PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN SƠN DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2015-2016
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1.*(4 điểm*)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$

b) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{3}{(1.2)^2}+\frac{5}{(2.3)^2}+\frac{7}{(3.4)^2}+...+\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$

Câu 2.*(4 điểm)*

a) Cho $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0.$ Tính $A=\frac{yz}{x^2}+\frac{xz}{y^2}+\frac{xy}{z^2}$

b) Tìm tất cả các số x, y, z nguyên thỏa mãn: $x^2+y^2+z^2-xy-3y-2z+4=0.$

Câu 3: *(4 điểm)*

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y thì :

A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4 là số chính phương.

b) Cho $a_1, a_2, ..., a_{2016}$ là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3.

Chứng minh rằng: $A=a_1^3+a_2^3+...+a_{2016}^3$ chia hết cho 3.

Câu 4. *(6 điểm)*

Cho điểm M di động trên đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các hình vuông AMCD, BMEF.

a) Chứng minh rằng: AE ⊥ BC.

b) Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh ba điểm D, H, F thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB.

Câu 5. *(2 điểm)*

Cho a;b;c là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$

Tính giá trị của biểu thức: P=$\frac{a^2}{a^2+2bc}+\frac{b^2}{b^2+2ac}+\frac{c^2}{c^2+2ab}$

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm - SBD:.....

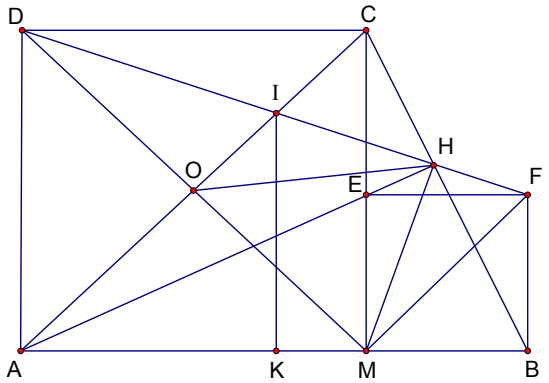
thuvientoanhoc.com

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HUYỆN SƠN DƯƠNG

HƯỚNG DẪN CHẤM THI
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn thi : Toán

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4 điểm)	a 2đ	$x(x+2)(x^2+2x+2)+1=(x^2+2x)(x^2+2x+2)+1$ $=(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1$ $=(x^2+2x+1)^2$ $=(x+1)^4$	0.5 0.5 0.5 0.5
	b 2đ	Ta có : $\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}=\frac{(n+1)^2-n^2}{n^2(n+1)^2}=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$ => B = …=1- $\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$	1 1
Câu 2 (4 điểm)	a 2đ	Ta có $a+b+c=0$ thì $a^3+b^3+c^3=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3=-c^3-3ab(-c)+c^3=3abc$ (vì $a+b+c=0$ nên $a+b=-c$) Theo giả thiết $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0. \Rightarrow \frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}+\frac{1}{z^3}=\frac{3}{xyz}.$ $A=\frac{yz}{x^2}+\frac{xz}{y^2}+\frac{xy}{z^2}=\frac{xyz}{x^3}+\frac{xyz}{y^3}+\frac{xyz}{z^3}$ $=xyz\left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}+\frac{1}{z^3}\right)=xyz.\frac{3}{xyz}=3$	0.5 0.5 0.5 0.5
	b 2đ	$x^2+y^2+z^2-xy-3y-2z+4=0$ <=> $(x^2-xy+\frac{y^2}{4})+(z^2-2z+1)+(\frac{3}{4}y^2-3y+3)=0$ <=> $(x-\frac{y}{2})^2+(z-1)^2+\frac{3}{4}(y-2)^2=0$ Có các giá trị x,y,z là: (1;2;1)	1 0,5 0.5
Câu 3 (4 điểm)	a 2đ	a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y thì A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4 là số chính phương. Ta có A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4 = (x^2 + 5xy + $4y^2$)(x^2 + 5xy + $6y^2$) + y^4 Đặt x^2 + 5xy + $5y^2$ = t (t ∈ Z) thì A = (t - y^2)(t + y^2) + y^4 = t^2 –y^4 + y^4 = t^2 = (x^2 + 5xy + $5y^{2)2}$ V ì x, y, z ∈ Z nên x^2 ∈ Z, 5xy ∈ Z, $5y^2$ ∈ Z ⇒ x^2 + 5xy + $5y^2$ ∈ Z	0.5 0.5 0.5 0.5

thuvientoanhoc.com

		Vậy A là số chính phương.	
	b 2đ	Dễ thấy $a^3-a=a(a+1)(a-1)$ là tích của ba số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3 Xét hiệu $A-(a_1+a_2+...+a_{2016})=(a_1^3+a_2^3+...+a_{2016}^3)-(a_1+a_2+...+a_{2016})$ $=(a_1^3-a_1)+(a_2^3-a_2)+...+(a_{2016}^3-a_{2016})$ chia hết cho 3 Mà $a_1,a_2,...a_{2013}$ là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3. Do vậy A chia hết cho 3.	0.5 0.5 0.5 0.5
Câu 4 (6 điểm)		 	0,5
	a 2đ	$\Delta AME = \Delta CMB$ (c-g-c) $\Rightarrow \angle EAM = \angle BCM$ Mà $\angle BCM + \angle MBC = 90^0 \Rightarrow \angle EAM + \angle MBC = 90^0$ $\Rightarrow \angle AHB = 90^0$ Vậy $AE \perp BC$	1 0,5 0,5
	b 2đ	Gọi O là giao điểm của AC và BD. ΔAHC vuông tại H có HO là đường trung tuyến $\Rightarrow HO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}DM$ $\Rightarrow \Delta DHM$ vuông tại H $\Rightarrow \angle DHM = 90^0$ Chứng minh tương tự ta có: $\angle MHF = 90^0$ Suy ra: $\angle DHM + \angle MHF = 180^0$ Vậy ba điểm D, H, F thẳng hàng.	0,5 0,5 0,5 0,5
	c 1,5đ	Gọi I là giao điểm của AC và DF. Ta có: $\angle DMF = 90^0 \Rightarrow MF \perp DM$ mà $IO \perp DM \Rightarrow IO // MF$ Vì O là trung điểm của DM nên I là trung điểm của DF Kẻ $IK \perp AB$ ($K \in AB$) $\Rightarrow$ IK là đường trung bình của hình thang ABFD $\Rightarrow IK=\frac{AD+BF}{2}=\frac{AM+BM}{2}=\frac{AB}{2}$ (không đổi) Do A, B cố định nên K cố định, mà IK không đổi nên I cố định. Vậy đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB	0,5 0,5 0,5

thuvientoanhoc.com

Câu 5 (2 điểm)		$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2 \Leftrightarrow ab+ac+bc=0$ $\frac{a^2}{a^2+2bc}=\frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc}=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}$ Tương tự: $\frac{b^2}{b^2+2ac}=\frac{b^2}{(b-a)(b-c)}$ $\frac{c^2}{c^2+2ac}=\frac{c^2}{(c-a)c-b)}$ $P=\frac{a^2}{a^2+2bc}+\frac{b^2}{b^2+2ac}+\frac{c^2}{c^2+2ab}$ $=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}-\frac{b^2}{(a-b)(b-c)}+\frac{c^2}{(a-c)(b-c)}$ $=\frac{(a-b)(a-c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)}=1$	0,5 0,5 0,5 0,5

Lưu ý .Học sinh có cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

thuvientoanhoc.com