SỞ GD & ĐT ĐỒNG THÁP
THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu

Đề chính thức
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015 - LẦN 2
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2(x^2-2)+3=m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$. Tính $A = \frac{1+\cot\alpha}{1-\cot\alpha}$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $3(z+1) = 4\bar{z} + i(7-i)$. Tính môđun của số phức z.

Câu 3 (0,5 điểm). Giải phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2 = \left(\sqrt{x^2+1}+1\right)(x^2 - y^3 + 3y - 2) \\ (x^2+y^2)^2 + 2014y^2 + 2015 = x^2 + 4030y \end{cases}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e x\left(5\sqrt{x} + \ln x\right)dx$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 3a$, $BC = 5a$; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SA = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC} = 30^o$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $D(5;\ 4)$. Đường trung trực của đoạn DC có phương trình $d_1 : 2x + 3y - 9 = 0$ và đường phân giác trong góc BAC của tam giác ABC có phương trình $d_2 : 5x + y + 10 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 1;\ 2)$, $B(0;\ 1;\ 1)$, $C(1;\ 0;\ 4)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ giao điểm của d với mặt phẳng (ABC).

Câu 9 (0,5 điểm). Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821$. Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển Niu-tơn của $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ $(x \neq 0)$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{4x^2 + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{4y^2 + \frac{1}{y^2}} - \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1}\right).$$

---------- **Hết** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

thuvientoanhoc.com

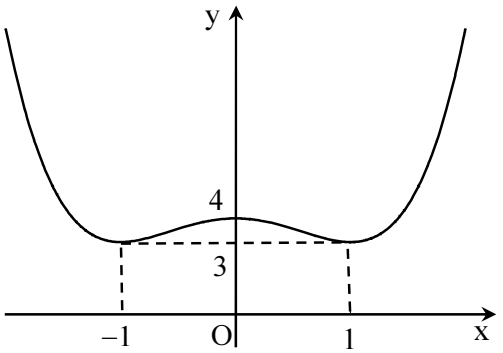
ĐÁP ÁN KỲ THI THỬ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015
MÔN: Toán – Khối A; A1; B; D1
HƯỚNG DẪN CHẤM THI *(HDC này gồm **04** trang)*

I) Hướng dẫn chung:

1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng vẫn đúng thì cho đủ số điểm từng phần như thang điểm quy định.

2) Điểm toàn bài tính đến 0,25 điểm. (sau khi cộng điểm toàn bài, giữ nguyên kết quả)

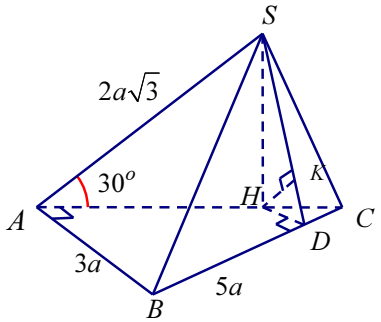
II) Đáp án và thang điểm:

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$ (1). a)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số *(C)* của hàm số (1)	
	• Tập xác định $\mathbb{R}$. • Chiều biến thiên: - Ta có $y' = 4x(x^2-1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$. - Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$. - Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1;+\infty)$.	***0.25***
	• Cực trị: - Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = y(\pm 1) = 3$. - Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = y(0) = 4$. • Các giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$	***0.25***
	Bảng biến thiên x: $-\infty$ -1 0 1 $+\infty$ y': $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ y: $+\infty$ ↘ 3 ↗ 4 ↘ 3 ↗ $+\infty$	***0.25***
	Đồ thị hàm số : Đồ thị qua các điểm $A\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{31}{9}\right)$, $B(-2; 12)$, $C(2; 12)$.  	***0.25***
	b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2(x^2-2)+3 = m$ có 2 nghiệm phân biệt.	
	Ta có $x^2(x^2-2)+3 = m \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 3 = m \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 4 = m + 1$ (*)	***0.25***
	Số nghiệm của PT(*) bằng số giao điểm của đường thẳng $d: y = m+1$ với đồ thị (C)	***0.25***
	Dựa vào đồ thị (C), để PT đã cho có 2 nghiệm thì: $m+1 > 4$ hoặc $m+1 = 3$.	***0.25***
	Hay $m > 3$ hoặc $m = 2$. Vậy PT đã cho có 2 nghiệm khi $m > 3$ hoặc $m = 2$.	***0.25***
Câu 2 (1 điểm)	a) Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$. Tính $A = \frac{1+\cot\alpha}{1-\cot\alpha}$.	

thuvientoanhoc.com

	Ta có $\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha = 1-\frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{3}{5}$ (do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$)	**0.25**
	Từ đó có $A = \frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha} = \frac{-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}} = 7.$	**0.25**
	b) Cho số phức z thỏa mãn $3(z+1) = 4\overline{z} + i(7-i)$. Tính môđun của số phức z.	
	Đặt $z = a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Khi đó $3(z+1) = 4\overline{z} + i(7-i) \Leftrightarrow 3(a+bi+1) = 4(a-bi)+1+7i \Leftrightarrow a-2+7(1-b)i = 0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \lvert z\rvert = \sqrt{5}.$	**0.25**
Câu 3 (0,5 điểm)	Giải phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15.$	
	PT trên có thể viết lại $4.2^x - \frac{4}{2^x} = 15$. Đặt $t = 2^x (t>0)$ ta được $4t^2 - 15t - 4 = 0$ $\Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$ hoặc $t = 4.$	**0.25**
	• Với $t = -\frac{1}{4}$ thì $2^x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x \in \varnothing.$ • Với $t = 4$ thì $2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 2.$ Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = 2.$	**0.25**
Câu 4 (1 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2 = \left(\sqrt{x^2+1}+1\right)(x^2-y^3+3y-2) \quad (1) \\ (x^2+y^2)^2 + 2014y^2 + 2015 = x^2 + 4030y \quad (2) \end{cases}.$	
	Từ PT(2), ta có $(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2) = -2015(y-1)^2 \le 0 \Rightarrow 0 \le x^2+y^2 \le 1.$ Do đó $\lvert x\rvert \le 1; \lvert y\rvert \le 1.$	**0.25**
	• Nếu $\sqrt{x^2+1}-1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$, thay vào HPT, ta được $\begin{cases} -y^3+3y-2 = 0 \\ y^4+2014y^2+2015 = 4030y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(y-1)^2(y+2) = 0 \\ y^4+2014y^2+2015 = 4030y \end{cases} \Leftrightarrow y = 1$ (do $\lvert y\rvert \le 1$). Như vậy $(x;y) = (0;1)$ là một nghiệm của HPT đã cho.	**0.25**
	• Nếu $\sqrt{x^2+1}-1 \ne 0 \Leftrightarrow x \ne 0$, nhân hai vế của PT(1) với $\sqrt{x^2+1}-1$, ta được $(1) \Leftrightarrow 4x^2\left(\sqrt{x^2+1}-1\right) = x^2(x^2-y^3+3y-2) \Leftrightarrow 4\left(\sqrt{x^2+1}-1\right) = x^2-y^3+3y-2$ $\Leftrightarrow x^2+1-4\sqrt{x^2+1}+3 = y^3-3y+2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2+1}-3\right) = (y+2)(y-1)^2$ (3)	**0.25**
	Với $x \ne 0; \lvert x\rvert \le 1; \lvert y\rvert \le 1$, ta có $\sqrt{x^2+1}-1 > 0; \sqrt{x^2+1}-3 < 0; (y+2)(y-1)^2 \ge 0.$ Nên $\left(\sqrt{x^2+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2+1}-3\right) < 0 \le (y+2)(y-1)^2$, từ đó PT(3) vô nghiệm Đối chiếu với điều kiện ta thấy $(x;y) = (0;1)$ là nghiệm của HPT đã cho.	**0.25**
Câu 5 (1 điểm)	Tính tích phân $I = \int_1^e x\left(5\sqrt{x} + \ln x\right)dx.$	
	Ta có $I = \int_1^e 5x^{\frac{3}{2}}dx + \int_1^e x\ln x dx = 2\left(e^{\frac{5}{2}} - 1\right) + \int_1^e x\ln x dx$	**0.25**
	Tính $I_1 = \int_1^e x\ln x dx$	**0.25**

thuvientoanhoc.com

	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$.	
	$\Rightarrow I_1 = \left(\dfrac{x^2}{2}\ln x\right)\Big\|_1^e - \dfrac{1}{2}\int_1^e xdx = \dfrac{e^2}{4} + \dfrac{1}{4}$	**0.25**
	Vậy $I = \dfrac{1}{4}\left(8e^{\frac{5}{2}} + e^2 - 7\right)$.	**0.25**
Câu 6 (1 điểm)	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = 3a,\ BC = 5a$; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SA = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC} = 30^o$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).	
	• Kẻ $SH \perp AC\ (H \in AC)$. Do $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$. Ta có $SH = SA.\sin\widehat{SAC} = 2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2} = a\sqrt{3}$. 	**0.25**
	Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH = \dfrac{1}{6}AB.AC.SH = \dfrac{1}{6}\cdot 3a.4a.a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.	**0.25**
	• Kẻ $HD \perp BC\ (D \in BC),\ HK \perp SD\ (K \in SD)$. Khi đó $HK = d(H;(SBC))$. Vì $AH = SA.\cos\widehat{SAC} = 2a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3a$ nên $AC = 4HC$ $\Rightarrow d(A;(SBC)) = 4d(H;(SBC)) = 4HK$.	**0.25**
	Ta có $\dfrac{HD}{HC} = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow HD = \dfrac{3a}{5}$. Từ đó $d(A;(SBC)) = 4HK = \dfrac{4SH.HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \dfrac{4a\sqrt{3}.\frac{3a}{5}}{\sqrt{3a^2 + \frac{9a^2}{25}}} = \dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$.	**0.25**
Câu 7 (1 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $D(5;\ 4)$. Đường trung trực của đoạn DC có phương trình $d_1 : 2x + 3y - 9 = 0$ và đường phân giác trong góc BAC của tam giác ABC có phương trình $d_2 : 5x + y + 10 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành.	
	Gọi M là trung điểm của DC, do $M \in d_1$ nên $M(3m + 3;\ -2m + 1),\ m \in \mathbb{R}$. Ta có $\vec{u_1}.\overrightarrow{DM} = 0$ (*), với $\vec{u_1} = (-3;\ 2)$ là vectơ chỉ phương (VTCP) của d_1 và $\overrightarrow{DM} = (3m - 2;\ -2m - 3)$ Nên (*) $\Leftrightarrow -3(3m - 2) + 2(-2m - 3) = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Vậy $M(3;\ 1)$, suy ra $C(1;\ -2)$.	**0.25**
	Cũng theo giả thiết $A \in d_2$ nên $A(a;\ -10 - 5a),\ a \in \mathbb{R}$. Mặt khác do $ABCD$ là HBH nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - a = -4 \\ y_B + 10 + 5a = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = a - 4 \\ y_B = -16 - 5a \end{cases}$	**0.25**

thuvientoanhoc.com

	$\Rightarrow B(a-4;\ -16-5a)$. Vì $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{DC}$ không cùng phương nên $\dfrac{a-5}{-4}\neq\dfrac{-14-5a}{-6}\Leftrightarrow a\neq -1$	
	Đường thẳng d_2 là phân giác góc BAC và nhận $\overrightarrow{u_2}=(-1;\ 5)$ là VTCP nên $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{u_2}\right)=\cos\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{u_2}\right)\Leftrightarrow\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}}{\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert.\left\lvert\overrightarrow{u_2}\right\rvert}=\dfrac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{u_2}}{\left\lvert\overrightarrow{AC}\right\rvert.\left\lvert\overrightarrow{u_2}\right\rvert}$ $\Leftrightarrow\dfrac{(-4)(-1)+(-6)5}{\sqrt{(-4)^2+(-6)^2}}=\dfrac{(1-a)(-1)+(8+5a)5}{\sqrt{(1-a)^2+(8+5a)^2}}\Leftrightarrow-\dfrac{26}{\sqrt{52}}=\dfrac{26a+39}{\sqrt{(1-a)^2+(8+5a)^2}}$	***0.25***
	$\Leftrightarrow a=-2$ (thỏa mãn). Vậy $A(-2;\ 0)$, $B(-6;\ -6)$.	***0.25***
Câu 8 (1 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 1;\ 2)$, $B(0;\ 1;\ 1)$, $C(1;\ 0;\ 4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ giao điểm của d với mặt phẳng (ABC).	
	Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-1);\overrightarrow{AC}=(2;-1;2);\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;\ -4;\ -1)$.	***0.25***
	Mặt phẳng (ABC) nhận vecto $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ làm vecto pháp tuyến Suy ra $(ABC):\ \mathrm{x}+4(\mathrm{y}-1)+\mathrm{z}-1=0$ hay $x+4y+z-5=0$	***0.25***
	Tọa độ giao điểm I của d và mp(ABC) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3-t\\x+4y+z-5=0\end{cases}$ $\Rightarrow -t+4(2+t)+3-t-5=0\Rightarrow t=-3$	***0.25***
	$\Rightarrow I(3;\ -1;\ 6)$.	***0.25***
Câu 9 (0,5 điểm)	Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^n+C_n^{n-1}+\dfrac{1}{2}A_n^2=821$. Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển Niu-tơn của $\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n\ (x\neq 0)$.	
	Điều kiện $n\geq 2,\ n\in\mathbb{N}$. Theo giả thiết $\mathrm{C}_n^n+\mathrm{C}_n^{n-1}+\dfrac{1}{2}\mathrm{A}_n^2=821\Leftrightarrow 1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}=821$ $\Leftrightarrow n^2+n-1640=0\Rightarrow n=40$.	***0.25***
	Ta có $\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}\mathrm{C}_{40}^k x^{40-k}\cdot\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^k=\sum_{k=0}^{40}\mathrm{C}_{40}^k x^{40-3k}$. Yêu cầu bài toán thì $40-3k=31\Leftrightarrow k=3$. Vậy hệ số của x^{31} là $\mathrm{C}_{40}^3=9880$.	***0.25***
Câu 10 (1 điểm)	Cho $x,\ y$ là các số thực dương thỏa mãn $x+y\leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{4x^2+\dfrac{1}{x^2}}+\sqrt{4y^2+\dfrac{1}{y^2}}-\left(\dfrac{x}{x^2+1}+\dfrac{y}{y^2+1}\right)$.	
	• Gọi $M=\sqrt{4x^2+\dfrac{1}{x^2}}+\sqrt{4y^2+\dfrac{1}{y^2}}$ Ta có $M\geq\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left(2x+\dfrac{2}{x}\right)+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left(2y+\dfrac{2}{y}\right)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\left(x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$ (Theo Cauchy-Schwarz) $\geq\dfrac{4}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{xy}+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}\right)=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\left(4\sqrt{xy}+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}-3\sqrt{xy}\right)$ (Theo BĐT AM-GM)	***0.25***

thuvientoanhoc.com

	$\geq \frac{4}{\sqrt{5}}\left(2\sqrt{4\sqrt{xy}\cdot\frac{1}{\sqrt{xy}}}-\frac{3}{2}\right)=2\sqrt{5}$ (do giả thiết). Suy ra $M\geq 2\sqrt{5}$ (1)	
	• Gọi $N=\frac{x}{x^2+1}+\frac{y}{y^2+1}\cdot$ Ta có $N=\frac{x}{\left(x^2+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}}+\frac{y}{\left(y^2+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}}\leq\frac{x}{x+\frac{3}{4}}+\frac{y}{y+\frac{3}{4}}=\frac{4x}{4x+3}+\frac{4y}{4y+3}$ Hơn nữa: $\frac{4x}{4x+3}+\frac{4y}{4y+3}=2-3\left(\frac{1}{4x+3}+\frac{1}{4y+3}\right)\leq 2-3\frac{4}{4x+4y+6}=2-3\cdot\frac{4}{10}=\frac{4}{5}\cdot$ Do đó $-N\geq-\frac{4}{5}$ (2)	***0.25***
	Từ (1) và (2) suy ra $P\geq 2\sqrt{5}-\frac{4}{5}\cdot$	***0.25***
	Khi $x=y=\frac{1}{2}$ thì $P=2\sqrt{5}-\frac{4}{5}\cdot$ Vậy $\text{Min}P=2\sqrt{5}-\frac{4}{5}\cdot$	***0.25***

----------Hết----------

thuvientoanhoc.com