SỞ GD&ĐT THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG THPT LƯƠNG NGỌC QUYẾN

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 *(2,0 điểm).* Cho hàm số $y=\dfrac{-x+m}{x+2}$ (C_m)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số khi *m=1*.
b) Tìm các giá trị thực của tham số *m* để đường thẳng *d: 2x+2y -1= 0* cắt đồ thị (C_m) tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1 (*O* là gốc toạ độ).

Câu 2 *(1,0 điểm).*

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

b) Tính tích phân: $I=\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0}\dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{3+2x-x^2}}$.

Câu 3 *(2,0 điểm).* Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(2x-1)=2$.

b) $\dfrac{3\sin 2x-2\sin x}{\sin 2x\cos x}=2$.

Câu 4 *(1,0 điểm).*

a) Cho số phức z thỏa mãn: $(2+i)z+\dfrac{1-i}{1+i}=5-i$. Tính mô đun của số phức $w=z+z^2$.

b) Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca hát chào mừng ngày thành lập Quân đội nhân dân Việt Nam(22 tháng 12). Tính xác suất sao cho trong đó có ít nhất một học sinh nữ.

Câu 5 *(1,0 điểm).* Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*, mặt bên *SAB* là tam giác vuông cân tại đỉnh *S* và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp *S.ABC* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *SB* và *AC*.

Câu 6 *(1,0 điểm).* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy,* cho hình vuông *ABCD*. Điểm $F\left(\dfrac{11}{2};3\right)$ là trung điểm của cạnh *AD*. Đường thẳng *EK* có phương trình $19x-8y-18=0$ với *E* là trung điểm của cạnh *AB*, điểm *K* thuộc cạnh *DC* và *KD = 3KC*. Tìm tọa độ điểm *C* của hình vuông *ABCD* biết điểm E có hoành độ nhỏ hơn 3.

Câu 7 *(1,0 điểm).* Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu 8 *(1,0 điểm).* Cho a,b,c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2+1}{4b^2}+\frac{b^2+1}{4c^2}+\frac{c^2+1}{4a^2}\geq\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}.$$

---------- **Hết** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG THPT LƯƠNG NGỌC QUYẾN

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015
MÔN TOÁN

Lưu ý khi chấm bài:

- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.

- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.

- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.

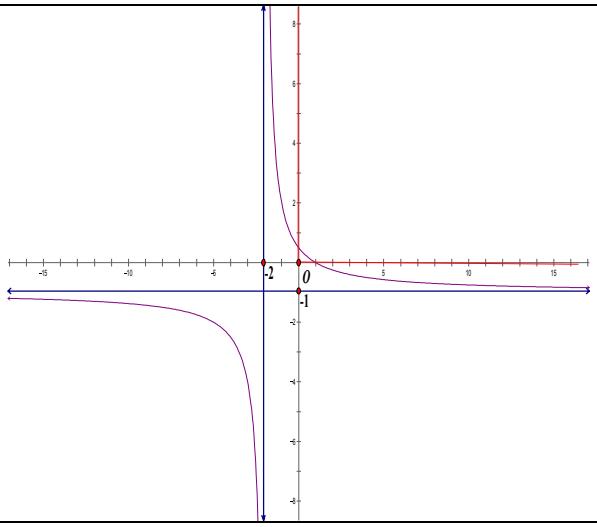
- Học sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.

- Trong lời giải câu 5, nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai hình thì không cho điểm.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

Câu	Nội dung	Điểm
	I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)	
Câu 1	*Cho hàm số* $y=\dfrac{-x+m}{x+2}$ *(C_m)* *a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m=1.* b) *Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: 2x+2y -1= 0 cắt đồ thị (C_m) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác* OAB *có diện tích bằng 1 (O là gốc toạ độ).*	
a. 1,0 **b. 1,0**	a) $y=\dfrac{-x+1}{x+2}$, TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ -Giới hạn : $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$. Đường thẳng y = -1 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} =-\infty$. Đường thẳng x = -2 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số	***0,25***
	-Chiều biến thiên $y'=\dfrac{-3}{(x+2)^2}<0\ \forall x\neq -2$ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$ Hàm số không có cực trị	***0,25***
	Bảng biến thiên x | $-\infty$; -2 ; $+\infty$ y' | $-$; $\|\|$; $-$ y | -1 ↘ $-\infty$ $\|\|$ $+\infty$ ↘ -1	***0,25***
	Đồ thị	

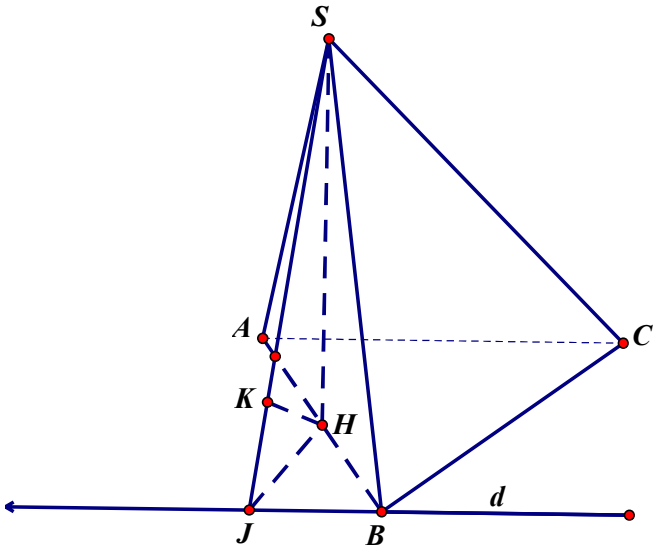
thuvientoanhoc.com

	*Giao với trục Ox tại A(1;0) *Giao với trục Oy tại $B(0;\frac{1}{2})$ * Đồ thị nhận I(-2;-1) giao của hai tiệm cận làm tâm đối xứng  	***0,25***
	b) Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{-x+m}{x+2}=-x+\frac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\2x^2+x+2m-2=0\ \ (1)\end{cases}$ Đường thẳng (d) cắt (C_m) tại 2 điểm A,B $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt $x\neq -2$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=1-8(2m-2)>0\\2.(-2)^2+(-2)+2m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}17-16m>0\\m\neq -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{17}{16}\\m\neq -2\end{cases}$	***0,25***
	$A\left(x_1;-x_1+\frac{1}{2}\right),B\left(x_2;-x_2+\frac{1}{2}\right)$ trong đó x_1; x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1), theo viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-1}{2}\\x_1.x_2=m-1\end{cases}$ $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_1-x_2)^2}=\sqrt{2\left[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2\right]}=\frac{\sqrt{2(17-16m)}}{2}$	***0,25***
	$d(O,d)=\frac{1}{2\sqrt{2}}$; $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB.d(O,d)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2(17-16m)}}{2}=1\Leftrightarrow m=\frac{-47}{16}(t/m)$ Vậy: $m=\frac{-47}{16}$	***0,25***
Câu 2	*a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số* $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$ *trên đoạn* $\left[\frac{1}{2};2\right]$. *b) Tính tích phân:* $I=\int_{-\frac{1}{2}}^{0}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{3+2x-x^2}}$.	
a) 0,5 **b) 0,5**	**a)** Hàm số *f(x)* liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$. +) $f'(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin\left[\frac{1}{2};2\right]\\x=-2\notin\left[\frac{1}{2};2\right]\end{array}\right.$	***0,25***

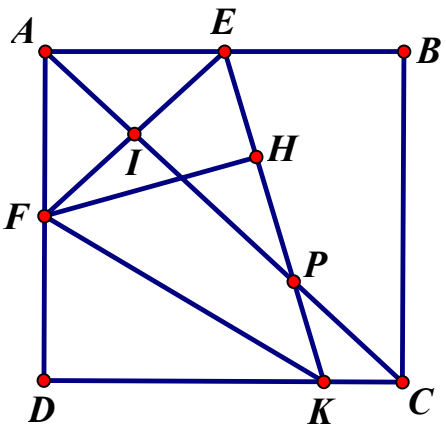
thuvientoanhoc.com

	+) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{6};\ f(2)=\frac{7}{3}$ Vậy: $\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x)=\frac{7}{6}$ khi $x=\frac{1}{2}$; $\max\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x)=\frac{7}{3}$ khi $x=2$.	***0,25***
	b) $I=\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{3+2x-x^2}}=\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{(x+1)(3-x)}}=\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0}\frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{\frac{3-x}{x+1}}}$ Đặt: $t=\sqrt{\frac{3-x}{x+1}}\Rightarrow\frac{dx}{(x+1)^2}=-\frac{1}{2}tdt$. Đổi cận: $x=-\frac{1}{2}\Rightarrow t=\sqrt{7};x=0\Rightarrow t=\sqrt{3}$.	***0,25***
	$I=-\frac{1}{2}\int\limits_{\sqrt{7}}^{\sqrt{3}}dt=\frac{1}{2}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$	***0,25***
Câu 3	*Giải các phương trình sau:* *a)* $\log_3\left(x-1\right)^2+\log_{\sqrt{3}}\left(2x-1\right)=2$ (1). b) $\frac{3\sin 2x-2\sin x}{\sin 2x\cos x}=2$ (2).	
a) 1,0 **b) 1,0**	**a)** Đk: $\begin{cases}x\neq 1\\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$	***0,25***
	$(1)\Leftrightarrow 2\log_3\left\|x-1\right\|+2\log_3\left(2x-1\right)=2\ \Leftrightarrow\log_3\left\|x-1\right\|(2x-1)=\log_3 3$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\left\|x-1\right\|(2x-1)=3$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}<x<1\\ 2x^2-3x+4=0(vn)\end{cases}$ hoac $\begin{cases}x>1\\ 2x^2-3x-2=0\end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy: x=2	***0,25***
	b) ĐK: $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$	***0,25***
	$(2)\Leftrightarrow$ 3sin2x -2sinx = 2sin2x.cosx $\Leftrightarrow$ 2(1- cosx)(sin2x- sinx) =0	***0,25***
	$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\cos x=1\\ \sin 2x=\sin x\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=k2\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3}\end{bmatrix}$	***0,25***
	Đối chiếu với điều kiện Vậy : phương trình có nghiệm $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$	***0,25***
Câu 4	*a) Cho số phức z thỏa mãn:* $(2+i)z+\frac{1-i}{1+i}=5-i$. *Tính mô đun của số phức* $w=z+z^2$ *(3).* *b) Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca hát chào mừng ngày thành lập Quân đội nhân dân*	

thuvientoanhoc.com

	Việt Nam(22 tháng 12). Tính xác suất sao cho trong đó có ít nhất một học sinh nữ.	
a) 0,5 **b) 0,5**	**a)** *(3)* $\Leftrightarrow (2+\mathrm{i})z=5 \Leftrightarrow z=2-\mathrm{i}$	**0,25**
	$w=5-5\mathrm{i} \Rightarrow \lvert w\rvert = 5\sqrt{2}$	**0,25**
	b) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong 35 học sinh của lớp, có $\lvert\Omega\rvert = C_{35}^5$ (cách) Gọi A là biến cố: ‘‘Chọn được 5 học sinh trong đó có ít nhất một em nữ’’ Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: “Chọn được 5 học sinh trong đó không có hs nữ nào” Ta có số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là C_{20}^5	**0,25**
	$P(\overline{A}) = \dfrac{C_{20}^5}{C_{35}^5} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_{20}^5}{C_{35}^5} = \dfrac{2273}{2387} \approx 0,95224$	**0,25**
Câu 5	*Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.*	
1.0	 +) Theo bài ta có: $\begin{cases} SH \perp (ABC) \\ SH = \dfrac{a}{2} \end{cases}$	***0,25***
	+) $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$	***0,25***
	+) Dựng đường thẳng d đi qua B và d // AC $\Rightarrow d(AC,SB) = d(A;(SB,d)) = 2d(H;(SB;d))$ Kẻ đoạn thẳng HJ sao cho $HJ \perp d, J \in d$; Kẻ đoạn thẳng HK sao cho $HK \perp SJ, K \in SJ$ +) $d(H;(SB,d)) = HK$	***0,25***
	$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HJ^2} + \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{28}{3a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ $\Rightarrow d(AC,SB) = 2HK = a\sqrt{\dfrac{3}{7}}$	***0,25***

thuvientoanhoc.com

	Ghi chú : học sinh có thể giải bằng cách tọa độ hóa bài toán	
Câu 6	*Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Điểm* $\mathrm{F}\left(\frac{11}{2};3\right)$ *là trung điểm của cạnh AD. Đường thẳng EK có phương trình* $19\mathrm{x}-8\mathrm{y}-18=0$ *với E là trung điểm của cạnh AB, điểm K thuộc cạnh DC và KD = 3KC. Tìm tọa độ điểm C của hình vuông ABCD biết điểm E có hoành độ nhỏ hơn 3.*	
1.0	 +) Gọi AB=a (a>0) $\Rightarrow \mathrm{S}_{\Delta\mathrm{EFK}}=\mathrm{S}_{\mathrm{ABCD}}-\mathrm{S}_{\Delta\mathrm{AEF}}-\mathrm{S}_{\Delta\mathrm{FDK}}-\mathrm{S}_{\Delta\mathrm{KCBE}}=\frac{5\mathrm{a}^2}{16}$ $\mathrm{S}_{\Delta\mathrm{EFK}}=\frac{1}{2}\mathrm{FH}.\mathrm{EK}$, $\mathrm{FH}=\mathrm{d}(\mathrm{F},\mathrm{EK})=\frac{25}{2\sqrt{17}};\mathrm{EK}=\frac{\mathrm{a}\sqrt{17}}{4}\Rightarrow \mathrm{a}=5$ ABCD là hình vuông cạnh bằng $5\Rightarrow \mathrm{EF}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$	***0,25***
	+) Tọa độ E là nghiệm: $\begin{cases}\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+(y-3)^2=\frac{25}{2}\\ 19x-8y-18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\frac{58}{17}(\text{loai})\end{array}\right.\\ y=\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow E\left(2;\frac{5}{2}\right)$	***0,25***
	+) AC qua trung điểm I của EF và $\mathrm{AC}\perp\mathrm{EF}$ $\Rightarrow$ AC: $7x+y-29=0$ Có : $AC\cap EK=\{P\}\Rightarrow\begin{cases}7x+y-29=0\\ 19-8y-18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{10}{3}\\ y=\frac{17}{3}\end{cases}\Rightarrow P\left(\frac{10}{3};\frac{17}{3}\right)$	***0,25***
	Ta xác định được: $\overrightarrow{IC}=\frac{9}{5}\overrightarrow{IP}\Rightarrow C(3;8)$	***0,25***
Câu 7	*Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng* $(\mathrm{P}):2\mathrm{x}-2\mathrm{y}-\mathrm{z}-4=0$ *và mặt cầu* $(\mathrm{S}):\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2-2\mathrm{x}-4\mathrm{y}-6\mathrm{z}-11=0$. *Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.*	

thuvientoanhoc.com

1,0	Mặt cầu (S) có tâm I(1;2;3), bán kính R=5 $d(I,(P)) = \frac{\lvert 2.1-2.2-3-4\rvert}{\sqrt{4+4+1}} = 3$	***0,25***
	Vì d(I,(P)) <R nên (P) cắt (S) theo đường tròn.	***0,25***
	- Gọi H là hình chiếu của điểm I trên (P) thì H là giao của mp(P) với đường thẳng d qua I, vuông góc với (P). - Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \\ z = 3-t \end{cases}$ $d \cap (P) = \{H\} \Rightarrow H(3;0;2).$	***0,25***
	Bán kính đường tròn là: $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 4$	***0,25***
Câu 8	*Cho a,b,c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:* $\frac{a^2+1}{4b^2} + \frac{b^2+1}{4c^2} + \frac{c^2+1}{4a^2} \geq \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}.$	
1,0	Ta có: $VT = \left(\frac{a^2}{4b^2} + \frac{1}{4b^2}\right) + \left(\frac{b^2}{4c^2} + \frac{1}{4c^2}\right) + \left(\frac{c^2}{4a^2} + \frac{1}{4a^2}\right)$ $\geq \frac{a}{2b^2} + \frac{b}{2c^2} + \frac{c}{2a^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2}\right)$	***0,25***
	Mặt khác: $\frac{a}{b^2} + \frac{1}{a} \geq \frac{2}{b}$; $\frac{b}{c^2} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{c}$; $\frac{c}{a^2} + \frac{1}{c} \geq \frac{2}{a}$ Cộng theo vế các BĐT trên ta được: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ Suy ra:	***0,25***
	$VT \geq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)\right]$	***0,25***
	$VT \geq \frac{1}{4}\left[\frac{4}{a+b} + \frac{4}{b+c} + \frac{4}{c+a}\right] = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = VP$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$	***0,25***

thuvientoanhoc.com