PHÒNG DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI THỤY

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: **Toán 7**

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4,0 điểm)*.

a) Tính $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$

b) Tìm x biết: $\frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$

c) Tìm số tự nhiên x thỏa mãn: $3^x + 4^x = 5^x$

Bài 2 *(3,0 điểm)*.

a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, với a, b, c $\in$ Z. Biết f(-1); f(0); f(1) đều chia hết cho 3. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3.

b) Cho đa thức $B(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^{99} + x^{100}$. Tính giá trị của đa thức B(x) tại $x = \frac{1}{2}$

Bài 3 *(4,0 điểm)*.

a) Cho x, y, z thỏa mãn: $x^2 = yz$, $y^2 = xz$, $z^2 = xy$. Chứng minh rằng: x = y = z

b) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{5z - 6y}{4} = \frac{6x - 4z}{5} = \frac{4y - 5x}{6} \text{ và } 3x - 2y + 5z = 96.$$

Bài 4 *(3,0 điểm)*.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + \sqrt{x} + 1$

b) Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho : $2^a + 7 = |b - 5| + b - 5$.

Bài 5 *(5,0 điểm)*.

Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH.

a) Chứng minh $\Delta DBM = \Delta FMB$

b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng MD + ME có giá trị không đổi.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK = EH. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK.

Bài 6 *(1,0 điểm)*.

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \le a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

------HẾT------

Họ và tên học sinh:……Số báo danh: ……..……

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7 – NĂM HỌC 2015-2016

Bài	Nội dung	Biểu điểm
1	a) Tính $A=\left(\frac{-4}{7}+\frac{2}{5}\right):\frac{2}{3}+\left(\frac{-3}{7}+\frac{3}{5}\right):\frac{2}{3}$ b) Tìm x biết: $\frac{1}{2}:2x=-\frac{1}{3}$ c) Tìm số tự nhiên x thỏa mãn: $3^x+4^x=5^x$	
	a) Tính: $A=\left(\frac{-4}{7}+\frac{2}{5}\right):\frac{2}{3}+\left(\frac{-3}{7}+\frac{3}{5}\right):\frac{2}{3}$ $=\left(\frac{-4}{7}+\frac{2}{5}+\frac{-3}{7}+\frac{3}{5}\right):\frac{2}{3}$ $=\left[\left(\frac{-4}{7}+\frac{-3}{7}\right)+\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)\right]:\frac{2}{3}=0:\frac{2}{3}=0$ Vậy : A = 0	0,5 0,75 0,25
	b) Tìm x: $\frac{1}{2}:2x=-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}x=\frac{-1}{3}$ $x=\frac{-1}{3}:\frac{1}{4}=\frac{-1}{2}.\frac{4}{1}=\frac{-4}{3}$ Vậy $x=\frac{-4}{3}$	0,75 0,5 0,25
	c) Tìm số tự nhiên x thỏa mãn: $3^x+4^x=5^x$ +) Với x = 0, x = 1 thay vào không thỏa mãn +) x =2 thay vào ta được $3^2+4^2=5^2$ (đúng), vậy x = 2 thỏa mãn +) x > 2 $3^x+4^x=5^x\Rightarrow\frac{3^x}{5^x}+\frac{4^x}{5^x}=1\Rightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1$ (*) Với x > 2 ta có $\left(\frac{3}{5}\right)^x<\left(\frac{3}{5}\right)^2;\left(\frac{4}{5}\right)^x<\left(\frac{4}{5}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x<\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2=1$ (vì $\frac{3}{5}<1;\frac{4}{5}<1$) Suy ra x > 2 không thỏa mãn Vậy x =2	0,25 0,25 0,25 0,25
2	a) Cho $f(x)=ax^2+bx+c$, với a, b, c $\in$ Z. Biết f(-1); f(0); f(1) đều chia hết cho 3. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3.	

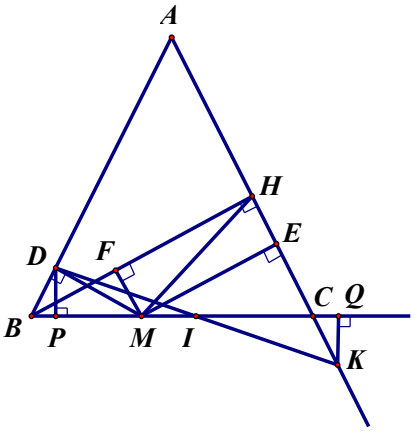
thuvientoanhoc.com

	b) Cho đa thức $B(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^{99} + x^{100}$. Tính giá trị của đa thức B(x) tại $x = \frac{1}{2}$	
	a) Ta có: f(0) = c; f(1) = a + b + c; f(-1) = a - b +c +) $f(0) \vdots 3 \Rightarrow c \vdots 3$ +) $f(1) \vdots 3 \Rightarrow a+b+c \vdots 3 \Rightarrow a+b \vdots 3 \quad (1)$ +) $f(-1) \vdots 3 \Rightarrow a-b+c \vdots 3 \Rightarrow a-b \vdots 3 \quad (2)$ Từ (1) và (2) Suy ra $(a+b)+(a-b) \vdots 3 \Rightarrow 2a \vdots 3 \Rightarrow a \vdots 3$ vì $(2; 3) = 1 \Rightarrow b \vdots 3$ Vậy a , b , c đều chia hết cho 3	0,25 0,5 0,5 0,25
	b) Với $x = \frac{1}{2}$ thì giá trị của đa thức $B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$ $2B = 2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}\right)$ $= 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$ $\Rightarrow 2B = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}) + 2 - \frac{1}{2^{100}}$ $\Rightarrow 2B = B + 2 - \frac{1}{2^{100}}$ $\Rightarrow B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$ Vậy $B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
3	a) Cho x, y, z thỏa mãn: $x^2 = yz$, $y^2 = xz$, $z^2 = xy$. Chứng minh rằng: x = y = z b) Tìm x, y, z biết: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ và $3x - 2y + 5z = 96$.	
	a) TH1: Nếu x = 0 thì y = z = 0 suy ra x = y = z. Tương tự với y; z TH2: x, y, z là các số khác 0 từ $x^2 = yz$, $y^2 = xz$, $z^2 = xy$ $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{x}; \frac{y}{z} = \frac{x}{y}; \frac{z}{x} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = \frac{x+y+z}{y+z+x} = 1 \Rightarrow x = y = z$ Vậy x = y = z (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,25

thuvientoanhoc.com

	b) Từ $\frac{5z-6y}{4}=\frac{6x-4z}{5}=\frac{4y-5x}{6}$ $\Rightarrow \frac{20z-24y}{16}=\frac{30x-20z}{25}=\frac{24y-30x}{36}$ $=\frac{20z-24y+30x-20z+24y-30x}{10+25+36}=0$ $\Rightarrow 20z-24y=30x-20z=24y-30x=0$ $\Rightarrow 20z=24y=30x$ $\Rightarrow 10z=12y=15x$ $\Rightarrow \frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6} \Rightarrow \frac{3x}{12}=\frac{2y}{10}=\frac{5z}{30}=\frac{3x-2y+5z}{12-10+30}=\frac{96}{32}=3$ Giải ra và kết luận : x = 12 ; y = 15 và z = 18	0,25 0,5 0,5 0,5 0,5
4	a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+\sqrt{x}+1$ b) Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho : $2^a+7=\lvert b-5\rvert+b-5$.	
	a) ĐK: $x\geq 0$ Ta có $x\geq 0$; $\sqrt{x}\geq 0\Rightarrow x+\sqrt{x}\geq 0\Rightarrow P=x+\sqrt{x}+1\geq 1$ Dấu "=" xảy ra khi x = 0 (tmđk) Vậy $P_{min}=0$ tại x = 0	0,25 0,5 0,25 0,25
	b) Nhận xét: Với $x\geq 0$ thì $\lvert x\rvert+x=2x$ Với $x<0$ thì $\lvert x\rvert+x=0$. Do đó $\lvert x\rvert+x$ luôn là số chẵn với $\forall x\in Z$. Áp dụng nhận xét trên thì $\lvert b-5\rvert+b-5$ là số chẵn với $b-5\in Z$. Suy ra 2^a+7 là số chẵn $\Rightarrow 2^a$ lẻ $\Leftrightarrow a=0$. Khi đó $\lvert b-5\rvert+b-5=8$ + Nếu b < 5, ta có $-(b-5)+b-5=8\Leftrightarrow 0=8$ (loại) + Nếu $b\geq 5$, ta có $2(b-5)=8\Leftrightarrow b-5=4\Leftrightarrow b=9$ (thỏa mãn) vậy (a; b) = (0; 9)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH. a) Chứng minh ΔDBM = ΔFMB b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng MD + ME có giá trị không đổi. c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK = EH. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK.	
	Vẽ hình và ghi GT, KL	

thuvientoanhoc.com

		0,5
	a) Chứng minh được $\Delta DBM = \Delta FMB$ (ch-gn)	1
	b) Theo câu a ta có: $\Delta DBM = \Delta FMB$ (ch-gn) $\Rightarrow$ MD = BF (2 cạnh tương ứng) (1) +) Chứng minh: $\Delta MFH = \Delta HEM \Rightarrow$ ME = FH (2 cạnh tương ứng) (2) Từ (1) và (2) suy ra: MD + ME = BF + FH = BH BH không đổi $\Rightarrow$ MD + ME không đổi (đpcm)	0,25 0,5 0,5 0,25
	c) Vẽ DP⊥BC tại P, KQ⊥BC tại Q, gọi I là giao điểm của DK và BC +) Chứng minh : BD = FM = EH = CK +) Chứng minh : $\Delta BDP = \Delta CKQ$ (ch-gn) $\Rightarrow$ DP = KQ(cạnh tương ứng) +) Chứng minh : $\widehat{IDP} = \widehat{IKQ} \Rightarrow \Delta DPI = \Delta KQI$ (g-c-g) $\Rightarrow$ ID = IK(đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5
6	Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \le a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$	
	+) $0 \le (a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 \ge 2ab$ Tương tự: $b^2 + c^2 \ge 2bc$; $c^2 + a^2 \ge 2ca$; $\Rightarrow a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 + a^2 \ge 2ab + 2bc + 2ca$ $\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \ge 2(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \ge ab + bc + ca$ (1) +) Theo bất đẳng thức tam giác ta có: a < b + c Nhân cả hai vế với a dương ta được: $a^2 < ab + ac$ Tương tự: $b^2 < ba + bc$; $c^2 < ca + cb$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < ab + ac + ba + bc + ca + cb = 2(ab+bc+ca)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh	0,25 0,25 0,25 0,25

Lưu ý *:*

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.

- Phần hình học, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.

- Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.

thuvientoanhoc.com