SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2021 - 2022
(Khóa thi ngày 16 tháng 3 năm 2022)
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. *(4,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức

$$P=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-3\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}:\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{b-a}\right),\ (a>0,b>0,a\neq b).$$

2. Cho $a=\sqrt{2}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1$. Chứng minh rằng a là một nghiệm của phương trình $x^4-10x^2+1=0$.

Câu 2. *(3,0 điểm)*

Giải phương trình $4x^2-2\sqrt{x+1}=x+2$.

Câu 3. *(4,0 điểm)*

Cho a,b,c là ba số thực dương.

a) Chứng minh rằng $\frac{a}{a^2+bc}\leq\frac{1}{2\sqrt{bc}}$.

b) Biết $a^2+b^2+c^2\leq 2022abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q=\frac{a}{a^2+bc}+\frac{b}{b^2+ca}+\frac{c}{c^2+ab}.$$

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=\left(m^2+10\right)x-25$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2$ tại hai điểm phân biệt mà hoành độ của chúng đều là các số nguyên.

Câu 5. *(6,0 điểm)*

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A,B. Tiếp tuyến chung gần B hơn A tiếp xúc với (O) và (O') lần lượt tại M và N. Gọi P là giao điểm của AB và MN.

a) Chứng minh rằng $PM^2=PB.PA$, từ đó suy ra P là trung điểm của đoạn thẳng MN.

b) Gọi D là hình chiếu của N lên đường thẳng MB. Chứng minh rằng AB là phân giác của $\widehat{MAD}$.

c) Gọi C là giao điểm của OO' và DN. Chứng minh rằng $\widehat{CBN}=90^\circ$.

Câu 6. *(1,5 điểm)*

Tại điểm tiêm chủng số 1 của Trung tâm y tế thành phố Đông Hà, người ta bố trí một phòng chờ cho những người đến tiêm. Để đảm bảo an toàn về phòng chống dịch Covid-19, yêu cầu khoảng cách tối thiểu giữa hai người bất kỳ trong phòng là $2m$. Hỏi tại một thời điểm, phòng chờ đó chứa được tối đa bao nhiêu người? Biết rằng nền của phòng chờ là một hình vuông có diện tích $16m^2$.

---------- **HẾT** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay