PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRIỆU SƠN

Đề chính thức

Số báo danh
.....

KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
Năm học 2015 - 2016

Môn: Toán
Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày 13 tháng 4 năm 2016
(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+1}{3x^2+3x} + \frac{1-2x}{6x^2-3x} - 1 \right) : \frac{1-x}{2x}$.

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tìm $x \in Z$ để P có giá trị nguyên.

c. Tìm x để $P \le 1$.

Câu 2: (5,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$.

2. Giải phương trình: $6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 11x - 6x^2 - 3 = 0$.

3. Giải bất phương trình: $\frac{4x-5}{3} - \frac{2x^2+x}{2} > \frac{x(1-3x)}{3} - 4$.

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $5x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 40 = 0$.

2. Với mỗi số tự nhiên n, đặt $a_n = 3n^2 + 6n + 13$.

a. Chứng minh rằng nếu hai số a_i, a_j không chia hết cho 5 và có số dư khác nhau khi chia cho 5 thì $a_i + a_j$ chia hết cho 5.

b. Tìm tất cả các số tự nhiên n lẻ sao cho a_n là số chính phương.

Câu 4: (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC. Điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC sao cho BD = CE. Gọi I, K, M, N theo thứ tự là trung điểm của BE, CD, BC, DE.

a. Tứ giác MINK là hình gì? Vì sao?

b. Chứng minh rằng IK vuông góc với tia phân giác At của góc A.

2. Cho tam giác đều ABC. Từ một điểm M trên cạnh AB vẽ hai đường thẳng song song với hai cạnh AC, BC, chúng lần lượt cắt BC, AC tại D và E. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để độ dài đoạn DE đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)

Giả sử x, y, z là các số dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện $xy^2z^2 + x^2z + y = 3z^2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{z^4}{1 + z^4(x^4 + y^4)}$.

---------- Hết ----------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRIỆU SƠN

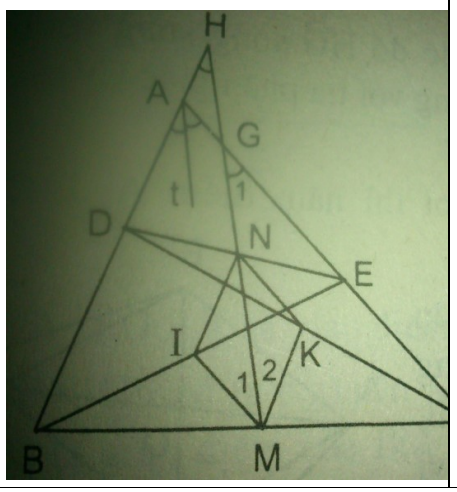
KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
Năm học 2015 - 2016

Hướng dẫn chấm

Môn thi: Toán
Ngày 13 tháng 4 năm 2016
(Hướng dẫn chấm có 04 trang, gồm 05 câu)

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	a. ĐKXĐ: $x \neq 0, x \neq \frac{1}{2}, x \neq \pm 1$. Ta có: $P = \left(\frac{x+1}{3x^2+3x} + \frac{1-2x}{6x^2-3x} - 1\right) : \frac{1-x}{2x}$ $= \left(\frac{x+1}{3x(x+1)} - \frac{2x-1}{3x(2x-1)} - 1\right) : \frac{-(x-1)}{2x}$ $= \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{3x} - 1\right) . \frac{-2x}{x-1} = \frac{2x}{x-1}$ Vậy với $x \neq 0, x \neq \frac{1}{2}, x \neq \pm 1$ ta có $P = \frac{2x}{x-1}$.	0,5 0,5 0,5
	b. Ta có: $P = 2 + \frac{2}{x-1} \in Z$ $\Leftrightarrow x-1 \in$ Ư(2) mà Ư(2) = $\{\pm 1; \pm 2\}$. Từ đó suy ra $x \in \{-1; 0; 2; 3\}$. Kết hợp với ĐKXĐ được $x \in \{2; 3\}$.	0,5 0,5 0,25
	c. $P \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2x}{x-1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2x}{x-1} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-1} \leq 0$ Mà $x - 1 < x + 1$ nên $x - 1 < 0$ và $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x < 1$ và $x \geq -1$ Kết hợp với ĐKXĐ được $-1 < x < 1$ và $x \neq 0, x \neq \frac{1}{2}$.	0,5 0,5 0,25
2 (5,0đ)	**1.** Ta có: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 + c^3 - 3abc$ $= \left((a+b)^3 + c^3\right) - 3ab(a+b+c)$ $= (a+b+c)\left((a+b)^2 - c(a+b) + c^2\right) - 3ab(a+b+c)$ $= (a+b+c)\left(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab\right)$ $= (a+b+c)\left(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca\right)$.	0,5 0,5 0,5 0,5
	2. Ta có: $6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 11x - 6x^2 - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 6x^2\left(x^2-1\right) - 11x\left(x^2-1\right) + 3\left(x^2-1\right) = 0$ $\Leftrightarrow \left(x^2-1\right)\left(6x^2 - 11x + 3\right) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(3x-1)(2x-3) = 0$ Vậy tập nghiệm của phương trình là S = $\left\{\pm 1; \frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right\}$.	0,5 0,25 0,25 0,5

thuvientoanhoc.com

	3. Ta có: $\frac{4x-5}{3}-\frac{2x^2+x}{2}>\frac{x(1-3x)}{3}-4$ $\Leftrightarrow \frac{2(4x-5)-3(2x^2+x)}{6}>\frac{2x(1-3x)-24}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{8x-10-6x^2-3x}{6}>\frac{2x-6x^2-24}{6} \Leftrightarrow 8x-10-6x^2-3x>2x-6x^2-24$ $\Leftrightarrow 3x>-14 \Leftrightarrow x>\frac{-14}{3}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left\{x/x>\frac{-14}{3}\right\}$.	0,5 0,5 0,25 0,25
3 (4,0đ)	**1.** Ta có: $5x^2+2xy+y^2-4x-40=0$ $\Leftrightarrow (4x^2-4x+1)+(x^2+2xy+y^2)=41$ $\Leftrightarrow (2x-1)^2+(x+y)^2=41$ Vì x,y $\in Z$, $2x-1$ là số nguyên lẻ và $41=5^2+4^2$ nên $\begin{cases}(2x-1)^2=25\\(x+y)^2=16\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}2x-1=\pm 5\\x+y=\pm 4\end{cases}$ Từ đó suy ra các cặp $(x;y)$ cần tìm là $(3;1);(3;-7);(-2;6);(-2;-2)$.	0,75 0,5 0,75
	2. Ta có: $a_n = 3n^2 + 6n + 13 = 3(n + 1)^2 + 10$. a. Ta thấy: Nếu a_n không chia hết cho 5 thì n + 1 không chia hết cho 5 và $a_n \equiv \{2;3\}$ (mod 5). Do đó, nếu a_i, a_j đều không chia hết cho 5 và $a_i \not\equiv a_j$ (mod 5) thì $a_i + a_j \equiv 2 + 3 \equiv 0$ (mod 5). b. Vì n lẻ nên n + 1 chẵn. Do đó, $a_n \equiv 2$ (mod 4). Suy ra a_n không thể là số chính phương. Vậy không tồn tại số tự nhiên n để a_n là số chính phương.	0,5 0,5 0,5 0,5
4 (6,0đ)	**1.** Hướng dẫn: a. Tứ giác MINK là hình thoi. b. Gọi G, H theo thứ tự là giao điểm của MN với AC, AB. Ta chứng minh: $\widehat{M_1}=\widehat{G_1}, \widehat{M_2}=\widehat{H}$ MG //At Từ đó suy ra IK $\perp$ At.  	2,0 2,0

thuvientoanhoc.com

	2. Hướng dẫn: M là trung điểm cạnh AB thì độ dài đoạn DE đạt giá trị nhỏ nhất.	2,0
5 (1,0đ)	Do z > 0 nên từ $xy^2z^2 + x^2z + y = 3z^2$, suy ra $xy^2 + \frac{x^2}{z} + \frac{y}{z^2} = 3.$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương, ta có: $\left(x^2y^2 + y^2\right) + \left(x^2 + \frac{x^2}{z^2}\right) + \left(\frac{y^2}{z^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq 2\left(xy^2 + \frac{x^2}{z} + \frac{y}{z^2}\right) = 6.$ Theo đề ra, ta có: $P = \frac{z^4}{1 + z^4\left(x^4 + y^4\right)} = \frac{1}{\frac{1}{z^4} + x^4 + y^4}$ Đặt $a = \frac{1}{z^2}$, $b = x^2$, $c = y^2$ (a, b, c > 0), khi đó: $P = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2}$ Do $a^2 \geq 2a - 1$, $b^2 \geq 2b - 1$, $c^2 \geq 2c - 1$, $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + c^2 \geq 2bc$, $c^2 + a^2 \geq 2ca$. Suy ra: $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca + a + b + c) - 3$ Mà $ab + bc + ca + a + b + c = x^2y^2 + y^2 + x^2 + \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{1}{z^2} \geq 6.$ Do đó: $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$ Suy ra $P \leq \frac{1}{3}$ Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = 1 $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow x = y = z = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}$ khi $x = y = z = 1.$	0,25 0,25 0,25 0,25

Chú ý:

1. *Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.*
2. *Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.*

thuvientoanhoc.com

thuvientoanhoc.com