UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Năm học 2014 - 2015
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm 5 câu trong 01 trang)

Câu I (5,0 điểm).

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $M=\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

b) $N=\dfrac{\sqrt{10+3\sqrt{11}}}{2\sqrt{2}}$

2. Cho biểu thức $A=\dfrac{2x^2+4}{1-x^3}-\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0,\ x\ne 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Câu II (4,0 điểm).

1. Cho hàm số bậc nhất $y=(1-3m)x+5m^2-2$ **(1)** và đường thẳng d: $y=2x+3$.

a) Tìm giá trị của tham số m để hàm số **(1)** là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(1-3m)x+5m^2-2$ và đường thẳng d cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

c) Tìm trên đường thẳng d những điểm có tọa độ thoả mãn đẳng thức $x^2+y^2-2xy-4=0$.

2. Giải phương trình $\sqrt{x+\sqrt{2x-5}-2}+\sqrt{x-3\sqrt{2x-5}+2}=2\sqrt{2}$.

Câu III (4,0 điểm).

1. Cho m là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a) m^5-m chia hết cho 30.

b) Biểu thức $P=\dfrac{m^5}{30}+\dfrac{m^3}{6}+\dfrac{m^2}{2}-\dfrac{7m}{10}$ là một số nguyên.

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2y+xy-2x^2-3x+4=0$.

Câu IV (5,5 điểm).

Cho tam giác ABC cân tại A và nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AE,BF,CG cắt nhau tại H $(E\in BC,F\in AC,G\in AB)$.

1. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm A,F,H,G cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đi qua 4 bốn điểm A,F,H,G.

b) $AG.AC=AH.AE$.

c) EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.

2. Đặt $\widehat{EIF}=\alpha,\ \widehat{IEF}=\beta$. Tính $T=c\cos^6\alpha+c\cos^6\beta+3\sin^2\alpha\sin^2\beta$.

Câu V (1,5 điểm).

Cho a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c\le\dfrac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=a+b+c+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$.

……**Hết**…….

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

HD VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2014 - 2015
Hướng dẫn chấm gồm : 04 trang

I) HƯỚNG DẪN CHUNG.

- Thí sinh làm bài theo cách khác đáp án, nếu đúng thì cho điểm tương đương.
- Việc chi tiết điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải được thống nhất trong Hội đồng chấm. Bài hình nếu hình vẽ không khớp với CM, hoặc không vẽ hình thì không chấm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

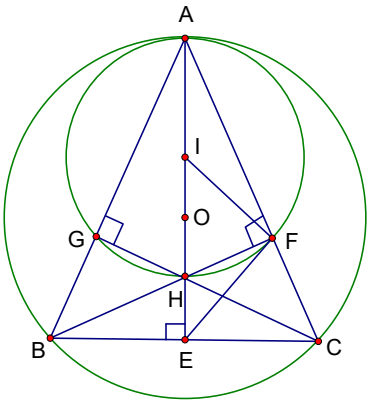
II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I (5,0đ)		
1a (1,0 điểm)	$M=\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}$	**0,25**
	$=\left\|\sqrt{3}-1\right\|+\sqrt{3}+1$	**0,25**
	$\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1$ ($vì\ \sqrt{3}>1$)	**0,25**
	$=2\sqrt{3}$	**0,25**
1b (1,0 điểm)	$N=\dfrac{\sqrt{10+3\sqrt{11}}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{10+3\sqrt{11}}{2}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{20+6\sqrt{11}}{4}}$	**0,5**
	$=\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{\left(3+\sqrt{11}\right)^2}}{\sqrt{4}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\left\|3+\sqrt{11}\right\|}{2}=\dfrac{3+\sqrt{11}}{4}$	**0,5**
2 (3,0 điểm)	a) $A=\dfrac{2x^2+4}{1-x^3}-\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}=\dfrac{2x^2+4}{1-x^3}-\left(\dfrac{1-\sqrt{x}+1+\sqrt{x}}{1-x}\right)$	**0,5**
	$=\dfrac{2x^2+4}{1-x^3}-\dfrac{2}{1-x}=\dfrac{2x^2+4-2\left(1+x+x^2\right)}{\left(1-x\right)\left(1+x+x^2\right)}$	**0,5**
	$=\dfrac{2\left(1-x\right)}{\left(1-x\right)\left(1+x+x^2\right)}=\dfrac{2}{1+x+x^2}.$	**0,5**
	b) Với $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne 1\end{cases}$ thì $A=1+x+x^2\ge 1\Rightarrow A=\dfrac{2}{1+x+x^2}\le 2.$	**0,5**
	$A=2$ khi $x=0.$	**0,25**
	Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 2 khi $x=0.$	**0,25**
Câu II (4,0đ)		
1 (2,5đ)	a) Hàm số bậc nhất $y=\left(1-3m\right)x+5m^2-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}\ \Leftrightarrow 1-3m>0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow 3m<1\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{3}.$	**0,25**
	b) Đường thẳng $y=2x+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $3\Rightarrow x=0$ ta được $(0;3)\in Oy$	**0,25**
	Để đồ thị hàm số (1) và đường thẳng d cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung thì tọa độ $(0;3)$ thỏa mãn (1), ta có $(1-3m).0+5m^2-2=3\Leftrightarrow 5m^2=5\ \Leftrightarrow m^2=1$	**0,5**
	$\Leftrightarrow m=\pm 1$. Vậy $m=\pm 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	**0,25**
	c) Thay $y=2x+3$ vào đẳng thức ta được: $x^2+(2x+3)^2-2x(2x+3)-4=0$	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow x^2+6x+5=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+5)=0 \Leftrightarrow x=-1\ (\Rightarrow y=1),\ x=-5\ (\Rightarrow y=-7)$.	**0,5**
	Những điểm có toạ độ thoả mãn đẳng thức $x^2+y^2-2xy-4=0$ là $(-1;1)$ và $(-5;-7)$.	**0,25**
2 (1,5đ)	ĐK: $x \ge \frac{5}{2}$	**0,25**
	PT $\Leftrightarrow \sqrt{2x+2\sqrt{2x-5}-4}+\sqrt{2x-6\sqrt{2x-5}+4}=4$ $\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{2x-5}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{2x-5}-3)^2}=4$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \sqrt{2x-5}+1+\left\|\sqrt{2x-5}-3\right\|=4$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left\|\sqrt{2x-5}-3\right\|=3-\sqrt{2x-5}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow 3-\sqrt{2x-5}\ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-5}\le 3$	**0,25**
	$\Rightarrow 2x-5\le 9 \Leftrightarrow 2x\le 14 \Leftrightarrow x\le 7$	**0,25**
	Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm phương trình là $\frac{5}{2}\le x\le 7$	**0,25**
Câu III (4,0đ)		
1a (2,0 điểm)	C = $m^5-m=m(m^4-1)=m(m^2-1)(m^2+1)=m(m^2-1)\left[(m^2-4)+5\right)]$	**0,25**
	= (m - 2)(m - 1)m(m + 1)(m + 2) + 5(m - 1)m(m + 1)	**0,25**
	Ta có $A=(m-2)(m-1)m(m+1)(m+2)$ là tích của năm số nguyên liên tiếp nên $A\vdots 2,\ A\vdots 3, A\vdots 5$. Vì 2, 3, 5 là các số đôi một nguyên tố cùng nhau nên $A\vdots 30$ (1)	**0,5**
	$B=5(m-1)m(m+1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên $B\vdots 2,\ B\vdots 3, vì (2,3)=1\Rightarrow B\vdots 6$.	**0,5**
	Mặt khác $B\vdots 5$, vì $(5;6)=1\Rightarrow B\vdots 30$ (2)	**0,25**
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow C\vdots 30$	**0,25**
1b (2,0 điểm)	$P=\frac{m^5}{30}+\frac{m^3}{6}+\frac{m^2}{2}-\frac{7m}{10}=\frac{m^5-m}{30}+\frac{m^3-m}{6}+\frac{m^2-m}{2}$	**0,5**
	Theo chứng minh trên $m^5-m\vdots 30$; $m^3-m\vdots 6$; $m^2-m\vdots 2$	**075**
	$\Rightarrow \frac{m^5-m}{30}, \frac{m^3-m}{6}, \frac{m^2-m}{2}$ là các số nguyên.	**0,5**
	Biểu thức $P=\frac{m^5}{30}+\frac{m^3}{6}+\frac{m^2}{2}-\frac{7m}{10}$ là một số nguyên.	**0,25**
2 (2,0 điểm)	$x^2y+xy-2x^2-3x+4=0$ (1)	
	(1) $\Leftrightarrow x(x+1)(y-2)=x-4$ (2)	**0,25**
	*) $x=-1$ không là nghiệm của (2) nên $\Rightarrow x\ne -1$. Từ (2) ta có $x(y-2)=\frac{x-4}{x+1}=1-\frac{5}{x+1}$.	**0,25**
	Do $x,y\in\mathbb{Z}\Rightarrow x(y-2)\in\mathbb{Z}$ nên PT có nghiệm nguyên khi $x+1$ là ước của 5 $\Rightarrow x+1\in\{-5;-1;1;5\}\Rightarrow x\in\{-6;-2;0;4\}$ (3)	**0,25**
	*) Mặt khác $x=0$ không là nghiệm của (2) $\Rightarrow x\ne 0$ Từ (2) ta có $(x+1)(y-2)=\frac{x-4}{x}=1-\frac{4}{x}$	**0,25**
	Do $x,y\in\mathbb{Z}\Rightarrow (x+1)(y-2)\in\mathbb{Z}$ nên PT có nghiệm nguyên khi	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	x là ước của 4 $\Rightarrow x \in \{-4;-2;-1;1;2;4\}$ (4)	
	Từ (3) và (4) ta có $x \in \{-2;4\}$	**0,25**
	$x=-2 \Rightarrow y=-1$, $x=4 \Rightarrow y=2$ thoả mãn (1)	**0,25**
	Vậy PT có nghiệm nguyên là $(-2;-1),(4;2)$	**0,25**
Câu IV (5,5đ)		
(0,25 điểm)		**0,25**
a (1,25 điểm)	a) $BF \perp AC(gt) \Rightarrow \widehat{AFH}=90^0 \Rightarrow F \in$ đường tròn đường kính AH (1)	**0,25**
	$CG \perp AB(gt) \Rightarrow \widehat{AGH}=90^0 \Rightarrow G \in$ đường tròn đường kính AH (2)	**0,25**
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow F$ và G cùng thuộc đường tròn đường kính AH	**0,25**
	Vậy bốn điểm A,F,H,G cùng thuộc đường tròn đường kính AH	**0,25**
	Tâm I của đường tròn đi qua bốn điểm A,F,H,G là trung điểm của AH	**0,25**
b (1,5 điểm)	b) Xét ΔAGH và ΔAEB có $\widehat{BAE}$ chung, $\widehat{AGH}=\widehat{AEB}=90^0(gt)$ $\Rightarrow \Delta AGH \backsim \Delta AEB$ (g.g)	**0,5**
	$\Rightarrow \dfrac{AG}{AE}=\dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AB.AG=AH.AE$	**0,5**
	Lại có $AB=AC(gt) \Rightarrow AG.AC=AH.AE$	**0,5**
c (1,5 điểm)	c) Xét ΔIAF có $IA=IF \Rightarrow \Delta IAF$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{IAF}=\widehat{IFA}$ (3)	**0,5**
	Ta có $BE=BC$ (do AE là đường cao của tam giác cân ABC) nên FE là trung tuyến thuộc cạnh huyền BC của Δ *vuông* $BFC \Rightarrow EF=EB \Rightarrow \Delta BEF$ cân tại $E \Rightarrow \widehat{EBF}=\widehat{EFB}$ (4)	**0,5**
	Mặt khác $\widehat{IAF}+\widehat{C}=90^0; \widehat{EBF}+\widehat{C}=90^0 \Rightarrow \widehat{IAF}=\widehat{IFA}=\widehat{EBF}=\widehat{EFB}$ (5)	**0,5**
	Mà $\widehat{IFA}+\widehat{IFH}=90^0$ (5)	**0,25**
	Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \widehat{IFH}+\widehat{HFE}=90^0 \Rightarrow EF \perp IF \Rightarrow EF$ là tiếp tuyến của (I).	**0,25**
d (1,0 điểm)	d) Theo chứng minh trên ta có $EF \perp IF$ nên ΔIFE vuông tại F nên $\alpha+\beta=90^0$ $\Rightarrow \cos\alpha=\sin\beta$, $\cos\beta=\sin\alpha$. Do đó $T=\cos^6\alpha+\cos^6\beta+3\sin^2\alpha\sin^2\beta$ $=\cos^6\alpha+\sin^6\alpha+3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$	**0,25**
	$=(\cos^2\alpha)^3+(\sin^2\alpha)^3+(3\cos^2\alpha\sin^2\alpha).1$	**0,25**
	$=(\cos^2\alpha)^3+(\sin^2\alpha)^3+3\cos^2\alpha\sin^2\alpha.(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)$	**0,25**
	$=(\cos^2\alpha)^3+(\sin^2\alpha)^3+3\cos^2\alpha\sin^4\alpha+3\cos^4\alpha\sin^2\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^3=1^3=1$	**0,25**

thuvientoanhoc.com

Câu V (1,5đ)	Ta có $Q=(4a+\frac{1}{a})+(4b+\frac{1}{b})+(4c+\frac{1}{c})-3(a+b+c)$	**0,25**
	Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $4a+\frac{1}{a}\geq 2\sqrt{4a\cdot\frac{1}{a}}=4$. Tương tự ta có $4b+\frac{1}{b}\geq 4$, $4c+\frac{1}{c}\geq 4$	**0,25**
	Mà $a+b+c\leq\frac{3}{2}\Rightarrow 3(a+b+c)\leq\frac{9}{2}\Rightarrow -3(a+b+c)\geq -\frac{9}{2}$	**0,25**
	Kết hợp các đánh giá trên ta có $Q=(4a+\frac{1}{a})+(4b+\frac{1}{b})+(4c+\frac{1}{c})-3(a+b+c)\geq 4+4+4-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$	**0,25**
	Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{2}$	**0,25**
	Vậy $MinQ=\frac{15}{2}$ khi $a=b=c=\frac{1}{2}$	**0,25**

thuvientoanhoc.com