HH6. CHỦ ĐỀ 4.2- HÌNH BÌNH HÀNH, HÌNH THOI

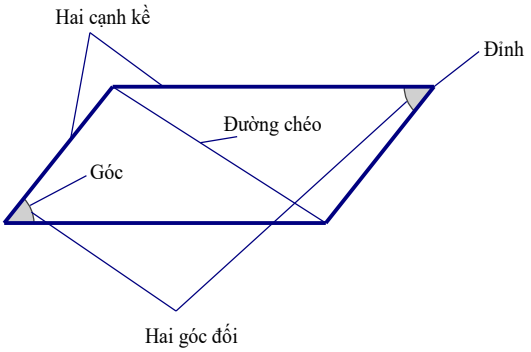
PHẦN I.TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

1. Hình bình hành

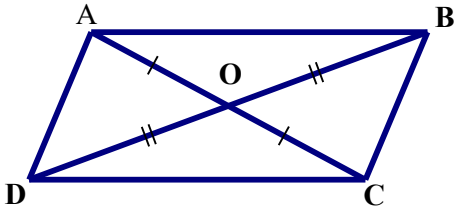
a) Nhận biết hình bình hành

Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối song song với nhau.
- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.



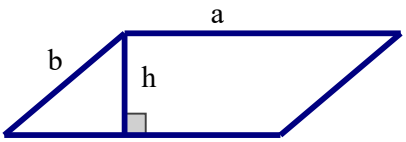
Cụ thể: Hình bình hành ABCD có AC cắt BD tại O:



+ $AB \parallel CD; AD \parallel BC$
+ $AB = CD; AD = BC$
+ $\widehat{A} = \widehat{C}; \widehat{B} = \widehat{D}$
+ $OA = OC; OB = OD$

b) Chu vi và diện tích hình bình hành

- Chu vi hình bình hành: $C = 2(a+b)$
- Diện tích hình thoi: $S = a.h$, trong đó a là cạnh, h là chiều cao tương ứng.

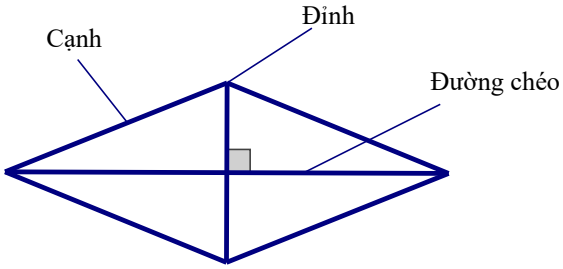


2. Hình thoi

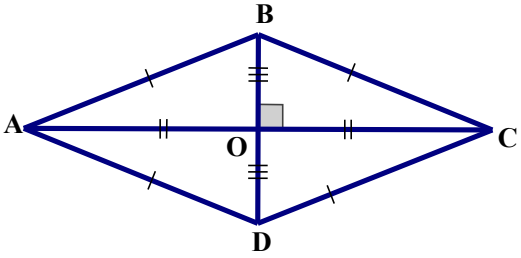
a) Nhận biết hình thoi

Trong một hình thoi:

- Bốn cạnh bằng nhau.
- Các cạnh đối song song với nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



Cụ thể: Cho hình thoi ABCD có AC cắt BD tại O



+ $AB = BC = CD = DA$
+ $AB \parallel CD; AD \parallel BC$
+ $\widehat{A} = \widehat{C}; \widehat{B} = \widehat{D}$
+ $AC \perp BD; OA = OC; OB = OD$

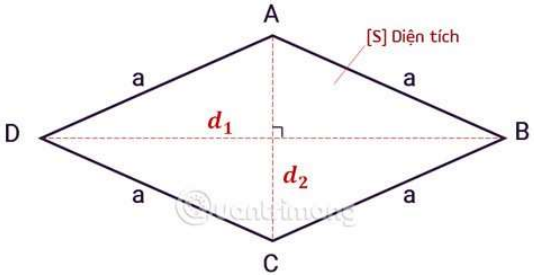
Nhận xét: Hình thoi là hình bình hành.

b) Chu vi và diện tích hình thoi

thuvientoanhoc.com

- Chu vi hình thoi: $C = 4a$

- Diện tích hình thoi: $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, trong đó $d_1; d_2$ là độ dài hai đường chéo.



PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.

A. Hình bình hành

Dạng 1. Nhận biết hình bình hành

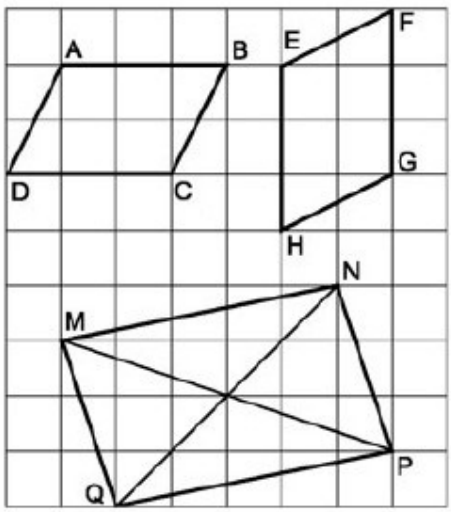
I.Phương pháp giải.

Các dấu hiệu nhận biết hình bình hành:

1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.
2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
3. Tứ giác có một cặp cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau là hình bình hành.
4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình bình hành.

II.Bài toán.

Bài 1. Các tứ giác ở hình vẽ bên dưới có là hình bình hành không? Vì sao?



Hình 71

Lời giải

Cả ba tứ giác là hình bình hành

- Tứ giác ABCD là hình bình hành vì có AB // CD và AB = CD = 3 (dấu hiệu nhận biết 3)
- Tứ giác EFGH là hình bình hành vì có EH // FG và EH = FH = 3 (dấu hiệu nhận biết 3)
- Tứ giác MNPQ là hình bình hành vì có MN = PQ và MQ = NP (dấu hiệu nhận biết 2)

Chú ý:

- Với các tứ giác ABCD, EFGH còn có thể nhận biết là hình bình hành bằng dấu hiệu nhận biết 2.
- Với tứ giác MNPQ còn có thể nhận biết là hình bình hành bằng dấu hiệu nhận biết 5.

Dạng 2. Cách vẽ hình bình hành

I.Phương pháp giải.

thuvientoanhoc.com

Dựa vào các tính chất của hình bình hành để vẽ hình bình hành.

II. Bài toán.

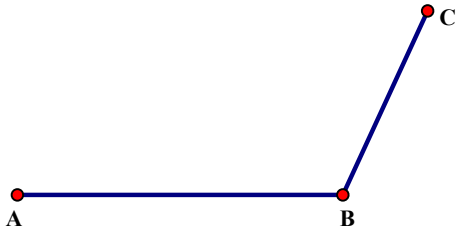
Bài 1. Vẽ hình bình hành $ABCD$ có $AB = 6cm$, $BC = 4cm$.

Lời giải

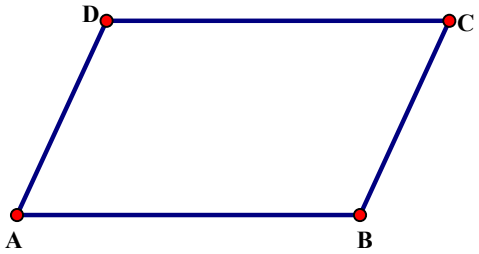
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 6cm$



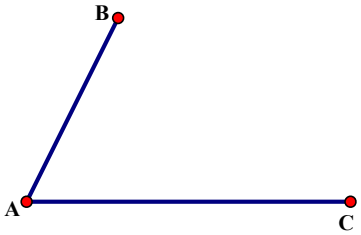
Bước 2. Vẽ đường thẳng đi qua B. Trên đường thẳng đó lấy điểm C sao cho $BC = 4cm$



Bước 3. Vẽ đường thẳng đi qua A và song song với BC, đường thẳng qua C và song song với AB. Hai đường thẳng này cắt nhau tại D, ta được hình bình hành ABCD.



Bài 2. Cho trước hai đoạn thẳng AB và CD như hình vẽ. Vẽ hình bình hành ABCD nhận AB và CD làm cạnh.



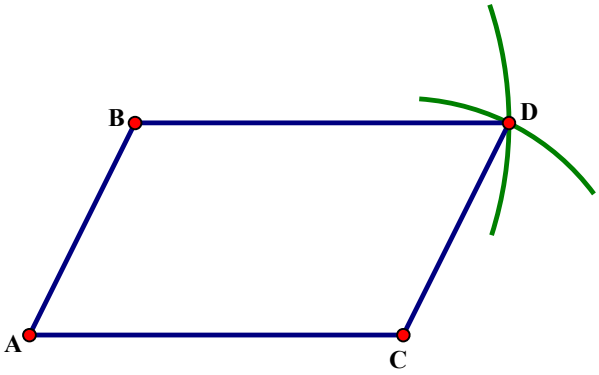
Lời giải

Bước 1.

- Vẽ một phần đường tròn tâm B bán kính AC.
- Vẽ một phần đường tròn tâm C bán kính AB.

Hai đườngtròn này cắt nhau tại D.

Bước 2. Nối D với B, D với C, ta được hình bình hành ABCD.



Bài 3. Vẽ hình bình hành có độ dài một cạnh bằng $5cm$, một cạnh bằng $3cm$.

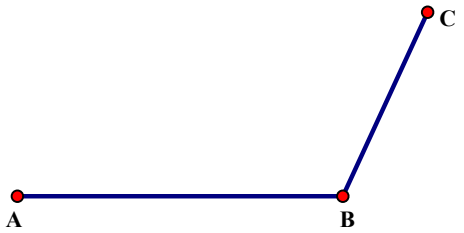
Lời giải

thuvientoanhoc.com

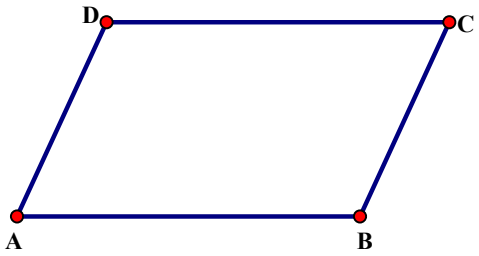
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 5cm$



Bước 2. Vẽ đường thẳng đi qua B. Trên đường thẳng đó lấy điểm C sao cho $BC = 3cm$



Bước 3. Vẽ đường thẳng đi qua A và song song với BC, đường thẳng qua C và song song với AB. Hai đường thẳng này cắt nhau tại D, ta được hình bình hành $ABCD$.



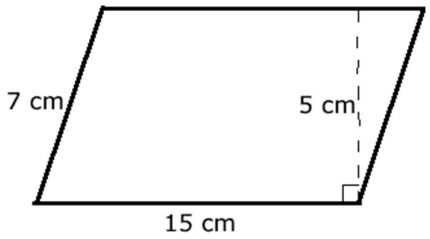
Dạng 3. Tính chu vi và diện tích hình bình hành

I.Phương pháp giải.

Dựa vào công thức tính chu vi và diện tích hình bình hành; mối quan hệ giữa các cạnh của hình bình hành.

II.Bài toán.

Bài 1. Cho hình bình hành có cạnh đáy là bằng 15 cm và cạnh bên bằng 7 cm và có chiều cao là 5 cm. Hãy tính chu vi và diện tích hình bình hành đó.



Lời giải

Chu vi của hình bình hành là: $C = 2.(15 + 7) = 44\ (cm)$

Diện tích hình bình hành là: $S = 15.5 = 75\ (\text{cm}^2)$

Bài 2. Cho hình bình hành có chu vi là 384 cm, độ dài cạnh đáy bằng 5 lần cạnh kia, bằng 8 lần chiều cao. Tính diện tích của hình bình hành.

Lời giải

Gọi cạnh bên a, ta có: cạnh đáy $5a$, chiều cao $\dfrac{5a}{8}$

Chu vi hình bình hành = (cạnh bên + cạnh đáy) x 2 = 384

suy ra $(a + 5a)$ x $2 = 384$ hay $a = 30cm$

thuvientoanhoc.com

Do đó, cạnh bên $32cm$, cạnh đáy $160cm$, chiều cao $20cm$

Vì thế, diện tích hình bình hành là $20 \text{ x } 160 = 3600 \left(cm^2\right)$

Bài 3. Một mảnh đất hình bình hành, biết cạnh đáy bằng 23 m, mở rộng mảnh đất bằng việc tăng cạnh đáy mảnh đất này thêm 5 m thì được mảnh đất hình bình hành mới có diện tích lớn hơn mảnh đất ban đầu là 115 m^2. Tính diện tích mảnh đất hình bình hành ban đầu.

Lời giải

Dựa vào công thức tính diện tích hình bình hành:

- Theo đầu bài, diện tích mảnh đất hình hành mới bằng 115 m^2.
- Do đó, chiều cao của mảnh đất là $115 : 5 = 23 \text{ m}$.
- Vì thế diện tích mảnh đất hình bình hành ban đầu là $23. 23 = 529 \text{ m}^2$.

Bài 4. Một mảnh đất hình bình hành có cạnh đáy là 27 m. Người ta thu hẹp lại mảnh đất do bằng việc cắt giảm đáy của hình bình hành này khoảng 5 m nên hình bình hành mới có diện tích nhỏ hơn mảnh đất ban đầu là 15 m^2. Tính diện tích mảnh đất hình bình hành ban đầu.

Lời giải

Theo đầu bài, diện tích mảnh đất hình thoi bị cắt đi là 15 m^2.

Do đó, chiều cao của mảnh đất là $15 : 5 = 3 \text{ m}^2$.

Vì thế, diện tích của mảnh đất hình bình hành ban đầu là $3. 27 = 81 \text{ m}^2$.

Bài 5. Mảnh đất hình bình hành có cạnh đáy là $47m$, mở rộng mảnh đất bằng cách tăng các cạnh đáy của hình bình hành này thêm $7m$ thì được mảnh đất hình bình hành mới có diện tích hơn diện tích mảnh đất ban đầu là $189m^2$. hãy tính diện tích mảnh đất ban đầu.

Lời giải

Phần diện tích tăng thêm chính là diện tích hình bình hành có cạnh đáy $7m$ và chiều cao là chiều cao của mảnh đất hình bình hành ban đầu.

Chiều cao mảnh đất là: $189 : 7 = 27 \left(m\right)$

Diện tích mảnh đất hình bình hành ban đầu là: $27 \text{ x } 47 = 1269 \left(m^2\right)$

Bài 6. Cho hình bình hành có chu vi là $480cm$, có độ dài cạnh đáy gấp 5 lần cạnh kia và gấp 8 lần chiều cao. Tính diện tích hình bình hành

Lời giải

Ta có nửa chu vi hình bình hành là: $480 : 2 = 240 \left(cm\right)$

Nếu như coi cạnh kia là 1 phần thì cạnh đáy chính là 5 phần như vậy.

Ta có cạnh đáy hình bình hành là: $240 : \left(5+1\right) \text{ x } 5 = 200 \left(cm\right)$

Tính được chiều cao của hình bình hành là: $200 : 8 = 25 \left(cm\right)$

Diện tích của hình bình hành là: $200 \text{ x } 25 = 5000 \left(cm^2\right)$

Bài 7. Cho hình bình hành có chu vi là $364cm$ và độ dài cạnh đáy gấp 6 lần cạnh kia; gấp 2 lần chiều cao. Hãy tính diện tích hình bình hành đó

Lời giải

Nửa chu vi hình bình hành là: $364 : 2 = 182 \left(cm\right)$

thuvientoanhoc.com

Cạnh đáy gấp 6 lần cạnh kia nên nửa chu vi sẽ gấp 7 lần cạnh kia.

Cạnh đáy hình bình hành là: $182 : 7 \text{ x } 6 = 156\ (cm)$

Chiều cao hình bình hành là: $156 : 2 = 78\ (cm)$

Diện tích hình bình hành là: $156 \text{ x } 78 = 12168\ (cm^2)$

Bài 8. Một hình bình hành có cạnh đáy là $71cm$. Người ta thu hẹp hình bình hành đó bằng cách giảm các cạnh đáy của hình bình hành đi $19cm$ được hình bình hành mới có diện tích nhỏ hơn diện tích hình bình hành ban đầu là $665cm^2$. Tính diện tích hình bình hành ban đầu.

Lời giải

Phần diện tích giảm đi chính là diện tích hình bình hành có cạnh đáy là $19cm$ và chiều cao là chiều cao mảnh đất hình bình hành ban đầu.

Chiều cao hình bình hành là: $665 : 19 = 35\ (cm)$

Diện tích hình bình hành đó là: $71 \text{ x } 35 = 2485\ (cm^2)$

Bài tập tự luyện

Bài 9. Tính diện tích hình bình hành, biết độ dài đáy là $4m$, chiều cao là $13dm$.

Hướng dẫn giải

Đổi về cùng đơn vị đo rồi tính

Áp dụng công thức tính diện tích hình bình hành ta có: $40.13 = 520\ (dm^2)$

Bài 10. Tính diện tích hình bình hành biết độ dài đáy là $14m$, chiều cao bằng nửa độ dài đáy.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính diện tích hình bình hành ta có: $14.\frac{14}{2} = 98\ (m^2)$

Bài 11. Tính diện tích hình bình hành, biết tổng số đo độ dài đáy và và chiều cao là $24cm$, độ dài đáy hơn chiều cao $4cm$.

Hướng dẫn giải

Độ dài đáy của hình bình hành là $(24 + 4) : 2 = 14\ (m)$

Chiều cao cua hình bình hành là $14 - 4 = 10\ (m)$

Diện tích của hình bình hành là $14.10 = 140\ (m^2)$

Bài 12. Một hình bình hành có diện tích bằng $24cm^2$, độ dài đáy là $6cm$. Tính chiều cao của hình bình hành đó.

Hướng dẫn giải

Chiều cao của hình bình hành $24:6=4$ (cm)

Bài 13. Một hình bình hành có diện tích bằng $2m^2$, độ dài đáy bằng $20dm$. Tính chiều cao của hình bình hành đó.

thuvientoanhoc.com

Hướng dẫn giải

Diện tích $2m^2 = 200dm^2$

Chiều cao của hình bình hành $200:20=10$ (dm)

Bài 14. Một hình bình hành có diện tích bằng diện tích hình vuông cạnh $6cm$, chiều cao bằng $4cm$. Tính độ dài đáy của hình đó.

Hướng dẫn giải

Diện tích hình bình hành là $6.6=36m^2$

Dộ dài đáy của hình bình hành là $36:4=9m$

Bài 15. Một mảnh vườn hình bình hành có độ dài đáy bằng $50m$, chiều cao bằng $40m$. Trên mảnh vườn đó người ta trồng các cây bưởi. Cứ $4m^2$ trồng 1 cây bưởi. Hỏi cả mảnh vườn đó trồng được bao nhiêu cây bưởi?

Hướng dẫn giải

Diện tích mảnh vườn: $50.40=2000\,m^2$

Mảnh vườn trồng được cây bưởi là $2000:4=500$ cây

B. Hình thoi

Dạng 1. Nhận biết hình thoi

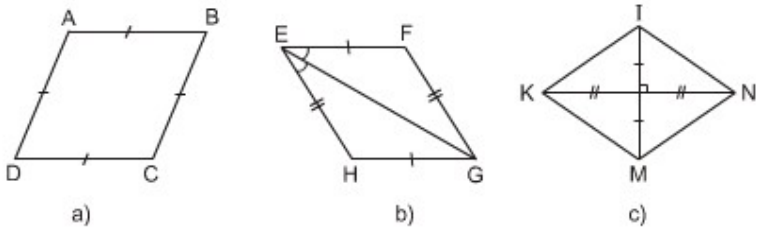
I. Phương pháp giải.

Các dấu hiệu nhận biết hình thoi:

1. Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi
2. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
4. Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

II.Bài toán.

Bài 1. Giải thích vì sao các hình vẽ dưới đây là hình thoi.



a) b) c)

Lời giải

Các tứ giác ở hình 102a, b, c, e là hình thoi.

- Hình 102a: $ABCD$ là hình thoi (theo dấu hiệu nhận biết số 1)
- Hình 102b: EFGH là hình thoi (theo dấu hiệu nhận biết 4)
- Hình 102c: KINM là hình thoi (t

heo dấu hiệu nhận biết 3)

Dạng 2. Cách vẽ hình thoi

thuvientoanhoc.com

I. Phương pháp giải.

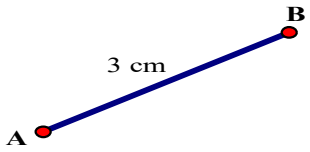
Dựa vào các tính chất của hình thoi để vẽ hình bình thoi.

II. Bài toán.

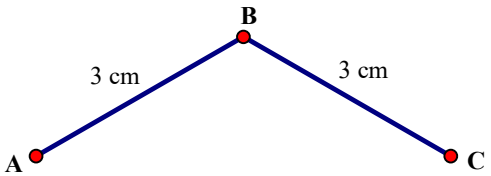
Bài 1. Vẽ hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng $4\ cm$.

Lời giải

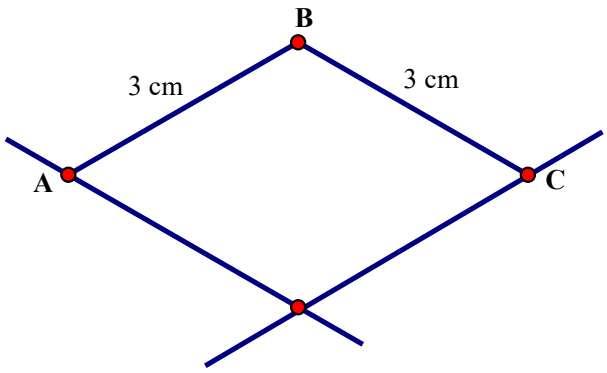
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 4\ cm$.



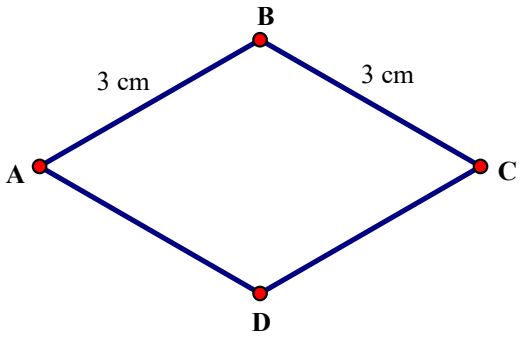
Bước 2. Vẽ đường thẳng đi qua B. Lấy điểm C trên đường thẳng đó sao cho $BC = 4\ cm$.



Bước 3. Vẽ đường thẳng đi qua C và song song với cạnh AB. Vẽ đường thẳng đi qua A và song song với cạnh BC.



Bước 4. Hai đường thẳng này cắt nhau tại D, ta được hình thoi ABCD.



Bài 2. Vẽ hình thoi ABCD biết $AB = 3\ cm$ và $AC = 5\ cm$.

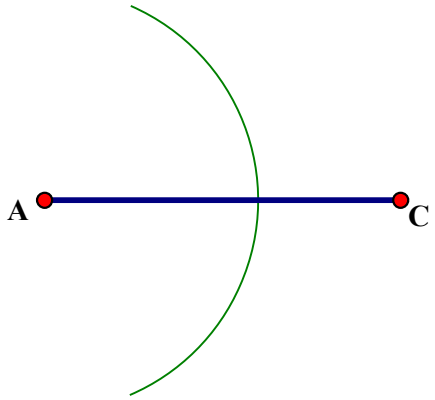
Lời giải

Bước 1. Dùng thước vẽ đoạn thẳng $AC = 5\ cm$.

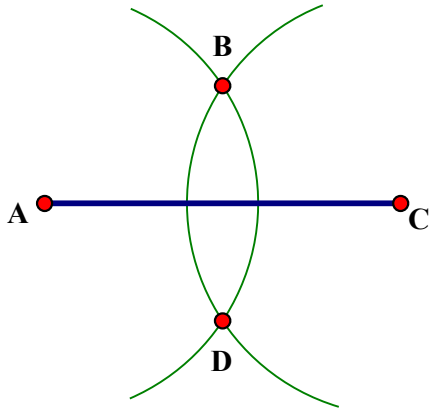


thuvientoanhoc.com

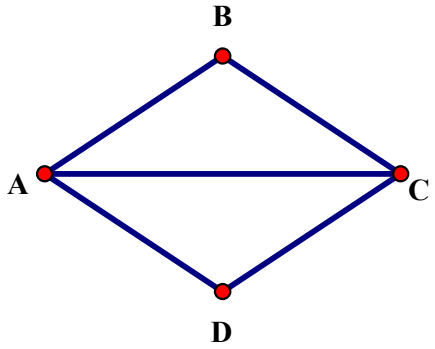
Bước 2. Dùng compa vẽ một phần đường tròn tâm A bán kính $3\ cm$.



Bước 3. Dùng compa vẽ một phần đường tròn tâm C bán kính $3\ cm$, phần đường tròn này cắt phần đường tròn tâm A ở bước 2 tại hai điểm B và D.



Bước 4. Dùng thước vẽ các đoạn thẳng BA, BC, DA, DC. Ta được hình thoi ABCD.



Bài 3. Vẽ hình thoi có cạnh bằng 5 cm.

Lời giải

Cách vẽ tương tự bài 1

Bài 4. Vẽ bằng thước và compa hình thoi EFGH có cạnh EF = 6 cm; EG = 9 cm.

Lời giải

Cách vẽ tương tự bài 2

Dạng 3. Tính chu vi và diện tích hình thoi

I. Phương pháp giải.

Dựa vào công thức tính chu vi và diện tích hình thoi; mối quan hệ giữa các cạnh của hình thoi.

II. Bài toán.

Bài 1. Tính diện tích hình thoi, biết:

a) Độ dài các đường chéo là $30\ cm$ và $7\ cm$.

thuvientoanhoc.com

b) Độ dài các đường chéo là $4\ m$ và $15\ dm$.

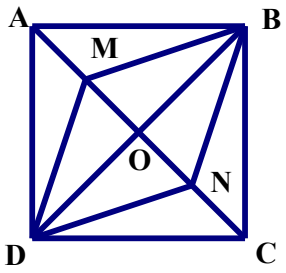
Lời giải

a)Diện tích của hình thoi là: $30.72 = 105(cm^2)$.

b) Đổi 4m = 40dm.

Diện tích của hình thoi là: $40.152 = 300(dm^2)$.

Bài 2: Tính diện tích hình thoi $MBND$ biết $ABCD$ là hình vuông và hai đường chéo của hình vuông $AC = BD = 20\ cm$ (M là điểm chính giữa AO; N là điểm chính giữa OC)



Lời giải

Hai đường chéo hình vuông bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên

$$OA = OC = 20 : 2 = 10(cm)$$

Vì điểm M, N là các điểm chính giữa của OA, OC nên:

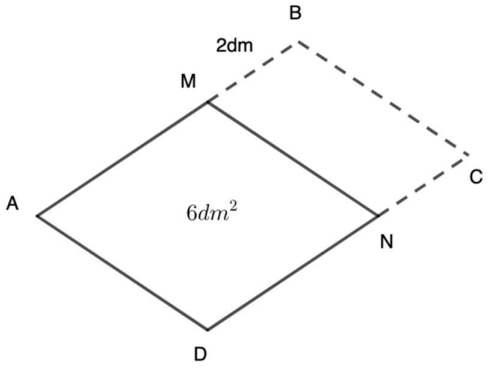
$$OM = ON = OA : 2 = 10 : 2 = 5(cm)$$

Do đó hình thoi $MBND$ có độ dài đường chéo $MN = 2.OM = 2.5 = 10(cm)$

Đường chéo $BD = 20(cm)$

Diện tích hình thoi $MBND$ là $\frac{1}{2}MN.BD = \frac{1}{2}10.20 = 100(cm^2)$

Bài 3. Một miếng bìa hình bình hành có chu vi bằng 2m. Nếu bớt chiều dài đi 2dm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích 6dm^2. Tìm diện tích miếng bài hình bình hành đó.



Lời giải

$AMND$ là hình thoi nên $AM = MN = DN = AD$

$ABCD$ là hình bình hành nên $BC = AD$

$\Rightarrow AM = BC = DN = AD$

thuvientoanhoc.com

Chu vi hình bình hành là:

$AM + BC + DN + AD + MB + NC = 4DN + 2MB = 2m = 20dm$

$\Rightarrow 4DN + 2.2 = 20 \Rightarrow$ 4DN=16 $\Rightarrow$ DN=4(dm)

Gọi h là độ dài đường cao của hình thoi AMND kẻ từ điểm M xuống cạnh DN

$$h = S_{AMND} : DN = 6 : 4 = 1,5(dm)$$

h đồng thời là độ dài đường cao của hình bình hành ABCD

Diện tích hình bình hành là: $S_{ABCD} = CD.h = (4+2).1,5 = 9(dm^2)$

Bài 4. Một mảnh vườn hình thoi có tổng độ dài hai đường chéo là 220 m, biết đường chéo thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường chéo thứ hai

a) Tính diện tích mảnh vườn đó.

b) Người ta dành $\frac{1}{16}$ diện tích mảnh vườn để làm nhà ở và vườn hoa. Tính diện tích để làm nhà ở và vườn hoa.

Lời giải

a) Độ dài đường chéo lớn là $220:(2+3).3 = 132\ (m)$

Độ dài đường chéo nhỏ là $220 - 132 = 88(m)$

Diện tích mảnh vườn là $\frac{1}{2} \cdot 132 \cdot 88 = 5808(m^2)$

b) Diện tích để làm nhà ở và vườn hoa là $\frac{1}{16} \cdot 5808 = 363(m^2)$

Bài 5. Một mảnh vườn hình thoi có tổng hai đường chéo bằng 71 m, đường chéo thứ nhất hơn đường chéo thứ hai 10 m.

a) Tìm độ dài mỗi đường chéo.

b) Tính diện tích mảnh vườn.

c) Trên mảnh đất người ta dành 25% diện tích đất để trồng rau 46,5% diện tích để trồng ngô hỏi diện tích còn lại chiếm bao nhiêu diện tích mảnh vườn?

Lời giải

a) Đường chéo thứ hai của mảnh vườn là $(71-10):2 = 30,5(m)$

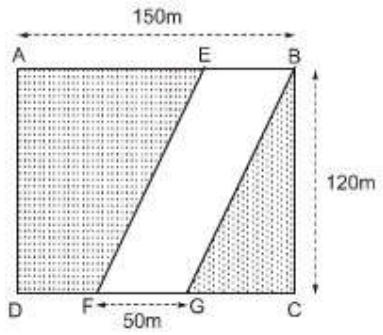
Đường chéo thứ nhất của mảnh vườn là $71 - 30,5 = 40,5(m)$

b) Diện tích mảnh vườn là $\frac{1}{2} \cdot 30,5\ .\ 40,5 = 617,625(m^2)$

c) Số phần trăm diện tích còn lại của mảnh vườn là $100 - (25 + 46,5) = 28,5\%$

Bài 6. Một con đường cắt một đám đất hình chữ nhật với các dữ liệu được cho trên hình 153. Hãy tính diện tích phần con đường EBGF (EF//BG) và diện tích phần còn lại của đám đất.

thuvientoanhoc.com



Hình 153

Lời giải

Con đường hình bình hành EBGF có diện tích: $S_{EBGF} = 50.120 = 6000m^2$

Đám đất hình chữ nhật ABCD có diện tích: $S_{ABCD} = 150.120 = 18000m^2$

Diện tích phần còn lại của đám đất: $S = S_{ABCD} - S_{EBGF} = 18000 - 6000 = 12000m^2$

Bài tập tự luyện:

Bài 7. Tính diện tích hình thoi có cạnh bằng $17cm$, tổng hai đường chéo bằng $46cm$.

Hướng dẫn giải

Độ dài đường chéo bé là $(17-3):2=7(m)$.

Độ dài đường chéo lớn là $7+3=10(m)$.

Diện tích vườn hoa hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 10 = 35(m^2)$.

Bài 8. Tính cạnh của hình thoi có diện tích bằng $24cm^2$, tổng hai đường chéo bằng $14cm$.

Hướng dẫn giải

Độ dài đường chéo bé là $(56-16):2=20(m)$.

Độ dài đường chéo lớn là $20+16=36(m)$.

Diện tích thửa ruộng hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 36 = 360(m^2)$.

Bài 9. Một mảnh vườn hình thoi có tổng độ dài hai đường chéo $120cm$. Tính diện tích mảnh vườn hình thoi; biết rằng đường chéo thứ nhất bằng một nửa độ dài đường chéo thứ hai.

Hướng dẫn giải

Vì đường chéo thứ nhất bằng một nửa đường chéo thứ hai hay đường chéo thứ hai gấp đôi đường chéo thứ nhất.

Tổng số phần bằng nhau là $2+1=3$ (phần).

Độ dài đường chéo thứ nhất là $120:3.1=40(cm)$.

thuvientoanhoc.com

Độ dài đường chéo thứ hai là $120:3.2=80\left(cm\right)$.

Diện tích mảnh vườn hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 80=1600\left(cm^2\right)$

Bài 10. Một mảnh đất hình thoi có đường chéo thứ nhất là $175m$. Độ dài đường chéo thứ hai bằng $\frac{4}{7}$ đường chéo thứ nhất. Người ta sử dụng $\frac{1}{2}$ diện tích mảnh đất ấy để trồng hoa.Tính diện tích trồng hoa.

Hướng dẫn giải

Độ dài đường chéo thứ hai là $175.\frac{4}{7}=100\left(m\right)$.

Diện tích mảnh đất hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 175\cdot 100=8750\left(m^2\right)$.

Diện tích trồng hoa là $\frac{1}{2}\cdot 8750=4375\left(m^2\right)$.

Bài 11. Một hình thoi có độ dài đường chéo thứ nhất bằng cạnh hình vuông có chu vi $200\,m$. Tính diện tích hình thoi đó, biết tổng độ dài hai đường chéo là $120\,m$.

Hướng dẫn giải

Cạnh của hình vuông là $200:4=50\left(m\right)$.

Đường chéo thứ nhất có độ dài bằng cạnh của hình vuông nên bằng $50\,m$.

Độ dài đường chéo thứ hai là $120-50=70\,m$.

Diện tích hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 70.50=1750\left(m^2\right)$.

Bài 12. Một mảnh vườn hình thoi có độ dài hai hai đường chéo là $9\,m$ và $6\,m$. Ở giữa vườn người ta xây một bể cá hình tròn bán kính $1,5\,m$ phần còn lại để trồng hoa . Tính diện tích phần vườn trồng hoa.

Hướng dẫn giải

Diện tích mảnh vườn hình thoi là $\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 6=27\left(m^2\right)$.

Diện tích bể cá hình tròn là $3,14.1,5^2=7,065\left(m^2\right)$.

Diện tích phần vườn trồng hoa là $27-7,065=19,935\left(m^2\right)$.

HẾT

thuvientoanhoc.com