SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn thi: **TOÁN – CHUYÊN**
Thời gian làm bài: 120 phút
Khóa thi ngày: 9, 10, 11/6/2021

Câu 1. ***(2,0 điểm)*** Tính giá trị biểu thức: $A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$.

Câu 2. ***(2,0 điểm)*** Cho $B=2+2^2+2^3+2^4+...+2^{2021}+2^{2022}$. Chứng minh rằng $B+2$ không phải là số chính phương.

Câu 3. ***(2,5 điểm)*** Cho tam giác ABC, đường cao AH $(H\in BC)$. Biết $BC-AB=2cm$, $AC=10cm$ và $\widehat{CAH}=30^0$. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 4. ***(2,0 điểm)*** Cho a,b,c là các số nguyên thỏa mãn $a+b+20c=c^3$. Chứng minh rằng $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 6.

Câu 5. ***(2,0 điểm)*** Trường THCS X có 60 giáo viên. Tuổi trung bình của tất cả thầy giáo và cô giáo là 42 tuổi. Biết rằng tuổi trung bình của các thầy giáo là 50, tuổi trung bình của các cô giáo là 38. Hỏi trường THCS X có bao nhiêu thầy giáo, bao nhiêu cô giáo?

Câu 6. ***(1,5 điểm)*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{2x-y-3}+x^2-9=0\\ y^2-2xy+9=0.\end{cases}$

Câu 7. ***(2,0 điểm)*** Cho phương trình: $x^2+(m-1)x-m^2-2=0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu thỏa mãn $2|x_1|-|x_2|=4$ (biết $x_1<x_2$).

Câu 8. ***(2,5 điểm)*** Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC và đường tròn $(A;AB)$ chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là E (E khác B). Tia CE cắt AD tại điểm F. Chứng minh rằng F là trung điểm của AD.

Câu 9. ***(1,5 điểm)*** Cho a, b, c là các số dương và $a+b+c=6$. Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức: $P=\dfrac{a^3}{a^2+4ab+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+4bc+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+4ca+a^2}$.

Câu 10. ***(2,0 điểm)*** Cho hình bình hành $ABCD$ có $\widehat{BAD}>90^0$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Đường trung tuyến kẻ từ C của tam giác ABC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại K. Chứng minh rằng bốn điểm K, H, D, C cùng thuộc một đường tròn.

---------- HẾT ----------

Họ tên thí sinh:……Số báo danh:……...
Giám thị 1:……Ký tên……Giám thị 2: ……Ký tên:……...

thuvientoanhoc.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LÂM ĐỒNG

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn thi: **TOÁN – CHUYÊN**

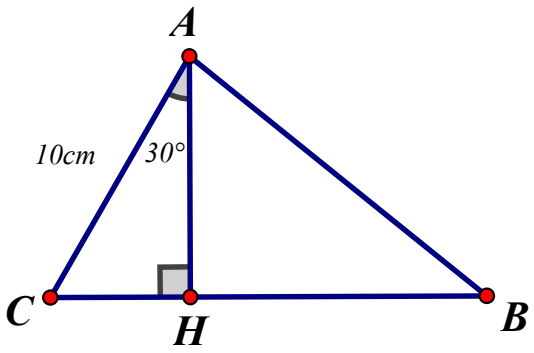
(Hướng dẫn chấm gồm có 06 trang)

Khóa thi ngày: 9, 10, 11/6/2021

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ CHÍNH THỨC

CÂU	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Câu 1 (2,0 điểm)	Tính giá trị biểu thức: $A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$.	
	- Lập luận : $A<0$	0,5 điểm
	$A^2=\left(\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}\right)^2$	0,5 điểm
	$=8-2\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}.\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$	
	$=8-2\sqrt{6+2\sqrt{5}}=8-2.\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}$	
	$=8-2(\sqrt{5}+1)=6-2\sqrt{5}=(\sqrt{5}-1)^2$	0,5 điểm
	$\Rightarrow A=1-\sqrt{5}.$	0,5 điểm
Câu 2 (2,0 điểm)	***Cho*** $B=2+2^2+2^3+2^4+...+2^{2021}+2^{2022}$***. Chứng minh rằng*** $B+2$ ***không phải là số chính phương***.	
	- Biến đổi: $B=2+2^2+2^3+2^4+...+2^{2021}+2^{2022}$ $\Leftrightarrow 2B=2\left(2+2^2+2^3+2^4+...+2^{2021}+2^{2022}\right)$ $\Leftrightarrow 2B=2^2+2^3+...+2^{2022}+2^{2023}$	0,5 điểm
	- Tính được: $2B-B=2^{2023}-2\Leftrightarrow B=2^{2023}-2$	0,5 điểm
	- Tính được: $B+2=2^{2023}-2+2=2^{2023}$	0,5 điểm
	- Lập luận được: Vì 2^{2023} là lũy thừa với số mũ lẻ nên 2^{2023} không là số chính phương. Vậy $B+2$ không là số chính phương	0,5 điểm

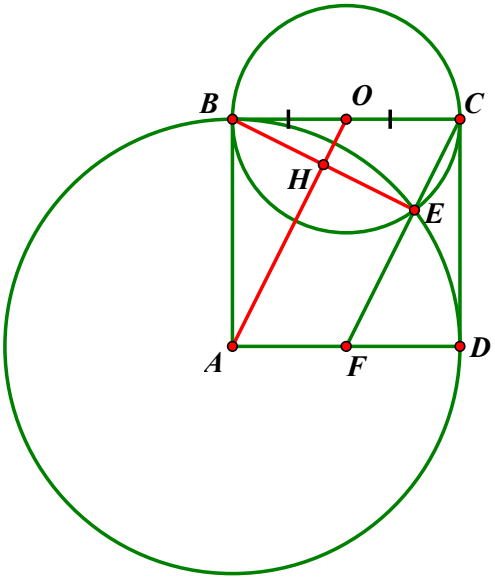
thuvientoanhoc.com

Câu 3 (2,5 điểm)	***Cho tam giác*** ABC, ***đường cao*** AH $(H \in BC)$. ***Biết*** $AC = 10cm$, $BC - AB = 2cm$ ***và*** $\widehat{CAH} = 30^0$. ***Tính diện tích tam giác*** ABC.	
		
	- Tính được: $CH = AC.\sin 30^0 = 5cm$ $AH = AC.\cos 30^0 = 5\sqrt{3}cm$	0,5 điểm
	- Viết được: $AB^2 - HB^2 = AH^2$ $AB^2 - (BC-5)^2 = (5\sqrt{3})^2$	0,5 điểm
	- Lập luận : $BC - AB = 2cm \Rightarrow AB = BC - 2$	0,5 điểm
	$\Rightarrow (BC-2)^2 - (BC-5)^2 = 75$ $\Leftrightarrow (BC-2+BC-5)(BC-2-BC+5) = 75$	0,5 điểm
	- Tính được: $BC = 16\,\text{cm}$	
	- Vậy $S_{ABC} = \dfrac{AH.BC}{2} = \dfrac{5\sqrt{3}.16}{2} = 40\sqrt{3}\ (cm^2)$	0,5 điểm
Câu 4 (2,0 điểm)	***Cho*** a,b,c ***là các số nguyên thỏa mãn*** $a+b+20c = c^3$. ***Chứng minh rằng*** $a^3+b^3+c^3$ ***chia hết cho*** 6.	
	- Biến đổi được: $a+b+20c = c^3 \Leftrightarrow a+b+c = c^3 - c - 18c$ $\Leftrightarrow a+b+c = c(c-1)(c+1) - 18c$	0,5 điểm
	- Chứng minh được: $\Leftrightarrow a+b+c = c(c-1)(c+1) - 18c \vdots 6$	0,5 điểm
	- Mặt khác: $a^3+b^3+c^3-(a+b+c)$ $= (a-1)a(a+1) + (b-1)b(b+1) + (c-1)c(c+1) \vdots 6$	0,5 điểm
	- Lập luận kết luận $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 6	0,5 điểm

thuvientoanhoc.com

Câu 5 (2,0 điểm)	***Trường THCS X có 60 giáo viên. Tuổi trung bình của tất cả thầy giáo và cô giáo là 42 tuổi. Biết rằng tuổi trung bình của các thầy giáo là*** 50, ***tuổi trung bình của các cô giáo là*** 38. ***Hỏi trường THCS X có bao nhiêu thầy giáo, bao nhiêu cô giáo?***	
	- Gọi x *và* y lần lượt là số cô giáo và số thầy giáo của trường THCS X $\left(x,y\in N^*;x,y<60\right)$ - Lập luận được pt: $x+y=60$ - Lập luận được pt: $\dfrac{38x+50y}{60}=42$ - Giải hệ pt: $\begin{cases}x+y=60\\ \dfrac{38x+50y}{60}=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=40\\ y=20\end{cases}$ - Trả lời: Cô giáo : 40 , thầy giáo : 20	0,5 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm
Câu 6 (1,5 điểm)	***Giải hệ phương trình:*** $\begin{cases}\sqrt{2x-y-3}+x^2-9=0\ (1)\\ y^2-2xy+9=0.\qquad (2)\end{cases}$	
	- Điều kiện $2x-y-3\ge 0$, - Phương trình (2) $\Leftrightarrow \left(y-x\right)^2=x^2-9$ - Phương trình $(1)\Leftrightarrow\sqrt{2x-y-3}+\left(y-x\right)^2=0$ $\Rightarrow\begin{cases}2x-y-3=0\\ y-x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=x\end{cases}$ - Kiểm tra điều kiện và kết luận hệ phương trình có nghiệm $(3;3)$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm
Câu 7 (2,0 điểm)	***Cho phương trình:*** $x^2+\left(m-1\right)x-m^2-2=0$ ***(*) (*** x ***là ẩn,*** m ***là tham số). Tìm giá trị của*** m ***để phương trình có hai nghiệm trái dấu thỏa mãn*** $2\left\|x_1\right\|-\left\|x_2\right\|=4$ ***(biết*** $x_1<x_2$***).***	
	- Lập luận được phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu thì $P<0$ $ac=1.\left(-m^2-2\right)<0$ nên phương trình có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị m. - Do phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt trái dấu và $x_1<x_2$ Suy ra $x_1<0,\ x_2>0\Rightarrow\left\|x_1\right\|=-x_1,\left\|x_2\right\|=x_2$ do đó từ gt: $2\left\|x_1\right\|-\left\|x_2\right\|=4\Rightarrow -2x_1-x_2=4\ (1)$	0,5 điểm 0,5 điểm

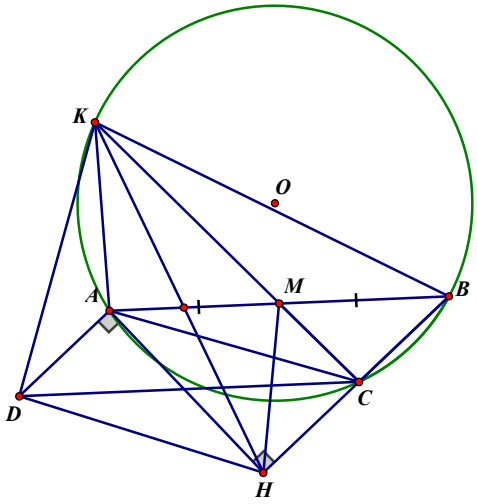
thuvientoanhoc.com

	- Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \ \ (2) \\ x_1.x_2 = -m^2 - 2 \ (3) \end{cases}$	0,25 điểm
	- Giải hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \ \ (2) \\ -2x_1 - x_2 = 4 \ \ (1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m - 5 \\ x_2 = 6 - 2m \end{cases}$ Mà $x_1 < 0 < x_2$ nên ta được $m < 3$.	0,25 điểm
	- Thay $x_1 = m - 5$, $x_2 = 6 - 2m$ vào (3) ta được phương trình:	0,25 điểm
	$(m-5)(6-2m) = -m^2 - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = 14 \end{array}\right.$.	0,25 điểm
	- Kết hợp $m < 3$ ta được $m = 2$ thỏa yêu cầu bài toán.	
Câu 8 (2,5 điểm)	***Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC và đường tròn $(A;AB)$ chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là E (E khác B). Tia CE cắt AD tại điểm F. Chứng minh rằng F là trung điểm của AD.***	
		
	- Kẻ đoạn nối tâm OA và dây chung BE $\Rightarrow OA \perp BE$	0,5 điểm
	- Chứng minh được: $BE \perp CF$	0,5 điểm
	- Chứng minh được: $OA // CF$	0,5 điểm
	- Chứng minh được tứ giác $AOCF$ là hình bình hành $\Rightarrow OC = FA$.	0,5 điểm
	- Lập luận: từ $OC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2} \Rightarrow AF = \frac{AD}{2} \Rightarrow F$ là trung điểm của AD.	0,5 điểm

thuvientoanhoc.com

Câu 9 (1,5 điểm)	***Cho*** a, b, c ***là các số dương và*** $a+b+c=6$. ***Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức:*** $P=\dfrac{a^3}{a^2+4ab+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+4bc+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+4ca+a^2}.$	
	Với $a,b>0$, ta chứng minh $\dfrac{a^3}{a^2+b^2}\ge a-\dfrac{b}{2}$. - Áp dụng: $(a-b)^2\ge 0\Leftrightarrow a^2+b^2\ge 2ab\Leftrightarrow \dfrac{-1}{a^2+b^2}\ge\dfrac{-1}{2ab}$ Khi đó: $\dfrac{a^3}{a^2+b^2}=\dfrac{a(a^2+b^2)-ab^2}{a^2+b^2}=a-\dfrac{ab^2}{a^2+b^2}\ge a-\dfrac{ab^2}{2ab}=a-\dfrac{b}{2}$ $\Rightarrow \dfrac{b^3}{b^2+c^2}\ge b-\dfrac{c}{2}\ ;\dfrac{c^3}{c^2+a^2}\ge c-\dfrac{a}{2}$ Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có: $\dfrac{a^3}{a^2+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+a^2}\ge\dfrac{a+b+c}{2}$ - Áp dụng: $(a-b)^2\ge 0\Leftrightarrow 2(a^2+b^2)\ge 4ab$ Ta có: $\dfrac{a^3}{a^2+4ab+b^2}\ge\dfrac{a^3}{a^2+2(a^2+b^2)+b^2}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3}{a^2+b^2};$ $\dfrac{b^3}{b^2+4bc+c^2}\ge\dfrac{b^3}{b^2+2(b^2+c^2)+c^2}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{b^3}{b^2+c^2};$ $\dfrac{c^3}{c^2+4ac+a^2}\ge\dfrac{c^3}{c^2+2(c^2+a^2)+a^2}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{c^3}{c^2+a^2}$ Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có: $\dfrac{a^3}{a^2+4ab+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+4bc+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+4ca+a^2}$ $\ge\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{a^3}{a^2+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+a^2}\right)\ge\dfrac{a+b+c}{6}=1$ -Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 1, dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=2.$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
Câu 10	***Cho hình bình hành*** $ABCD$ ***có*** $\widehat{BAD}>90^0$***.Gọi*** H ***là chân***	

thuvientoanhoc.com

(2,0 điểm)	***đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Đường trung tuyến kẻ từ C của tam giác ABC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại K. Chứng minh rằng bốn điểm K, H, D, C cùng thuộc một đường tròn.***	
	 Gọi M là trung điểm AB. Để chứng minh bốn điểm K, H, D, C cùng thuộc một đường tròn, ta đi chứng minh $\widehat{DKH} = \widehat{DCH}$. - Chứng minh được: $\widehat{DCH} = \widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ *Khi đó ta đi chứng minh $\widehat{DKA} = \widehat{HKM}$.* *Bài toán được hoàn thành nếu ta chứng minh được tam giác DKA đồng dạng tam giác HKM.* - Chứng minh được: $\widehat{KAD} = \widehat{KMH}$ Ta có: $\widehat{KAD} = \left(180° - \widehat{KAC}\right) + \left(180° - \widehat{DAC}\right) = \widehat{KBC} + \widehat{ACH}$ mà $\widehat{KMH} = \widehat{MHC} + \widehat{MCH} = \widehat{MBC} + \widehat{MCA} + \widehat{ACH} = \widehat{KBC} + \widehat{ACH}$ Suy ra $\widehat{KAD} = \widehat{KMH}$ (1) - Chứng minh được: $\Delta KMA \# \Delta BMC$ $\Rightarrow \frac{KA}{KM} = \frac{BC}{BM} = \frac{AD}{MH} \Rightarrow \frac{AK}{AD} = \frac{MK}{MH}$ (2) - Từ (1) và (2) suy ra $\Delta DKA \# \Delta HKM \Rightarrow \widehat{DKA} = \widehat{HKM}$ Mà $\widehat{DKH} = \widehat{DKA} + \widehat{AKH} = \widehat{HKM} + \widehat{AKH} = \widehat{AKC}$ $\Rightarrow \widehat{DKH} = \widehat{DCH}$ Và kết luận bốn điểm K, H, D, C cùng thuộc một đường tròn.	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

(Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng giám khảo phân bước cho điểm tương ứng)

thuvientoanhoc.com

……Hết…….

thuvientoanhoc.com