UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
Năm học 2013 – 2014
MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 06 câu, trong 01 trang

Câu 1 (3 điểm).

a) Rút gọn biểu thức: $\frac{1}{3-\sqrt{7}}-\frac{1}{3+\sqrt{7}}$

b) Cho biết $a=2+\sqrt{3}$ và $b=2-\sqrt{3}$. Tính giá trị biểu thức: $P=a+b-ab$

c) Rút gọn biểu thức : $Q=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

Câu 2 (4 điểm).

a) Giải phương trình: $\sqrt{5+x}-2x=7$

b) So sánh $\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}$ và $\sqrt{3}-1$

c) Tìm số tự nhiên n sao cho số sau là số chính phương: $n(n+3)$

Câu 3 (4 điểm).

1. Cho hai đường thẳng $y = 6 + 2x$ và $y = 3 - x$.

a. Tìm toạ độ giao điểm M của hai đường thẳng trên.

b. Gọi giao điểm của hai đường thẳng trên với trục hoành theo thứ tự là A và B. Tính diện tích tam giác MAB

2. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $3x^2 + 5y^2 = 345$

Câu 4 (3,5 điểm). Cho biểu thức $P=\frac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}-\frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\geq 0; x\neq 9$)

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P tại $x = 14 - 6\sqrt{5}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Câu 5 (4,0 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh: AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $MA^2 = MD.MB$

c) Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 6 (1,5 điểm). Cho 4 số thực a , b , c ,d thỏa mãn điều kiện: $ac \geq 2.(b+d)$

Chứng minh rằng có ít nhất một trong các bất đẳng thức sau là sai:

$a^2 < 4b$, $c^2 < 4d$

.....&.....

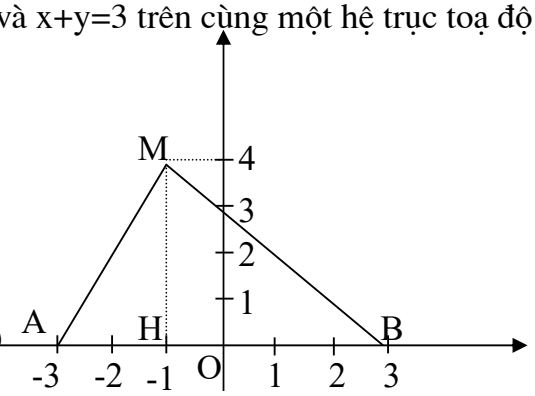
thuvientoanhoc.com

PHÒNG GD&ĐT NHO QUAN

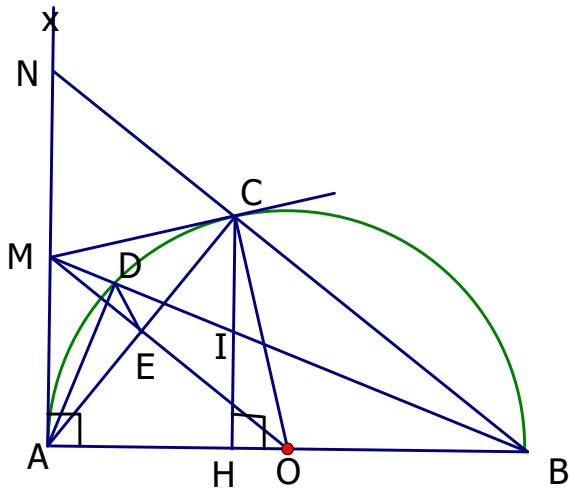
HDC ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS
Năm học 2013 – 2014
MÔN: TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
1 (3.0 điểm)	**a. (1.0 điểm)**	
	$\frac{1}{3-\sqrt{7}}-\frac{1}{3+\sqrt{7}}=\frac{\left(3+\sqrt{7}\right)-\left(3-\sqrt{7}\right)}{\left(3-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)}=\frac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$	**0.5** **0.5**
	b. (1. điểm)	
	Ta có: a + b = $(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$	**0.5**
	a.b $=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}=1$. Suy ra P = 3.	**0.5**
	c. (1. điểm)	
	$Q=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2.3}+\sqrt{2.4}+2\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1+\sqrt{2}$	**1**
2 (4.0 điểm)	**a. (1.5 điểm)**	
	$\sqrt{5+x}-2x=7\Leftrightarrow\sqrt{5+x}=2x+7\Leftrightarrow\begin{cases}2x+7\geq 0\\5+x=(2x+7)^2\end{cases}$	**0.5**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq-\frac{7}{2}\\4x^2+27x+44=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq-\frac{7}{2}\\x=-4;x=-\frac{11}{4}\end{cases}$	**0.75**
	$\Rightarrow x=-\frac{11}{4}$	**0.25**
	b. (1.0 điểm) $\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}=\sqrt{5-(2\sqrt{3}+1)}=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1$	**0.75**
	Vậy hai số này bằng nhau	**0.25**

thuvientoanhoc.com

	c. (1.5 điểm)	
	Đặt $n(n+3) = a^2$ $(n \in N) \Rightarrow n^2 + 3n = a^2 \Leftrightarrow 4n^2 + 12n = 4a^2$ $\Leftrightarrow (4n^2 + 12n + 9) - 9 = 4a^2 \Leftrightarrow (2n + 3)^2 - 4a^2 = 9 \Leftrightarrow (2n + 3 + 2a)(2n + 3 - 2a) = 9$ Nhận xét thấy $2n + 3 + 2a > 2n + 3 - 2a$ và chúng là những số nguyên dương, nên ta có thể viết $(2n + 3 + 2a)(2n + 3 - 2a) = 9.1$ $\Leftrightarrow$ $2n + 3 + 2a = 9$ $\Leftrightarrow$ $n = 1$ và $2n + 3 - 2a = 1$ $\Leftrightarrow$ $a = 2$	**0.75** **0.25** **0.5**
3 (4,0 điểm)	**1. (2.5 điểm)**	
	a. Toạ độ giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x - y = -6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ Toạ độ điểm M(-1; 4)	**0.75** **0.25**
	b. Vẽ hai đường thẳng 2x-y=-6 và x+y=3 trên cùng một hệ trục toạ độ $S_{MAB} = \frac{1}{2}.MH.AB$ $MH = \|4\| = 4$ (đơn vị dài) $AB = \|-3\| + \|3\| = 6$ (đơn vị dài) $S_{MAB} = \frac{1}{2}.4.6 = 12$ (đơn vị diện tích) 	**0.5** **0.5** **0.5**
	2. (1.5 điểm)	
	Ta có $3x^2 = -5y^2 + 345$ $3x^2 = 5(69 - y^2)$ Ta thấy vế phải chia hết cho 5 thì vế trái chia hết cho 5 $\Rightarrow 3x^2$ chia hết cho 5 => x^2 chia hết cho 5 => x chia hết cho 5 Mà $x \le 10$ nên x= 5 hoặc x= 10 * Nếu x = 5 ta có $3.5^2 = -5y^2 + 345$ $\Leftrightarrow 5y^2 = 270$ $\Rightarrow y = \sqrt{54}$ không thỏa mãn * Nếu x = 10 => $3.10^2 + 5y^2 = 345$ $5y^2 = 45 \Rightarrow y = 3$ thỏa mãn Vậy x = 10 ; y = 3 là nghiệm của hệ phương trình	**0. 5** **0. 5** **0. 5**

thuvientoanhoc.com

4 (3.5 điểm)	**a)** $P = \dfrac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \dfrac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ $= \dfrac{x\sqrt{x}-3-2(\sqrt{x}-3)^2-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)}$ $= \dfrac{x\sqrt{x}-3-2x+12\sqrt{x}-18-x-3\sqrt{x}-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)}$ $= \dfrac{x\sqrt{x}-3x+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{\sqrt{x}(x+8)-3(x+8)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{x+8}{\sqrt{x}+1}$	**0,5** **0,5** **0,5**
	b) $x = 14 - 6\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 - 2.3.\sqrt{5} + 9 = (\sqrt{5}-3)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 - \sqrt{5}$ Khi đó $P = \dfrac{14-6\sqrt{5}+8}{3-\sqrt{5}+1} = \dfrac{22-6\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} = \dfrac{58-2\sqrt{5}}{11}$	**0,5** **0,5**
	c) $P = \dfrac{x+8}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{x-1+9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1+\dfrac{9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1+\dfrac{9}{\sqrt{x}+1} - 2 \geq 2\sqrt{9} - 2 = 4$ (áp dụng BĐT CôSi cho 2 số dương $\sqrt{x}+1; \dfrac{9}{\sqrt{x}+1}$) Dấu"=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \dfrac{9}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow$ x = 4 (thỏa mãn điều kiện) Vậy min P = 4, đạt được khi x = 4.	**0,5** **0,5**
5 (4.0 điểm)		
	a) (1,5 điểm) $\widehat{ADB} = 90^0$ vì C $\in$ (O; $\dfrac{AB}{2}$) $\Rightarrow \widehat{ADM} = 90^0$ (1) Lại có: OA = OC = R; MA = MC (tính chất tiếp tuyến).	**0.5**

thuvientoanhoc.com

	Suy ra OM là đường trung trực của AC $\Rightarrow \widehat{AEM} = 90^0$ (2). Từ (1) và (2) suy ra MADE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MA.	**0,5** **0,5**
	b) (1.0 điểm) Xét ΔMAB vuông tại A có AD ⊥ MB, suy ra: $MA^2 = MB.MD$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)	**1**
	c) (1.5 điểm) Kéo dài BC cắt Ax tại N, ta có vì C ∈ $(O;\frac{AB}{2})$ $\Rightarrow \widehat{ACN} = 90^0$, suy ra ΔACN vuông tại C. Lại có MC = MA nên suy ra được MC = MN, do đó MA = MN (5). Mặt khác ta có CH // NA (cùng vuông góc với AB) nên theo định lí Ta-lét thì $\frac{IC}{MN} = \frac{IH}{MA}\left(= \frac{BI}{BM}\right)$ (6) với I là giao điểm của CH và MB. Từ (5) và (6) suy ra IC = IH hay MB đi qua trung điểm của CH.	**0.5** **0,5** **0,5**
6 (1.5 điểm)	**1. (1.5 điểm)** Giả sử 2 bất đẳng thức : $a^2 < 4b$, $c^2 < 4d$ đều đúng khi đó cộng các vế ta được $a^2 + c^2 < 4(b+d)$ (1) **0,25đ** Theo giả thiết ta có 4(b+d) ≤ 2ac (2) **0,25đ** Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^2 + c^2 < 2ac$ hay $(a-c)^2 < 0$ (vô lý) **0,5đ** Vậy trong 2 bất đẳng thức $a^2 < 4b$ và $c^2 < 4d$ có ít nhất một các bất đẳng thức sai **0,5đ**	

Chú ý: *1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.*

2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thi giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.

3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

----------Hết----------

thuvientoanhoc.com