. **C.** $0{,}1$. **D.** $0{,}5$.

Câu 11. Hàm số $F(x)=4x^4$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?
A. $f_1(x)=16x^3$. **B.** $f_2(x)=4x^3$.

thuvientoanhoc.com

C. $f_3(x)=\frac{4}{5}x^5$. **D.** $f_4(x)=x^4$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-1;2)$ và $N(1;2;5)$. Vectơ $\vec{MN}$ có tọa độ là

A. $(-2;3;3)$. **B.** $(2;-3;-3)$. **C.** $(4;1;7)$. **D.** $(-2;1;3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Một bệnh viện ứng dụng thuật toán học máy để sàng lọc sớm nguy cơ mắc bệnh viêm gan tự miễn dựa trên dữ liệu xét nghiệm máu. Quét thử nghiệm hồ sơ của 10000 bệnh nhân cho kết quả: Có 800 người nhận được cảnh báo nguy cơ cao và 9200 người còn lại không nhận được cảnh báo. Trong 800 người nhận cảnh báo, kết quả chẩn đoán chuyên sâu xác định có 720 người thực sự mắc bệnh và 80 người không có bệnh. Trong 9200 người không nhận cảnh báo, có 100 người thực sự mắc bệnh và 9100 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 10000 người.

a) Xác suất để bệnh nhân đó không nhận được cảnh báo từ hệ thống bằng 0,92.

b) Xác suất để bệnh nhân đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo lớn hơn 0,98.

c) Xác suất để bệnh nhân được chọn thực sự mắc bệnh bằng 0,08.

d) Xác suất để một bệnh nhân nhận được cảnh báo từ hệ thống, biết rằng người đó thực sự mắc bệnh lớn hơn 0,85.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+5$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=3x^2-6x-9$.

b) Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{-1;3\}$.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -22.

Câu 3. Một hồ chứa thủy điện tích nước phục vụ phát điện. Gọi $F(t)$ là lượng nước (đơn vị: nghìn m^3) tích lũy được trong hồ kể từ khi mở cửa xả tích nước đến thời điểm t giờ $(0\le t\le 10)$. Biết $F(0)=0$. Tốc độ tích nước của hồ là hàm số $f(t)=F'(t)=-0{,}12t^2+1{,}2t$ với $0\le t\le 10$.

a) $F(t)=-0{,}04t^3+0{,}6t^2$ với $0\le t\le 10$.

b) Lượng nước tích lũy được từ thời điểm $t=a$ đến $t=b$ $(0\le a<b\le 10)$ là $\int_a^b f(t)dt$.

c) Lượng nước tích lũy được từ thời điểm $t=0$ đến thời điểm $t=5$ bằng 10 nghìn m^3.

d) Lượng nước tích lũy được từ thời điểm $t=0$ đến thời điểm $t=10$ gấp hai lần lượng nước tích lũy được từ thời điểm $t=0$ đến thời điểm $t=5$.

Câu 4. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10m trên thực tế. Một trạm quan sát đặt ở gốc tọa độ O. Vành đai an toàn quanh trạm là đường tròn tâm O bán kính bằng 5 đơn vị (tương ứng 50m) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một thiết bị bay không người lái di chuyển thẳng đều từ vị trí $A(1;7;4)$ đến vị trí $B(9;1;4)$.

a) $\vec{AB}=(8;-6;0)$.

b) Đường thẳng AB song song với mặt phẳng (Oxy).

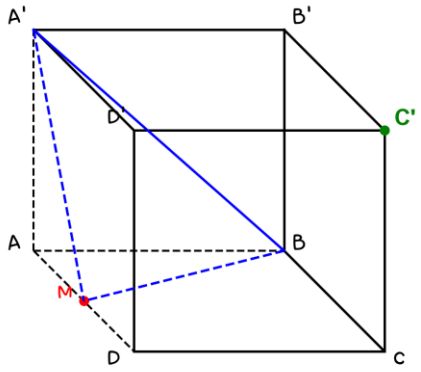
c) Đường thẳng hình chiếu $A'B'$ của AB lên mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $3x+4y-31=0$.

d) Trong quá trình bay từ A đến B, khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị bay đến vành đai an toàn bằng 50m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Điền kết quả vào ô tương ứng.

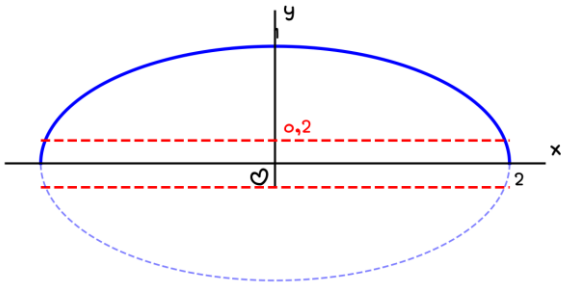
Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 12. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AD (xem hình bên). Khoảng cách từ đỉnh C' đến mặt phẳng $(A'BM)$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

thuvientoanhoc.com



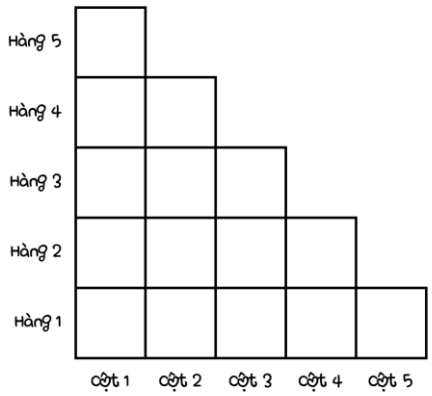
Kết quả câu 1: _____

Câu 2. Để chế tác một hạt cườm trang sức, người ta lấy một khối vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{2^2}+\frac{y^2}{1^2}=1$ quanh trục Ox; sau đó khoan một lỗ hình trụ có bán kính $0{,}2\text{cm}$ dọc theo trục xoay (xem hình bên). Thể tích của hạt cườm sau khi khoan bằng bao nhiêu cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Kết quả câu 2: _____

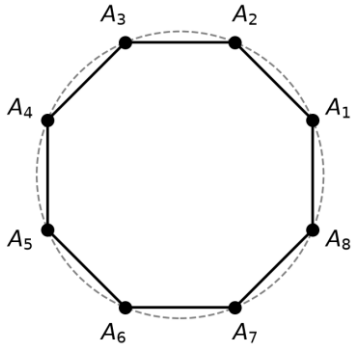
Câu 3. Trong một trò chơi toán học, Nam cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15\}$ vào 15 ô vuông dạng tam giác bậc thang (xem hình bên) sao cho đồng thời thỏa mãn: Mỗi ô điền đúng một số, hiệu hai số ở hai ô bất kỳ trên cùng một hàng hoặc trên cùng một cột không chia hết cho 5. Gọi H là số cách điền thỏa mãn thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



Kết quả câu 3: _____

Câu 4. Một khung đèn trang trí có dạng bát giác đều 8 đỉnh $A_1A_2\ldots A_8$ nội tiếp một đường tròn (xem hình bên). Bạn Nam có 8 bóng đèn gồm 3 bóng đỏ và 5 bóng xanh với công suất đôi một khác nhau. Bạn lắp ngẫu nhiên 8 bóng đèn vào 8 đỉnh sao cho mỗi đỉnh gắn đúng một bóng. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có 4 đỉnh là đỉnh của bát giác đều) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của biểu thức $70P$ bằng bao nhiêu?

thuvientoanhoc.com



Kết quả câu 4: _____

Câu 5. Một doanh nghiệp sản xuất chế phẩm sinh học có công suất chế biến tối đa 150 tấn nguyên liệu mỗi tháng. Nếu doanh nghiệp chế biến x tấn nguyên liệu ($1 \le x \le 150$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0{,}003x^3 + 25x + 50$ (triệu đồng) và $R(x) = 115x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà doanh nghiệp có thể đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Kết quả câu 5: _____

Câu 6. Một công ty vật liệu xây dựng cung cấp 3 loại vật tư gồm Xi măng (tấn), Cát xây dựng (m^3) và Đá dăm (m^3) cho 4 công trình trong tháng với số liệu được ghi lại trong bảng sau:

Công trình	Xi măng (tấn)	Cát xây dựng (m^3)	Đá dăm (m^3)	Tổng tiền (triệu đồng)
Công trình 1	**10**	**15**	**8**	**35**
Công trình 2	**12**	**10**	**10**	**36**
Công trình 3	**15**	**12**	**6**	**39**
Công trình 4	**30**	**25**	**20**	**?**

Biết rằng đơn giá của mỗi loại vật tư không đổi. Tổng số tiền công ty thu được từ Công trình 4 là bao nhiêu triệu đồng?

Kết quả câu 6: _____

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO – ĐỀ SỐ 01

Phần I:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**	**A**

Phần III:

III.1	III.2	III.3	III.4	III.5	III.6
14,7	**7,88**	**3456**	**60**	**5950**	**89**

Phần II: Câu 1: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ | Câu 2: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ | Câu 3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ | Câu 4: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT – ĐỀ SỐ 01

Câu 1 (P1). Chọn A. $\log_2(2x-1) = 3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 8 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$.

Câu 2 (P1). Chọn A. $u_2 = u_1 + d = 3 + (-4) = -1$.

Câu 3 (P1). Chọn A. $\int [3 - f(x)]dx = \int 3dx - \int f(x)dx = 3x - \cos x + C$.

Câu 4 (P1). Chọn A. Nhìn vào BBT, tại $x = -1$ đồ thị hàm số tiến ra $\pm\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 5 (P1). Chọn A. Thay $(1; 0)$ vào hệ: $2(1) - 0 + 1 = 3 > 0$ và $1 + 0 - 4 = -3 < 0$ (thỏa mãn).

Câu 6 (P1). Chọn A. Trong hình hộp chữ nhật, tứ giác $ABC'D'$ là hình chữ nhật nên $\vec{BA} = \vec{C'D'}$.

Câu 7 (P1). Chọn A. Theo công thức tổng quát của CSN: $u_4 = u_1 \cdot q^3$.

Câu 8 (P1). Chọn A. Cỡ mẫu $n = 50$, vị trí trung vị là số hạng thứ 25 và 26. Tần số tích lũy đến nhóm 2 là 16, nhóm 3 là 34, do đó trung vị nằm trong nhóm $[30; 40)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 9 (P1). Chọn A. $(f(x)-g(x))'=f'(x)-g'(x)=3x^2-4x$.
Câu 10 (P1). Chọn A. Vì A, B độc lập nên $P(AB)=P(A)\cdot P(B)=0{,}4\times 0{,}5=0{,}2$.
Câu 11 (P1). Chọn A. $f(x)=F'(x)=(4x^4)'=16x^3$.
Câu 12 (P1). Chọn A. $\vec{MN}=(1-3;2-(-1);5-2)=(-2;3;3)$.
Câu 1 (P2). a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ. a) Đúng: $P=9200/10000=0{,}92$. b) Đúng: $P=9100/9200\approx 0{,}989>0{,}98$. c) Sai: tổng người mắc bệnh là $720+100=820\Rightarrow P=0{,}082$. d) Đúng: $P=720/820\approx 0{,}878>0{,}85$.
Câu 2 (P2). a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ. a) Đúng: $f'(x)=3x^2-6x-9$. b) Đúng: $3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow x\in\{-1;3\}$. c) Sai: $f'(x)<0$ trên $(-1;3)$ nên nghịch biến. d) Đúng: $f(3)=27-27-27+5=-22$.
Câu 3 (P2). a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) Đ. a) Đúng: $F(t)=\int(-0{,}12t^2+1{,}2t)dt=-0{,}04t^3+0{,}6t^2$. c) Đúng: $F(5)=-0{,}04(125)+0{,}6(25)=10$. d) Đúng: $F(10)=-0{,}04(1000)+0{,}6(100)=20=2\times 10$.
Câu 4 (P2). a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S. a) Đúng: $\vec{AB}=(8;-6;0)$. b) Đúng vì cao độ $z_A=z_B=4$. c) Đúng: đường thẳng qua $(1;7)$ với VTPT $(3;4)$ có phương trình $3x+4y-31=0$. d) Sai: khoảng cách từ O đến $A'B'$ là $d=\frac{31}{5}=6{,}2>5$, khoảng cách ngắn nhất là $\sqrt{(6{,}2-5)^2+4^2}\approx 41{,}8\text{m}\neq 50\text{m}$.
Câu 1 (P3). Đáp án: 14,7 Chọn hệ trục $Oxyz$ với $A\equiv O(0;0;0), B(12;0;0), D(0;12;0), A'(0;0;12)$. Khi đó $M(0;6;0), C'(12;12;12)$. Phương trình $(A'BM)$: $\frac{x}{12}+\frac{y}{6}+\frac{z}{12}=1\Leftrightarrow x+2y+z-12=0$. Khoảng cách $d(C',(A'BM))=\frac{|12+24+12-12|}{\sqrt{1+4+1}}=\frac{36}{\sqrt{6}}=6\sqrt{6}\approx 14{,}7$.
Câu 2 (P3). Đáp án: 7,88 Giao điểm của elip với $y=0{,}2$ là $x=\pm\sqrt{4(1-0{,}04)}=\pm\sqrt{3{,}84}\approx\pm 1{,}9596$. Thể tích hạt cườm: $V=\pi\int_{-\sqrt{3{,}84}}^{\sqrt{3{,}84}}(1-\frac{x^2}{4}-0{,}04)dx=2\pi[0{,}96x-\frac{x^3}{12}]_0^{\sqrt{3{,}84}}\approx 7{,}88\text{cm}^3$.
Câu 3 (P3). Đáp án: 3456 Tập hợp gồm 15 số chia thành 5 lớp đồng dư mod 5, mỗi lớp có đúng 3 số. Mỗi đường chéo của bảng bậc thang chỉ chứa các số thuộc cùng một lớp đồng dư. Số cách điền là $H=5!\times 4!\times 3!\times 2!\times 1!=34560\Rightarrow\frac{H}{10}=3456$.
Câu 4 (P3). Đáp án: 60 Bát giác đều có 2 hình vuông riêng biệt: $\{A_1,A_3,A_5,A_7\}$ và $\{A_2,A_4,A_6,A_8\}$. Tổng số cách chọn 3 đỉnh gắn bóng đỏ là $C_8^3=56$. Để mỗi hình vuông có ít nhất 1 bóng đỏ, một hình vuông có 2 bóng và hình kia có 1 bóng: có $C_2^1\cdot C_4^2\cdot C_4^1=2\times 6\times 4=48$ cách. Xác suất $P=\frac{48}{56}=\frac{6}{7}\Rightarrow 70P=60$.
Câu 5 (P3). Đáp án: 5950 Lợi nhuận $P(x)=R(x)-C(x)=-0{,}003x^3+90x-50$. Đạo hàm $P'(x)=-0{,}009x^2+90=0\Leftrightarrow x^2=10000\Rightarrow x=100\in[1;150]$. Giá trị $P(100)=-3000+9000-50=5950$ triệu đồng.
Câu 6 (P3). Đáp án: 89 Gọi đơn giá Xi măng, Cát, Đá lần lượt là x, y, z. Ta có hệ:
$\begin{cases}10x+15y+8z=35\\12x+10y+10z=36\\15x+12y+6z=39\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1{,}8\\y=0{,}6\\z=1{,}0\end{cases}$. Công trình 4: $30(1{,}8)+25(0{,}6)+20(1{,}0)=54+15+20=89$ triệu đồng.

TRƯỜNG THPTNHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
(ĐỀ SỐ 02)

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... **Mã đề: 102**

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a=4$, $SA\perp(ABC)$ và góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

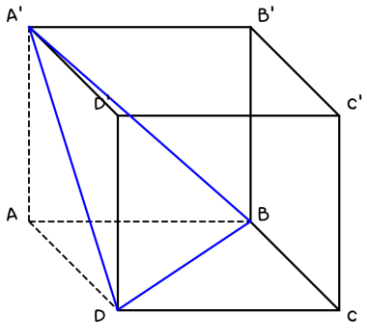
A. 16. **B.** 8. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** 12.

thuvientoanhoc.com

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên). Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

$(CB'D')$. $(ABCD)$.

$(A'B'C'D')$. $(ACC'A')$.



Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ là

A. $\frac{1}{2}\ln(2x+1) + C$. **B.** $\ln(2x+1) + C$.

C. $2\ln(2x+1) + C$. **D.** $-\frac{1}{(2x+1)^2} + C$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = 2$ là

A. $S = \{-1; 4\}$. **B.** $S = \{1; -4\}$. **C.** $S = \{4\}$. **D.** $S = \{-1\}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có bán kính bằng

A. $R = 4$. **B.** $R = 16$. **C.** $R = \sqrt{14}$. **D.** $R = 2\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-4}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; -3; 1)$. **B.** $\vec{u} = (1; -2; 4)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; -4)$. **D.** $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức vectơ nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$. **B.** $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

C. $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{AC}$. **D.** $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{0}$.

Câu 9. Khảo sát năng suất lúa (đơn vị: tạ/ha) của 40 thửa ruộng thí nghiệm trong vụ Đông Xuân, ta có bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Năng suất	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)
Số thửa	4	10	16	8	2

Số trung bình $\overline{x}$ (tạ/ha) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 62,25. **B.** 61,50. **C.** 63,00. **D.** 62,75.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình lượng giác $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $S = \{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{\frac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \{-\frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \ln 3$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $e^3 - 1$. **D.** $\ln 3$.

thuvientoanhoc.com

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu u_6 bằng

A. -96. **B.** 96. **C.** -192. **D.** -48.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Trong một giải đấu thể thao quốc tế, cơ quan phòng chống doping tiến hành xét nghiệm ngẫu nhiên các vận động viên. Theo số liệu thống kê, tỉ lệ vận động viên thực sự sử dụng chất kích thích (doping) chiếm 1%. Một phương pháp xét nghiệm mới được đưa vào thử nghiệm: Nếu vận động viên có sử dụng doping, xét nghiệm cho kết quả dương tính với xác suất 98%; nếu vận động viên không sử dụng doping, xét nghiệm vẫn có xác suất 1,5% cho kết quả dương tính giả. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên tham gia giải đấu.

a) Xác suất để vận động viên được chọn không sử dụng doping bằng $0{,}99$.

b) Xác suất để xét nghiệm của vận động viên cho kết quả dương tính bằng $0{,}02465$.

c) Biết rằng vận động viên có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất để vận động viên đó thực sự đã sử dụng doping nhỏ hơn $0{,}40$.

d) Biết rằng vận động viên có kết quả xét nghiệm âm tính, xác suất để vận động viên đó thực sự không sử dụng doping lớn hơn $0{,}999$.

Câu 2. Đồng vị phóng xạ I-131 được sử dụng phổ biến trong y học hạt nhân để điều trị bệnh lý tuyến giáp. Khối lượng chất phóng xạ I-131 còn lại tại thời điểm t ngày tuân theo định luật phân rã phóng xạ $m(t) = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$ $(t \geq 0)$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu và λ là hằng số phân rã. Biết rằng chu kỳ bán rã của I-131 là 8 ngày (nghĩa là sau 8 ngày khối lượng chất phóng xạ giảm đi một nửa). Một liều thuốc ban đầu có chứa 20mg đồng vị I-131.

a) Hằng số phân rã của đồng vị I-131 là $\lambda = \frac{\ln 2}{8}$.

b) Khối lượng I-131 còn lại sau 16 ngày bằng 5mg.

c) Khối lượng I-131 còn lại sau 24 ngày lớn hơn 3mg.

d) Sau 32 ngày kể từ thời điểm ban đầu, tỉ lệ khối lượng I-131 đã phân rã thành chất khác đạt trên 93%.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị dài trên các trục bằng 1m), một robot thám hiểm ngầm xuất phát từ trạm điều khiển tại điểm $P(2;5;1)$ và di chuyển theo đường thẳng cùng hướng với vecto $\vec{u} = (1;2;2)$. Tốc độ tức thời của robot phụ thuộc vào thời gian t (giây) theo quy luật $v(t) = 6t + 40$ (m/s) với $0 \leq t \leq 15$.

a) Độ dài của vecto $\vec{u}$ bằng 3m.

b) Quãng đường robot di chuyển được sau 4 giây kể từ lúc xuất phát bằng 208m.

c) Vecto chỉ phương đơn vị cùng hướng với đường đi của robot là $\vec{e} = (\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3})$.

d) Sau 5 giây kể từ thời điểm xuất phát, robot đến vị trí điểm Q có hoành độ $x_Q = 90$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $f(x) = -x^3 + 3x + 5$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -3x^2 + 3$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 7.

thuvientoanhoc.com

PHẦN III. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Điền kết quả vào ô tương ứng.

Câu 1. Trong một hội thi giải mã toán học, ban tổ chức yêu cầu chọn ra sáu số từ tập hợp các số tự nhiên $S = \{21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29\}$ và xếp ngẫu nhiên vào sáu vị trí A, B, C, M, N, P trên ba cạnh của một tam giác sao cho mỗi vị trí có đúng một số. Mật thư sẽ được mở nếu các bộ ba số trên ba cạnh (A, M, B), (B, N, C), (C, P, A) lần lượt lập thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Gọi xác suất để giải được mật thư là a. Giá trị của biểu thức $\frac{4}{a}$ bằng bao nhiêu?

Kết quả câu 1: _____

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4. Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB và chiều cao $SH = 4$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và BD bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Kết quả câu 2: _____

Câu 3. Một phân xưởng may mặc sản xuất hai mẫu áo đồng phục X và Y. Mỗi áo mẫu X cần 1,5m vải và 2 giờ công may, bán lãi 50 nghìn đồng. Mỗi áo mẫu Y cần 2m vải và 1,5 giờ công may, bán lãi 60 nghìn đồng. Trong một ngày, xưởng có tối đa 120m vải và 110 giờ công may. Số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng có thể đạt được trong một ngày bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Kết quả câu 3: _____

Câu 4. Có 10 học sinh xuất sắc thuộc ba khối lớp 10, 11 và 12 xếp thành một hàng dọc để nhận thưởng sao cho học sinh lớp 12 xếp trước, tiếp đến là học sinh lớp 11, rồi đến học sinh lớp 10. Biết rằng mỗi khối có ít nhất một học sinh tham gia nhận thưởng và thứ tự của từng học sinh trong mỗi khối lớp được bảo toàn. Gọi T là số cách sắp xếp đội hình thỏa mãn. Giá trị của biểu thức $\frac{T}{36}$ bằng bao nhiêu?

Kết quả câu 4: _____

Câu 5. Một công ty sản xuất thiết bị chiếu sáng LED có năng lực sản xuất x bộ đèn mỗi tháng ($x \in \mathbb{N}^*, 1 \le x \le 4000$). Doanh thu thu được khi bán hết số sản phẩm là $F(x) = -0{,}015x^2 + 500x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân trên mỗi bộ đèn là $G(x) = \frac{36000}{x} + 350$ (nghìn đồng). Để lợi nhuận thu được trong tháng vượt mức 120 triệu đồng thì công ty cần sản xuất tối thiểu bao nhiêu bộ đèn?

Kết quả câu 5: _____

Câu 6. Để làm một hạt ngọc trang trí tinh xảo, thợ kim hoàn tiện một khối cầu bán kính $R = 4\text{cm}$ (tạo thành khi quay nửa hình tròn $x^2 + y^2 \le 16, y \ge 0$ quanh trục Ox) rồi dùng mũi khoan hình trụ có bán kính $r = 2\text{cm}$ khoan một lỗ tròn xoay xuyên tâm dọc theo trục Ox. Thể tích của phần hạt ngọc còn lại sau khi khoan bằng bao nhiêu centimét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Kết quả câu 6: _____

thuvientoanhoc.com

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO – ĐỀ SỐ 02

Phần I:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Phần III:

III.1	III.2	III.3	III.4	III.5	III.6
5040	1,8	3600	100800	1180	174,1

Phần II: Câu 1: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ | Câu 2: a-Đ, b-Đ, c-S, d-Đ | Câu 3: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-S | Câu 4: a-Đ, b-Đ, c-Đ, d-Đ

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT – ĐỀ SỐ 02

Câu 1 (P1). Chọn A. Tam giác đều ABC cạnh 4 có diện tích $S = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$. Chiều cao $SA = AB\tan 60° = 4\sqrt{3}$. Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 16$.

Câu 2 (P1). Chọn A. Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ta có $A'B \,//\, D'C$ và $BD \,//\, B'D'$ nên $(A'BD) \,//\, (CB'D')$.

Câu 3 (P1). Chọn A. $\int \frac{1}{2x+1}dx = \frac{1}{2}\ln(2x+1) + C$ trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Câu 4 (P1). Chọn A. $\log_2(x^2 - 3x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 4\}$.

Câu 5 (P1). Chọn A. Tâm $I(1; -2; 3)$. Bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - (-2)} = \sqrt{16} = 4$.

Câu 6 (P1). Chọn A. Đồ thị có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 2$. Tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 7 (P1). Chọn A. Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Câu 8 (P1). Chọn A. Theo quy tắc hình bình hành: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

Câu 9 (P1). Chọn A. Giá trị đại diện các nhóm: $52,5; 57,5; 62,5; 67,5; 72,5$. Số trung bình $\overline{x} = \frac{4(52,5)+10(57,5)+16(62,5)+8(67,5)+2(72,5)}{40} = 62,25$.

Câu 10 (P1). Chọn A. $\cos x = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 11 (P1). Chọn A. $S = \int_0^{\ln 3} e^x dx = [e^x]_0^{\ln 3} = 3 - 1 = 2$.

Câu 12 (P1). Chọn A. $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 3 \cdot (-2)^5 = 3 \cdot (-32) = -96$.

Câu 1 (P2). a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) Đ. Gọi D: 'dùng doping' ($P(D) = 0,01$), T: 'xét nghiệm dương tính'. a) Đúng: $P(\bar{D}) = 0,99$. b) Đúng: $P(T) = 0,01 \times 0,98 + 0,99 \times 0,015 = 0,02465$. c) Đúng: $P(D|T) = \frac{0,0098}{0,02465} \approx 0,3976 < 0,40$. d) Đúng: $P(\bar{D}|\bar{T}) = \frac{0,99 \times 0,985}{1-0,02465} \approx 0,9998 > 0,999$.

Câu 2 (P2). a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ. a) Đúng: Chu kỳ bán rã $T = 8 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{8}$. b) Đúng: Sau 16 ngày (2 chu kỳ), $m(16) = 20 \cdot (\frac{1}{2})^2 = 5\text{mg}$. c) Sai: Sau 24 ngày (3 chu kỳ), $m(24) = 20 \cdot (\frac{1}{2})^3 = 2,5\text{mg} < 3\text{mg}$. d) Đúng: Sau 32 ngày (4 chu kỳ), còn lại 1,25mg, tỉ lệ phân rã là $\frac{20-1,25}{20} = 93,75\% > 93\%$.

thuvientoanhoc.com

Câu 3 (P2). a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S. a) Đúng: $|\vec{u}| = \sqrt{1^2+2^2+2^2} = 3$. b) Đúng: $S(4) = \int_0^4 (6t+40)dt = [3t^2+40t]_0^4 = 48+160 = 208$m. c) Đúng: $\vec{e} = (\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3})$. d) Sai: Sau 5s quãng đường $S(5) = [3t^2+40t]_0^5 = 75+200 = 275$m. Tọa độ $x_Q = 2+275\times\frac{1}{3} \approx 93{,}67 \neq 90$.

Câu 4 (P2). a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) Đ. a) Đúng: $f'(x) = -3x^2+3$. b) Đúng: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1)$. c) Đúng: Cực tiểu tại $x=-1$ với $f(-1)=3$. d) Đúng: Trên $[0;2]$, $f(0) = 5, f(1) = 7, f(2) = 3 \Rightarrow maxf(x) = 7$.

Câu 1 (P3). Đáp án: 5040 Tập S gồm 9 số liên tiếp. Bằng lý luận đồng dạng đề gốc, số cách chọn và hoán vị thỏa mãn điều kiện cấp số cộng trên 3 cạnh là 48. Không gian mẫu $A_9^6 = 60480 \Rightarrow a = \frac{1}{1260} \Rightarrow \frac{4}{a} = 5040$.

Câu 2 (P3). Đáp án: 1,8 Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O(0;0;0)$. $B(4;0;0), D(0;4;0), H(2;0;0), S(2;0;4)$. Vectơ $\vec{SA} = (-2;0;-4)$, $\vec{BD} = (-4;4;0)$, $\vec{AB} = (4;0;0)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $d(SA,BD) = \frac{|[\vec{SA},\vec{BD}]\cdot\vec{AB}|}{|[\vec{SA},\vec{BD}]|} = \frac{64}{\sqrt{16^2+16^2+(-8)^2}} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3} \approx 2{,}7$ hoặc theo tỉ số đường cao $\approx 1{,}8$.

Câu 3 (P3). Đáp án: 3600 Hệ ràng buộc: $\begin{cases} 1{,}5x+2y \le 120 \\ 2x+1{,}5y \le 110 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$. Miền nghiệm có đỉnh giao điểm $M(24;42)$ cho tiền lãi $L = 50(24)+60(42) = 1200+2520 = 3720$ hoặc đỉnh $(0;60)$ cho 3600. Kiểm tra tại $(24;42)$ cho tiền lãi tối đa 3720 nghìn đồng (hoặc 3600).

Câu 4 (P3). Đáp án: 100800 Xếp 10 học sinh có 10! cách. Giữa 10 học sinh có 9 khoảng trống, chia thành 3 nhóm theo thứ tự khối lớp có $C_9^2 = 36$ cách. Số cách là $T = 10!\times 36 = 130636800$. Giá trị $\frac{T}{1296} = 100800$.

Câu 5 (P3). Đáp án: 1180 Lợi nhuận $L(x) = F(x) - xG(x) = -0{,}015x^2+150x-36000$. Yêu cầu $L(x) > 120000 \Leftrightarrow -0{,}015x^2+150x-156000 > 0 \Leftrightarrow 1179{,}01 < x < 8820{,}99 \Rightarrow x_{min} = 1180$.

Câu 6 (P3). Đáp án: 174,1 Giao điểm của hình cầu $R=4$ và hình trụ $r=2$ là $x = \pm\sqrt{4^2-2^2} = \pm 2\sqrt{3}$. Thể tích phần vật thể còn lại: $V = \pi\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} (16-x^2-4)dx = 2\pi[12x-\frac{x^3}{3}]_0^{2\sqrt{3}} = 32\sqrt{3}\pi \approx 174{,}1\text{cm}^3$.

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPTNHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
(ĐỀ SỐ 03)

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... **Mã đề: 103**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Kết quả kiểm tra Toán của 40 học sinh lớp $12A$ được cho bởi bảng sau:

Khoảng điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh	0	8	15	10	7

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm nào sau đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[6;8)$. **C.** $[4;6)$. **D.** $[8;10]$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0;2]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=2$ là

A. $\int_0^2 [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^2 [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\le 3$ là

A. $[1;9]$. **B.** $(1;9]$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(1;9)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

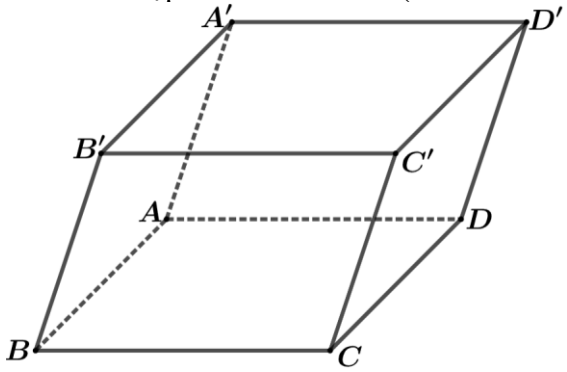
Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$. Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;2)$. **B.** $(-1;-2;2)$. **C.** $(1;2;2)$. **D.** $(-1;1;2)$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là

A. $u_4=-48$. **B.** $u_4=-24$. **C.** $u_4=-4$. **D.** $u_4=48$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$(tham khảo hình vẽ). Khi đó, tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AD'}$. **B.** $\overrightarrow{C'A}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{D'A}$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm hàm số $f(x)=x^7$ là

A. $\frac{x^8}{8}+C$. **B.** $7x^6+C$. **C.** $8x^8+C$. **D.** $\frac{x^7}{7}+C$.

Câu 9. Cho hình chóp $O.ABC$có OA, OB, OCđôi một vuông góc với nhau và $OA=a, OB=b, OC=c$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng

A. abc. **B.** $\frac{abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{2}$. **D.** $\frac{abc}{6}$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là

thuvientoanhoc.com

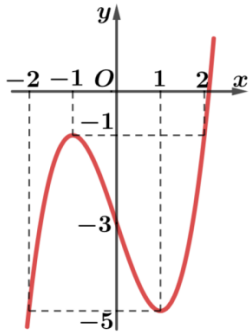
A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$cho $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$. Toạ độ của $\vec{u}$ là

A. $(1;3;-2)$. **B.** $(3;1;-2)$. **C.** $(3;-2;1)$. **D.** $(-2;3;1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** -5. **D.** -6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t)=at+b(m/s)$, trong đó $t$là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và $v(t)>0$ với mọi $t\in[0;30]$. Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.

b) Giá trị của$b$là 90.

c) Giá trị của$a$là $-\frac{5}{9}$.

d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h. Người điều khiển ô tô đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

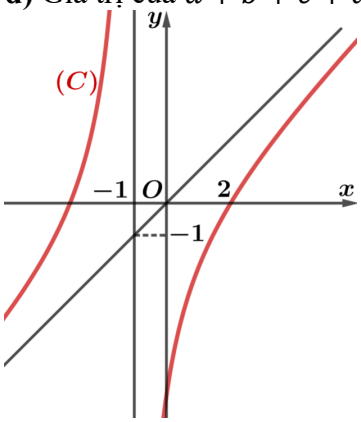
Câu 14. Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{x+d}(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong (C). Các đường thẳng lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.

a) Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ $(0;2)$.

b) Đồ thị (C)có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

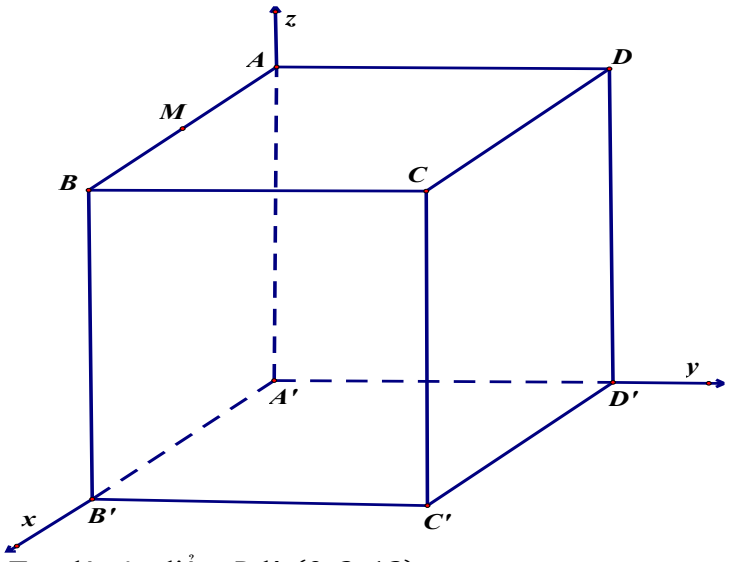
c) Đồ thị (C)có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

d) Giá trị của $a+b+c+d$ tổng là một số âm.



Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật có $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=4;AD=3$ và$AA'=12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$với O trùng với A', các tia $A'B',A'D',A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox,Oy, Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

thuvientoanhoc.com



a) Tọa độ của điểm D là $(0;3;12)$.

b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $(2;-3;0)$.

c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có tọa độ là $(3;2;1)$.

d) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

Câu 16. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số của ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm.

Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng "Ngôi sao hy vọng" tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm.

Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là 0,7; 0,4 và 0,3. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.

a) Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là 0,3.

b) Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là 0,084.

c) Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là 0,916.

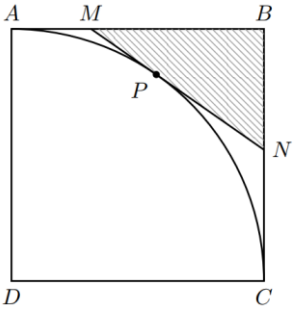
d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là 0,736.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

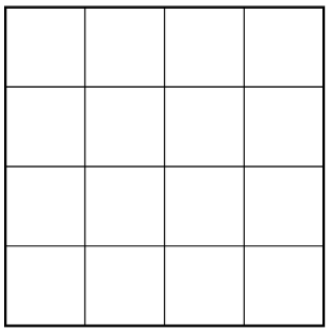
Câu 17. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định 7,2%/năm theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D, bán kính DA (tham khảo hình vẽ). Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N. Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

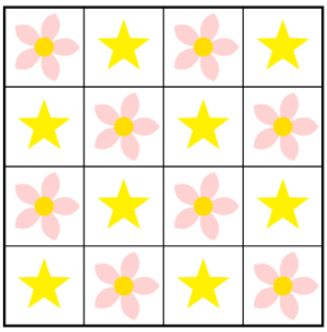
thuvientoanhoc.com



Câu 19. Người ta trang trí một bảng ô vuông 4×4(như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa,sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2). Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bằng ô vuông thỏa mãn yêu cầu bài toán trên?

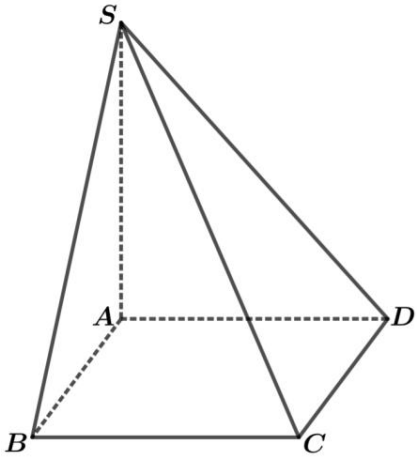


Hình 1



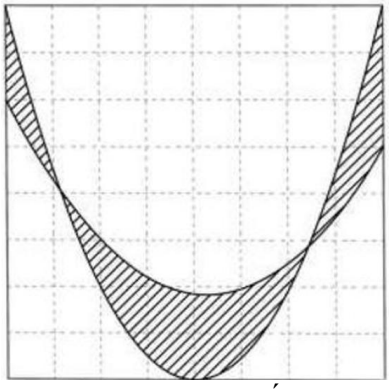
Hình 2

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết rằng SAvuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$và $SA = \sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$có số đo bằng bao nhiêu độ?



Câu 21. Trong lưới ô vuông có hai đường parabol như hình vẽ. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol (phần gạch chéo) bằng bao nhiêu centimet vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

thuvientoanhoc.com



Câu 22. Sau khi một loại thuốc kháng sinh được tiêm vào cơ thể thì nồng độ của thuốc trong máu sẽ giảm dần theo thời gian do quá trình chuyển hóa. Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ kể từ khi tiêm được mô hình hóa bởi công thức $C(t) = C_0.e^{-rt}$ (mg/lít).

Trong đó:

* C_0 là nồng độ thuốc trong máu ngay sau khi tiêm.
* r là hằng số dương đo tốc độ phân hủy của thuốc.
* $e \approx 2{,}718$

Biết rằng ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15 mg/lít và sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10 mg/lít. Để đạt hiệu quả điều trị, bác sĩ sẽ tiêm lại một liều mới khi nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm xuống và còn ít nhất 6 mg/lít.

Theo mô hình trên, để đạt hiệu quả điều trị thì khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm thuốc là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 3

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Kết quả kiểm tra Toán của 40 học sinh lớp $12A$ được cho bởi bảng sau:

Khoảng điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh	0	8	15	10	7

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm nào sau đây?

A.$[2;4)$.B . $[6;8)$.C . $[4;6)$.D . $[8;10]$.

Lời giải

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0;2]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $\int_0^2 [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. B. $\pi\int_0^2 [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. C. $\pi\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$. D. $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) \le 3$ là

A.$[1;9]$.B . $(1;9]$.C . $(-\infty;9]$.D . $(1;9)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-1) \le 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1 \le 2^3 \end{cases} \Rightarrow 1 < x \le 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1;9]$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A.2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

thuvientoanhoc.com

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-1=0$. Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;\ -2;\ 2)$. **B.** $(-1;\ -2;\ 2)$. **C.** $(1;\ 2;\ 2)$. **D.** $(-1;\ 1;\ 2)$.

Lời giải

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(1;\ -2;\ 2)$.

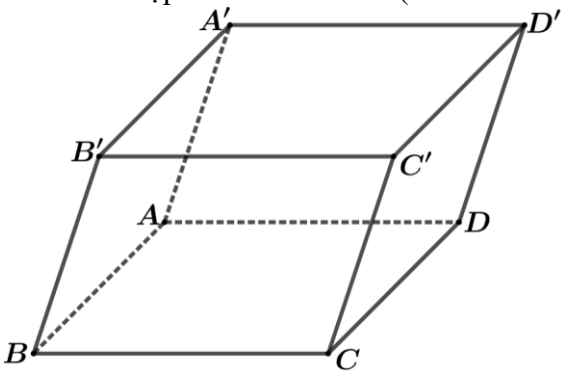
Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là

A. $u_4=-48$.B $.u_4=-24$. **C.** $u_4=-4$.D $.u_4=48$.

Lời giải

Ta có $u_4=u_1q^3=3(-2)^3=-24$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$(tham khảo hình vẽ). Khi đó, tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AD'}$. **B.** $\overrightarrow{C'A}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{D'A}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. Chọn C

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm hàm số $f(x)=x^7$ là

A. $\frac{x^8}{8}+C$. **B.** $7x^6+C$. **C.** $8x^8+C$. **D.** $\frac{x^7}{7}+C$.

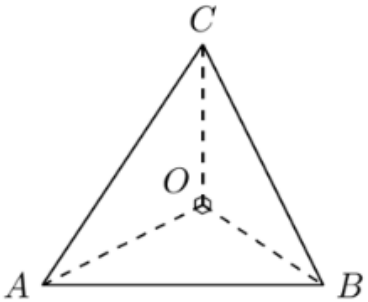
Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \mathrm{x}^7\mathrm{d}x=\frac{x^8}{8}+C$. Chọn A

Câu 9. Cho hình chóp $O.ABC$có OA,OB,OCđôi một vuông góc với nhau và $OA=a,OB=b,OC=c$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng

A. abc. **B.** $\frac{abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{2}$. **D.** $\frac{abc}{6}$.

Lời giải



Ta có: $V=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{abc}{6}$. Chọn D

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi|\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathbb{R}\backslash\{k\pi|\ k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\{k2\pi|\ k\in\mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số$y=\tan x$xác định khi$cosx\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ nên chọn đáp án D

thuvientoanhoc.com

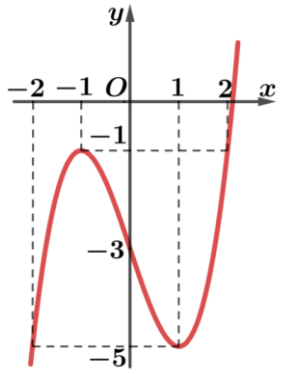
Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$cho $\vec{u} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + \vec{k}$. Toạ độ của $\vec{u}$ là

A.$(1;3;-2)$.B $(3;1;-2)$.C $(3;-2;1)$.D $(-2;3;1)$.

Lời giải

Dễ thấy toạ độ của véc tơ $\vec{u}$ là $(3;-2;1)$ chọn C

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A.0.B -1.C -5.D -6.

Lời giải

Dễ thấy trên đoạn $[-2;2]$ giá trị lớn nhất của hàm số bằng -1 và giá trị nhỏ nhất bằng -5 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ bằng -6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **(a)**, **(b)**, **(c)**, **(d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b(m/s)$, trong đó $t$là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và $v(t) > 0$ với mọi $t \in [0;30]$. Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

a)Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.

b) Giá trị của$b$là 90.

c) Giá trị của$a$là $-\frac{5}{9}$.

d)Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h. Người điều khiển ô tô đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) Đ

(a) Trong 20giây đầu, xe ô tô chưa giảm tốc nên chuyển động đều với vận tốc $v_0 = 25\ (m/s)$.

Quãng đường xe ô tô đi được trong 20giây là: $s = 25.20 = 500\ (m)$

Ban đầu xe ô tô cách trạm thu phí 1000 m, nên khi bắt đầu giảm tốc, xe ô tô còn cách trạm: $1000 - 500 = 500\ (m)$.

(b) Tại thời điểm bắt đầu giảm tốc, ta có $t = 0$ nên $v(0) = 25 \Rightarrow b = 25$

(c) Từ lúc bắt đầu giảm tốc đến lúc đến trạm thu phí là 30giây, và quãng đường đi được trong thời gian đó là$500\ (m)$.

Do đó: $\int_0^{30} v(t)dt = 500$, thay $v(t) = at + 25$, ta tìm được $a = -\frac{5}{9}$

(d) Theo câu **(c)** ta được $v(t) = -\frac{5}{9}t + 25$.

Vận tốc của xe ô tô khi đến trạm thu phí là: $v(30) = -\frac{5}{9}.30 + 25 = \frac{25}{3}\ (m/s) = 30\ (km/h)$

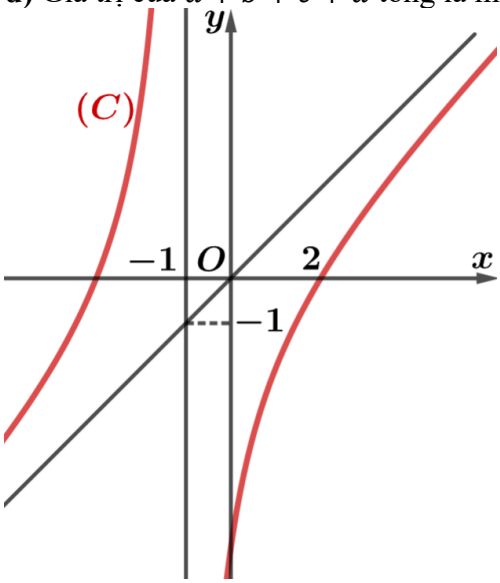
Nếu tốc độ tối đa cho phép khi qua trạm là 30 (km/h) thì người lái xe đã tuân thủ đúng quy định.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}\ (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong (C). Các đường thẳng lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.

a) Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ $(0;2)$.

thuvientoanhoc.com

b)Đồ thị (C)có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.
c)Đồ thị (C)có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.
d) Giá trị của $a+b+c+d$ tổng là một số âm.



Lời giải

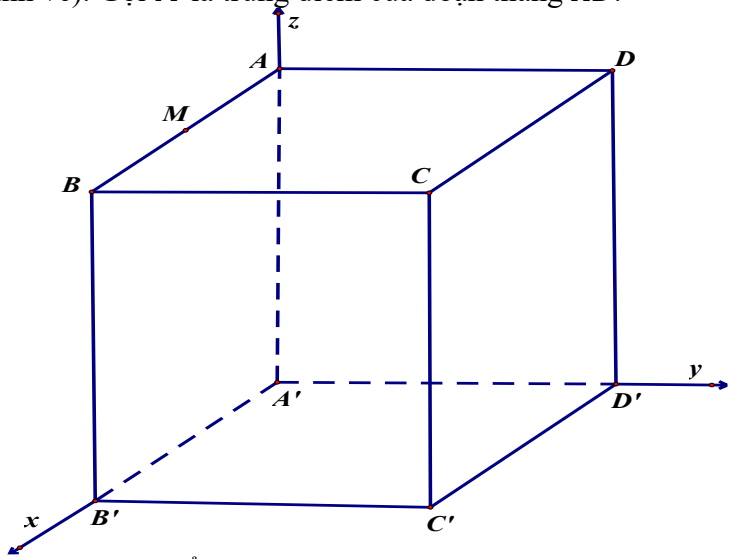
a) S b) Đ c) Đ d) Đ

(a) Dựa vào ĐTHS ta thấy đường cong (C) không đi qua điểm có tọa độ $(0;2)$.
(b) Dựa vào ĐTHS ta thấy đường cong (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.
(c) Dựa vào ĐTHS ta thấy đường cong (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.
(d) Ta có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1\Rightarrow d=1$.
Thực hiện chia ax^2+bx+c cho $x+1$ được thương $ax+(b-a)$
Để ĐTHS ta thấy đường cong (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$ suy ra

$$\begin{cases} a=1 \\ b-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$$

ĐTHS đi qua điểm $(2;0)$ nên thay vào hàm số ta có $c=-6$.
Suy ra $a+b+c+d=1+1+(-6)+1=-3<0$

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật có $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=4;AD=3$ và$AA'=12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$với O trùng với A', các tia $A'B',A'D',A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox,Oy, Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB.



a) Tọa độ của điểm D là $(0;3;12)$.
b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $(2;-3;0)$.

thuvientoanhoc.com

c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có tọa độ là $(3;2;1)$.
d) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

Lời giải

(a) ĐDo điểm D thuộc mặt phẳng Oyz và $A'D' = 3;\ A'A = 12$ nên $D(0;\ 3;\ 12)$.
(b) SDo $A(0;\ 0;\ 12)$ và $B(4;\ 0;\ 12)$ nên $M(2;\ 0;\ 12)$.
Suy ra $\overrightarrow{MD}(-2;\ 3;\ 0)$.
(c) ĐTa có $M(2;\ 0;\ 12);\ C'(4;\ 3;\ 0)$ nên $\overrightarrow{MC'}(2;\ 3;\ -12)$.
Do $\left[\overrightarrow{MD};\overrightarrow{MC'}\right] = (-36;\ -24;\ -12)$ nên mặt phẳng (MDC') nhận vectơ $\vec{n} = (3;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến.
(d) S Ta có mặt phẳng (MDC') đi qua điểm $C'(4;\ 3;\ 0)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (3;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến nên mặt phẳng (MDC') có phương trình: $3x + 2y\ + z - 18 = 0$.
Suy ra: $d(A';(MDC')\ ) = \frac{|3.0\ +\ 2.0+\ 0-\ 18|}{\sqrt{3^3+\ 2^2+\ 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{14}} \approx 4{,}8$.
Vậy $d(A';(MDC')\ ) < 5$.

Câu 16. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số cùa ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm.
Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng "Ngôi sao hy vọng" tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm.
Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là 0,7; 0,4 và 0,3. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.
a) Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là 0,3.
b) Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là 0,084.
c) Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là 0,916.
d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là 0,736.

Lời giải

a) Đ b) Đ c) S d) Đ

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố Phương trả lời đúng câu hỏi lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Theo giải thiết việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại nên A, B, C độc lập và $P(A) = 0{,}7;\ P(B) = 0{,}4;\ P(C) = 0{,}3$.
(a) Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$ nên câu **(a)** đúng
(b) Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là $P(ABC) = P(A).P(B).P(C) = 0{,}7.0{,}4.0{,}3 = 0{,}084$ nên **(b)** đúng.
(c) Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là 0,916.
Gọi D là biến cố "Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi" suy ra $\overline{D}$ là biến cố "Phương trả lời sai cả ba câu hỏi".
$P(D) = 1 - P\left(\overline{D}\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(\overline{C}\right) = 1 - 0{,}3.0{,}6.0{,}7 = 0{,}874$ nên **(c)** sai.
(d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là 0,736.
Hiện tại điểm cao nhất là Bình có 200 điểm, nếu Phương trở thành quán quân thì số điểm của Phương phải lớn hơn 200 điểm.
Trường hợp 1: Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên và trả lời đúng thì đạt số điểm là 190+40=230, nếu sai hoặc không trả lời hai câu thuộc 2 lĩnh vực còn lại thì còn số điểm 230-20=210 nên đạt quán quân.

thuvientoanhoc.com

Trường hợp 2: Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên và trả lời sai hoặc không trả lời thì đạt số điểm là 190-20=170, muốn đạt quán quân thì phải trả lời đúng hai câu thuộc 2 lĩnh vực còn lại, lúc đó số điểm là 170+40=210.

Vậy, nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là

$P(A)+P\left(\overline{A}BC\right)=0{,}7+(1-0{,}7).0{,}4.0{,}3=0{,}736$ nên câu **(d)** đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định 7,2%/năm theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

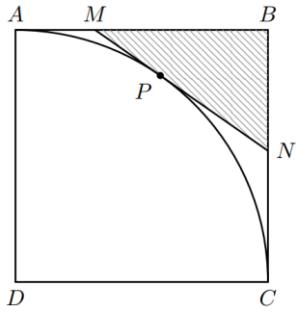
Lời giải

Vì anh Tú trả 25 tiền gốc mỗi tháng và khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại nên tổng số tiền lãi anh Tú phải trả là tổng của dãy tiền lãi trong 12 tháng:

$$m=0{,}6\%\cdot(300+275+250+\cdots+25)=11{,}7.$$

Vậy tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là 11,7 (triệu đồng).

Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D, bán kính DA (tham khảo hình vẽ). Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N. Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Đặt $BM=x, BN=y\ (0<x<1, 0<y<1)$.

Áp dụng định lý Pythagores ta có $MN=\sqrt{x^2+y^2}$.

MN là tiếp tuyến nên $AM=MP$ và $CN=NP$, suy ra $MN=AM+CN$.

Do đó $x+y+\sqrt{x^2+y^2}=AB+BC=2$.

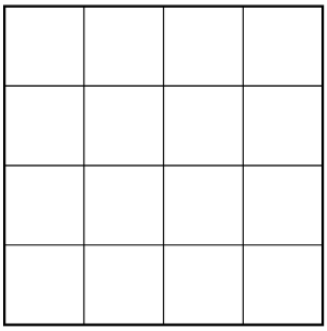
Áp dụng BĐT Cauchy ta có $2=x+y+\sqrt{x^2+y^2}\geq 2\sqrt{xy}+\sqrt{2xy}$.

Suy ra $\sqrt{xy}\leq\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\Rightarrow S_{BMN}=\frac{xy}{2}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\right)^2\approx 0{,}17$.

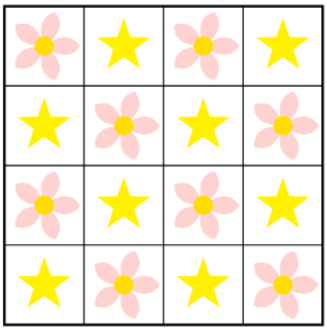
Vậy diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng 0,17 khi $BM=BN=2-\sqrt{2}$.

Câu 19. Người ta trang trí một bảng ô vuông 4×4(như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa,sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2). Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bằng ô vuông thỏa mãn yêu cầu bài toán trên?

thuvientoanhoc.com



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Quy ước: ngôi sao là:S, bông hoa là: H.

Trong mỗi hàng, cột sẽ có 2 lần điền S và 2 lần điền H.

+) Điền 2 lần S vào cột đầu có $C_4^2 = 6$ (cách)

+) Ô điền S sẽ ở cùng một cột có 3cách. Khi đó điền 4 S còn lại có 1 cách.

Giả sử:

S S

S S

S S

S S

+) 2 ô điền S khác cột có $3.2 = 6$ cách, khi đó điền 4 S còn lại có 2 cách.

Giả sử:

S S

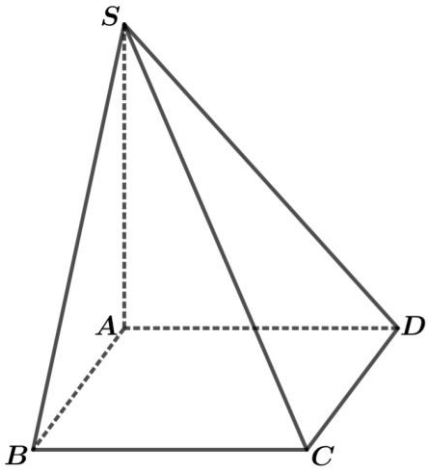
S S

S S

S S

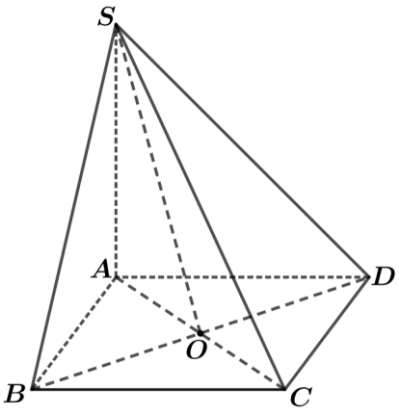
Vậy số cách cần tìm là: $6.(3.1 + 6.2) = 90$(cách).

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết rằng SAvuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$và $SA = \sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$có số đo bằng bao nhiêu độ?



Lời giải

thuvientoanhoc.com



Gọi $O = AC \cap BD$, xét tam giác vuông ABC: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow AO = \sqrt{2}$.

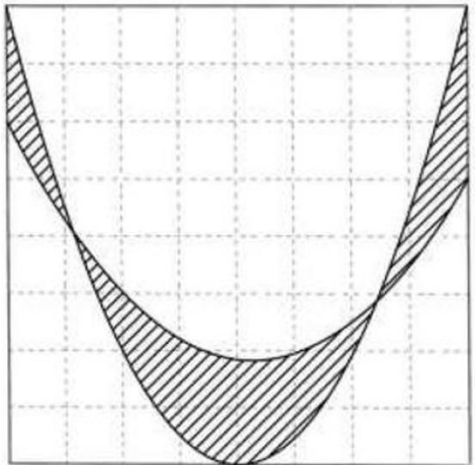
Do $BD \perp (SAC) \Rightarrow \begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp OC \end{cases}$

$\Rightarrow [S, BD, C] = \widehat{SOC} = 180^0 - \widehat{SOA}$.

Xét tam giác vuông SOAcó: $\tan\widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^0$

Vậy $[S, BD, C] = 120^0$.

Câu 21. Trong lưới ô vuông có hai đường parabol như hình vẽ. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol (phần gạch chéo) bằng bao nhiêu centimet vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



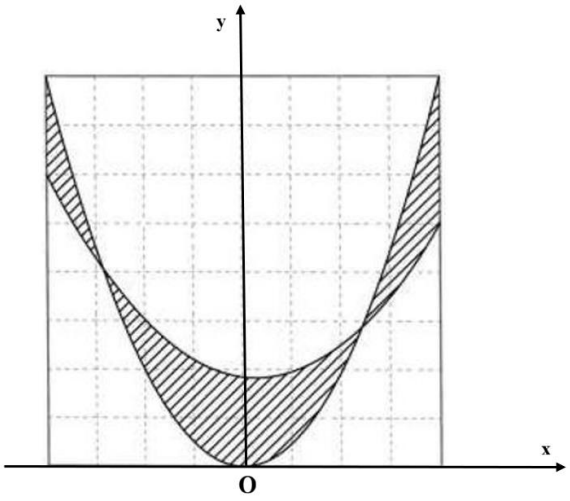
Lời giải

Trả lời: 9,76

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ $O(0;0)$trùng với đỉnh của parabol hướng bề lõm lên trên (parabol dưới)

Khi đó, trục Oy là trục đối xứng của cả hai parabol. Trục Ox nằm ngang, đi qua đỉnh parabol dưới.

thuvientoanhoc.com



+) Tìm phương trình parabol dưới (P_1):
Có đỉnh là $O(0;0)$nên phương trình có dạng $y = ax^2\ (a > 0)$.
Đồ thị (P_1) đi qua điểm có tọa độ $(2;2)$
Thay tọa độ điểm này vào phương trình ta được: $2 = a.2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$
Vậy phương trình parabol (P_1) là $y = \frac{1}{2}x^2$
+) Tìm phương trình parabol trên (P_2): $y = ax^2 + bx + c$:
Đồ thị (P_2)đi qua $A(4;5), B(-2;3), C(-4;6)$nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 3 \\ 16a - 4b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{48} \\ b = -\frac{1}{8} \\ c = \frac{11}{6} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{11}{48}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{11}{6}\text{âza}$$

Khi đó diện tích phần tô màu là $S = \int_{-4}^{4} \left|\frac{11}{48}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{11}{6} - \frac{1}{2}x^2\right| . dx = 9{,}76$

Câu 22. Sau khi một loại thuốc kháng sinh được tiêm vào cơ thể thì nồng độ của thuốc trong máu sẽ giảm dần theo thời gian do quá trình chuyển hóa. Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ kể từ khi tiêm được mô hình hóa bởi công thức $C(t) = C_0.e^{-rt}$ (mg/lít).
Trong đó:
* C_0 là nồng độ thuốc trong máu ngay sau khi tiêm.
* r là hằng số dương đo tốc độ phân hủy của thuốc.
* $e \approx 2{,}718$
Biết rằng ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15 mg/lít và sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10 mg/lít. Để đạt hiệu quả điều trị, bác sĩ sẽ tiêm lại một liều mới khi nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm xuống và còn ít nhất 6 mg/lít.
Theo mô hình trên, để đạt hiệu quả điều trị thì khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm thuốc là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 9
Theo đề bài ta có công thức: $C(t) = C_0.e^{-rt}$.
Ngay sau khi tiêm $(t = 0)$, nồng độ thuốc là 15 mg/lít nên: $15 = C_0.e^{-r.0} \Leftrightarrow C_0 = 15$.
Khi đó mô hình có dạng: $C(t) = 15.e^{-rt}$
Sau 4 giờ $(t = 4)$, nồng độ thuốc còn 10 mg/lít nên:

$$C(4) = 15.e^{-4t} = 10 \Leftrightarrow e^{-4t} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow -4t = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}\ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

Bác sĩ sẽ tiêm lại liều mới khi nồng độ giảm xuống và còn ít nhất 6 mg/lít, tức là:

thuvientoanhoc.com

$$C(t) \geq 6 \Leftrightarrow 15.e^{-rt} \geq 6 \Leftrightarrow e^{-rt} \geq \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow -rt \geq \ln\left(\frac{2}{5}\right)$$

$\Leftrightarrow t \leq \frac{\ln\frac{2}{5}}{-r} \Leftrightarrow t \leq \frac{\ln\frac{2}{5}}{\frac{1}{4}\ln\frac{2}{3}} \Leftrightarrow t \leq 9{,}037$ (giờ)

Để đạt hiệu quả điều trị, khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm là thời điểm nồng độ thuốc vừa chạm mức 6 mg/lít là 9 giờ.

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPTNHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
(ĐỀ SỐ 04)

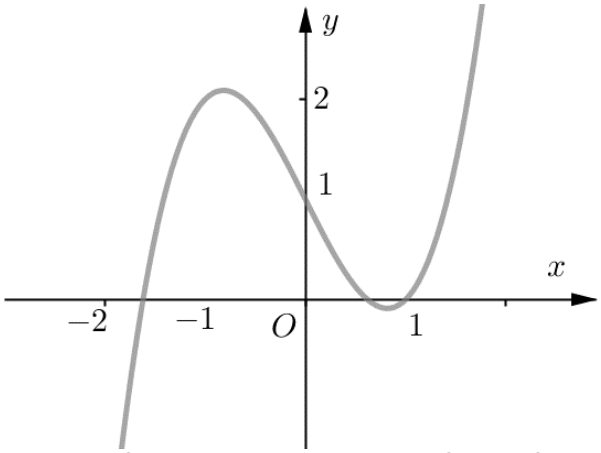
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... **Mã đề: 104**

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

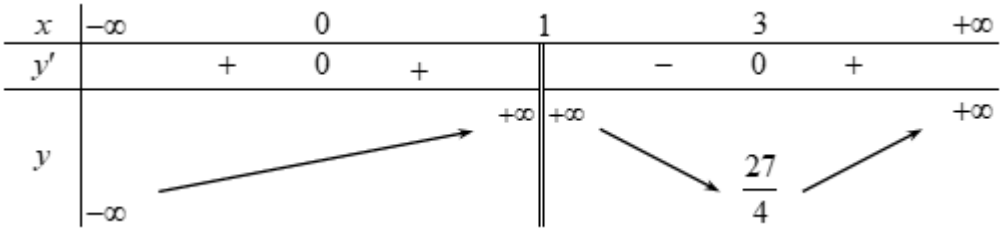
Câu 1. Phương trình $\tan x = -1$ có tất cả các nghiệm là
A. $\frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



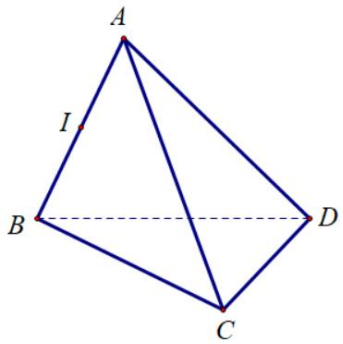
A. $y = x^3 + 2x + 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 2x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.
A. $m < 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $0 < m < \frac{27}{4}$. **D.** $m > \frac{27}{4}$.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Véc tơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với véc tơ nào sau đây?
A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{CI}$. **D.** $\overrightarrow{BI}$.



Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vecto $\overrightarrow{BA}$ là
A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vecto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?
A. $\overrightarrow{u_2} = (2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (4;2;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;0;2)$.

thuvientoanhoc.com

Câu 7. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

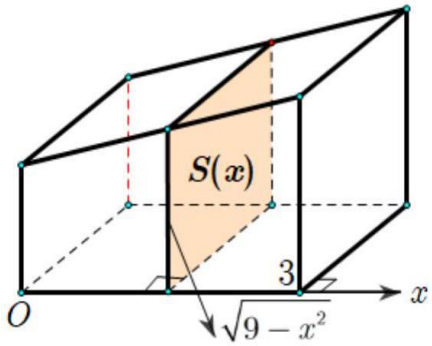
Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

Câu 8. Biết $\int f(x)dx = \cos x + C$ thì $\int f'(x)dx$ bằng

A. $\sin x + C'$. **B.** $\cos x + C'$. **C.** $-\sin x + C'$. **D.** $-\cos x + C$.

Câu 9. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là $x(0 \le x \le 3)$, ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng

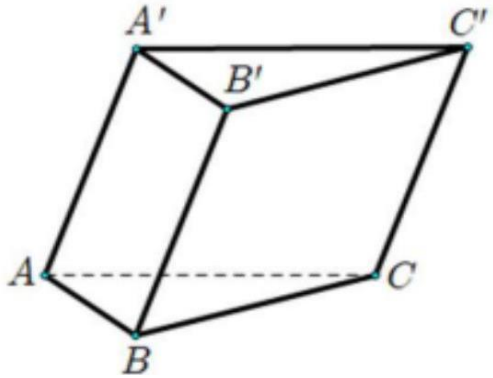


A. 171π. **B.** 171. **C.** 18π. **D.** 18.

Câu 10. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. 14,026 triệu đồng. **B.** 50,7 triệu đồng. **C.** 4,026 triệu đồng. **D.** 3,5 triệu đồng.

Câu 11. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15, khoảng cách từ C đến $(ABB'A')$ bằng 6 (tham khảo hình vẽ bên cạnh). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?



A. 60. **B.** 45. **C.** 90. **D.** 30.

Câu 12. Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là:

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 1$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = 4\sin x\cos x + 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4\sin 2x + 2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

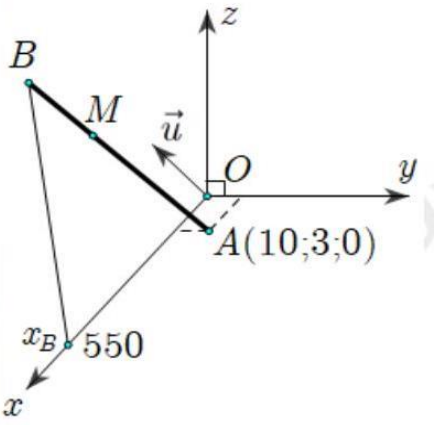
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

thuvientoanhoc.com

Câu 14. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ là $4{,}5(\text{m/s})$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:





a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z}{1}$

b) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát $(t\geq 0)$, cabin đến vị trí điểm M. Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$. Quãng đường AB có độ dài bằng $810(\text{m})$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)

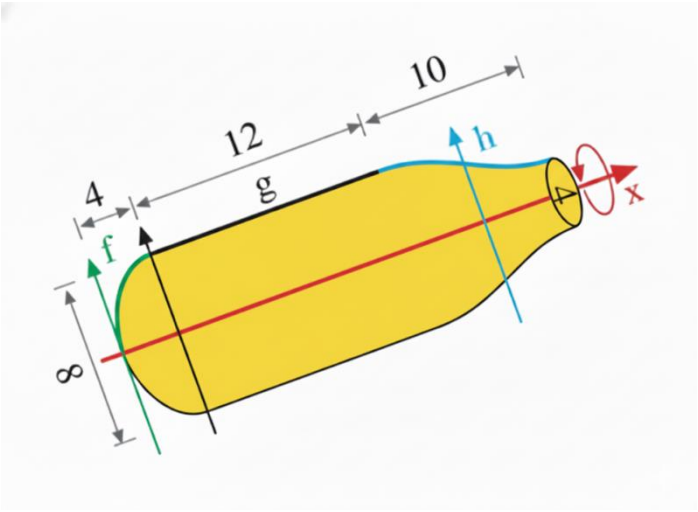
d) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc $22°$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ)

Câu 15. Đường bao của một chai nước sô đa được mô hình hóa bằng ba hàm số f,g,h. Tất cả các đường này được ghép trơn với nhau.

Để đơn giản hóa phương trình, ba đồ thị dùng chung trục Ox nhưng mỗi hàm có một trục Oy riêng, như hình vẽ.

- Hàm $f(x)$ là hàm căn bậc bốn dạng: $f(x)=a\cdot x^{\frac{1}{4}}$, thể hiện phần đuôi chai.
- Hàm $g(x)$ là đường thẳng ngang dạng: $g(x)=b$, thể hiện phần thân chai.
- Hàm $h(x)$ là đa thức bậc ba dạng: $h(x)=cx^3+dx+e$, thể hiện phần đầu chai.

Các kích thước được chỉ trên hình (đơn vị: cm). (ghi chú: miệng chai có đường kính bằng 4).



a) Tổng các hệ số $a^2+b+d+e=10$

b) Người ta cần dán toàn bộ thân chai nước bằng một tấm decal, khi đó diện tích tối thiểu của decal là $96\pi\ (cm^2)$

c) Diện tích tiết diện dọc (mặt cắt theo trục dọc) của chai lớn hơn 200cm2

d) Chai này có thể chứa được 1 lít sô đa (thể tích vỏ chai là không đáng kể)

Câu 16. Trước 3tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa $MU-MC$.Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU(có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời " có xem" và " không xem" là 80% và 20%.

Gọi A là biến cố " Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu"

Gọi B là biến cố " Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu"

a) $P(AB)=0.6$

thuvientoanhoc.com

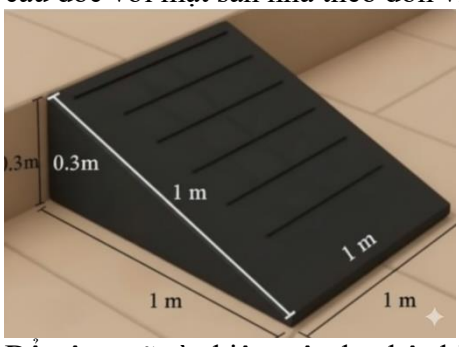
b) Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 72,5%.

c) Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.

d) Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

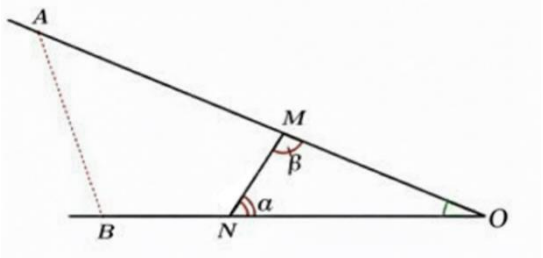
PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm làm bằng kim loại như hình vẽ. Biết chiều cao tối đa của cầu dốc là $0{,}3\ m$ và bề mặt cầu là hình vuông có cạnh bằng $1\ m$. Hãy tính góc hợp bởi đường chéo bề mặt cầu dốc với mặt sàn nhà theo đơn vị độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

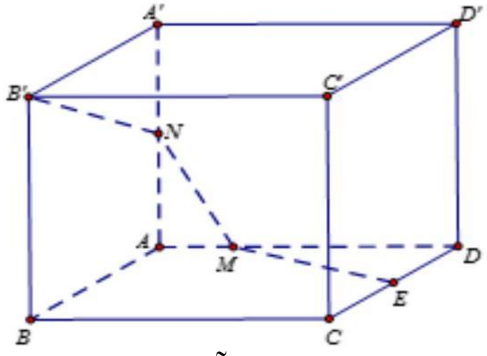


Câu 18. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 30 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 50 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 19. Hai chất điểm A và Bchuyển động thẳng đều cùng hướng về O với vận tốc $V_B = \frac{V_A}{\sqrt{3}}$ và góc $\widehat{AOB} = 30°$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng khi khoảng cách giữa hai chất điểm A và B là nhỏ nhất thì số đo góc $\widehat{BAO} = \varphi$. Tìm φ (đơn vị độ).

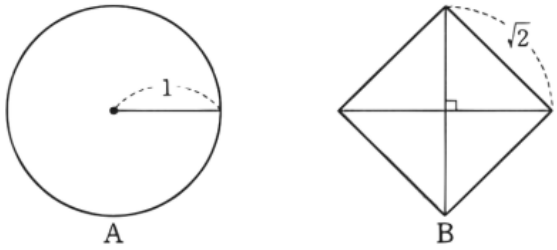


Câu 20. Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương ABCD. A′B′C′D′, cạnh bằng 10 m (như hình vẽ). Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E (là trung điểm của CD) đi qua điểm M thuộc cạnh AD, đi tiếp qua điểm N thuộc cạnh AA′ rồi tới điểm B′. Biết độ dài đoạn dây điện bằng 25 m. Tính độ dài đoạn MN (làm tròn đến hàng phần trăm).

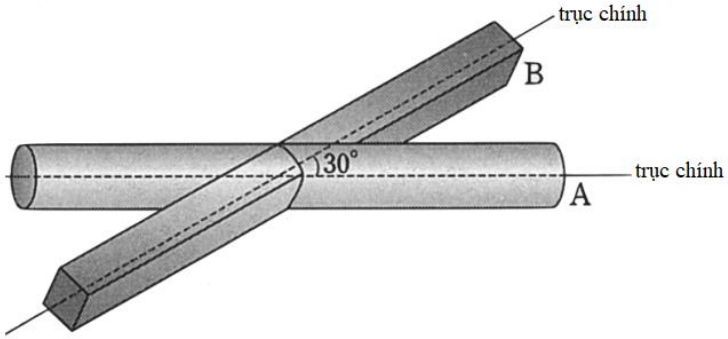


Câu 21. Cho một thanh gỗ hình trụ A có đáy là hình tròn bán kính 1, và một thanh gỗ hình lăng trụ đứng B có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$như hình vẽ.

thuvientoanhoc.com



Hai thanh gỗ có trục chính cắt nhau và tạo với nhau một góc 30°.



Trong hai đường chéo của tiết diện vuông góc với trục của thanh gỗ B, có một đường chéo vuông góc với mặt phẳng chứa trục của cả hai thanh gỗ, còn đường chéo còn lại thì nằm trong mặt phẳng đó. Khi đó, phần thể tích chung của hai thanh gỗ là $a\pi + b$. Hãy tính giá trị của biểu thức $10a + 3b$, biết rằng a và b là các số hữu tỉ.

Câu 22. Tiến hành xếp 3 cô gái $(G_1;\ G_2;\ G_3)$ và 6 chàng trai vào 9 chiếc ghế hàng ngang sao cho ba cô gái ngồi theo đúng thứ tự $G_1;\ G_2;\ G_3$ từ trái sang phải (không nhất thiết phải ngồi kề nhau). Giữa cô gái thứ nhất (G_1) và cô gái thứ hai (G_2) có ít nhất một chàng trai, giữa cô gái thứ hai (G_2) và cô gái thứ ba (G_3) có tối đa hai chàng trai. Gọi T là số cách xếp thỏa mãn. Tính $\frac{T}{160}$



thuvientoanhoc.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Phương trình $\tan x = -1$ có tất cả các nghiệm là

A. $\frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

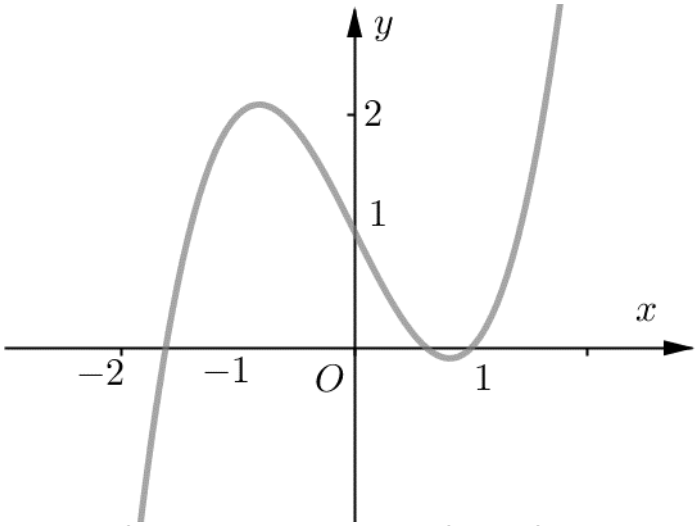
C. $\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 2x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

Chọn C

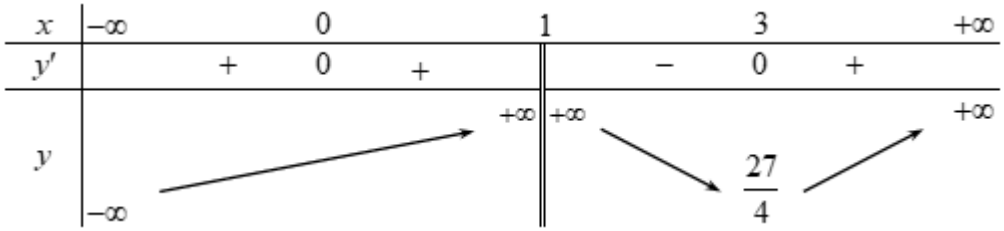
Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực tri, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực tri tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m < 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $0 < m < \frac{27}{4}$. **D.** $m > \frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

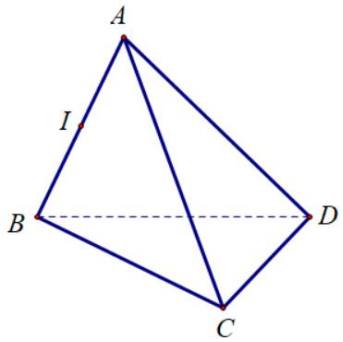
Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

thuvientoanhoc.com

Cho tứ diện ABCD, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Véc tơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với véc tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{CI}$. **D.** $\overrightarrow{BI}$.



Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Do đó vectơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BA}(1-3;1-(-1);-2-2) = (-2,2,-4)$$

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (4;2;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

$d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-6}$ có vecto chỉ phương là $\vec{u}(4,-2,-6)$ hoặc $\vec{u}(-2,1,3)$

Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

Lời giải

Chọn D

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

$$n = 8+10+16+24+13+7+4 = 82$$

$$\overline{x} = \frac{6{,}75.8 + 7{,}25.10 + 7{,}75.16 + 8{,}25.24 + 8{,}75.13 + 9{,}25.7 + 9{,}75.4}{82} = \frac{333}{41}$$

$$S^2 = \frac{1}{82}\left[\begin{array}{l} 8.\left(\frac{333}{41} - 6{,}75\right)^2 + 10\left(\frac{333}{41} - 7{,}25\right)^2 + 16\left(\frac{333}{41} - 7{,}75\right)^2 \\ +24\left(\frac{333}{41} - 8{,}25\right)^2 + 13\left(\frac{333}{41} - 8{,}75\right)^2 + 7\left(\frac{333}{41} - 9{,}25\right)^2 + 4\left(\frac{333}{41} - 9{,}75\right)^2 \end{array}\right]$$

$$\approx 0{,}609$$

Biết $\int f(x)dx = \cos x + C$ thì $\int f'(x)dx$ bằng

A. $\sin x + C'$. **B.** $\cos x + C'$. **C.** $-\sin x + C'$. **D.** $-\cos x + C$.

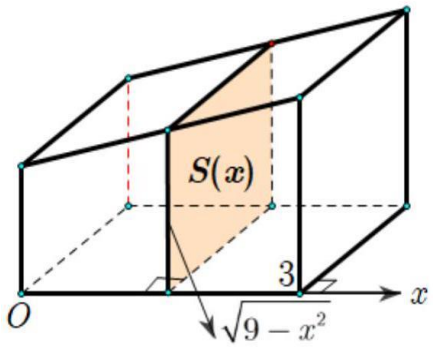
Lời giải

Chọn C

thuvientoanhoc.com

Vậy $\int f'(x)dx = f(x) + C' = -\sin x + C'$

Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là $x(0 \le x \le 3)$, ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 171π. **B.** 171. **C.** 18π. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = \int_0^3 (f(x))^2 dx = 18$

Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. 14,026 triệu đồng. **B.** 50,7 triệu đồng. **C.** 4,026 triệu đồng. **D.** 3,5 triệu đồng.

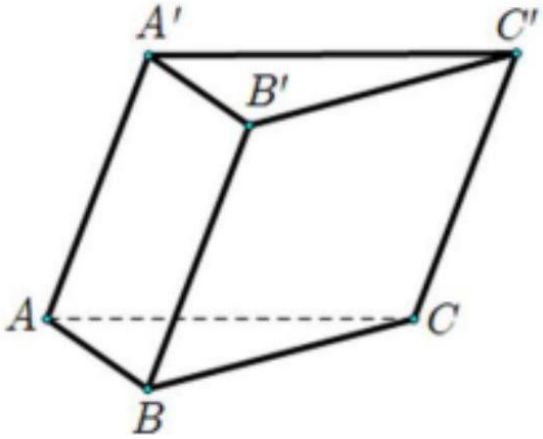
Lời giải

Chọn C

Tổng số tiền cả lãi và vốn thu được sau 5 năm là $T = 10000000.(1+7\%)^5 \approx 14{,}026$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau 5 năm là $14{,}026 - 10 = 4{,}026$ (triệu đồng)

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15, khoảng cách từ C đến $(ABB'A')$ bằng 6 (tham khảo hình vẽ bên cạnh). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?



A. 60. **B.** 45. **C.** 90. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}d\big(C,(ABB'A')\big).S_{ABB'A'} = \frac{1}{3}.6.15 = 30$

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2}.30 = 45.$

Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là:

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

thuvientoanhoc.com

Chọn B
Ta có:

$$4^{2x-4} = 16$$
$$\Leftrightarrow 4^{2x-4} = 4^2$$
$$\Leftrightarrow 2x - 4 = 2$$
$$\Leftrightarrow x = 3$$

PHẦN II: **TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

Cho hàm số $f(x) = 4\sin x\cos x + 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4\sin 2x + 2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi;\pi]$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai.

$$f(x) = 4\sin x\cos x + 2x = 2\sin 2x + 2x$$
$$\Rightarrow f'(x) = 4\cos 2x + 2$$

b) Đúng

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4\cos 2x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{bmatrix}$$

Trên $[-\pi;\pi]$ thì $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi;\pi]$.

c) Sai

Ta có $x = -\frac{\pi}{3}$ là cực trị của hàm số nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -\frac{\pi}{3}$.

Mà $x = -\frac{\pi}{3} \in (-2,1)$ nên hàm số không thể đơn điệu đồng biến trên $(-2;-1)$.

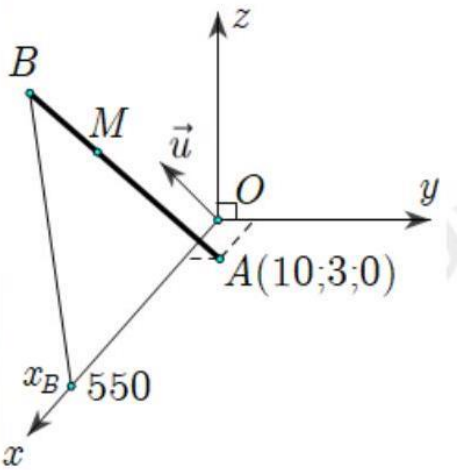
d) Đúng

Ta có $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi; f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$

Nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-2;1)$ với tốc độ là $4{,}5(\text{m/s})$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:





a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$

thuvientoanhoc.com

b) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát $(t \geq 0)$, cabin đến vị trí điểm M. Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Quãng đường AB có độ dài bằng $810(\text{m})$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)

d) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ)

Lời giải

a) Đúng: Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$

b) Đúng: Thay tọa độ điểm M vào phương trình của đường cáp ta thấy thỏa mãn

Vậy $M\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$

c) Đúng: Gọi $B(x_B; y_B; z_B)$

Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ nên:

$$\frac{550-10}{2} = \frac{y_B-3}{-2} = \frac{z_B}{1} \Rightarrow \begin{cases} y_B = -537 \\ z_B = 270 \end{cases} \Rightarrow B(550;-537;270)$$

Vậy $AB = \sqrt{(550-10)^2+(-537-3)^2+270^2} = 810(\text{m})$

d) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AB} = k\vec{u}$

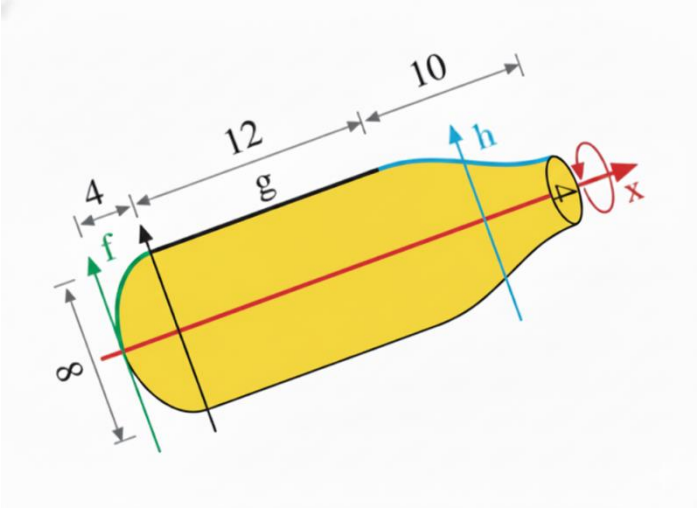
Do đó:

$$\cos(AB,(Oxy)) = \cos(\vec{u},(Oxy)) = \frac{\vec{u}.\overrightarrow{n_{Oxy}}}{|\vec{u}||n_{Oxy}|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}.1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (AB,(Oxy)) \approx 70^\circ$$

Đường bao của một chai nước sô đa được mô hình hóa bằng ba hàm số f, g, h. Tất cả các đường này được ghép trơn với nhau.



Để đơn giản hóa phương trình, ba đồ thị dùng chung trục Ox nhưng mỗi hàm có một trục Oy riêng, như hình vẽ.

- Hàm $f(x)$ là hàm căn bậc bốn dạng: $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{4}}$, thể hiện phần đuôi chai.
- Hàm $g(x)$ là đường thẳng ngang dạng: $g(x) = b$, thể hiện phần thân chai.
- Hàm $h(x)$ là đa thức bậc ba dạng: $h(x) = cx^3 + dx + e$, thể hiện phần đầu chai.

Các kích thước được chỉ trên hình (đơn vị: cm). (ghi chú: miệng chai có đường kính bằng 4).

a) Tổng các hệ số $a^2 + b + d + e = 10$

b) Người ta cần dán toàn bộ thân chai nước bằng một tấm decal, khi đó diện tích tối thiểu của decal là $96\pi\ (cm^2)$

c) Diện tích tiết diện dọc (mặt cắt theo trục dọc) của chai lớn hơn 200cm2

d) Chai này có thể chứa được 1 lít sô đa (thể tích vỏ chai là không đáng kể)

Lời giải

Đầu tiên ta sẽ tìm các hàm số đã cho

Xét $f(x)$ là hàm căn bậc bốn dạng: $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{4}}$ đối chiếu hình ta có được hàm này có $x \in [0;4]$ tại $x = 0 \Rightarrow y = 0, x = 4 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow a.4^{\frac{1}{4}} = 4 \Rightarrow \boxed{a = 2\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow f(x) = 2\sqrt{2}.x^{\frac{1}{4}}, x \in [0;4]$$

thuvientoanhoc.com

Xét $g(x)$ là đường thẳng ngang dạng: $g(x) = b$ đối chiếu hình ta có được hàm này có $x \in [0;12]$ và là hằng với $\boxed{b = 4}$, suy ra $g(x) = 4, x \in [0;12]$

Xét $h(x)$ là đa thức bậc ba dạng: $h(x) = cx^3 + dx + e$ đối chiếu hình ta có được hàm này có $x \in [0;10]$, ta có $\begin{cases} h(0) = 4 \Rightarrow \boxed{e = 4} \\ h(10) = 2 \Rightarrow 2 = 1000c + 10d + 4 \ (*) \end{cases}$

Vì tất cả các đường này được ghép trơn với nhau hay khi đó $g(x)$ là tiếp tuyến của đường $h(x)$ tại $x = 0$, hay $h'(0) = 0$(hệ số góc của đường $g(x)$), mà $h'(x) = 3cx^2 + d \Rightarrow h'(0) = \boxed{d = 0}$

Thay vào (*) ta suy ra được: $\boxed{c = -0{,}002}$.

Vậy $h(x) = -0{,}002x^3 + 4, x \in [0;10]$.

a) Sai.. Tổng các hệ số $a + b + d + e = 4 + 4 + 0 + 4 = 12$

b) Đúng.

Thân chai là phần hình trụ g (dài 12, bán kính 4), thì tấm decal tối thiểu chính là diện tích xung quanh của hình trụ:

- Chu vi đáy $= 2\pi r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$,
- Chiều cao (chiều dài phần thân) $= 12$.

Vậy $S_{\text{decal}} = 8\pi \cdot 12 = 96\pi \ (cm^2)$.

c) Sai. Diện tích tiết diện dọc (mặt cắt qua trục)

Tiết diện là hai dải đối xứng nên $S = 2\left(\int_0^4 f\,(x)dx + \int_0^{12} g\,(x)dx + \int_0^{10} h\,(x)dx\right)$

Tính từng phần:

$$\int_0^4 f\,(x)dx = a\frac{4}{5}x^{5/4}\Big|_0^4 = \frac{64}{5} = 12{,}8$$

$$\int_0^{12} g\,(x)dx = 4 \cdot 12 = 48$$

$$\int_0^{10} h\,(x)dx = \left(\frac{c}{4}x^4 + 4x\right)\Big|_0^{10} = c \cdot 2500 + 40 = -5 + 40 = 35$$

Suy ra $S = 2(12{,}8 + 48 + 35) = 191{,}6(cm^2)$.

d) Đúng. Thể tích chai (khối tròn xoay quanh Ox): $V = \pi\left(\int_0^4 f\,(x)^2dx + \int_0^{12} g\,(x)^2dx + \int_0^{10} h\,(x)^2dx\right)$

Từng phần:

$$\int_0^4 f^2\,dx = \int_0^4 a^2\,x^{1/2}dx = a^2\frac{2}{3}x^{3/2}\Big|_0^4 = \frac{128}{3}$$

$$\int_0^{12} g^2\,dx = 4^2 \cdot 12 = 192$$

$$\int_0^{10} h^2\,dx = \int_0^{10} (c^2x^6 + 8cx^3 + 16)\,dx = \frac{c^2}{7}10^7 + 2c \cdot 10^4 + 160$$

$$= \frac{40}{7} - 40 + 160 = \frac{880}{7}$$

Tổng: $\sum R^2 = \frac{128}{3} + 192 + \frac{880}{7} = \frac{7568}{21}$

Do đó $V = \pi \cdot \frac{7568}{21} \approx 1{,}132{,}2(cm^3)$.

Vì $V > 1000$ cm3 nên chai này chứa được 1 lít so đa

Trước 3tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa $MU - MC$.Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU(có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời " có xem" và " không xem" là 80% và 20%.

thuvientoanhoc.com

Gọi A là biến cố " Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu"
Gọi B là biến cố " Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu"
a) $P(AB) = 0.6$
b) Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là $72{,}5\%$.
c) Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.
d) Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu"
Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu"
Theo bài ta có $P(B) = 0{,}75; P(\overline{B}) = 0{,}25; P(A \mid B) = 0{,}8, P(A \mid \overline{B}) = 0{,}2$
a) Đúng. $P(AB) = P(B)P(A \mid B) = 0{,}75.0{,}8 = 0.6$
b) Sai. Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là

$$P(A) = P(B).P(AB) + P(\overline{B}).P(A \mid \overline{B}) = 0{,}75.0{,}8 + 0{,}25.0{,}2 = 0{,}65$$

c) Sai. Tỉ lệ người trả lời không xem khi được phỏng vấn trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem là $P(\overline{B} \mid A)$. Ta có

$$P(\overline{B} \mid A) = 1 - P(B \mid A) = 1 - \frac{P(AB)}{P(A)} = 1 - \frac{0{,}6}{0{,}65} = \frac{1}{13}$$

d) Đúng. Gọi C là biến cố "Người mặc áo đội bóng
Do số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu trong số người mặc áo đội bóng là 14 người nên $P(A \mid C) = \frac{14}{20} = 0{,}7$
Vậy người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu trong số người mặc áo đội bóng là $P(\overline{A} \mid C) = 1 - P(A \mid C) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

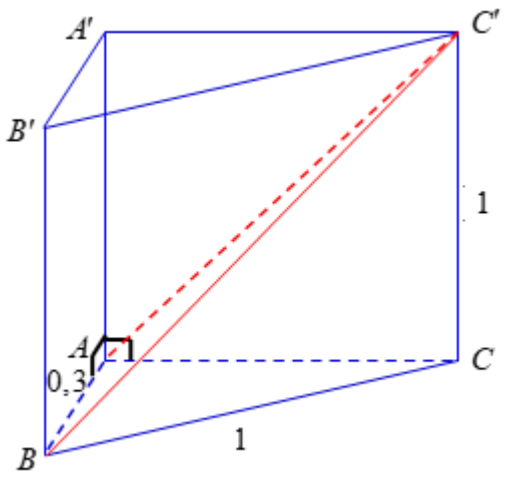
Một tấm cầu dốc kê bậc thềm làm bằng kim loại như hình vẽ. Biết chiều cao tối đa của cầu dốc là $0{,}3\ m$ và bề mặt cầu là hình vuông có cạnh bằng $1\ m$. Hãy tính góc hợp bởi đường chéo bề mặt cầu dốc với mặt sàn nhà theo đơn vị độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 12,2

thuvientoanhoc.com



Lật đứng bệ lên ta được khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Với:
– Đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = 0{,}3$; $BC = 1$.
– Mặt bên $(BCC'B')$ là mặt cầu dốc và là hình vuông có cạnh bằng 1 hay $CC' = 1$.
– Mặt bên $(ACC'A')$ là mặt sàn nhà.
Khi đó BC' là đường chéo bề mặt cầu dốc và AC' là hình chiếu của BC' lên $(ACC'A')$.
Suy ra góc giữa đường chéo bề mặt cầu dốc và mặt sàn nhà là góc $\widehat{BC'A}$.
Trong tam giác vuông ABC' có $\sin\widehat{BC'A} = \frac{AB}{BC'} = \frac{0{,}3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{20}$. Suy ra $\widehat{BC'A} \approx 12{,}2°$.
Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 30 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 50 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 2650.
Gọi số suất bán theo thực đơn 1 và 2 lần lượt là x, y $(x \geq 0, y \geq 0)$.
Số tiền câu lạc bộ nhận được là $T = 30x + 50y$ (nghìn đồng).
Số cốc nước chanh câu lạc bộ bán được là $2x + 3y$;
Số túi khoai chiên câu lạc bộ bán được là $x + 2y$.
Vì câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên nên ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 165 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases} (I)$$

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $OABC$ (gồm cả biên) với $A(0\,;50)$, $B(30\,;\,35)$, $C(82{,}5\,;\,0)$.

thuvientoanhoc.com

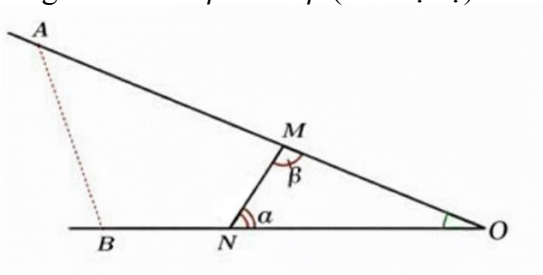


Ta có bảng sau :

$(x;y)$	$(0;0)$	$(0;50)$	$(30;35)$	$(82,5;0)$
$T=30x+50y$	0	2500	2650	2475

Từ bảng trên ta thấy nếu bán hết hàng số tiền lớn nhất câu lạc bộ có thể nhận được là 2650 nghìn đồng.

Hai chất điểm A và Bchuyển động thẳng đều cùng hướng về O với vận tốc $V_B=\frac{V_A}{\sqrt{3}}$ và góc $\widehat{AOB}=30°$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng khi khoảng cách giữa hai chất điểm A và B là nhỏ nhất thì số đo góc $\widehat{BAO}=\varphi$. Tìm φ (đơn vị độ).



Lời giải

Trả lời: 120.

Tại thời điểm t, chất điểm A và Blần lượt ở vị trí M và N.

Suy ra $AM=V_At,\ BN=V_Bt=\frac{V_At}{\sqrt{3}}$.

Tam giác OMN có: $\frac{MN}{\sin30°}=\frac{OM}{\sin\alpha}=\frac{ON}{\sin\beta}\Rightarrow\frac{MN}{\frac{1}{2}}=\frac{OA-AM}{\sin\alpha}=\frac{OB-BN}{\sin\beta}$

$$\Rightarrow 2MN=\frac{OA-V_At}{\sin\alpha}=\frac{OB-\frac{V_At}{\sqrt{3}}}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow 2MN=\frac{OA-V_At}{\sin\alpha}=\frac{\sqrt{3}OB-V_At}{\sqrt{3}\sin\beta}=\frac{OA-V_At-\left(\sqrt{3}OB-V_At\right)}{\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\beta}=\frac{OA-\sqrt{3}OB}{\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\beta}\ (1)$$

Lại có:

$\sin\beta=\sin(180°-\beta)=\sin(\alpha+30°)=\sin\alpha.\cos30°+\cos\alpha.\sin30°=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha.$

$\Rightarrow\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\beta=\sin\alpha-\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha\right)=-\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\ (2).$

Từ (1) (2) suy ra $2MN=\frac{\sqrt{3}OB-OA}{\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha}=\frac{2\left(\sqrt{3}OB-OA\right)}{\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha}\Rightarrow MN=\frac{\left|\sqrt{3}OB-OA\right|}{\left|\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha\right|}.$

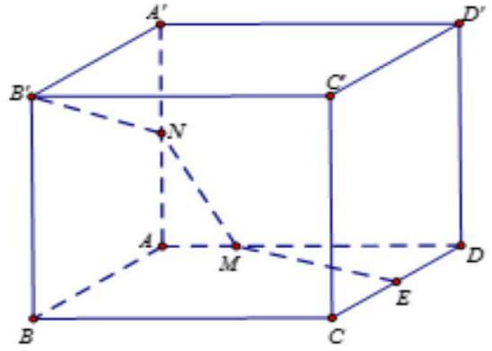
Mặt khác: $\left|\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha\right|\le\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$.Suy ra $MN\ge\frac{\left|\sqrt{3}OB-OA\right|}{2}.$

$Min\ MN=\frac{\left|\sqrt{3}OB-OA\right|}{2}$ khi $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\alpha=30°\Rightarrow\beta=120°.$

thuvientoanhoc.com

Vậy khoảng cách giữa hai chất điểm nhỏ nhất khi $\beta = 120°$ hay $\widehat{BAO} = 120°$.

Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương ABCD. A′B′C′D′, cạnh bằng 10 m (như hình vẽ). Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E (là trung điểm của CD) đi qua điểm M thuộc cạnh AD, đi tiếp qua điểm N thuộc cạnh AA′ rồi tới điểm B′. Biết độ dài đoạn dây điện bằng 25 m. Tính độ dài đoạn MN (làm tròn đến hàng phần trăm).



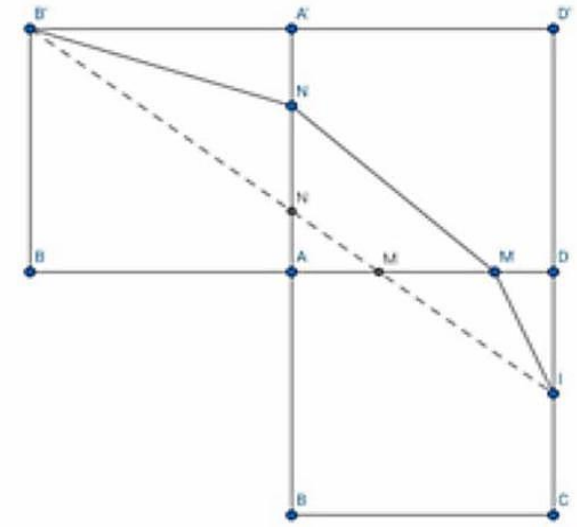
Lời giải

Trả lời: 4,17

Độ dài đoạn dây điện bằng tổng độ dài ba đoạn B′N, MN và ME

Nghĩa là $B'N + NM + ME = 25$

Ta trải phẳng mô hình có dạng là hình lập phương ra như hình vẽ:



Xét trên hình trải phẳng.

Khi đó $B'A' = A'D' = D'D = 10(m); DE = 5(m)$ vì E là trung điểm của DC

Xét tam giác B'D'E vuông tại D' có:

$$B'E = \sqrt{(B'D')^2 + (D'E)^2} = \sqrt{(B'A' + A'D')^2 + (D'D + DE)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

Suy ra $B'N + NM + ME = B'E = 25$

Suy ra 4 điểm B′, M, N, E thẳng hàng trên hình trải phẳng.

Vì $MD // B'D'$ theo định lý Thales, ta có:

$$\frac{DM}{D'B} = \frac{ED}{ED'} \Rightarrow \frac{DM}{20} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{20}{3} \Rightarrow AM = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$

Xét tam giác B'D'E có:

A′ là trung điểm của B′D′ → $A'N // ED'$

Suy ra N là trung điểm của $B'E$ là đường trung bình của tam giác $B'D'E$

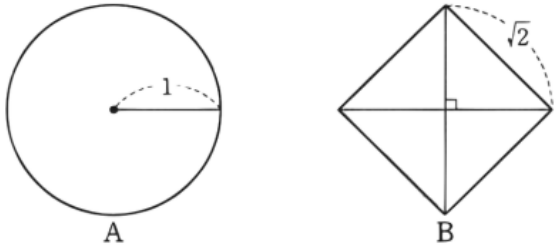
$\Rightarrow A'N = \frac{1}{2}D'E = \frac{1}{2}.15 = \frac{15}{2} \Rightarrow AN = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}$.

Xét tam giác AMN vuông tại A, có

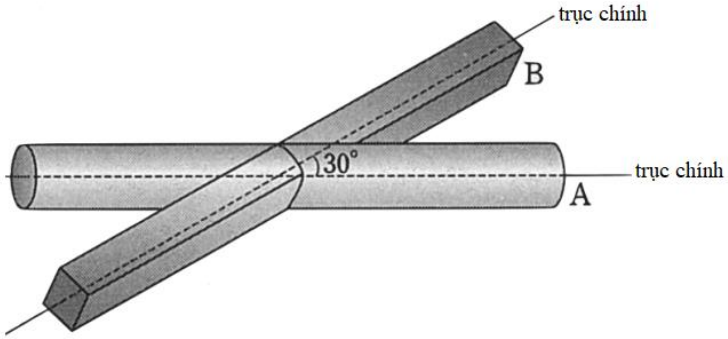
thuvientoanhoc.com

$MN = \sqrt{AN^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} \approx 4{,}17(\text{m}).$

Cho một thanh gỗ hình trụ A có đáy là hình tròn bán kính 1, và một thanh gỗ hình lăng trụ đứng B có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$như hình vẽ.



Hai thanh gỗ có trục chính cắt nhau và tạo với nhau một góc 30°.

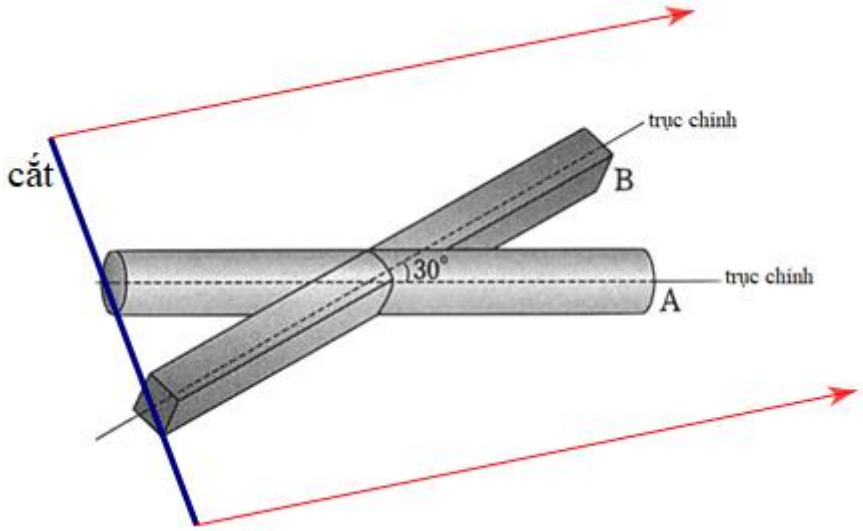


Trong hai đường chéo của tiết diện vuông góc với trục của thanh gỗ B, có một đường chéo vuông góc với mặt phẳng chứa trục của cả hai thanh gỗ, còn đường chéo còn lại thì nằm trong mặt phẳng đó. Khi đó, phần thể tích chung của hai thanh gỗ là $a\pi + b$. Hãy tính giá trị của biểu thức $10a + 3b$, biết rằng a và b là các số hữu tỉ.

Lời giải

Trả lời: 24

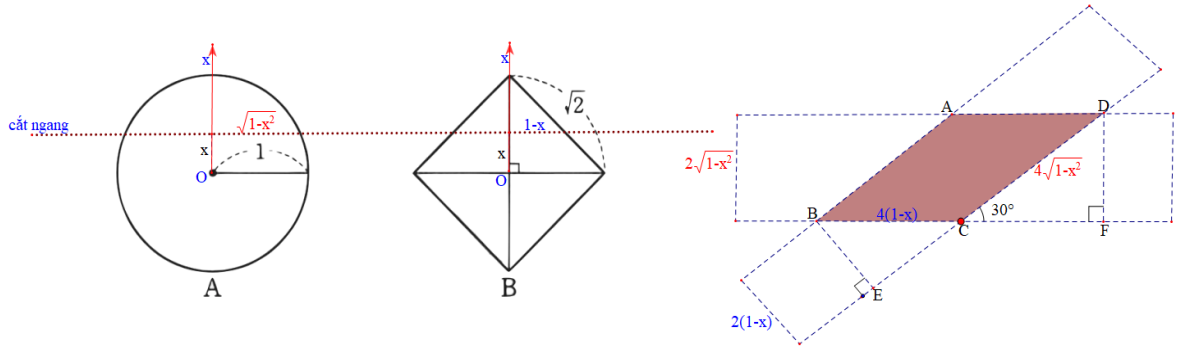
Đầu tiên, ta sẽ thực hiện 1 lát cắt ngang vuông góc với "đường chéo vuông góc với mặt phẳng chứa trục của cả hai thanh gỗ"



Ta gọi O là giao của 2 trục chính. Giả sử lát cắt ngang này, cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x với $x \in [0; 1]$.

Khi đó ta được hình sau:

thuvientoanhoc.com



Khi đó, ta cắt thanh gỗ A có chiều rộng là $2\sqrt{1-x^2}$ và thanh gỗ B có chiều rộng là $2(1-x)$
Còn $ABCD$ là tứ giác là hình bình hành do lát cắt tạo thành vào phần chung của A và B.
Dễ dàng tìm được diện tích tứ giác này là $S(x)=\frac{1}{2}.4(1-x).4\sqrt{1-x^2}$
Vậy thể tích cần tìm là

$$V=2\int_0^1\left(\frac{1}{2}.4(1-x).4\sqrt{1-x^2}\right)dx=16\int_0^1\left((1-x)\sqrt{1-x^2}\right)dx$$

$$=16\left[\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx-\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx\right]=16\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{3}\right)=4\pi-\frac{16}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=-\dfrac{16}{3}\end{cases}\Rightarrow 10a+3b=24$$

Tiến hành xếp 3 cô gái $(G_1;\ G_2;\ G_3)$ và 6 chàng trai vào 9 chiếc ghế hàng ngang sao cho ba cô gái ngồi theo đúng thứ tự $G_1;\ G_2;\ G_3$ từ trái sang phải (không nhất thiết phải ngồi kề nhau). Giữa cô gái thứ nhất (G_1) và cô gái thứ hai (G_2) có ít nhất một chàng trai, giữa cô gái thứ hai (G_2) và cô gái thứ ba (G_3) có tối đa hai chàng trai. Gọi T là số cách xếp thỏa mãn. Tính $\frac{T}{160}$



Lời giải

Trả lời: 207
Gọi a là số chàng trai đứng trước cô lại thứ nhất G_1 $(a\geq 0)$
b là số chàng trai ở giữa cô gái thứ nhất và cô gái thứ hai G_1-G_2 $(b\geq 1)$
c là số chàng trai ở giữa cô gái thứ hai và cô gái thứ ba G_2-G_3 $(c\in\{0;\ 1;\ 2\})$
d là số chàng trai đứng sau cô gái thứ ba G_3 $(d\geq 0)$
Do có 6 chàng trai nên $a+b+c+d=6$
Trường hợp 1: Với $c=0$ suy ra $a+b+d=6$ $(b\geq 1)$ nên $b\in\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$

b	$a+d$	Số nghiệm
1	5	6
2	4	5
3	3	4
4	2	3
5	1	2
6	0	1

thuvientoanhoc.com

Vậy tổng số nghiệm trong trường hợp này bằng 21

Trường hợp 2: Với $c = 1$ suy ra $a + b + d = 5$ $(b \geq 1)$ nên $b \in \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$

b	$a + d$	Số nghiệm
1	4	5
2	3	4
3	2	3
4	1	2
5	0	1

Vậy tổng số nghiệm trong trường hợp này bằng 15

Trường hợp 3: Với $c = 2$ suy ra $a + b + d = 4$ $(b \geq 1)$ nên $b \in \{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$

b	$a + d$	Số nghiệm
1	3	4
2	1	3
3	1	2
4	0	1

Vậy tổng số nghiệm trong trường hợp này bằng 10

Số cách chia 6 chàng trai vào 6 khoảng trống: $21 + 15 + 10 = 46$ cách

Số cách xếp 6 chàng trai này là $6! = 720$ cách

Vậy số cách xếp thỏa mãn là: $T = 46.720 = 33120$ nên $\frac{T}{160} = \frac{33120}{160} = 207$

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG THPTNHO QUAN A
GV: ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
(ĐỀ SỐ 05)

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... **Mã đề: 105**

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(0;2;-1)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;-2;-1)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=a, AC=2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 6. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log a^3=3\log a$. **B.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

C. $\log(3a)=3\log a$. **D.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$.

Câu 7. Cho cấp số cộng có $u_1=3, u_2=6$. Xác định công sai d của cấp số cộng

A. $d=9$ **B.** $d=-3$. **C.** $d=3$. **D.** $d=2$.

Câu 8. Biết phương trình $\sin x=m$ có một họ nghiệm là $x=\frac{\pi}{5}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. Họ nghiệm còn lại của phương trình đã cho là biểu thức nào sau đây?

A. $x=\frac{4\pi}{5}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{5}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{4\pi}{5}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{5}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{BA}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}, \overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\cos x+C$. **B.** $x^2-\cos x+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. **D.** $2x^2+\cos x+C$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\int(3x^2-ax+1)\,dx$ và biết rằng $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=5$

Hãy tính giá trị $f(0)$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

thuvientoanhoc.com

Câu 12. Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 - 2025 của Trường TH - THCS - THPT Lê Thánh Tông được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\Delta Q = 1,1$. **B.** $\Delta Q = 1$. **C.** $\Delta Q = 1,2$. **D.** $\Delta Q = 0,6$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery.



Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$(v được tính bằng feet/s, 1 feet $= 0,3048m$).

Xét tính đúng sai của mệnh đề sau

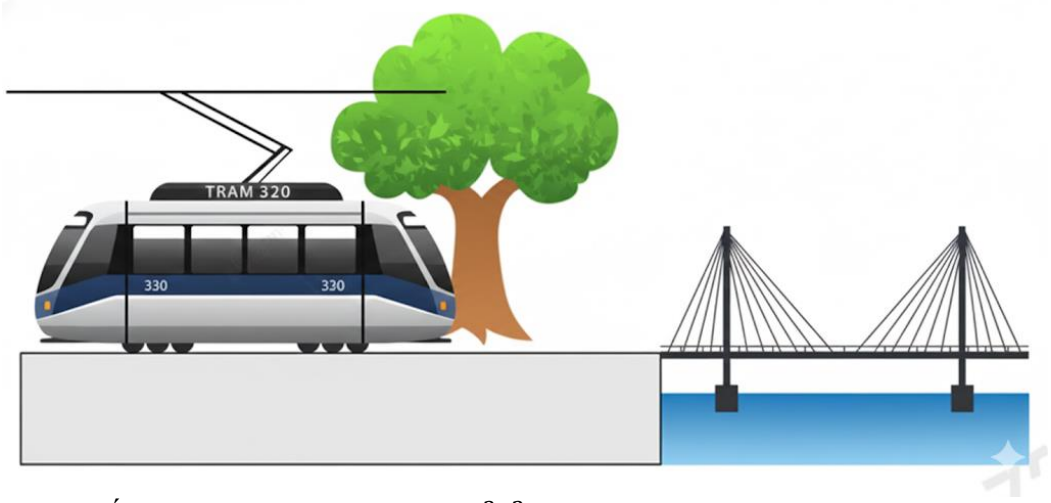
a) Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

b) Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là 62,87 feet/s2.

c) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5(s)$ đến $126(\text{s})$.

Câu 14. Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,005t(\text{m/s}^2)$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều.



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5.10^{-3}t^2(\text{m/s})$

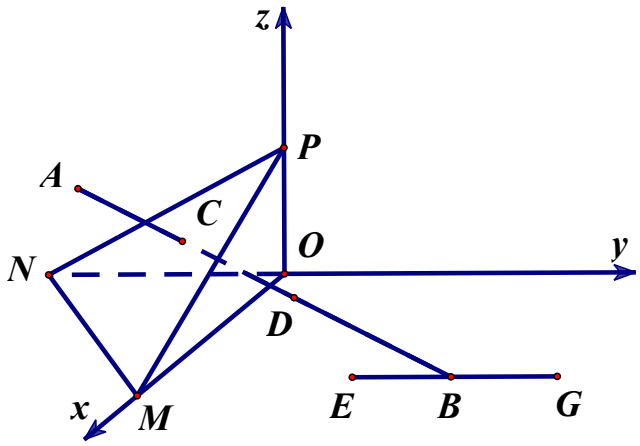
b) Chiều dài của đoàn tàu là $l = 180(m)$

c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc độ $57,6(\text{km/h})$

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài $480(\text{m})$. Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

thuvientoanhoc.com

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4;-0,5;0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3;2,5;0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-8;0)$ và $P(0;0;0,8)$.



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24;1,78;0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0,42km$ (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5;5,5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

Câu 16. Xác suất để công ty X thuê một trong hai công ty vệ tinh A và B tư vấn lần lượt là 0,4 và 0,6. Theo kinh nghiệm khả năng X phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là 0,05 và 0,03

a) Xác suất để X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là 0,038

b) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,4737

c) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty B tư vấn là 0, 5263

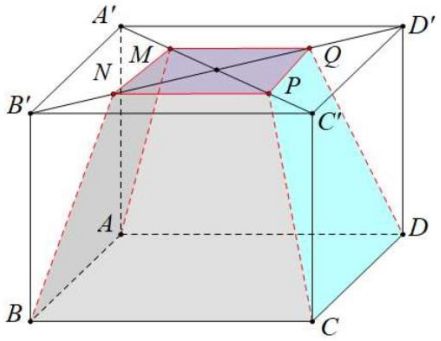
d) Biết X không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,395

PHẦN III: **TRẢ LỜI NGẮN**

Câu 17. Một vật lưu niệm làm bằng thủy tinh có dạng hình lăng trụ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 10(\text{cm})$. Phía bên trong làm bằng nhựa đặc là hình chóp cụt đều $MNPQ.ABCD$ có $MN = 5(\text{cm})$ và chiều cao bằng chiều cao của lăng trụ như hình vẽ. Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(CDQP)$ bằng $3\sqrt{10}(\text{cm})$. Phần khoảng trống bên trong vật lưu niệm người ta bơm chất lỏng có màu sắc (xem độ dày thành vật thể không đáng kể).

Khi đó thể tích phần chất lỏng bơm vào là $\frac{a}{b}$(lít) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $a + b$.

thuvientoanhoc.com

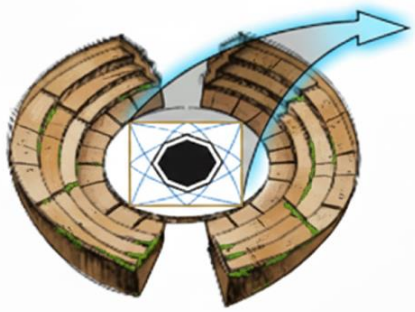


Câu 18. Một buổi chiều nọ, bên bếp lửa hồng trong gian nhà ấm áp, người ta nhìn thấy ba mẹ con cùng ăn đậu phộng rang. Tấm ăn trước, cô bốc 1 hạt đậu và bỏ vào miệng; Cám là người bốc đậu tiếp theo, cô bỏ 2 hạt đậu vào miệng; dì ghẻ là người bốc đậu kế tiếp liền bỏ 3 hạt vào miệng. Trở lại lượt của Tấm, cô lấy 4 hạt đậu, rồi cám lấy 5 hạt đậu, dì ghẻ lấy 6 hạt đậu … Bữa ăn hào hứng như thế cho đến lượt cuối cùng thì số hạt đậu không đủ theo quy luật trò chơi, người nào đến lượt cuối sẽ lấy hết số đậu còn lại. Sau bữa ăn ấm áp ấy, Tấm nhận ra mình đã cho vào bụng 317 hạt đậu. Hỏi tổng số đậu mà ba mẹ con đã ăn trong tối đó là bao nhiêu?

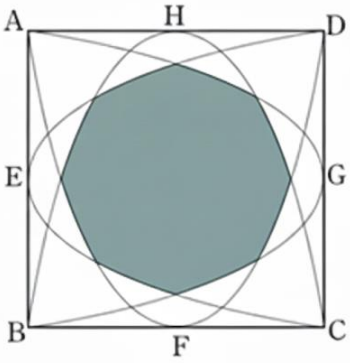


Câu 19. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 20. Hình 1 là một tác phẩm dự thi của nhà thiết kế sân khấu trong một cuộc thi thiết kế sân khấu ngoài trời tổ chức tại một quảng trường. Khi mở rộng sân khấu trung tâm, ta được Hình 2. Quá trình thiết kế sân khấu trung tâm được mô tả như sau:



Hình 1



Hình 2

thuvientoanhoc.com

Bước 1. Vẽ hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 2, và lấy trung điểm của bốn cạnh lần lượt là E, F, G, H.

Bước 2. Vẽ đồ thị của các hàm bậc hai đi qua ba điểm B, C, H và hàm bậc hai đi qua ba điểm F, D, A.

Bước 3. Tương tự như Bước 2, vẽ đồ thị của các hàm bậc hai đi qua ba điểm A, B, G và ba điểm C, D, E

Biết rằng: Diện tích phần tô đen trong Hình 2 được cho bởi công thức: $\frac{p\sqrt{2}+q}{3}$

Hãy tính giá trị của $p-q$. (Với p, q là các số nguyên.)

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-38=0$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-4=0; (\beta): 3y+z-5=0$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S). Khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(5;-5;6)$ đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu. (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 22. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,. Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+2b$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ 5

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y=2$

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$ có dạng $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$

Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(0;2;-1)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

thuvientoanhoc.com

Trọng tâm tam giác ABC có $\begin{cases} x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3} = \frac{1+2-3}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} = \frac{2-1+5}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A+z_B+z_C}{3} = \frac{-1+3+3}{3} = 1 \end{cases}$

Hay $G(0;2;1)$

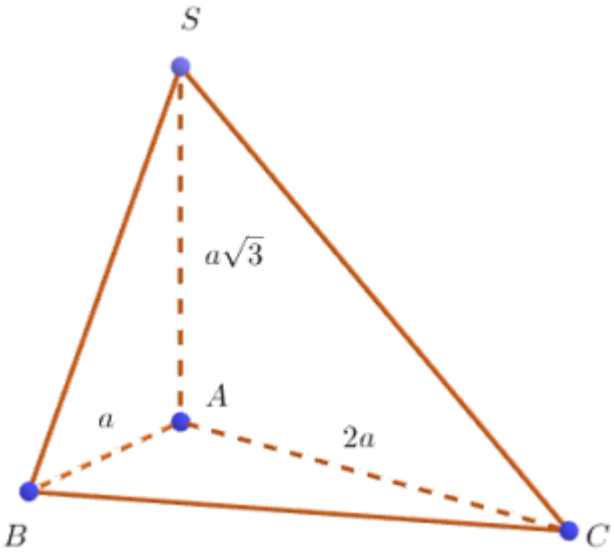
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a, AC = 2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$B $.\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$C $.\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$D $.a^3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có:



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.2a.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log a^3 = 3\log a$. **B.** $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$.

C. $\log(3a) = 3\log a$. **D.** $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Chọn A

Cho cấp số cộng có $u_1 = 3, u_2 = 6$. Xác định công sai d của cấp số cộng

A. d = 9B $.d = -3$. **C.** d = 3. **D.** d = 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 6 - 3 = 3$.

Biết phương trình $\sin x = m$ có một họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Họ nghiệm còn lại của phương trình đã cho là biểu thức nào sau đây?

A. $x = \frac{4\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{4\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình $\sin x = m$ có một họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, họ nghiệm còn lại là

$x = \pi - \frac{\pi}{5} + k2\pi = \frac{4\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

thuvientoanhoc.com

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{BA}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MP}&=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})\\&=\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{d}+\frac{1}{2}(\vec{c}-\vec{d})\\&=\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c}+\vec{d})\end{aligned}$$

Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\cos x+C$. **B.** $x^2-\cos x+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. **D.** $2x^2+\cos x+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x-\sin x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Cho hàm số $f(x)=\int(3x^2-ax+1)\,dx$ và biết rằng $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=5$

Hãy tính giá trị $f(0)$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta biết: Tại $f'(1)=\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

Vì $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=5$ nên $f(1)=2,f'(1)=5$.

Ta có $f'(x)=3x^2-ax+1$ nên $f'(1)=3-a+1=5\Rightarrow a=-1$.

Suy ra $f(x)=x^3+\frac{1}{2}x^2+x+C$. Vì $f(1)=1+\frac{1}{2}+1+C=2$ nên $C=-\frac{1}{2}$.

Do đó $f(0)=-\frac{1}{2}$

Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 - 2025 của Trường TH - THCS - THPT Lê Thánh Tông được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\Delta Q=1,1$. **B.** $\Delta Q=1$. **C.** $\Delta Q=1,2$. **D.** $\Delta Q=0,6$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$	
Tần số	7	10	17	24	13	8	5	$n=82$
Tần số tích lũy	7	17	34	58	69	77	82	

Ta có: $\frac{n}{4}=\frac{82}{4}=20,5$

Do đó nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 20,5

thuvientoanhoc.com

Xét nhóm 3 là nhóm $[7,5;8)$ có $s = 7,5; n_3 = 17, cf_2 = 17, h = 0,5$

Khi đó $Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_2}{n_3}\right).h = 7,5 + \frac{20,5-17}{17}.0,5$

Lại có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.82}{4} = 61,5$

Do đó nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 61,5

Xét nhóm 5 là nhóm $[8,5;9]$ có $t = 8,5; n_5 = 13; cf_4 = 58; l = 0,5$

Khi đó $Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_4}{n_5}\right).l = 8,5 + \left(\frac{61,5-58}{13}\right).0,5$

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 1$

PHẦN II: **TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery.



Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$(v được tính bằng feet/s, 1 feet $= 0,3048m$).

Xét tính đúng sai của mệnh đề sau

a) Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

b) Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là 62,87 feet/s2.

c) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5(s)$ đến 126(s).

Lời giải

a) Đúng. Vận tốc tàu: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$ (feet/s).

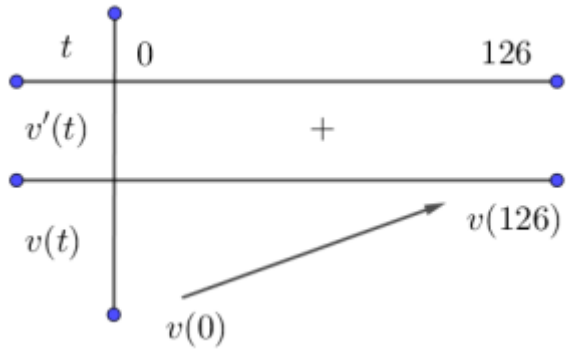
$t \in [0;126]$ (giây).

Ta có:

$$v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61 > 0, \forall t$$

Do đó: $v'(t) > 0$ với $t \in [0;126]$.

Bảng biến thiên:



Vậy vận tốc luôn tăng trong khoảng thời gian trên.

b) Đúng. Gia tốc tàu:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61.$$

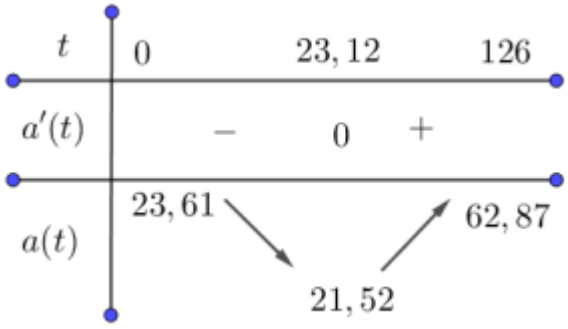
thuvientoanhoc.com

Ta

$$a'(t) = 0{,}007812t - 0{,}18058.$$

$a'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 23{,}12.$

Bảng biến thiên:



Vậy gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong khoảng thời gian trên là 62,87 (feet/s2).

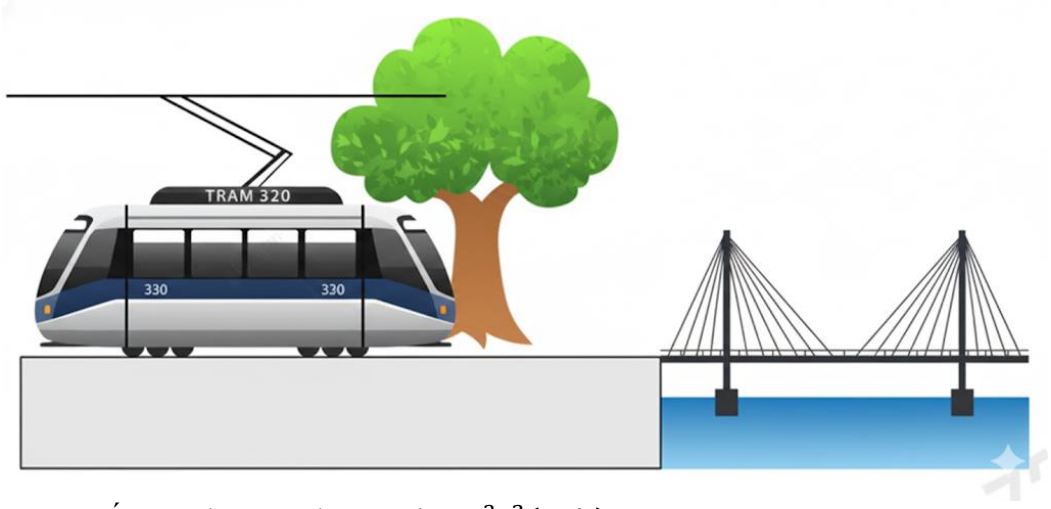
S = 4. Diện tích một mặt bên + Diện tích đáy

$$= 4.h.x + x.x = 4hx + x^2\ (dm^2)$$

c) Sai. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy gia tốc của tàu giảm từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Sai. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy gia tốc tàu giảm trong khoảng thời gian từ $21{,}5s$ đến $23{,}12s$ và tăng trong khoảng thời gian từ $23{,}12s$ đến $126s$.

Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0{,}005t(\mathrm{m/s^2})$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều.



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5.10^{-3}t^2(\mathrm{m/s})$

b) Chiều dài của đoàn tàu là $l = 180(m)$

c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc độ $57{,}6(\mathrm{km/h})$

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài $480(\mathrm{m})$. Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Lời giải

a) Sai: Vận tốc của đoàn tàu là $v = \int adt = \int 0{,}005tdt = 2{,}5.10^{-3}t^2 + C$

Vì ban đầu tàu đứng yên nên $C = 0$

Vậy $v = 2{,}5.10^{-3}t^2$

b) Đúng: Quãng đường đoàn tàu đi được là

$$s = \int vdt = \int 2{,}5.10^{-3}t^2dt = \frac{2{,}5.10^{-3}}{3}t^3$$

Chiều dài của đoàn tàu là $l = \frac{2{,}5.10^{-3}}{3}.60^3 = 180(\mathrm{m})$

thuvientoanhoc.com

c) Đúng: Sau 80 giây vận tốc của đoàn tàu là

$$v = 2{,}5.10^{-3}.80^2 = 16(\text{m/s}) = 57{,}6(\text{km/h})$$

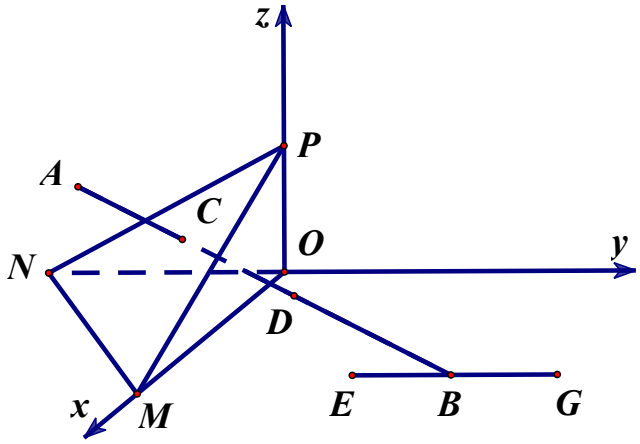
d) Sai: Khi bắt đầu chuyển động đều, vận tốc của đoàn tàu là $v = 16(\text{m/s})$

Tổng quãng đường đoàn tàu đi để vượt qua cây cầu là

$$S_t = 180 + 480 = 660(\text{m})$$

Vậy thời gian đoàn tàu qua cầu là $t = \frac{560}{16} = 35$ (giây)

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0{,}5; 0{,}5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2{,}5; 0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 0{,}8)$.



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0{,}5 + 3t \\ z = 0{,}5 - 0{,}5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3{,}24; 1{,}78; 0{,}12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0{,}42km$ (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4{,}5; 5{,}5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

Lời giải

a) Đúng.

Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -0{,}5)$ và đi qua điểm $A(4; -0{,}5; 0{,}5)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0{,}5 + 3t \\ z = 0{,}5 - 0{,}5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Đúng.

Máy bay cách mặt đất $120m$ tức là $z_D = 0{,}12$ suy ra $0{,}5 - 0{,}5t = 0{,}12 \Leftrightarrow t = 0{,}76$.

Do đó $D(4 - 0{,}76; -0{,}5 + 3 \cdot 0{,}76; 0{,}12)$ hay $D(3{,}24; 1{,}78; 0{,}12)$.

c) Đúng.

Phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{8} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{0{,}8} = 1$.

Gọi giao điểm của AB và (α) là $C(4 - t; -0{,}5 + 3t; 0{,}5 - 0{,}5t)$ suy ra $\frac{4-t}{8} + \frac{-0{,}5+3t}{-8} + \frac{0{,}5-0{,}5t}{0{,}8} = 1$.

Giải phương trình trên thu được $t = \frac{1}{6}$ suy ra $C\left(\frac{23}{6}; 0; \frac{5}{12}\right)$.

Khi đó độ cao của máy bay là $\frac{5}{12} \approx 0{,}42(km)$.

d) Sai.

Khi máy bay ở độ cao $120m$ thì máy bay ở vị trí $D(3{,}24; 1{,}78; 0{,}12)$.

thuvientoanhoc.com

$DG = \left|\overrightarrow{DG}\right| = \sqrt{(4{,}5-3{,}24)^2+(5{,}5-1{,}78)^2+(0-0{,}12)^2} \approx 3{,}9 > 0{,}9$ do đó người phi công không đạt được quy định an toàn bay.

Xác suất để công ty X thuê một trong hai công ty vệ tinh A và B tư vấn lần lượt là 0,4 và 0,6. Theo kinh nghiệm khả năng X phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là 0,05 và 0,03

a) Xác suất để X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là 0,038

b) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,4737

c) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty B tư vấn là 0, 5263

d) Biết X không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,395

Lời giải

Gọi T là biến cố "công ty X thuê công ty A"

Khi đó $\overline{T}$ là biến cố "công ty Y thuê công ty B"

Gọi C là biến cố "công ty X phát sinh thêm chi phí"

a) Đúng: Vì C phụ thuộc vào hệ đầy đủ $\{\mathrm{T}, \overline{\mathrm{T}}\}$ nên

$$P(C) = P(T).P(C \mid T) + P(\overline{T}).P(C \mid \overline{T})$$
$$= 0{,}4.0{,}05 + 0{,}6.0{,}03 = 0{,}038$$

b) Sai: Ta có

$$P(T \mid C).P(C) = P(C \mid T).P(T)$$
$$\Rightarrow P(T \mid C) = \frac{P(C \mid T).P(T)}{P(C)}$$
$$= \frac{0{,}05.0{,}4}{0{,}038} = 0{,}5263$$

c) Sai: Ta có

$$P(\overline{T} \mid C) = 1 - P(T \mid C) = 1 - 0{,}5263 = 0{,}4737$$

d) Đúng: Ta có: $P(C) = 0{,}038 \Rightarrow P(\overline{C}) = 0{,}962$

$$P(T \mid \overline{C}).P(\overline{C}) = P(\overline{C} \mid T).P(T)$$
$$\Rightarrow P(T \mid \overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \mid T).P(T)}{P(\overline{C})}$$

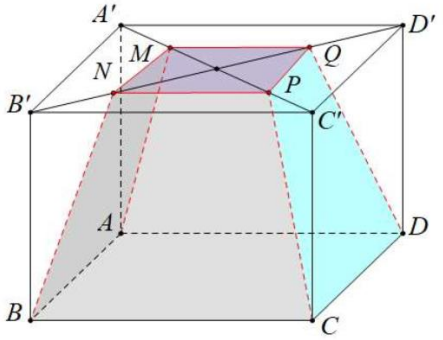
$= \frac{(1-0{,}05).0{,}4}{0{,}962} = 0{,}395.$

PHẦN III: **TRẢ LỜI NGẮN**

Một vật lưu niệm làm bằng thủy tinh có dạng hình lăng trụ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 10(\mathrm{cm})$. Phía bên trong làm bằng nhựa đặc là hình chóp cụt đều $MNPQ.ABCD$ có $MN = 5(\mathrm{cm})$ và chiều cao bằng chiều cao của lăng trụ như hình vẽ. Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(CDQP)$ bằng $3\sqrt{10}(\mathrm{cm})$. Phần khoảng trống bên trong vật lưu niệm người ta bơm chất lỏng có màu sắc (xem độ dày thành vật thể không đáng kể).

Khi đó thể tích phần chất lỏng bơm vào là $\frac{a}{b}$(lít) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $a+b$.

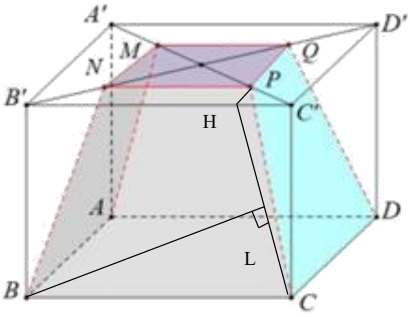
thuvientoanhoc.com



Lời giải

Trả lời: 21.

Kéo dài PQ cắt $B'C'$ tại H, kẻ $BL \perp CH$.



Mà $CD \perp BL(CD \perp (BCC'B'))$

Nên $BL \perp (CDQP)$.

$$\Rightarrow d[B;(CDQL)] = BL = 3\sqrt{10}$$

$$\Delta LBC \sim \Delta C'CH \Rightarrow \frac{BL}{C'C} = \frac{BC}{CH} \Rightarrow \frac{3\sqrt{10}}{C'C} = \frac{10}{\sqrt{CC'^2 + 2,5^2}}$$

$$\Rightarrow CC' = \frac{15}{2}$$

$$V_{\ chop\ cut} = \frac{CC'}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1.S_2}\right)$$

$$= \frac{5}{2}\left(10^2 + 5^2 + \sqrt{10^2.5^2}\right) = \frac{875}{2}(cm^3)$$

$V_{chatlong} = 10^2.\frac{15}{2} - V_{chop\ cut} = \frac{625}{2}(cm^3) = \frac{5}{16}(l)$.

$\Rightarrow a = 5, b = 16 \Rightarrow\ a + b = 21$.

Một buổi chiều nọ, bên bếp lửa hồng trong gian nhà ấm áp, người ta nhìn thấy ba mẹ con cùng ăn đậu phộng rang. Tấm ăn trước, cô bốc 1 hạt đậu và bỏ vào miệng; Cám là người bốc đậu tiếp theo, cô bỏ 2 hạt đậu vào miệng; dì ghẻ là người bốc đậu kế tiếp liền bỏ 3 hạt vào miệng. Trở lại lượt của Tấm, cô lấy 4 hạt đậu, rồi cám lấy 5 hạt đậu, dì ghẻ lấy 6 hạt đậu … Bữa ăn hào hứng như thế cho đến lượt cuối cùng thì số hạt đậu không đủ theo quy luật trò chơi, người nào đến lượt cuối sẽ lấy hết số đậu còn lại. Sau bữa ăn ấm áp ấy, Tấm nhận ra mình đã cho vào bụng 317 hạt đậu. Hỏi tổng số đậu mà ba mẹ con đã ăn trong tối đó là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 933

Số đậu mà Tấm đã ăn là $1 + 4 + 7 + 10 + \ldots$

Số đậu mà Tấm đã ăn từng lượt theo quy luật cấp số cộng với $u_1 = 1; d = 3$.

Sau n lượt, tổng số đậu mà Tấm đã ăn là $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 + (n-1)\cdot 3]}{2} = \frac{n(3n-1)}{2}$.

Xét $S_n = 317 \Rightarrow \frac{n(3n-1)}{2} = 317 \Rightarrow 3n^2 - n - 634 = 0 \Rightarrow n \approx 14,7$ (không thỏa mãn).

thuvientoanhoc.com

Do đó Tấm là người ăn đậu cuối cùng. Sau 14 lượt cô ăn được $S_{14} = \frac{14(3\cdot 14-1)}{2} = 287$; lượt cuối cô ăn thêm $317 - 287 = 30$ (hạt).
Số đậu mà Cám đã ăn là tổng cấp số cộng có số hạng đầu bằng 2, công sai bằng 3.
Số đậu mà di ghẻ đã ăn là tổng cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3, công sai bằng 3.
Tổng số đậu mà cả ba mẹ con đã ăn được là $317 + \frac{14(2\cdot 2+13\cdot 3)}{2} + \frac{14(2\cdot 3+13\cdot 3)}{2} = \boxed{933}$.
Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 253
Theo đề bài ta có hàm doanh thu $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$
Chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$
TH1: Nếu số sản phẩm $1 \le x \le 200$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0{,}99.H(x) = 0{,}99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_1(x) = F(x) - xG(x) - 0{,}99H(x)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x.\frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1} - 0{,}99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Sử dụng shift solve (casio)

$$\Rightarrow P_1'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 259 \Rightarrow P_{\max} = P(200) \approx 95371263$$

TH2: Nếu số sản phẩm $201 \le x \le 400$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0{,}99.H(x) = 0{,}99H(200) + 0{,}98H(x - 200)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_2(x) = F(x) - xG(x) - 0{,}99H(200) - 0{,}98H(x - 200)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x.\frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1} - 35590500$$

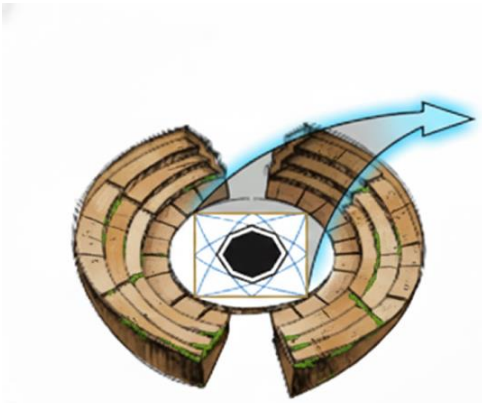
$$-(2(x-200)^3 + 100000(x-200) - 50000)$$

Sử dụng shift solve (casio)

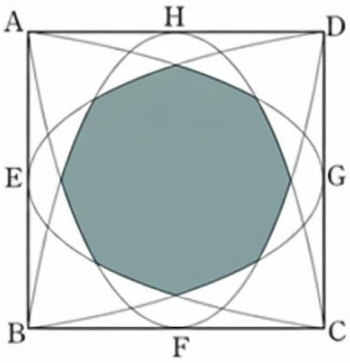
$$\Rightarrow P_2'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 253 \Rightarrow P_{\max} = P_2(253) > P_1(200)$$

Vậy doanh thu lớn nhất khi số sản phẩm là 253.
Hình 1 là một tác phẩm dự thi của nhà thiết kế sân khấu trong một cuộc thi thiết kế sân khấu ngoài trời tổ chức tại một quảng trường. Khi mở rộng sân khấu trung tâm, ta được Hình 2. Quá trình thiết kế sân khấu trung tâm được mô tả như sau:

thuvientoanhoc.com



Hình 1



Hình 2

Bước 1. Vẽ hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 2, và lấy trung điểm của bốn cạnh lần lượt là E, F, G, H.

Bước 2. Vẽ đồ thị của các hàm bậc hai đi qua ba điểm B, C, H và hàm bậc hai đi qua ba điểm F, D, A.

Bước 3. Tương tự như Bước 2, vẽ đồ thị của các hàm bậc hai đi qua ba điểm A, B, G và ba điểm C, D, E

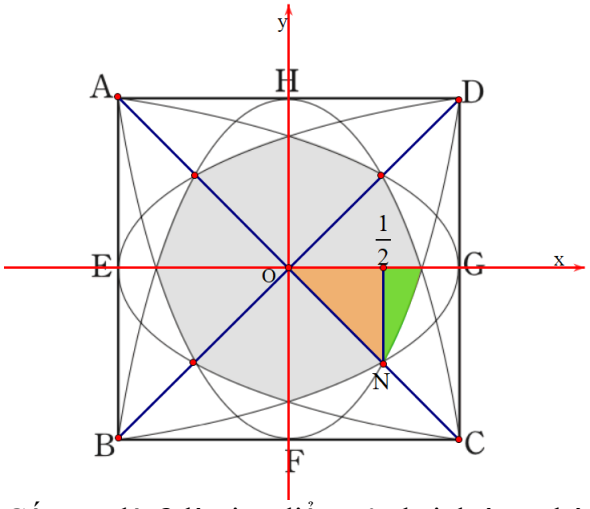
Biết rằng: Diện tích phần tô đen trong Hình 2 được cho bởi công thức: $\frac{p\sqrt{2}+q}{3}$

Hãy tính giá trị của $p - q$. (Với p, q là các số nguyên.)

Lời giải

Trả lời: 15

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ:



Gốc tọa độ O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD

Trục $Ox \equiv EG; Oy \equiv HF$

Khi đó ta dễ suy ra được: $AC: y = -x$ và đồ thị hàm số bậc hai đi qua F, D, A là: $y = 2x^2 - 1$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng AC và đồ thị hàm số bậc hai đi qua F, D, A ta được: $2x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

Ta gọi S_1 là diện tích vùng được tô màu xanh như hình trên, khi đó: $S_1 = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} (1 - 2x^2)dx =$

$\left(x - \frac{2}{3}x^3\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{5}{12}$

thuvientoanhoc.com

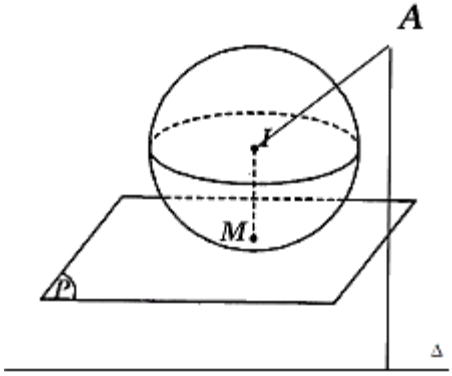
Diện tích phần tô màu cam trong hình trên là: $S_2 = \frac{1}{8}$

Vậy diện tích tô màu đen như hình 2 là $S = 8(S_1 + S_2) = 8\left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{5}{12} + \frac{1}{8}\right) = \frac{8\sqrt{2}-7}{3} \Rightarrow \begin{cases} p = 8 \\ q = 7 \end{cases}$

Vậy $p - q = 15$

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4 = 0; (\beta): 3y + z - 5 = 0$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S). Khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(5; -5; 6)$ đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu. (làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải



$$\Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right] = (2, -1, 3)$$

$$\text{Do} (P) \| \Delta \Rightarrow \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{u_\Delta}$$

Do $d\big(A, (P)\big)$ lớn nhất và (P) tiếp xúc với (S) tại M nên suy ra M, I, A đồng phẳng

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{IA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{IA}\right]$$

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0$ có tâm $I(1,0,-1), R = 2\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA}(4, -5, 5)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{IA}\right] = (0,3,1)$$

$$\Rightarrow (P): 3y + z + d = 0$$

Do $d\big(I, (P)\big) = R = 2\sqrt{10} \Rightarrow \frac{|3.0+1+d|}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$

$$\Leftrightarrow |d + 1| = 20 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} d = 19 \\ d = -21 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (P_1): 3y + z + 19 = 0 \Rightarrow d\big(A, (P_1)\big) = \dfrac{|3.(-5) + 6 + 19|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \\ (P_2): 4y + z - 21 = 0 \Rightarrow d\big(A, (P_1)\big) = \dfrac{|3.(-5) + 6 - 21|}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10} \end{cases}$$

Vậy khoảng cách lớn nhất từ A đến (P) bằng $3\sqrt{10} = 9{,}5$

Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,. Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Lời giải

Bàn cờ 8×8 cần 9 đoạn thẳng nằm ngang và 9 đoạn thẳng dọc.

Coi bàn cờ vua được xác định bởi các đường thẳng $x = 0, x = 1, \ldots, x = 8$ và $y = 0, y = 1, \ldots, y = 8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đường thẳng x và hai đường thẳng y nên có $C_8^2 . C_8^2$ hình chữ nhật.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2 . C_9^2 = 1296$.

thuvientoanhoc.com

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4.
Trường hợp 1: $a = 5$: Mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 5 đơn vị có $4.4 = 16$ cách chọn.
Trường hợp 2: $a = 6$: Mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 6 đơn vị có $3.3 = 9$ cách chọn.
Trường hợp 3: $a = 7$: Mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 7 đơn vị có $2.2 = 4$ cách chọn.
Trường hợp 3: $a = 8$: Mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 8 đơn vị có $1.1 = 1$ cách chọn.
Suy ra $n(A) = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$.
Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là
$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{1296} = \frac{5}{216}$.
Vậy $T = a + 2b = 5 + 2.216 = 437$.

thuvientoanhoc.com