SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

(Đề có 4 trang)

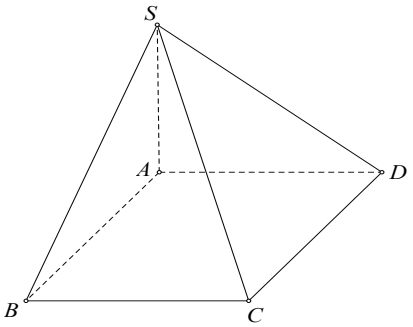
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
BÀI THI MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút

Họ tên : ..... Số báo danh : .....

Mã đề 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$. Vectơ $\overrightarrow{BD}$ vuông góc với vectơ nào sau đây?



A. $\overrightarrow{SB}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^x+\cos x$ là

A. $-\mathrm{e}^x-\sin x+C$. **B.** $-\mathrm{e}^x+\sin x+C$.
C. $\mathrm{e}^x-\sin x+C$. **D.** $\mathrm{e}^x+\sin x+C$.

Câu 3: Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp ba bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là

A. C_5^3. **B.** 15. **C.** 6. **D.** A_5^3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 6: Khảo sát trọng lượng của một số quả mít được trồng trong một nông trường ta có số liệu sau:

Trọng lượng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả	6	12	19	9	4

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $4,80$. **B.** $2,20$. **C.** $8,72$. **D.** $2,19$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có hai số hạng đầu tiên là $u_1=-3$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 3. **B.** -18. **C.** -12. **D.** 15.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(1;-1;2)$. **B.** $P(-3;-1;-1)$. **C.** $N(-1;1;-2)$. **D.** $Q(3;1;1)$.

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

thuvientoanhoc.com

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}(x-2)>-1$ là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $\left(\frac{13}{6};+\infty\right)$. **C.** $(2;8)$. **D.** $\left(2;\frac{13}{6}\right)$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=2x+1-\frac{3}{x+1}$ có phương trình đường tiệm cận xiên là

A. $y=x+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x-3$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=(x^2-5x+1)\mathrm{e}^x$.

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) Giá trị $f(0)=\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;4)$.

Câu 2. Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t)=300\mathrm{e}^{0,1t}+200\mathrm{e}^{-0,04t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có 300000 vi khuẩn. Sau 15 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u)=500\mathrm{e}^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 9 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0)=0$.

b) $P(0)=300000$.

c) Sau 24 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 333155 con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 320000 con.

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một UAV (thiết bị bay không người lái) di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ với với tốc độ không đổi là $80\,km\,|\,h$.

a) Vectơ $\overrightarrow{AB}=\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=4+2t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0;0;3)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 18 phút.

Câu 4. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	**Không mắc ung thư phổi**
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là $11,24\%$.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80%.

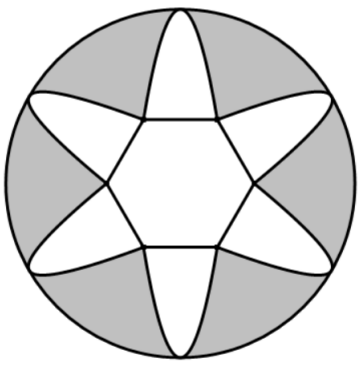
c) Xác suất người đó bị ung thư phổi là 14%.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{10}$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S,BD,C]$. Tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

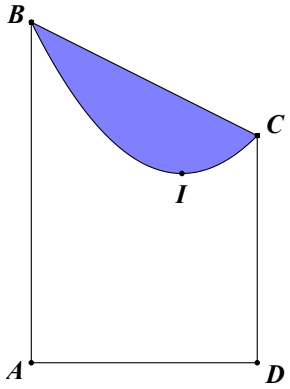
Câu 2. Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $3\,dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 45\,m$, $AD = 30\,m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.

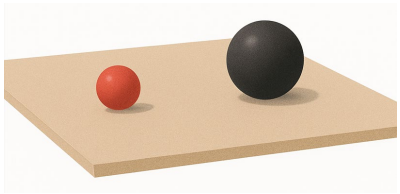


Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20\,m$ và $25\,m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 4. Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 8 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 125 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 150 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Câu 5. Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với $1\,cm$. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm $I(-11;5;3)$ và $J(13;-2;5)$.



Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là $5\,cm/s$ và $4\,cm/s$ (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 65%, còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 60%. Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10%. Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

------ HẾT ------

thuvientoanhoc.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

(Đề có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
BÀI THI MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút

Họ tên : ..... Số báo danh : .....

Mã đề 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $3^{2x+5}=27$ là

A. $x=1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 2: Cho trước 6 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp ba bạn A, B, C vào 6 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là

A. A_6^3. **B.** 15. **C.** C_6^3. **D.** 6.

Câu 3: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $P(-3;-1;-1)$. **B.** $Q(3;1;1)$. **C.** $N(-1;1;-2)$. **D.** $M(1;-1;2)$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^x+\sin x$ là

A. $\mathrm{e}^x-\sin x+C$. **B.** $\mathrm{e}^x-\cos x+C$.

C. $\mathrm{e}^x+\cos x+C$. **D.** $-\mathrm{e}^x+\sin x+C$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có hai số hạng đầu tiên là $u_1=-3$ và $u_2=9$. Giá trị của u_3 bằng

A. -27. **B.** 21. **C.** 15. **D.** -12.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=2x-1-\frac{3}{x+1}$ có phương trình đường tiệm cận xiên là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$.

C. $y=x+1$. **D.** $y=2x-3$.

thuvientoanhoc.com

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{7}}(x-3)>-1$ là

A. $\left(3;\frac{22}{7}\right)$. **B.** $(10;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(3;10)$.

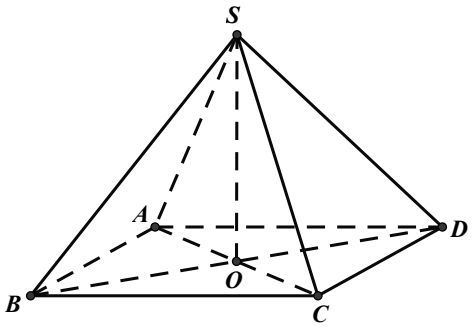
Câu 11: Thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh trong một lớp học ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	1	4	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $5,97$. **B.** $34,47$. **C.** $35,66$. **D.** $5,87$.

Câu 12: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là **sai?**



A. $AC\perp SD$. **B.** $AC\perp SB$. **C.** $AB\perp SO$. **D.** $AC\perp SC$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-3x-3\right)\mathrm{e}^x$.

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) Giá trị $f(0)=-3\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một UAV (thiết bị bay không người lái) di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(-2;-1;4)$ đến vị trí $B(6;3;0)$ với tốc độ không đổi là $80\,km\,|\,h$.

a) Vecto $\overrightarrow{AB}=(8;4;-4)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-1+t\\z=4-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(2;1;2)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian nhiều hơn 19 phút.

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t) = 200\mathrm{e}^{0,1t} + 150\mathrm{e}^{-0,03t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có $200\,000$ vi khuẩn. Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u) = 400\mathrm{e}^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 8 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0) = 0$.

b) $P(0) = 200000$.

c) Sau 20 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là $215\,034$ con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 207000 con.

Câu 4. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát $10\,000$ người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	**Không mắc ung thư phổi**
Hút thuốc lá	1120 người	1130 người
Không hút thuốc lá	272 người	7478 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong $10\,000$ người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là $11,2\%$.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá nhỏ hơn 80%.

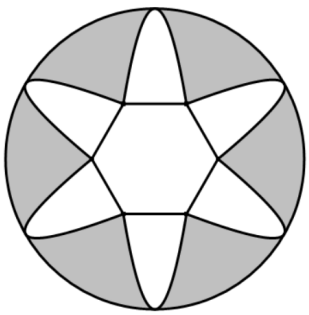
c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là $13,92\%$.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S, BD, C]$. Tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

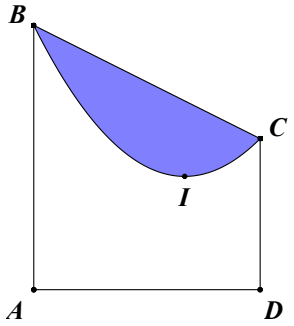
Câu 2. Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $4\,dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

thuvientoanhoc.com

Câu 3. Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 35\,m$, $AD = 30\,m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.

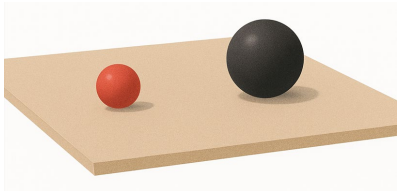


Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20\,m$ và $15\,m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 4. Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 100 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 120 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Câu 5. Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 cm. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm $I(5;-8;3)$ và $J(-3;7;4)$.



Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là 5 cm/s và 3 cm/s (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 60%, còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 55%. Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10%. Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

------ HẾT ------

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN - ĐÁP ÁN ĐỀ LẺ

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-5x+1\right)\mathrm{e}^x$.

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) Giá trị $f(0)=\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;4)$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai.

Ta có: $f(0)=1$

c) Đúng.

Ta có: $f'(x)=\left(x^2-3x-4\right)\mathrm{e}^x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

d) Sai.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1;4)$.

Câu 2. Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t)=300\mathrm{e}^{0,1t}+200\mathrm{e}^{-0,04t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có $300\,000$ vi khuẩn. Sau 15 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u)=500\mathrm{e}^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 9 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0)=0$.

b) $P(0)=300000$.

c) Sau 24 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 333155 con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá $320\,000$ con.

Lời giải

a) Sai.

$P'(0)=500$.

b) Đúng.

$P(0)=300\,000$.

c) Đúng.

$P(t)=\int P'(t)\,\mathrm{d}t=\int\left(300\mathrm{e}^{0,1t}+200\mathrm{e}^{-0,04t}\right)\mathrm{d}t=3000\mathrm{e}^{0,1t}-5000\mathrm{e}^{-0,04t}+C$.

Lại có $P(0)=300\,000$ suy ra $-2000+C=300\,000\Rightarrow C=302000$.

Do đó $P(t)=3000\mathrm{e}^{0,1t}-5000\mathrm{e}^{-0,04t}+302000$.

Vậy $P(24)=3000\mathrm{e}^{0,1.24}-5000\mathrm{e}^{-0,04.24}+302000\approx 333155$.

d) Sai.

Sau 9 phút vi khuẩn (B) xuất hiện thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau. Suy ra số lượng quần thể (A) ở phút thứ 24 (tính từ khi quan sát) bằng số lượng quần thể (B) ở phút thứ 9 (tính từ khi xuất hiện). Tức là $P(24)=Q(9)$.

Ta có $Q(u)=\int Q'(u)\,\mathrm{d}u=\int 500\mathrm{e}^{0,2u}\mathrm{d}u=2500\mathrm{e}^{0,2u}+c\Rightarrow Q(9)=2500\mathrm{e}^{1,8}+c$.

thuvientoanhoc.com

Mà $P(24)=Q(9)\Rightarrow c=P(24)-2500\mathrm{e}^{1,8}\approx 318031$

$\Rightarrow Q(u)=2500\mathrm{e}^{0,2u}+318031$

$\Rightarrow Q(0)=320531$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một UAV (thiết bị bay không người lái) di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ với tốc độ không đổi là $80\,km\,|\,h$.

a) Vecto $\overrightarrow{AB}=\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=4+2t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0;0;3)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 18 phút.

Lời giải

a) Đúng.

$\overrightarrow{AB}=\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$

b) Đúng.

$\overrightarrow{AB}=\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_{AB}}=(2;1;-1)$

nên phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=4+2t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Sai.

Phương trình mặt cầu (S) tâm O bán kính $30\,km$ (3 đơn vị) là: $x^2+y^2+z^2=9$.

Toạ độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt cầu (S) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=4+2t\\y=2+t\\z=1-t\\x^2+y^2+z^2=9\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{cases}x=2\\y=1\\z=2\end{cases}\right.\left.\begin{cases}x=0\\y=0\\z=3\end{cases}\right.$$

Nhận thấy $\overrightarrow{AB}\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$, $\overrightarrow{M_2M_1}(-2;-1;1)$ cùng hướng.

Vậy có vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M_2(2;1;2)$.

d) Sai.

Ta có $M_1(0;0;3);M_2(2;1;2)\Rightarrow M_1M_2=\sqrt{6}$, nên quãng đường vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện là $10\sqrt{6}$ (km).

Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện cần $\frac{60}{80}.10\sqrt{6}=\frac{15\sqrt{6}}{2}\approx 18,4$ phút.

Câu 4. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

thuvientoanhoc.com

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là $11,24\%$.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80%.

c) Xác suất người đó bị ung thư phổi là 14%.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Lời giải

Gọi A :" Chọn được một người hút thuốc lá"; B :" Chọn được một người bị ung thư phổi"

a) Sai.

$n(A)=1124+1126=2250 \Rightarrow P(A)=\dfrac{2250}{10000}=0,225=22,5\%$.

b) Đúng.

$P(A|B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}=\dfrac{1124}{1400}\approx 80,3\%$.

c) Đúng.

$P(B)=\dfrac{1124+276}{10000}=14\%$.

d) Đúng.

$P(B|A)=\dfrac{P(A|B)P(B)}{P(A)}=\dfrac{562}{1125}$.

$P(B|\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}|B)P(B)}{P(\overline{A})}; P(\overline{A})=1-\dfrac{9}{40}=\dfrac{31}{40}; P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=\dfrac{69}{350}$

$\Rightarrow P(B|\overline{A})=\dfrac{138}{3875}$

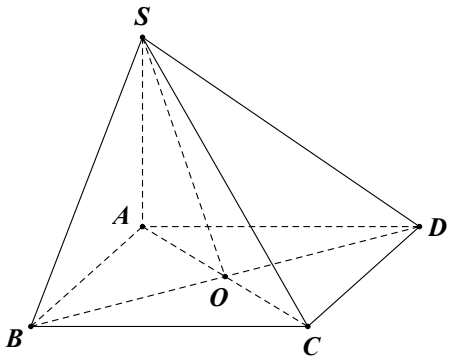
Do đó: $\dfrac{P(B|A)}{P(B|\overline{A})}=\dfrac{8711}{621}\approx 14$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{10}$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S,BD,C]$. Tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: –0,4

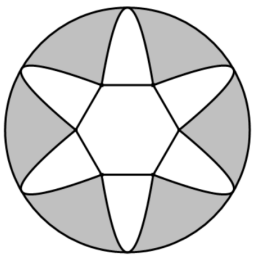


Có $\alpha=\widehat{SOC}\Rightarrow\cos\alpha=\cos\widehat{SOC}=-\cos\widehat{SOA}=-\dfrac{AO}{SO}$.

Tính được $AO=\sqrt{2}$, $SO=2\sqrt{3}$ nên $\cos\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\approx -0,4$.

thuvientoanhoc.com

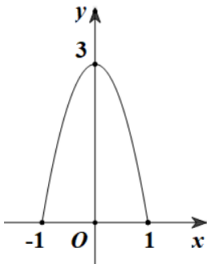
Câu 2. Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $3\,dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 36



Xét cánh hoa hình parabol (P) đi qua các điểm $A(0;3), B(-1;0), C(1;0)$ với A là đỉnh của (P) và B, C là hai đầu mút thỏa mãn $BC = 2$ là độ dài cạnh của hình lục giác đều.

Gọi phương trình parabol (P) là $y = ax^2 + bx + c$. Vì $A, B, C \in (P) \Rightarrow (P):\ y = 3 - 3x^2$.

Từ đó diện tích mỗi cánh hoa là $S_1 = \int_{-1}^{1} \left|3 - 3x^2\right| \mathrm{d}x = 4$.

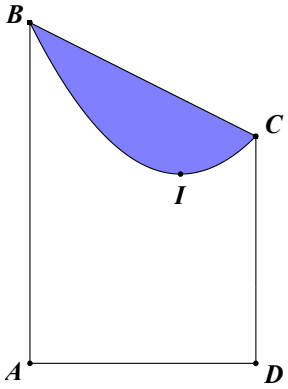
(*Ta có thể tính diện tích mỗi cách hoa theo công thức nhanh* $S_1 = \frac{2}{3}ah = \frac{2}{3}.2.3 = 4$, *với* a *là cạnh lục giác,* h *là khoảng cách từ đỉnh cánh hoa đến cạnh lục giác*)

Lục giác gồm 6 tam giác đều cạnh bằng 2, diện tích mỗi tam giác là $S_2 = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Đường tròn có bán kính $R = 3 + 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3 + \sqrt{3}$.

Vậy diện tích phần tô màu là $S = \pi\left(3 + \sqrt{3}\right)^2 - 6.4 - 6.\sqrt{3} \approx 36\ (dm^2)$.

Câu 3. Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 45\,m,\ AD = 30\,m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



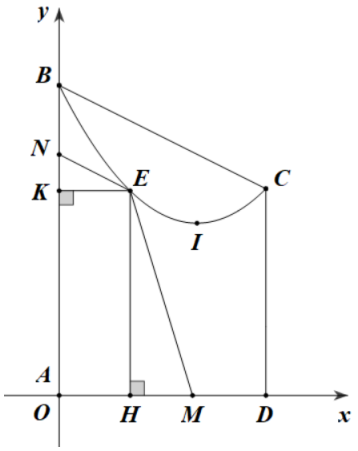
Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.

thuvientoanhoc.com

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20\,m$ và $25\,m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp án: 40



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, mỗi đơn vị trên các trục ứng với $10\,m$.

Khi đó $I\left(2;\frac{5}{2}\right)$ và $B\left(0;\frac{9}{2}\right)$ nên parabol có phương trình $y=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{9}{2}$.

Gọi con đường là đường gấp khúc MEN. Để chiều dài con đường ngắn nhất thì E phải nằm trên đường cong BI.

Vì E nằm trên đường cong BIC nên $E\left(x;\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{9}{2}\right)$ với $0\le x\le 2$.

Tổng độ dài con đường là:

$$EM+EN\ge EH+EK=\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{9}{2}\right)+x=\frac{1}{2}(x-1)^2+4\ge 4.$$

Vì đơn vị mỗi trục ứng với 10 mét nên độ dài con đường ngắn nhất là 40 mét.

Câu 4. Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 8 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 125 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 150 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 3399

Gọi chiều cao và bán kính đáy của thùng hình trụ lần lượt là h và r (đơn vị mét, $h>0,\ r>0$).

Thể tích của thùng là 8 lít (bằng $\frac{8}{1000}\ m^3$) nên $V=\pi r^2h=\frac{8}{1000}\Rightarrow h=\frac{1}{125\pi r^2}$ (m).

Diện tích mặt xung quanh là $S_{xq}=2\pi rh=\frac{2}{125r}$ (m^2).

Diện tích hai đáy là $S_d=2\pi r^2$ (m^2).

Số tiền cần thiết để sản xuất một thùng sơn là $f(r)=\frac{2}{r}+300\pi r^2$ (nghìn đồng).

Ta có: $f'(r)=\frac{-2}{r^2}+600\pi r;\ f'(r)=0\Leftrightarrow r=\frac{1}{\sqrt[3]{300\pi}}$.

Lập BBT của $f(r)$ trên $(0;+\infty)$ suy ra $\min f(r)=f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{300\pi}}\right)$.

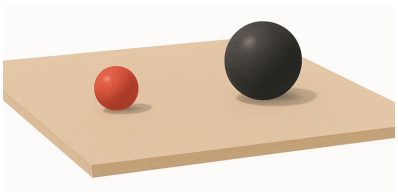
Do đó với số tiền 100 triệu đồng thì công ty có thể sản xuất không vượt quá $\frac{10^5}{f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{300\pi}}\right)}\approx 3399{,}813047$ thùng.

Vậy số thùng sơn tối đa sản xuất được là 3399 thùng.

Câu 5. Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn

thuvientoanhoc.com

và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với $1\ cm$. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm $I(-11;5;3)$ và $J(13;-2;5)$.



Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là $5\ cm/s$ và $4\ cm/s$ (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,92

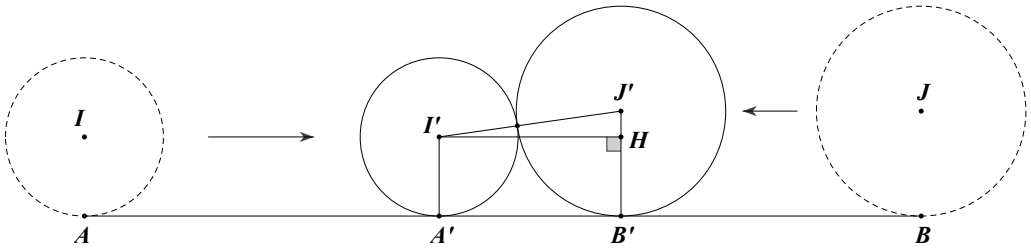
Nhận xét: Bán kính viên bi chính là khoảng cách từ tâm đến mặt bàn, điểm tiếp xúc chính là hình chiếu vuông góc của tâm trên mặt bàn.

Viên bi thứ nhất có bán kính $r_1 = 3\ (cm)$ và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $A(-11;5;0)$.

Viên bi thứ hai có bán kính $r_2 = 5\ (cm)$ và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $B(13;-2;0)$.

Vì 2 viên bi lăn thẳng về phía nhau trên mặt bàn nên điểm tiếp xúc của 2 viên bi với mặt bàn luôn chạy trên đoạn thẳng AB.

Giả sử tại thời điểm t giây thì hai viên bi va chạm với nhau.



Khi đó viên bi thứ nhất di chuyển được quãng đường $AA' = 5t\ (cm)$, viên bi thứ 2 di chuyển được quãng đường $BB' = 4t\ (cm)$.

Ta có $A'B' = I'H = \sqrt{I'J'^2 - J'H^2} = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_2 - r_1)^2} = 2\sqrt{15}$.

Mà $AB = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25 \Rightarrow AA' + BB' = 25 - 2\sqrt{15}$.

Do đó $5t + 4t = 25 - 2\sqrt{15} \Rightarrow t = \dfrac{25 - 2\sqrt{15}}{9} \approx 1,92$ giây.

Vậy sau khoảng $1,92$ giây thì hai viên bi va chạm.

Câu 6. Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 65%, còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 60%. Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10%. Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,59

Gọi A và B lần lượt là biến cố huyện A và B có mưa trong một ngày.

Ta có $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 0,65;\ P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0,6$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Suy ra $P(A \mid \overline{B}) = 0,35$ và $P(B \mid \overline{A}) = 0,4$.

Đặt $a = P(A)$ và $b = P(B)$ với $a, b \in [0;1]$.

Khi đó ta có: $0,35 = P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{a - 0,1}{1 - b} \Rightarrow 20a + 7b = 9 \quad (1)$

thuvientoanhoc.com

Tương tự: $0,4 = P\left(B\ |\overline{A}\right) = \dfrac{P\left(B \cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{b - 0,1}{1 - a} \Rightarrow 2a + 5b = 2,5 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a = \dfrac{55}{172}$, $b = \dfrac{16}{43}$.

Vậy xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{55}{172} + \frac{16}{43} - 0,1 \approx 0,59 .$$

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN - ĐÁP ÁN ĐỀ CHẴN

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-3x-3\right)\mathrm{e}^x$.

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) Giá trị $f(0)=-3\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai.

Ta có: $f(x)=\left(x^2-3x-3\right)\mathrm{e}^x \Rightarrow f(0)=-3$.

c) Đúng.

Ta có: $f'(x)=\left(x^2-x-6\right)\mathrm{e}^x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

d) Sai.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2;3)$.

Câu 2. Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t)=200\mathrm{e}^{0,1t}+150\mathrm{e}^{-0,03t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có $200\,000$ vi khuẩn. Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u)=400\mathrm{e}^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 8 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0)=0$.

b) $P(0)=200000$.

c) Sau 20 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là $215\,034$ con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 207000 con.

Lời giải

a) Sai.

$P'(0)=350$.

b) Đúng.

$P(0)=200\,000$.

c) Đúng.

$P(t)=\int P'(t)\,\mathrm{d}t=\int\left(200\mathrm{e}^{0,1t}+150\mathrm{e}^{-0,03t}\right)\mathrm{d}t=2000\mathrm{e}^{0,1t}-5000\mathrm{e}^{-0,03t}+C$.

Lại có $P(0)=200\,000$ suy ra $-3000+C=200\,000 \Rightarrow C=203\,000$.

Do đó $P(t)=2000\mathrm{e}^{0,1t}-5000\mathrm{e}^{-0,03t}+203000$.

Vậy $P(20)=2000\mathrm{e}^{0,1.20}-5000\mathrm{e}^{-0,03.20}+203000\approx 215034$.

d) Sai.

Sau 8 phút vi khuẩn (B) xuất hiện thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau. Suy ra số lượng quần thể (A) ở phút thứ 20 (tính từ khi quan sát) bằng số lượng quần thể (B) ở phút thứ 8 (tính từ khi xuất hiện). Tức là $P(20)=Q(8)$.

Ta có $Q(u)=\int Q'(u)\,\mathrm{d}u=\int 400\mathrm{e}^{0,2u}\mathrm{d}u=2000\mathrm{e}^{0,2u}+c \Rightarrow Q(8)=2000\mathrm{e}^{1,6}+c$.

thuvientoanhoc.com

Mà $P(20)=Q(8)\Rightarrow c=P(20)-2000\mathrm{e}^{1,6}\approx 205128$

$\Rightarrow Q(u)=2000\mathrm{e}^{0,2u}+205128$

$\Rightarrow Q(0)=207128$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một UAV (thiết bị bay không người lái) di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(-2;-1;4)$ đến vị trí $B(6;3;0)$ với tốc độ không đổi là $80\,km\,|\,h$.

a) Vecto $\overrightarrow{AB}=(8;4;-4)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-1+t\\z=4-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(2;1;2)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian nhiều hơn 19 phút.

Lời giải

a) Đúng.

$\overrightarrow{AB}=(8;4;-4)$.

b) Đúng.

$\overrightarrow{AB}=(8;4;-4)\Rightarrow\overrightarrow{u_{AB}}=(2;1;-1)$.

nên phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-1+t\\z=4-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

c) Sai.

Phương trình mặt cầu (S) tâm O bán kính $30\,km$ (3 đơn vị) là $x^2+y^2+z^2=9$.

Toạ độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt cầu (S) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=-2+2t\\y=-1+t\\z=4-t\\x^2+y^2+z^2=9\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{cases}x=2\\y=1\\z=2\end{cases}\right.\left.\begin{cases}x=0\\y=0\\z=3\end{cases}\right..$$

Gọi $M_1(0;0;3);M_2(2;1;2)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{AB}(8;4;-4)$, $\overrightarrow{M_1M_2}(2;1;-1)$ cùng hướng.

Vậy có vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M_1(0;0;3)$.

d) Sai.

Ta có $M_1(0;0;3);M_2(2;1;2)\Rightarrow M_1M_2=\sqrt{6}$, nên quãng đường vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện là $10\sqrt{6}$ (km).

Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện cần $\frac{60}{80}.10\sqrt{6}=\frac{15\sqrt{6}}{2}\approx 18,4$ phút.

Câu 4. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	**Không mắc ung thư phổi**
Hút thuốc lá	1120 người	1130 người
Không hút thuốc lá	272 người	7478 người

thuvientoanhoc.com

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là $11,2\%$.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá nhỏ hơn 80%.

c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là $13,92\%$.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Lời giải

Gọi A :" Chọn được một người hút thuốc lá"; B :" Chọn được một người bị ung thư phổi"

a) Sai.

$n(A)=1120+1130=2250 \Rightarrow P(A)=\dfrac{2250}{10000}=0,225=22,5\%.$

b) Sai.

$P(A|B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}=\dfrac{1120}{1120+272}=\dfrac{1120}{1392}\approx 80,5\%.$

c) Đúng.

$P(B)=\dfrac{1120+272}{10000}=13,92\%.$

d) Đúng.

$P(B|A)=\dfrac{n(AB)}{n(A)}=\dfrac{1120}{1120+1130}=\dfrac{1120}{2250}.$

$P(\overline{A})=\dfrac{272+7478}{10000}=\dfrac{7750}{10000}; P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=\dfrac{272}{1392}$

$\Rightarrow P(B|\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}|B)P(B)}{P(\overline{A})}=\dfrac{\dfrac{272}{1392}\cdot\dfrac{1392}{10000}}{\dfrac{7750}{10000}}=\dfrac{272}{7750}$

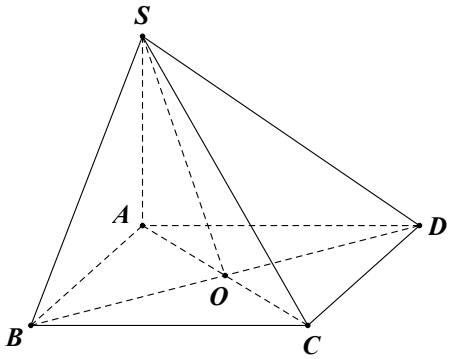
Do đó: $\dfrac{P(B|A)}{P(B|\overline{A})}=\dfrac{1120}{2250}:\dfrac{272}{7750}=14.183.....$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=3$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S,BD,C]$. Tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: –0,3



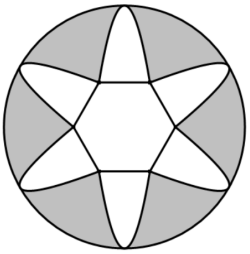
Có $\alpha=\widehat{SOC}\Rightarrow\cos\alpha=\cos\widehat{SOC}=-\cos\widehat{SOA}=-\dfrac{AO}{SO}$.

Tính được $AO=1$, $SO=\sqrt{10}$ nên $\cos\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\approx -0,3$.

Câu 2. Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh

thuvientoanhoc.com

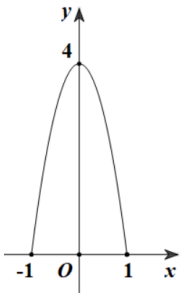
hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $4dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 61



Xét cánh hoa hình parabol (P) đi qua các điểm $A(0;4), B(-1;0), C(1;0)$ với A là đỉnh của (P) và B, C là hai đầu mút thỏa mãn $BC = 2$ là độ dài cạnh của hình lục giác đều.

Gọi phương trình parabol (P) là $y = ax^2 + bx + c$. Vì $A, B, C \in (P) \Rightarrow (P): y = 4 - 4x^2$.

Từ đó diện tích mỗi cánh hoa là $S_1 = \int_{-1}^{1} \left|4 - 4x^2\right| \mathrm{d}x = \frac{16}{3}$. (Có thể tính $S_1 = \frac{2}{3}a.h = \frac{2}{3}.4.2 = \frac{16}{3}$)

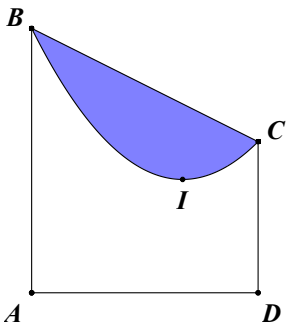
(*Ta có thể tính diện tích mỗi cách hoa theo công thức nhanh* $S_1 = \frac{2}{3}ah = \frac{2}{3}.2.4 = \frac{16}{3}$, *với* a *là cạnh lục giác,* h *là khoảng cách từ đỉnh cánh hoa đến cạnh lục giác*)

Lục giác gồm 6 tam giác đều cạnh bằng 2, diện tích mỗi tam giác là $S_2 = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Đường tròn có bán kính $R = 4 + 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = 4 + \sqrt{3}$.

Vậy diện tích phần tô màu là $S = \pi\left(4 + \sqrt{3}\right)^2 - 6.\frac{16}{3} - 6.\sqrt{3} \approx 61\ (dm^2)$.

Câu 3. Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 35m$, $AD = 30m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



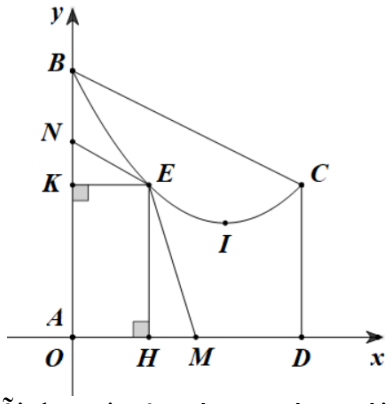
Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20m$ và $15m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Lời giải

thuvientoanhoc.com

Đáp án: 30



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, mỗi đơn vị trên các trục ứng với $10\,m$.

Khi đó $I\left(2;\frac{3}{2}\right)$ và $B\left(0;\frac{7}{2}\right)$ nên parabol có phương trình $y=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{2}$.

Gọi con đường là đường gấp khúc MEN. Để chiều dài con đường ngắn nhất thì E phải nằm trên đường cong BI.

Vì E nằm trên đường cong BI nên $E\left(x;\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{2}\right)$ với $0\le x\le 2$.

Tổng độ dài con đường là:

$$EM+EN\ge EH+EK=\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{2}\right)+x=\frac{1}{2}(x-1)^2+3\ge 3.$$

Vì đơn vị mỗi trục ứng với 10 mét nên độ dài con đường ngắn nhất là 30 mét.

Câu 4. Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 100 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 120 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 5813

Gọi chiều cao và bán kính đáy của thùng hình trụ lần lượt là h và r (đơn vị mét, $h>0,\ r>0$).

Thể tích của thùng là 5 lít (bằng $\frac{5}{1000}\ m^3$) nên $V=\pi r^2h=\frac{5}{1000}\Rightarrow h=\frac{1}{200\pi r^2}$ (m).

Diện tích mặt xung quanh là $S_{xq}=2\pi rh=\frac{1}{100r}$ (m^2).

Diện tích hai đáy là $S_d=2\pi r^2$ (m^2).

Số tiền cần thiết để sản xuất một thùng sơn là $f(r)=\frac{1}{r}+240\pi r^2$ (nghìn đồng).

Ta có: $f'(r)=\frac{-1}{r^2}+480\pi r;\ f'(r)=0\Leftrightarrow r=\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$.

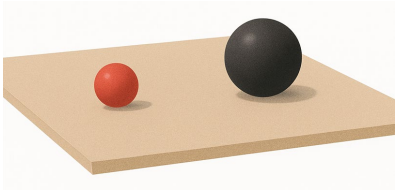
Lập BBT của $f(r)$ trên $(0;+\infty)$ suy ra $\min f(r)=f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}\right)$.

Do đó với số tiền 100 triệu đồng thì công ty có thể sản xuất không vượt quá $\frac{10^5}{f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}\right)}\approx 5813,598533$ thùng.

Vậy số thùng sơn tối đa sản xuất được là 5813 thùng.

Câu 5. Xét một chiếc bàn phẳng, có hai viên bi hình cầu được đặt trên mặt bàn. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt bàn, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên so với mặt bàn và mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với $1\,cm$. Ban đầu 2 viên bi này đứng yên trên mặt bàn, tâm của chúng lần lượt trùng với các điểm $I(5;-8;3)$ và $J(-3;7;4)$.

thuvientoanhoc.com



Tại một thời điểm, người ta đồng thời tác động cho 2 viên bi lăn về phía nhau trên mặt bàn theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi là 5 *cm/s* và 3 *cm/s* (viên bi nhỏ hơn có tốc độ lớn hơn). Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi tác động thì hai viên bi va chạm với nhau? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,26

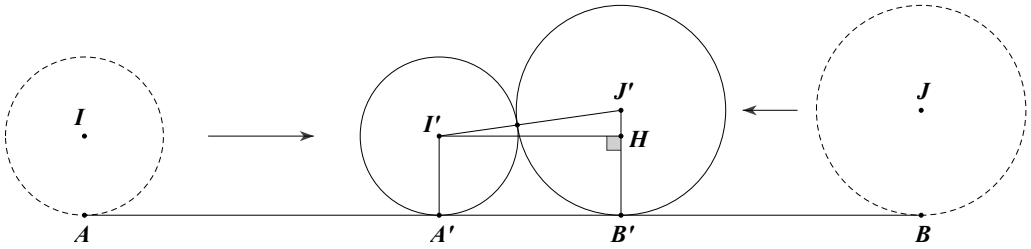
Nhận xét: Bán kính viên bi chính là khoảng cách từ tâm đến mặt bàn, điểm tiếp xúc chính là hình chiếu vuông góc của tâm trên mặt bàn.

Viên bi thứ nhất có bán kính $r_1 = 3\ (cm)$ và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $A(5;-8;0)$.

Viên bi thứ hai có bán kính $r_2 = 4\ (cm)$ và tiếp xúc với mặt bàn tại điểm $B(-3;7;0)$.

Vì 2 viên bi lăn thẳng về phía nhau trên mặt bàn nên điểm tiếp xúc của 2 viên bi với mặt bàn luôn chạy trên đoạn thẳng AB.

Giả sử tại thời điểm t giây thì hai viên bi va chạm với nhau.



Khi đó viên bi thứ nhất di chuyển được quãng đường $AA' = 5t\ (cm)$, viên bi thứ 2 di chuyển được quãng đường $BB' = 3t\ (cm)$.

Ta có $A'B' = I'H = \sqrt{I'J'^2 - J'H^2} = \sqrt{(r_1+r_2)^2 - (r_2-r_1)^2} = 4\sqrt{3}$.

Mà $AB = \sqrt{8^2+15^2} = 17 \Rightarrow AA' + BB' = 17 - 4\sqrt{3}$.

Do đó $5t + 3t = 17 - 4\sqrt{3} \Rightarrow t = \dfrac{17-4\sqrt{3}}{8} \approx 1,26$ giây.

Vậy sau khoảng $1,26$ giây thì hai viên bi va chạm.

Câu 6. Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 60%, còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 55%. Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10%. Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,64

Gọi A và B lần lượt là biến cố huyện A và B có mưa trong một ngày.

Ta có $P(\overline{A}\,|\,\overline{B}) = 0,6;\ P(\overline{B}\,|\,\overline{A}) = 0,55$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Suy ra $P(A\,|\,\overline{B}) = 0,4$ và $P(B\,|\,\overline{A}) = 0,45$.

Đặt $a = P(A)$ và $b = P(B)$ với $a, b \in [0;1]$.

Khi đó ta có: $0,4 = P(A\,|\,\overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{a-0,1}{1-b} \Rightarrow 5a + 2b = 2,5 \quad (1)$

Tương tự: $0,45 = P(B\,|\,\overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{b-0,1}{1-a} \Rightarrow 9a + 20b = 11 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a = \dfrac{14}{41},\ b = \dfrac{65}{164}$.

thuvientoanhoc.com

Vậy xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày là

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{14}{41}+\frac{65}{164}-0,1\approx 0,64.$$

thuvientoanhoc.com

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan