

Lê Minh Kha

SỐ VÀ ĐẠI SỐ

TOÁN

8

$\frac{a}{b}$

Liên hệ: Zalo 0399653362

Mục lục

1	BIỂU THỨC ĐẠI SỐ	4
1.1	Đơn thức và đa thức nhiều biến	4
1.1.1	Đơn thức và đa thức	4
1.1.2	Đơn thức thu gọn	6
1.1.3	Cộng, trừ đơn thức đồng dạng	8
1.1.4	Đa thức thu gọn	9
1.1.5	Bài tập tự luyện	11
1.2	Các phép toán với đa thức nhiều biến	16
1.2.1	Cộng, trừ hai đa thức	16
1.2.2	Nhân hai đa thức	17
1.2.3	Chia đa thức cho đơn thức	20
1.2.4	Bài tập tự luyện	22
1.3	Hằng đẳng thức đáng nhớ	28
1.3.1	Bình phương của một tổng, một hiệu	28
1.3.2	Hiệu hai bình phương	30
1.3.3	Lập phương của một tổng, một hiệu	32
1.3.4	Tổng và hiệu của hai lập phương	34
1.3.5	Bài tập ôn luyện	36
1.4	Phân tích đa thức thành nhân tử	40
1.4.1	Phương pháp đặt nhân tử chung	40
1.4.2	Phương pháp sử dụng hằng đẳng thức	41
1.4.3	Phương pháp nhóm hạng tử	42
1.4.4	Bài tập ôn luyện	43

1.5	Phân thức đại số	49
1.5.1	Phân thức đại số	49
1.5.2	Hai phân thức bằng nhau	51
1.5.3	Tính chất cơ bản của phân thức	52
1.5.4	Bài tập ôn luyện	53
1.6	Cộng, trừ phân thức	58
1.6.1	Cộng trừ hai phân thức cùng mẫu	58
1.6.2	Cộng, trừ hai phân thức khác mẫu	59
1.6.3	Bài tập ôn luyện	63
1.7	Nhân chia phân thức	69
1.7.1	Nhân hai phân thức	69
1.7.2	Chia hai phân thức	71
1.7.3	Bài tập ôn luyện	72
2	BÀI TẬP TỔNG HỢP	76
2.1	Bài tập trắc nghiệm	76
2.2	Bài tập tự luận	86

Chương 1

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 1: ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

1.1 Đơn thức và đa thức nhiều biến

1.1.1 Đơn thức và đa thức

- *Đơn thức* là một biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.
- *Đa thức* là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

Chú ý:

a Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức (chỉ chứa một hạng tử).

b Số 0 được gọi *đơn thức không*, cũng gọi là *đa thức không*.

Ví dụ 1: Cho các biểu thức sau:

$$-3x; 2xy + x - 1; \frac{1}{2}x^2yz; -xy + \frac{1}{4}xz; -\sqrt{2}; \sqrt{x}; 3xy(-\frac{1}{4})y^2; \frac{x}{y}$$

Trong số các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

a Các đơn thức;

b Các đa thức và số hạng tử của chúng.

Hướng dẫn giải

a) Các đơn thức là $-3x; \frac{1}{2}x^2yz; -\sqrt{2}; 3xy(-\frac{1}{4})y^2$.

b) Các đa thức gồm:

- Các đơn thức ở câu a) đều có một hạng tử.

- Đa thức $2xy + x - 1$ có ba hạng tử và đa thức $-xy + \frac{1}{4}xz$ có hai hạng tử.

Ta có nhận xét: Ta thấy các biểu thức $\sqrt{x}; \frac{x}{y}$ không phải là đơn thức (do đó không phải là đa thức), vì biểu thức đầu chứa phép toán lấy căn bậc hai số học của biến x , biểu thức sau chứa phép toán chia giữa hai biến x và y .

Ví dụ 2: Tính giá trị của các đơn thức, đa thức sau tại $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

a) $6x^2y$.

b) $x^2 - 4xy + 4y^2$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 3, y = -\frac{1}{2}$ vào đơn thức $6x^2y$ ta được: $6.3^2.(-\frac{1}{2}) = -27$.

b) Thay $x = 3, y = -\frac{1}{2}$ vào đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2$ ta được

$$3^2 - 4.3.(-\frac{1}{2}) + 4.(-\frac{1}{2})^2 = 9 + 6 + 1 = 16$$

Thực hành 1. Cho các biểu thức sau:

$$ab - \pi^2; \frac{4\pi r^3}{3}; \frac{p}{2\pi}; x - \frac{1}{y}; 0; \frac{1}{\sqrt{2}}; x^3 - x + 1$$

Trong các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

a) Các đơn thức;

b) Các đa thức và số hạng tử của chúng

Bài làm

.....

.....

.....

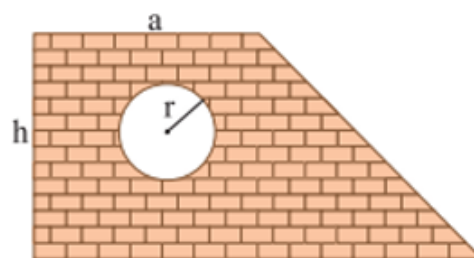
.....

.....

.....
.....
Vận dụng 1. Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như Hình 1 (tính bằng m)

a Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).

b Tính giá trị diện tích trên khi $a = 2m, h = 3m, r = 0,5m$ (lấy $\pi = 3,14$; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 1

Bài làm

1.1.2 Đơn thức thu gọn

Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Thừa số là một số nói trên được gọi là *hệ số*, tích của các thừa số còn lại gọi là *phần biến* của đơn thức thu gọn.

Chú ý:

a Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là *bậc của đơn thức* đó.

b Ta coi một số khác 0 là đơn thức thu gọn, có hệ số chính bằng số đó và có bậc bằng 0.

c Đơn thức không (số 0) không có bậc.

d Khi viết đơn thức thu gọn ta thường viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được sắp xếp theo thứ tự bảng chữ cái.

Ví dụ 3.

a Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó

$$3xyz; -x^3y^2z; -\sqrt{2}; -2x.3yz^2; -\frac{1}{3}xyx^2$$

b Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

Hướng dẫn giải

a) Các đơn thức thu gọn là:

$3xyz$ có hệ số là 3, bậc bằng $1 + 1 + 1 = 3$;

$-x^3y^2z$ có hệ số là -1 , bậc bằng $3 + 2 + 1 = 6$;

$-\sqrt{2}$ có hệ số bằng $-\sqrt{2}$ bậc bằng 0.

$-2x.3yz^2$ và $-\frac{1}{3}xyx^2$ không phải đơn thức thu gọn, vì trong tích $-2x.3yz^2$ có hệ số là -2 và 3; $-\frac{1}{3}xyx^2$ có biến x xuất hiện hai lần.

b) Thu gọn:

$$-2x.3yz^2 = (-2.3)xyz^2 = -6xyz^2;$$

$$-\frac{1}{3}xyx^2 = -\frac{1}{3}.(x.x^2).y = -\frac{1}{3}.x^{1+2}.y = -\frac{1}{3}x^3y.$$

Chú ý:

a Để thu gọn một đơn thức, ta nhóm các thừa số là các số rồi tính tích của chúng; nhóm các thừa số cùng một biến rồi viết tích của chúng thành lũy thừa các biến đó.

b Từ này, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm, ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.

Thực hành 2. Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng.

a $12xy^2x$;

b $-y(2z)y$;

c x^3yx ;

d $5x^2y^3z^4y$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.1.3 Cộng, trừ đơn thức đồng dạng

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Để cộng, trừ (hay tìm tổng, hiệu) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ 4. Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a) $4xy^3$ và $7xy^3$; b) xyx và $-3x^2y$; c) $2xy$ và xyz^2 .

Hướng dẫn giải

a) $4xy^3$ và $7xy^3$ là hai đơn thức đồng dạng, vì có hệ số khác 0 và cùng phần biến là xy^3 .

Ta có:

$$4xy^3 + 7xy^3 = (4 + 7)xy^3 = 11xy^3;$$

$$4xy^3 - 7xy^3 = (4 - 7)xy^3 = -3xy^3.$$

b) Ta có $xyx = xxy = x^2y$. Vậy hai đơn thức xyx và $-3x^2y$ có hệ số khác 0 và cùng phần biến là x^2y , do đó chúng là hai đơn thức đồng dạng. Ta có:

$$xyx + (-3x^2y) = x^2y - 3x^2y = (1 - 3)x^2y = -2x^2y;$$

$$xyx - (-3x^2y) = x^2y + 3x^2y = (1 + 3)x^2y = 4x^2y.$$

c) Ta thấy đơn thức xyz^2 chứa biến z , trong khi đơn thức $2xy$ không chứa biến này, do đó chúng có phần biến khác nhau. Bởi vậy, chúng không phải là hai đơn thức đồng dạng.

Thực hành 3. Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

- a) xy và $-6xy$; b) $2xy$ và xy^2 ; c) $-4yzx^2$ và $4x^2yz$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.1.4 Đa thức thu gọn

Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

Chú ý:

a Biến đổi một đa thức thành đa thức thu gọn là *thu gọn* đa thức đó.

b Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.

c Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là *đẳng thức* đó.

Ví dụ 5. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $A = 2a - 3b + 1 - a - 5 - 2b;$

b) $B = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x.$

Hướng dẫn giải

a) $A = (2a - a) + (-3b - 2b) + (1 - 5) = a - 5b - 4..$

Ba hạng tử của A lần lượt có bậc là 1; 1; 0. Do đó, bậc của A bằng 1.

b) $B = (x^2y - 2x^2y) + (3x - x) - xy^2 + xy = -x^2y + 2x - xy^2 + xy.$

Bốn hạng tử của B lần lượt có bậc là 3; 1; 3; 2. Do đó, bậc của B bằng 3.

Thực hành 4. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a $A = x - 2y + xy - 3x + y^2.$

b $B = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 5. Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2y - 5xy - 2x^2y - 3xy$ tại $x = 3; y = -\frac{1}{2}$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

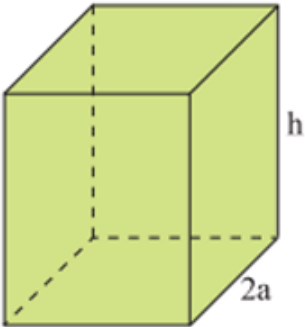
.....

.....

.....

Vận dụng 2. Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như Hình 4 (tính theo cm).

- a Viết các biểu thức tính diện tích và thể tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.
- b Tính giá trị của các đại lượng trên $a = 2\text{cm}; h = 5\text{cm}$.



Hình 4

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.1.5 Bài tập tự luyện

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

$-3; 2z; \frac{1}{3}xy + 1; -10x^2yz; \frac{4}{xy}; 5x - \frac{z}{2}; 1 + \frac{1}{y}$

Bài tập 2: Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số và phần biến và bậc của mỗi đơn thức.

$$5xyx; -xyz\frac{2}{3}y; -2x^2(-\frac{1}{6})x$$

Bài tập 3: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

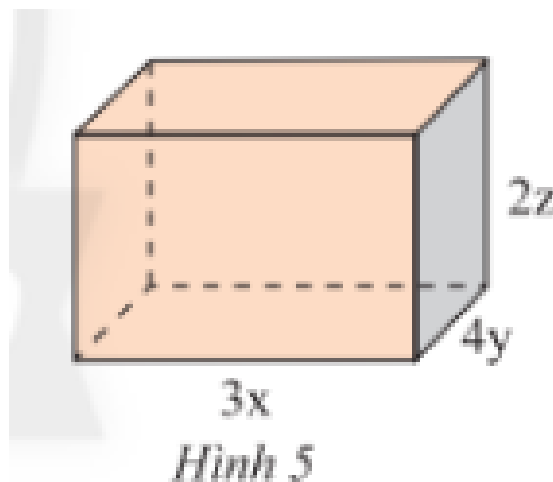
a $M = x - 3 - 4y + 2x - y.$

b $N = -xt^2 + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4.$

Bài tập 4: Tính giá trị của đa thức $P = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$ tại $x = -3; y = -\frac{1}{2}; z = 3.$

Bài tập 5: Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong hình 5.

Tính giá trị V, S khi $x = 4cm, y = 2cm$ và $z = 1cm$



Bài tập 6: Thu gọn và tính giá trị của biểu thức sau

a $P = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 3$ khi $x = -2.$

b $Q = 2y^3 - y^4 + 5y^2 - y$ khi $y = 3.$

c $M = a^2 - 5b + 1$ khi $a = 4$ và $b = 2.$

d $E = 3x^2 - 4x + 2$ khi $x = 2.$

Bài tập 7: Thu gọn các đa thức sau:

a $A = -x^2y - 2xy + 2x^2y + 5xy + 2.$

b $B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$

c $C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$.

d $D = xt - x^2t - 6xt - 2x^2t - 7xt^2 - 3xt + t^2$ tại $x = -4; y = 6$.

e $E = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$

Bài tập 9: Một người làm vườn có khu đất hình chữ nhật có chiều dài $(x + 2)$ mét, biết chu vi vườn là $(150x + 8)$ mét. Viết biểu thức đại số tính chiều rộng của khu vườn trên



Câu 10: Ao Bà Om hay Ao Vuông, là một thắng cảnh độc đáo và nổi tiếng ở tỉnh Trà Vinh, Việt Nam. Mặt nước ao trong xanh và phẳng lặng được phủ bởi hoa sen, hoa súng. Ao được bao bọc xung quanh bởi các gò cát mấp mô với các hàng cây sao, cây dâu cổ thụ hàng trăm năm tuổi có rễ nổi lên khỏi mặt đất tạo nên những hình thù kỳ lạ. Ao được đào ở trung tâm miếng đất hình vuông có cạnh là $(x + 400)$ mét. Ao hình chữ nhật có chiều dài $(x + 200)$ mét. Biết diện tích của ao ít hơn diện tích miếng đất là $200(3x + 8)m^2$. Viết biểu thức đại số tính chiều rộng của ao.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tích $(-5x)^2y^2 \cdot \frac{1}{5}xy$ bằng

- A. $5x^3y^3$. B. $-5x^3y^3$. C. $-x^3y^3$. D. x^3y^2 .

Câu 2. Giá trị của biểu thức $P = -2x^2y(xy + y^2)$ tại $x = -1; y = 2$ là

- A. 8. B. -8. C. 6. D. -6.

Câu 3. Đâu là đơn thức

- A. $2x^2 + 4$. B. $\sqrt{y}$. C. xyz . D. $(x + y)^2$.

Câu 4. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- A. $2 + x^2y$. B. $-\frac{1}{5}x^4y^5$. C. $\frac{x+y^3}{3y}$. D. $-\frac{3}{4}x^3y + 7x$.

Câu 5. Đơn thức $-3x^2y^3$ có hệ số là

- A. $-3x^3y^2$. B. $3x^2y^3$. C. 3. D. -3.

Câu 6. Cặp đơn thức nào sau đây không đồng dạng với nhau?

- A. $7x^3y$ và $\frac{1}{15}x^3y$.
B. $-\frac{1}{8}(xy)^2x^2$ và $32x^2y^3$.
C. $5x^2y^2$ và $-2x^2y^2$.
D. ax^2y và $2bx^2y$ (a, b là những số khác 0).

Câu 7. Sau khi thu gọn đơn thức $2 \cdot (-3x^3y)y^2$ ta được đơn thức

- A. $-6x^3y^3$. B. $6x^3y^3$. C. x^3y^2 . D. $-6x^2y^3$.

Câu 8. Giá trị của đơn thức $5x^4y^2z^3$ tại $x = -1; y = -1, z = -2$ là

- A. 10. B. 20. C. -40. D. 40.

Câu 9. Tổng các đơn thức $3x^2y^4$ và $7x^2y^4$ là

- A. $10x^2y^4$. B. $9x^2y^4$. C. $-9x^2y^4$. D. $-4x^2y^4$.

Câu 10. Hiệu của hai đơn thức $-9y^2z$ và $-12y^2z$ là

- A. $-21y^2z$. B. $-3y^2z$. C. $3y^4z^2$. D. $3y^2z$.

Câu 11. Thu gọn các đơn thức đồng dạng trong biểu thức $\frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{3}y^2 - (-\frac{2}{5}xy^2) + \frac{2}{5}y^2$ ta được

- A. $\frac{9}{10}xy^2 + \frac{1}{15}y^2$. B. $\frac{1}{15}xy^2 + \frac{9}{10}y^2$. C. $\frac{9}{10}xy^2 - \frac{1}{15}y^2$. D. $-\frac{9}{10}xy^2 + \frac{1}{15}y^2$.

Câu 12. Đơn thức x^2yz có bậc là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 13. Trong các đa thức sau đa thức nào có bậc là 0

- A. $x + 2$. B. 0. C. x . D. π .

Câu 14. Biểu thức nào sau đây không phải là đa thức trong các biểu thức sau

- A. $x - 2$. B. $xy - 2x^2$. C. $x^2 - 4$. D. $\frac{x^2+1}{xy}$.

Câu 15. Trong các đơn thức sau, đơn thức nào đồng dạng với đơn thức $-3x^2yz$?

- A. $\frac{1}{3}xy^2z$. B. $-3xyz^2$. C. $-3xy^2z$. D. $\frac{3}{2}x^2yz$.

BÀI 2: CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

1.2 Các phép toán với đa thức nhiều biến

1.2.1 Cộng, trừ hai đa thức

Để cộng, trừ hai đa thức ta thực hiện các bước:

- Bỏ dấu ngoặc (sử dụng quy tắc dấu ngoặc)
- Nhóm các đơn thức đồng dạng (sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp)
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

Ví dụ 1. Cho hai đa thức $P = a + 3b + ab^2$ và $Q = a^2b - ab^2 - 2b$. Tính $P + Q$ và $P - Q$

Hướng dẫn giải

$$P + Q = a + 3b + ab^2 + a^2b - ab^2 - 2b = a + (3b - 2b) + a^2b + (ab^2 - ab^2) = a + b + a^2b.$$

$$P - Q = a + 3b + ab^2 - (a^2b - ab^2 - 2b) = a + 3b + ab^2 - a^2b + ab^2 + 2b = a + (3b + 2b) - a^2b + (ab^2 + ab^2) = a + 5b - a^2b + 2ab^2.$$

Thực hành 1: Cho hai đa thức $M = 1 + 3xy - 2x^2y^2$ và $N = x - xy + 2x^2y^2$. Tính $M + N$ và $M - N$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2.2 Nhân hai đa thức

Nhân hai đơn thức

Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau, nhân các lũy thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả đó với nhau.

Ví dụ 2. Thực hiện các phép nhân đơn thức sau: **Thực hành 3.** Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a) $(-3x^4y^3).(-4x^2);$ b) $(xy)^2.(-\frac{1}{2}xy^3);$

Hướng dẫn giải

a) $(-3x^4y^3).(-4x^2) = [(-3).(-4)].(x^4.x^2).y^3 = 12x^6y^3.$

b) $(xy)^2.(-\frac{1}{2}xy^3) = (x^2y^2).(-\frac{1}{2}xy^3) = (-\frac{1}{2}).(x^2.x^2).(y^2.y^3) = -\frac{1}{2}x^4y^5.$

Thực hành 2. Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

a) $(4x^3).(-6x^3y);$ b) $(-2y).(-5xy^2);$ b) $(-2a)^3.(-2ab)^2;$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nhân hai đa thức

- Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các kết quả lại với nhau.
- Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia rồi cộng các kết quả với nhau.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép tính nhân:

a) $2xy(x^2 - 3y^2)$; b) $(x - y).(x^3 - x^2y)$;

Hướng dẫn giải

a) $2xy(x^3 - 3y^2) = 2xy.x^2 - 2xy.3y^2 = 2.(x.x^2).y - 6.x.(y.y^2) = 2x^3y - 6xy^3$.

b) $(x - y)(x^3 - x^2y) = x(x^3 - x^2y) - y(x^3 - x^2y) = x.x^3 - x.x^2.y - y.x^3 + y.x^2.y = x^4 - x^3y - x^3y + x^2y^2 = x^4 - (x^3y + x^3y) + x^2y^2 = x^4 - 2x^3y + x^2y^2$.

Thực hành 3. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(-5a^4)(a^2b - ab^2)$; b) $(x + 2y)(xy^2 - 2y^3)$;

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng 1. Viết biểu thức tính khoảng cách giữa hai phương tiện trong tình huống ở (tr.12).

Tình huống Trên một đoạn sông thẳng, xuất phát cùng lúc từ một bến thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(v + 3)km/h$, ca nô đi ngược dòng với vận tốc $(2v - 3)km/h$. Làm thế nào để tìm được quãng đường của mỗi phương tiện và khoảng cách giữa chúng sau khoảng thời gian t giờ kể từ khi rời bến?



Bài làm

.....

.....

.....

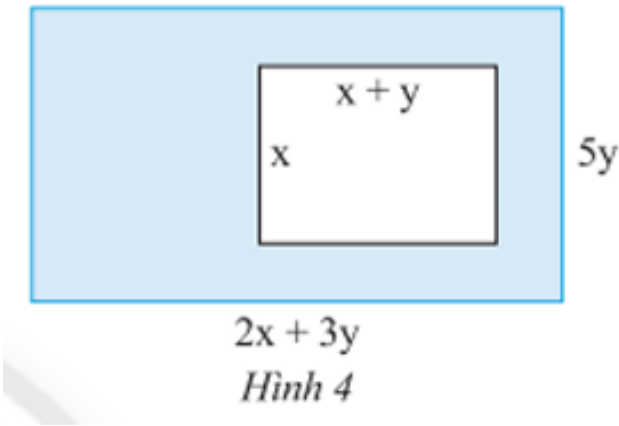
.....

.....

.....

.....

Vận dụng 2. Tính diện tích phần tô màu trong Hình 4.



Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2.3 Chia đa thức cho đơn thức

Chia đơn thức cho đơn thức

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (với A chia hết cho B), ta làm như sau:

- Chia hệ số của A cho hệ số của B .
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa cùng biến đó trong B .
- Nhân các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 4. Thực hiện phép chia $9x^7y^3z^4$ cho $3x^4y^2$.

Hướng dẫn giải

$$9x^7y^3z^4 : (3x^4y^2) = (9 : 3).(x^7 : x^4).(y^3 : y^2).z^4 = 3x^3yz^4.$$

Thực hành 4. Thực hiện phép chia $8x^4y^5z^3$ cho $2x^3y^4z$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng 3. Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 12x^2y$ và chiều cao bằng $3y$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Chia đa thức cho đơn thức

Muốn chia một đa thức cho một đơn thức (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của đa thức cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 5. Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a) $(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a)$; b) $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2)$;

Hướng dẫn giải

a)
$$\begin{aligned}(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a) &= [12a^2 : (3a)] + [-6ab : (3a)] + [3a : (3a)] \\&= (12 : 3) \cdot (a^2 : a) + (-6 : 3) \cdot (a : a) \cdot b + (3 : 3) \cdot (a : a) \\&= 4a - 2b + 1.\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2) &= [x^4y^2 : (-2xy^2)] + [-4xy^3 : (-2xy^2)] \\&= [1 : (-2)] \cdot (x^4 : x) \cdot (y^2 : y^2) + [(-4) : (-2)] \cdot (x : x) \cdot (y^3 : y^2) \\&= -\frac{1}{2}x^3 + 2y.\end{aligned}$$

Thực hành 5. Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a) $(5ab - 2a^2) : a$; b) $(6x^2y^2 - xy^2 + 3x^2y) : (-3xy)$;

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng 4. Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 6x^2y - 8xy^2$ và diện tích đáy $S = 2xy$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2.4 Bài tập tự luyện

Bài tập 1. Tính:

a $x + 2y + (x - y)$;

b $2x - y - (3x - 5y)$;

c $3x^2 - 4y^2 + 6xy + 7 + (-x^2 + y^2 - 8xy + 9x + 1)$;

d $4x^2y - 2xy^2 + 8 - (3x^2y + 9xy^2 - 12xy + 6)$.

Bài tập 2.

Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác ở Hình 7, biết rằng tam giác có chu vi bằng $7x + 5y$.



Hình 7

Bài tập 3. Thực hiện phép nhân.

1. $3x(2xy - 5x^2y)$;

2. $2x^2y(xy - 4xy^2 + 7y)$;

3. $\left(-\frac{2}{3}x^2 + 6yz^2\right)\left(-\frac{1}{2}xy\right)$.

Bài tập 4. Thực hiện phép nhân.

1. $(x - y)(x - 5y)$;

2. $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$.

Bài tập 5. Thực hiện phép chia.

1. $20x^3y^5 : (5x^2y^2)$;
2. $18x^3y^5 : [3(-x)^3y^2]$.
3. $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy)$;
4. $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y)$.

Bài tập 6. Tính giá trị của biểu thức.

1. $3x^2y - (3xy - 6x^2y) + (5xy - 9x^2y)$ tại $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{3}{4}$;
2. $x(x - 2y) - y(y^2 - 2x)$ tại $x = 5$, $y = 3$.

Bài tập 7. Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn $(a + 2)$ lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là b km.

Bài tập 8.

1. Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng $6xy + 10y^2$ và chiều rộng bằng $2y$.
2. Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$ và chiều cao bằng $3x$.

Bài tập 9. Chứng tỏ rằng giá trị các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

a $A = x(x^2 + x + 1) - x^2(x + 1) - x + 5$.

b $B = 3x(x - 5y) + (y - 5x)(-3y) - 3(x^2 - y^2) - 1$

Bài tập 10. Rút gọn các biểu thức sau

a $A = 6(2a - 3b) - 3(3a - 3b)$.

b $-2(3x - 2y) - 5(2y - 3x)$.

c $C = (4a^2 - 3b)2b - (3a^2 - 4b)3b$.

d $D = 3m(n^2 - 1) - 2m(n^2 - 2)$

Bài tập 11. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức:

a $A = 4a^2(5a - 3b) - 5a^2(4a + b)$, với $a = -2, b = -3$.

b $B = 3xy(4x^2 - y^2) + 4xy(y^2 - 3x^2)$, với $x = 10; y = -5$.

c $C = a(a^2 - b) - a^2(a + b) + b(a^2 - a)$, với $a = 1; b = -10$

Bài tập 12. Tìm m biết:

a $(x^2 - x + 1)x - (x + 1)^2 + m = -2x^2 + x + 5$.

b $-x^2(x^2 + x + 1) + 2 = -x^4 - x^3 - x^2 + m$

Bài tập 13. Cho $S = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$.

a Tính xS .

b Chứng minh rằng $xS - S = x^5 - 1$.

Bài tập 14. Thực hiện phép tính sau:

a $(x^2 + 2x + 1)(x + 3)$.

b $(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$.

c $(5x^2 - 6y^2)(6x^2 - 5y^2)$.

d $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

e $(x^2 - 2xy + y^2)(x - y)$.

f $(5x^2y - 2xy^2 + y^2)(-x^3 - 2x^2y + 5xy^2)$.

g $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(8x^3 + y^3)$.

h $(a - x)(a + x)(a^2 + x^2)$.

i $[(x - 1)(x^2 + x + 1)] [(x + 1)(x^2 - x + 1)]$

j $\frac{1}{2}x^2y^2(2x+y)(2x-y)$.

Bài tập 15: Chứng minh rằng: $(2n-3)n-2n(n+2)$ luôn chia hết cho 7 với mọi số nguyên n .

Bài tập 16. Cho ba số tự nhiên liên tiếp. Tích của hai số đầu nhỏ hơn hai số sau là 50. Tìm ba số đó.

Bài tập 17. Rút gọn biểu thức:

a $A = 3x^{n-2}(x^{n+2} - y^{n+2}) + y^{n+2}(3x^{n-2} - y^{n-2})$.

b $B = x^{n-1}(x+y) - y(x^{n-1} + y^{n-1})$

Bài tập 18. Một chiếc xe khách chạy từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh trên quãng đường $(150x+2)$ km với vận tốc $(x+5)$ km/h. Viết biểu thức đại số tính thời gian xe chạy từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh.



Câu 19. Tuyến buýt đường sông Sài Gòn (saigon Waterbus) đã khai trương tuyến số 1, bắt đầu từ bến Bạch Đằng (Quận 1, TP.HCM) đi qua 4 bến và kết thúc ở bến Linh Đông (Quận Thủ Đức). Từ bến Linh Đông đi đến Bạch Đằng, buýt qua sông chạy quãng đường $(5x+1)$ km. Thời gian chạy suốt tuyến là $\frac{1}{10}x$ giờ. Viết biểu thức đại số tính vận tốc từ bến Linh Đông đến bến Bạch Đằng theo x .



Câu 20. Trong homestay Panorama Tam Đảo (Vĩnh Phúc) có hai bể bơi dạng hình hộp chữ nhật. Bể thứ nhất có độ sâu là 1,4m, đáy là hình chữ nhật có chiều dài x mét, chiều rộng y mét. Bể thứ hai có độ sâu 1,6m, đáy là hình chữ nhật có hai kích thước gấp 3 lần hai kích thước đáy của bể thứ nhất. Hãy viết biểu thức với hai biến x và y biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho đa thức $P(x) = 3 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^3 + 5x^5$. Thu gọn và sắp xếp đa thức $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

A. $P(x) = 3 + 2x + 9x^2$.

B. $P(x) = 5x^5 - 4x^3 + 9x^2 - 2x + 3$.

C. $P(x) = 3x^5 - 4x^3 + 9x^2$.

D. $P(x) = 2x + 9$.

Câu 2. Thu gọn đa thức $(-3x^2y - 2xy^2 + 16) + (-2x^2y + 5xy^2 - 10)$ ta được

A. $-x^2y - 7xy^2 + 26$.

B. $-5x^2y + 3xy^2 + 6$.

C. $-5x^2y - 3xy^2 + 6$.

D. $5x^2y - 3xy^2 - 6$.

Câu 3. Hệ số bậc cao nhất của đa thức: $P(x) = 4x^2y + 6x^3y^2 - 10x^2y + 4x^3y^2$ là

A. 10.

B. -6.

C. 4.

D. 3.

Câu 4. Cho hai đa thức $P(x) = x^2 - 3x + 2$ và $Q(x) = x^2 + x - 2$. Tính $P(x) - Q(x)$:

A. $-4x - 4$.

B. $4x - 4$.

C. $-4x + 4$.

D. $4x + 4$.

Câu 5. Cho các đa thức: $M = 3x^3 - x^2y + 2xy + 2$ và $P = 3x^3 - 2x^2y - xy + 3$. Tính $M - P$

A. $x^2y + 3xy + 1$.

B. $x^2y - 3xy - 1$.

C. $-x^2y + 3xy - 1$.

D. $x^2y + 3xy - 1$.

Câu 6. Tính giá trị của $F(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x^4 + x^2 - 5x + 6$ tại $x = -1$ ta được

A. 8.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Câu 7. Tính $(xy + y^2 - x^2y^2 - 2) + (x^2y^2 + 5 - y^2)$

A. $xy + 3$.

B. $xy - 3$.

C. $-xy + 3$.

D. $-xy - 3$.

Câu 8. Cho các đa thức $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$, $B = 3x^2 + 2xy + y^2$, $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$. Tính $A + B + C$

A. $7x^2 + 6y^2$.

B. $5x^2 + 5y^2$.

C. $6x^2 + 6y^2$.

D. $6x^2 - 6y^2$.

Câu 9. Bác Nam có một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là: $2y^2 + 12 + xy$ (m); chiều rộng là $2xy$ (m). Tính chu vi của khu vườn biết $x = 4$, $y = 4$.

A. $184m$.

B. $60m$.

C. $23m$.

D. $184m^2$.

Câu 10. Một cửa hàng buổi sáng bán được: $8x^3y + 5x^6y^5 - 3x^5y^4$, buổi chiều bán được: $x^6y^5 - x^5y^4$ (bao gạo). Tính số bao gạo mà cửa hàng bán được trong một ngày.

A. $8x^3y + 6x^6y^5 - 4x^5y^4$.

B. $8x^3y + 6x^6y^5$.

C. $8x^3y + 5x^6y^5 - 4x^5y^4$.

D. $6x^6y^5 - 4x^5y^4$.

Câu 11. Thực hiện phép tính nhân $x(2x^2 + 1)$ ta được kết quả:

A. $3x^2 + x$.

B. $3x^3 + x$.

C. $2x^3 + x$.

D. $2x^3 + 1$.

Câu 12. Kết quả của phép tính $(x - 1)(x + 3)$ là

A. $x^2 - 3$.

B. $x^2 + 3$.

C. $x^2 + 2x - 3$.

D. $x^2 - 4x + 3$.

Câu 13. Giá trị của biểu thức $x^2(x + y) - y(x^2 - y^2)$ tại $x = -1; y = 10$ là

A. -1001 .

B. 1001 .

C. 999 .

D. -999 .

Câu 14. Kết quả rút gọn biểu thức $3x(x - 5y) + (y - 5x)(-3y) - 3(x^2 - y^2) - 1$ là

A. 3 .

B. 0 .

C. -1 .

D. 1 .

Câu 15. Kết quả của phép chia $(2x^3 + 3x^4 - 12x^2) : x$ là

A. $2x^2 + 3x^4 - 12x^2$. B. $2x^2 + 3x^3 - 12x^2$. C. $2x^2 + 3x^4 - 12x$. D. $2x^2 + 3x^3 - 12x$.

BÀI 3: HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

1.3 Hằng đẳng thức đáng nhớ

1.3.1 Bình phương của một tổng, một hiệu

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Ví dụ 1. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(x + 3)^2$; b) $(2x - 3y)^2$; c) $(x^2 - 4y)^2$.

 **Hướng dẫn giải**

a) $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$;

b) $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$;

c) $(x^2 - 4y)^2 = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4y + (4y)^2 = x^4 - 8x^2y + 16y^2$.

Ví dụ 2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $4x^2 + 4xy + y^2$; b) $x^2 - x + \frac{1}{4}$;

 **Hướng dẫn giải**

a) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = (2x + y)^2$;

b) $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

Ví dụ 3. Tính nhanh:

a) 41^2 ; b) 49^2 ;

 **Hướng dẫn giải**

a) $41^2 = (40 + 1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$;

b) $49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$.

Thực hành 1. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(3x + 1)^2$; b) $(4x + 5y)^2$; c) $\left(5x - \frac{1}{2}\right)^2$; d) $(-x + 2y^2)^2$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $a^2 + 10ab + 25b^2$; b) $1 + 9a^2 - 6a$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 3. Tính nhanh: a) 52^2 ; b) 98^2 .

Bài làm

.....

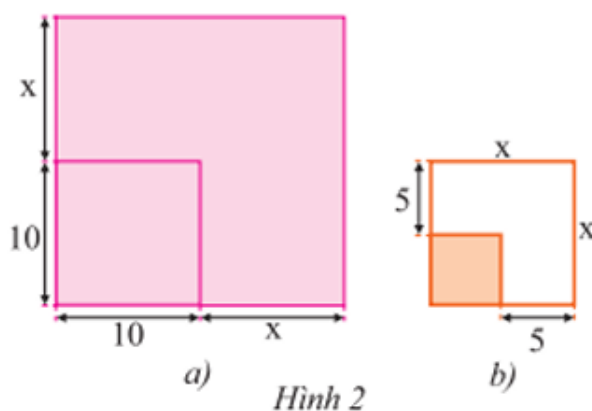
.....

.....

.....

Vận dụng 1.

- a Một mảnh vườn hình vuông có cạnh $10m$ được mở rộng cả hai cạnh thêm x (m) như hình 2a. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.
- b Một mảnh vườn hình vuông sau khi mở rộng mỗi cạnh $5m$ thì được một mảnh vườn hình vuông với cạnh là x (m) như hình 2b. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn trước khi mở rộng.



Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3.2 Hiệu hai bình phương

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có;

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Ví dụ 4. viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(x + 1)(x - 1)$; b) $(2x + 3y)(2x - 3y)$.

 Hướng dẫn giải

a) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$.

b) $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$.

c) $(x^2 + y)(x^2 - y) = (x^2)^2 - y^2 = x^4 - y^2$.

Ví dụ 5. Tính nhanh: a) 47.53 ; b) $86^2 - 14^2$.

 Hướng dẫn giải

a) $47.53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$.

b) $86^2 - 14^2 = (86 + 14)(86 - 14) = 100.72 = 7200$.

Thực hành 4. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(4 - x)(4 + x)$; b) $(2y + 7z)(2y - 7z)$; c) $(x + 2y^2)(x - 2y^2)$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 5. Tính nhanh: a) 82.78 ; b) 87.93 ; c) $125^2 - 25^2$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
Vận dụng 2. Giải đáp câu hỏi ở đầu trang 18 SGK CTST



Bài làm

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
1.3.3 Lập phương của một tổng, một hiệu

Với hai biểu thức A và B , ta có:

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

Ví dụ 6. Viết các biểu thức sau thành đa thức: a) $(x + 1)^3$; b) $(2x - y)^3$;

Hướng dẫn giải

a) $(x + 1)^3 = x^3 + 3.x^2.1 + 3.x.1^2 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$

b) $(2x - y)^3 = (2x)^3 - 3.(2x)^2.y + 3.(2x).y^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3.$

Thực hành 6. Viết các biểu thức sau thành đa thức: a) $(x + 2y)^3$; b) $(3y - 1)^3$;

Bài làm

.....

.....

.....

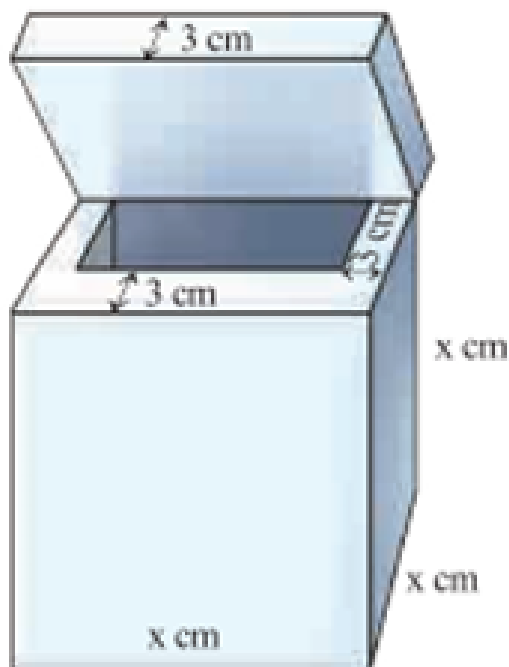
.....

.....

.....

.....

Vận dụng 3. Một thùng chứa dạng hình lập phương có độ dài các cạnh bằng x (cm). Phần vỏ bao gồm nắp có độ dày 3 cm. Tính dung tích (sức chứa) của thùng, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 4

1.3.4 Tổng và hiệu của hai lập phương

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có;

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

Ví dụ 7. Viết các đa thức sau dưới dạng tích: a) $x^3 + 27$; b) $x^3 - 64$;

 **Hướng dẫn giải**

a) $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 3^2) = (x + 3)(x^2 - 3x + 9).$

b) $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 4^2) = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

Ví dụ 8. Tính:

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$;

 **Hướng dẫn giải**

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8.$

b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = (y - 3)(y^2 + 3y + 3^2) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27.$

Thực hành 7. Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) $8y^3 + 1$; b) $y^3 - 8$;

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 8. Tính:

a) $8(x + 1)(x^2 - x + 1)$; b) $(2x - \frac{1}{2})(4x^2 + x + \frac{1}{4})$

Bài làm

.....

.....

.....

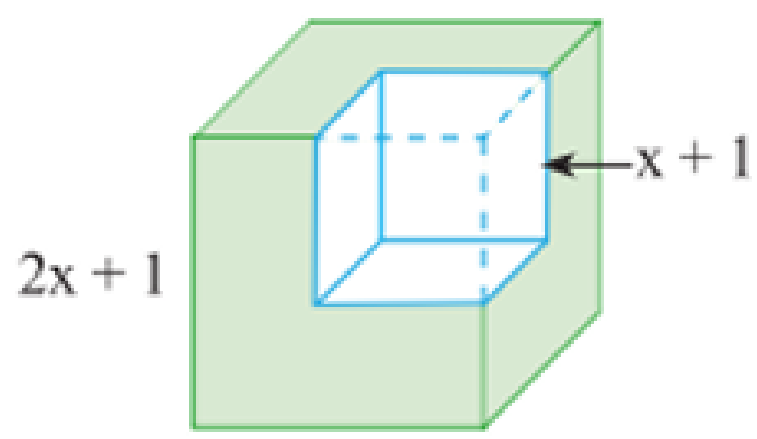
.....

.....

.....

.....

Vận dụng 4. Từ một khối lập phương có cạnh bằng $2x + 1$, ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng $x + 1$ (xem Hình 5). Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 5

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3.5 Bài tập ôn luyện

Bài tập 1. Viết các biểu thức sau thành đa thức: a) $(3x + 4)^2$; b) $(5x - y)^2$; c) $(xy - \frac{1}{2}y)^2$.

Bài tập 2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a $x^2 + 2x + 1$;

b $9 - 24x + 16x^2$;

c $4x^2 + \frac{1}{4} + 2x$

Bài tập 3. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a $(3x - 5)(3x + 5)$.

b $(x - 2y)(x + 2y)$.

c $(-x - \frac{1}{2}y)(-x + \frac{1}{2}y)$

Bài tập 4.

a Viết biểu thức tính diện tích hình vuông có cạnh bằng $2x + 3$ dưới dạng đa thức.

b Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng $3x - 2$ dưới dạng đa thức.

Bài tập 5. Tính nhanh:

a) 38.42 ; b) 102^2 ; c) 198^2 ; d) $75^2 - 25^2$

Bài tập 6. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(2x - 3)^3$; b) $(a + 3b)^3$; c) $(xy - 1)^3$;

Bài tập 7. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a $(a - 5)(a^2 + 5a + 25)$;

b $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$;

c $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$.

d $(xy + 1)^2 - (xy - 1)^2$.

Bài tập 8.

a Cho $x + y = 12$ và $xy = 35$. Tính $(x - y)^2$.

b Cho $x - y = 8$ và $xy = 20$. Tính $(x + y)^2$.

c Cho $x + y = 5$ và $xy = 6$. Tính $x^3 + y^3$.

d Cho $x - y = 3$ và $xy = 40$. Tính $x^3 - y^3$.

Bài tập 9. Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao bằng 5cm . Tính thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

a Chiều dài và chiều rộng tăng thêm $a\text{ cm}$?

b Chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều tăng thêm $a\text{ cm}$?

Bài tập 10. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức.

a $A = (x + 3)^2 + (x - 3)(x + 3) - 2(x + 2)(x - 4)$ với $x = -\frac{1}{2}$.

b $B = (3x + 4)^2 - (x - 4)(x + 4) - 10x$ với $x = -\frac{1}{10}$

Bài tập 11.

a Chứng minh rằng $(7n - 2)^2 - (2n - 7)^2$ luôn chia hết cho 9 với mọi giá trị nguyên của n .

b Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số liên tiếp luôn là một số lẻ.

Bài tập 12. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

a $A = (2x - 5)^2 - (2x + 5)^2 + 40x - 1$.

b $B = (3x - 2y)^2 + (3x + 2y)^2 - 18x^2 - 8y^2 + 1$.

c $C = (2 + x)^2 - (2 - x)^2 - 8x + 3$.

Bài tập 13. Viết các biểu thức sau thành đa thức.

a $(a - x)(a + x)$.

b $(x - y)(x + y)$.

c $(2 - x)(-2 - x)$.

d $(x - 1)(1 + x)$.

e $(3 - x)(3 + x)(x^2 + 9)$.

f $(4a^2 + b^2)(2a + b)(2a - b)$.

g $(3x - 2y)(3x + 2y)(9x^2 + 4y^2)$.

h $(1 + a)(1 - a)(1 + a^2)(1 + a^4)$.

Bài tập 14. Rút gọn biểu thức

a $A = (3x + 2)^2 - 2(x - 1)^2 - 7x^2$.

b $B = 2(x - y)(x + y) + (x + y)^2 + (x - y)^2$.

c $C = (4x^2 + y^2)(2x + y)(2x - y)$.

d $D = (a + 2)^2 - (a + 2)(a - 2)$.

e $A = (x - 2)(x + 2) + (x - 3)(x + 3) - x(2x + 1) - 4$.

f $B = (5a - b + 1)(5a + b - 1) - 24(a + 1)^2 + b^2 - 1$

Bài tập 15. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức:

a $P = (x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + 3(x - 2)(x + 2)$ với $x = 1$.

b $Q = (x - 3)(x + 3) + (x - 2)^2 - 2x(x - 4)$ với $x = -1$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phân tích đa thức $(\frac{x^3}{2} + 2y)(\frac{x^2}{2} + xy + 2y^2)$ thành nhân tử

A. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{2} + xy + 2y^2)$.

B. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2)$.

C. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{2} - xy + 4y^2)$.

D. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{4} - 2xy + 4y^2)$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $(x - 3)^2 - 9(x + 1)^2 = 0$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Câu 3. Khai triển $(3x - 4y)^2$ ta được

A. $9x^2 - 24xy + 16y^2$.

B. $9x^2 - 12xy + 16y^2$.

C. $9x^2 - 24xy - 16y^2$.

D. $9x^2 - 6xy + 16y^2$.

Câu 4. Chọn câu sai:

A. $(x + 2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$.

B. $(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$.

C. $(x - 2y)^2 = x^2 - 4y^2$.

D. $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - 4y^2$.

Câu 5. Khai triển $4x^2 - 25y^2$ ta được

A. $(4x - 5y)(4x + 5y)$.

B. $(4x - 25y)(4x + 25y)$.

C. $(2x - 5y)(2x + 5y)$.

D. $(4x - 5y)^2$.

Câu 6. Biểu thức $\frac{1}{4}x^2y^2 + xy + 1$ bằng

A. $(\frac{1}{4}xy + 1)^2$.

B. $(\frac{1}{2}xy + 1)^2$.

C. $(xy - \frac{1}{2})^2$.

D. $(\frac{1}{2} - 1)^2$.

Câu 7. Chọn câu đúng

A. $(A - B)(A + B) = A^2 + 2AB + B^2$.

B. $(A_B)(A + B) = A^2 - B^2$.

C. $(A + B)(A - B) = A^2 - 2AB + B^2$.

D. $(A + B)(A - B) = A^2 + B^2$.

Câu 8. Viết biểu thức $25x^2 - 20xy + 4y^2$ dưới dạng bình phương của một hiệu ta được

A. $(5x - 2y)^2$.

B. $(2x - 5y)^2$.

C. $(25x - 4y)^2$.

D. $(5x + 2y)^2$.

Câu 9. Tìm x biết $(x - 6)(x + 6) - (x + 3)^2 = 9$

A. $x = -8$.

B. $x = 9$.

C. $x = 1$.

D. $x = -6$.

Câu 10. Kết quả của tích $(a^2 + 2a + 4)(a - 2)$

A. $(a + 2)^3$.

B. $(a - 2)^3$.

C. $a^3 + 8$.

D. $a^3 - 8$.

BÀI 4: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

1.4 Phân tích đa thức thành nhân tử

1.4.1 Phương pháp đặt nhân tử chung

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đã cho thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức này gọi là một *nhân tử* của đa thức đã cho.

Ví dụ 1. Phân tích đa thức $3xy - 6x^2y + 12x$ thành nhân tử.

Hướng dẫn giải

$$A = 3xy - 6x^2y + 12x = 3x \cdot y - 3x \cdot 2xy + 3x \cdot 4 = 3x(y - 2xy + 4)$$

Nhận xét: Ở ví dụ 1, ta thấy rằng mỗi hạng tử của đa thức A đều có thể viết thành tích của $3x$ với một đơn thức. Ta gọi đơn thức $3x$ là *nhân tử chung* của các hạng tử của A . Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta viết được A thành tích của $3x$ với một đa thức. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức A thành nhân tử bằng *phương pháp đặt nhân tử chung*.

Thực hành 1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $P = 6x - 2x^3$; b) $Q = 5x^3 - 12x^2y$; c) $R = 3x^3y^3 - 6xy^3z + xy$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4.2 Phương pháp sử dụng hằng đẳng thức

Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $A = x^2 + 10x + 25$; b) $B = x^3 + 8y^3$; c) $C = 2ax^2 - 18ay^2$

Hướng dẫn giải

a) $A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2.x.5 + 5^2 = (x + 5)^2$;

b) $B = x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y)[x^2 - x.2y + (2y)^2] = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$;

c) $C = 2ax^2 - 18ay^2 = 2a(x^2 - 9y^2) = 2a[x^2 - (3y)^2] = 2a(x + 3y)(x - 3y)$.

Thực hành 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $9x^2 - 16$; b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$; c) $t^3 - 8$ d) $2ax^3y^3 + 2a$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng 1. Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích $2x^3 - 18x$ (với $x > 3$), mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x .

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng 2. Giải đáp câu hỏi ở trang 23. SGK. CTST



Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4.3 Phương pháp nhóm hạng tử

Ví dụ 3. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: a) $x^2 - 3x + xy - 3y$; b) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$;

Hướng dẫn giải

a) $x^2 - 3x + xy - 3y = (x^2 - 3x) + (xy - 3y) = x(x - 3) + y(x - 3) = (x - 3)(x + y)$.

b) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1 = (x^3 - 1) + (2x^2 - 2x) = (x - 1)(x^2 + x + 1) + 2x(x - 1) = (x - 1)(x^2 + 3x + 1)$.

Thực hành 3. Phân tích đa thức thành nhân tử: a) $a^3 - a^2b + a - b$; b) $x^3 + 2x^2 - xy^2 - 2y^2$;

Bài làm

.....

.....

.....

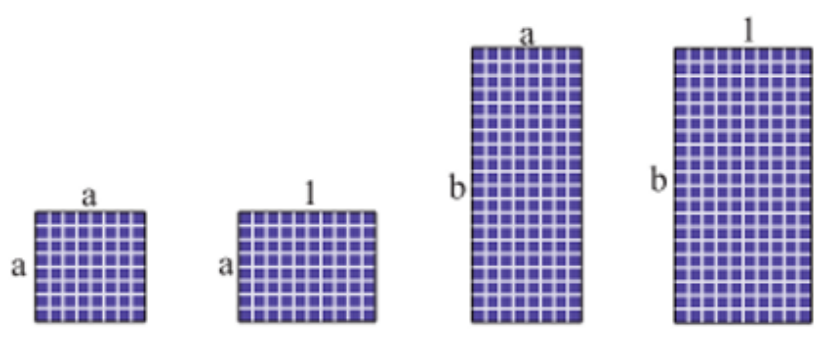
.....

.....

.....

.....

Vận dụng 3. Có thể ghép bốn tấm pin mặt trời với kích thước như Hình 2 thành một hình chữ nhật không? Nếu có, tính độ dài các cạnh và diện tích hình chữ nhật đó. Biết $a = 0,8; b = 2$ (các kích thước tính theo mét).



Hình 2

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4.4 Bài tập ôn luyện

Bài tập 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + 4x$

b) $6ab - 9ab^2$

c) $2a(x - 1) + 3b(1 - x)$

d) $(x - y)^2 - x(y - x)$

Bài tập 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 1$

b) $(x + 2)^2 - 9$

c) $(a + b)^2 - (a - 2b)^2$

Bài tập 3. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $4a^2 + 4a + 1$; b) $-3x^2 + 6xy - 3y^2$; c) $(x + y)^2 - 2(x + y)z + 4z^2$

Bài tập 4. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $8x^3 - 1$; b) $x^3 + 27y^3$; c) $x^3 - y^6$

Bài tập 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^3 - 16x$

b) $x^4 - y^4$

c) $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3$

d) $x^2 + 2x - y^2 + 1$

Bài tập 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - xy + x - y$

b) $x^2 + 2xy - 4x - 8y$

c) $x^3 - x^2 - x + 1$

Bài tập 7. Cho $y > 0$. Tìm độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng $49y^2 + 28y + 4$.

Bài tập 8. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $A = a^4 + 2a^2$.

b) $B = a^4 - 3a^2$.

c) $C = a^4b^2 + ab^3$.

d) $D = x^2y^3 - x^3y^2$.

e) $E = 6x^4 + 24x^2$.

f) $F = 15a^5 + 5a^3$.

Bài tập 9. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $A = 4a^2b^2 + 36a^2b^3 + 6ab^4$.

b) $B = 2a^2y^4 + 12x^4y^2 + 6x^3y^3$.

c) $C = 20a^4b - 5a^3b^2 + 15a^5b$.

Bài tập 10. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $A = a(x + y) + b(x + y)$,

b) $B = x(a + 3) - y(a + 3)$.

c) $C = 5a(x + y) - 4b(x + y)$.

d) $D = a^2(x + y) - b^3(x + y)$.

e) $E = a(x^2 + y^2) - b(x^2 + y^2)$.

f) $F = a(x^2 + 1) + b(x^2 + 1) - c(x^2 + 1)$.

g) $G = 5x(a + b - c) - 4y(a + b - c) - (a + b - c)$.

h) $H = 2a(x - y + z) - b(x - y + z) + (x - y + z)$

Bài tập 11. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = x(2y - z) - 2y(z - 2y)$ với $x = 2; y = \frac{1}{2}; z = -1$.

b) $B = x(y - x) + y(x - y)$ với $x = 13, y = 3$.

c) $C = x(x + y) - 5x - 5y$ với $x = \frac{33}{5}; y = \frac{12}{5}$.

Bài tập 12. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $A = x^2 - 1$.

b) $B = x^3 - 1$.

c) $C = x^3 + 8$.

d) $D = 4a^2 - 9b^2$.

e) $E = (a - b)^2 - c^2$.

f) $F = (m + n)^2 - (m - n)^2$

g) $G = a^4b^2 - x^8$.

h) $H = (2a + b)^2 - (2b + a)^2$.

i) $L = (a + b)^2 - (b + c)^2$.

Bài tập 13. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $A = x^3 - y^3$.

b) $B = x^3 + 27$.

c) $C = a^3 - 27$.

d) $D = 125 - b^3$.

e) $E = m^3 - 64$.

f) $F = 27a^3 - 8$.

g) $G = (8a^3 - 27b^3) - 2a(4a^2 - 9b^2)$.

h) $H = (a^3 - b^3) + (a - b)^2$.

i) $L = (a^3 + b^3) + (a + b)^2$

Bài tập 14. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$

b) $B = (x^2 + 4)^2 - 16x^2$.

c) $C = (a^2 + 2ab + b^2) - c^2$.

d) $D = 1 - (x^2 - 2xy + y^2)$.

e) $x^2 - 3$.

f) $E = (a + b)^3 - (a - b)^3$

g) $F = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$.

h) $G = 27 - 27x + 9x^2 - x^3$.

i) $H = (x + y)^2 + 2(x + y) + 1$

Bài tập 15.

a) Chứng minh rằng hiệu hai bình phương của hai số lẻ luôn chia hết cho 8.

b) Chứng minh rằng $(7n - 2)^2 - (2n - 7)^2$ chia hết cho 9 với mọi giá trị nguyên của n .

Bài tập 16. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $A = (a - 2)^2 - (2 - a)$.

b) $B = 8x(x - y) - 6y(y - x)$.

c) $C = x(x - y) - 2x + 5y$.

d) $D = 16x^2(x - y) - 10x(y - x)$.

e) $E = a(b - 3) - b(3 - b) + 3 - b$.

f) $F = (x + y)^3 - x(x + y)^2$.

g) $G = a(a - b)^2 - (b - a)^2$.

h) $H = 2x(8x - 4y) - 3y(8x - 4y)$.

Bài tập 17. Tính giá trị của đa thức:

a) $A = (x^2 - 2xy + y^2) - 4z^2$ với $x = 6; y = 2; z = 25$.

b) $B = (x^2 + y^2 + 5)^2 - 4(xy - 2)^2$ với $x = 2014; y = 2015$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phân tích đa thức thành nhân tử $x^2y^2z + xy^2z^2 + x^2yz^2$ ta được

A. $x(xy^2z + y^2z^2 + xyz^2)$.

B. $y(x^2yz + xyz^2 + x^2z^2)$.

C. $z(x^2y^2 + xy^2z + x^2yz)$.

D. $xyz(xy + yz + zx)$.

Câu 2. Kết quả phân tích đa thức $x^2 - xy + x - y$ thành nhân tử là:

A. $(x + 1)(x - y)$.

B. $(x - y)(x - 1)$.

C. $(x - y)(x + y)$.

D. $x(x - y)$.

Câu 3. Tìm x biết: $2 - 25x^2 = 0$

A. $x = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $x = \frac{-\sqrt{2}}{5}$.

C. $x = \frac{2}{25}$.

D. $x = \frac{\sqrt{2}}{5}$ hoặc $x = -\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Câu 4. Tính nhanh biểu thức $37^2 - 13^2$

A. 1200.

B. 800.

C. 1500.

D. 1800.

Câu 5. Nhân tử chung của biểu thức $30(4 - 2x)^2 + 3x - 6$ có thể là

A. $x + 2$.

B. $3(x - 2)$.

C. $(x - 2)^2$.

D. $(x + 2)^2$.

Câu 6. Câu trả lời đúng nhất: $21x^2y - 12xy^2$ bằng

A. $3(7x^2y - 4xy^2)$.

B. $3y(7x^2 - 4xy)$.

C. $3x(7xy - 4y^2)$.

D. $3xy(7x - 4y)$.

Câu 7. Phân tích đa thức thành nhân tử $x^3 - 4x$ ta được

A. $x(x^2 + 4)$.

B. $x(x + 2)(x - 2)$.

C. $x^2(x - 4)$.

D. Kết quả khác.

Câu 8. Phân tích đa thức thành nhân tử $(x - 4)^2 + (x - 4)$, ta được

A. $(x - 4)(x - 3)$.

B. $(x - 4)(x - 5)$.

C. $(x + 4)(x + 3)$.

D. $(x + 4)(x - 4)$.

Câu 9. Phân tích đa thức $x^2 - 6x + 8$ thành nhân tử ta được

A. $(x - 4)(2 - x)$.

B. $(x - 4)(x + 2)$.

C. $(x - 4)(x - 2)$.

D. $(x + 4)(x - 2)$.

Câu 10. Giá trị của biểu thức $A = x^2 - 4y^2 + 4x + 4$ tại $x = 62, y = -18$ là

A. 2500.

B. 1800.

C. 800.

D. 2800.

BÀI 5: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1.5 Phân thức đại số

1.5.1 Phân thức đại số

Một phân thức đại số (hay nói gọn là *phân thức*) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.

A được gọi là *tử thức* (hay *tử*), B được gọi là *mẫu thức* (hay *mẫu*).

Chú ý: Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

Ví dụ 1. Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây:

$$\frac{2x+1}{x-3} \quad \frac{ab}{a+b} \quad x^2+2x+1 \quad \sqrt{5} \quad \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

Hướng dẫn giải

Trong các biểu thức trên, $\frac{2x+1}{x-3}$; $\frac{ab}{a+b}$; x^2+2x+1 ; $\sqrt{5}$ là phân thức.

Biểu thức $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ không phải là phân thức vì $\sqrt{x}$ không phải là đa thức.

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để mẫu thức B khác 0.

Khi thay các biến của phân thức đại số bằng giá trị nào đó (sao cho phân thức xác định), rồi thực hiện các phép tính thì ta nhận được *giá trị* của phân thức đại số đó tại giá trị các biến.

Ví dụ 2. Cho phân thức $P = \frac{x^2-1}{2x+1}$.

a) Tính giá trị của phân thức tại $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$.

b) Tại $x = -\frac{1}{2}$ thì phân thức đó có xác định không? Tại sao?

Hướng dẫn giải

a) Tại $x = 0$, $P = \frac{0^2-1}{2 \cdot 0+1} = -1$.

Tại $x = 1$, $P = \frac{1^2-1}{2 \cdot 1+1} = 0$.

Tại $x = 2, P = \frac{2^2-1}{2.2+1} = \frac{3}{5}$.

b) Với $x = -\frac{1}{2}$ thì giá trị của mẫu thức là $2.(-\frac{1}{2}) + 1 = -1 + 1 = 0$ nên phân thức không xác định.

Chú ý: Khi xét phân thức mà không nói gì thêm thì ta hiểu các biến chỉ nhận các giá trị làm cho phân thức xác định.

Ví dụ 3. Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau:

a) $\frac{3x+4}{x-2}$ b) $\frac{x-y}{x+y}$.

Hướng dẫn giải

a) Phân thức xác định khi $x - 2 \neq 0$ hay $x \neq 2$.

b) Phân thức xác định khi $x + y \neq 0$ (nghĩa là tại các giá trị của x và y thỏa mãn $x + y \neq 0$).

Thực hành 1. Tìm giá trị của phân thức:

a) $\frac{x^2-2x+1}{x+2}$ tại $x = -3, x = 1$; b) $\frac{xy-3y^2}{x+y}$ tại $x = 3, y = -1$. ;

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 2. Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức:

a) $\frac{1}{2a+4}$ b) $\frac{xy-3y^2}{x-2y}$;

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng. Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất cho bởi biểu thức $C(x) = \frac{0,0002x^2 + 120x + 1000}{x}$, trong đó x là số áo được sản xuất và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi $x = 100, x = 1000$.

Bài làm

1.5.2 Hai phân thức bằng nhau

Ta nói hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau nếu $A.D = B.C$. Khi đó, ta viết

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Ví dụ 4. Hai phân thức $A = \frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$ và $B = \frac{3x}{x + 3}$ có bằng nhau không? Tại sao?

Hướng dẫn giải

Ta có $(3x^2 - 9x).(x + 3) = 3x^3 + 9x^2 - 9x^2 - 27x = 3x^3 - 27x$; $(x^2 - 9).3x = 3x^3 - 27x$.

Vậy $(3x^2 - 9x).(x + 3) = (x^2 - 9).3x$.

Do đó $\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$ và $B = \frac{3x}{x + 3}$, hay $A = B$.

Thực hành 3. Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

$$\text{a) } \frac{xy^2}{xy+y} \text{ và } \frac{xy}{x+1} \quad \text{b) } \frac{xy-y}{x} = \frac{xy-x}{y};$$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5.3 Tính chất cơ bản của phân thức

Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A.C}{B.C} \text{ (} C \text{ là một đa thức khác đa thức không)}$$

Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A:D}{B:D} \text{ (} D \text{ là một nhân tử chung)}$$

Ví dụ 5. Biến đổi phân thức bên trái thành phân thức bên phải của mỗi đẳng thức sau:

$$\text{a) } \frac{x-y}{y^2-x^2} = \frac{-1}{x+y} \quad \text{b) } \frac{2x}{-x+4} = \frac{-2x}{x-4}; \quad \text{c) } \frac{-12a^2bc}{9ab^3} = \frac{-4ac}{3b^2}$$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-y}{y^2-x^2} &= \frac{-(y-x)}{(y+x)(y-x)} = \frac{-1}{x+y}. \\ \text{b) } \frac{2x}{-x+4} &= \frac{2x \cdot (-1)}{(-x+4)(-1)} = \frac{-2x}{x-4} \\ \text{c) } \frac{-12a^2bc}{9ab^3} &= \frac{(-4) \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot c}{3 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot b^2} = \frac{-4ac}{3b^2} \end{aligned}$$

Nhận xét: Ở ví dụ 5, các phân thức bên phải đều đơn giản hơn phân thức bên trái. Ta gọi các phép biến đổi trên là *rút gọn* phân thức.

Chú ý: Để rút gọn một phân thức, ta thường thực hiện như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Ví dụ 6. Rút gọn phân thức $A = \frac{18x^2(x^2-2xy+y^2)}{27(x^4-x^3y)}$

Hướng dẫn giải

Ta có $A = \frac{18x^2(x^2-2xy+y^2)}{27(x^4-x^3y)} = \frac{2.9x^2(x-y)^2}{3.9x^3(x-y)} = \frac{2(x-y)}{3x}$.

Thực hành 4. Chứng tỏ hai phân thức $\frac{a^2-b^2}{a^2b+ab^2}$ và $\frac{a-b}{ab}$ bằng nhau theo hai cách khác nhau.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 5. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x^2+6xy}{6x^2}$ b) $\frac{2x^2-x^3}{x^2-4}$; c) $\frac{x+1}{x^3+1}$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5.4 Bài tập ôn luyện

Bài tập 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

a) $\frac{3x+1}{2x-1}$ b) $2x^2 - 5x + 3$; c) $\frac{x+\sqrt{x}}{3x+2}$

Bài tập 2. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\frac{4x-1}{2x-6}$ b) $\frac{x-10}{x+3y}$; c) $3x^2 - x + 7$

Bài tập 3. Tìm giá trị của phân thức:

a) $A = \frac{3x^2+3x}{x^2+2x+1}$ tại $x = -4$.

b) $B = \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ tại $a = 4, b = -2$

Bài tập 4. Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\frac{3ac}{a^3b}$ và $\frac{6c}{2a^2b}$.

b) $\frac{3ab-3b^2}{6b^2}$ và $\frac{a-b}{2b}$.

Bài tập 5. Tìm đa thức thích hợp thay vào chỗ trống tròn các đẳng thức sau:

a) $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{?}{x^2-1}$;

b) $\frac{x^2+2x}{x^3+8} = \frac{?}{x^2-2x+4}$

Bài tập 6. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x^2y}{2xy^5}$.

b) $\frac{3x^2-3x}{x-1}$.

c) $\frac{ab^2-a^2b}{2a^2+a}$.

d) $\frac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}$.

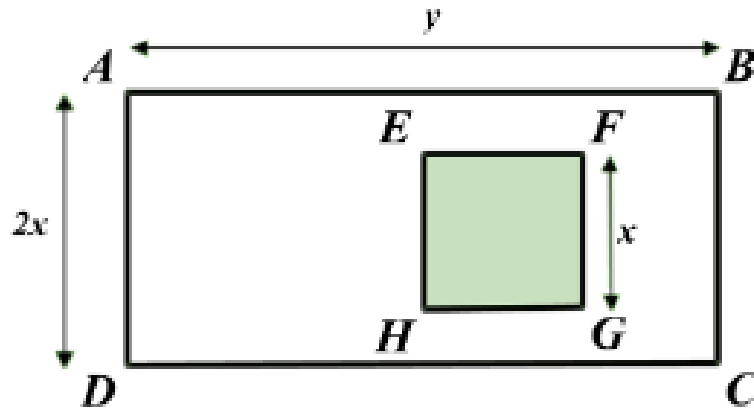
Bài tập 7. Xét các phân thức $P = \frac{x^2y}{xy^2}, Q = \frac{x}{y}, R = \frac{x^2+xy}{xy+y^2}$.

a) Các phân thức trên có bằng nhau không? Tại sao?

b) Có thể biến đổi như thế nào để chuyển Q thành P và R thành Q ?

Bài tập 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và hình vuông $EFGH$ như hình bên dưới.

(các số đo trên hình được tính theo centimet)



a) Viết biểu thức biểu thị tỉ số diện tích hình vuông và diện tích hình chữ nhật $ABCD$.

Cho biết tử thức và mẫu thức của phân thức vừa tìm được.

b) Tính giá trị của phân thức đó tại $x = 2; y = 8$.

Bài tập 9. Một vườn cây có $x^2 + 2x - y^2 - 2y$ cây, trong đó có $x^2 - y^2$ cây lấy gỗ còn lại cây ăn quả.

a) Viết biểu thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả.

b) Tính giá trị của phân thức đã cho tại $x = 100; y = 10$.

Bài tập 10. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{2x-6}{(x-3)^2}$.

b) $\frac{x^3-3x^2}{x^2-6x+9}$.

c) $\frac{2x^2-8}{x^2+4x+4}$.

d) $\frac{x^2+2x}{x^2-x-6}$.

e) $\frac{(x+2)^2}{2x+4}$

f) $\frac{x^2+4x+4}{2x+4}$.

Bài tập 11. Cho phân thức $A = \frac{2x-6}{x^3-3x^2+x-3}$.

a) Rút gọn biểu thức.

b) Tính giá trị của phân thức tại $x = -2$

Bài tập 12. Rút gọn phân thức

a) $\frac{8x^2y^2(x+y)}{4xy(x^2-y^2)}.$

b) $\frac{9x^3-18x}{3.(x^4-4)}.$

c) $\frac{x(x+3)}{x^2(3+x)}$

d) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-3x+2}$

Bài tập 13. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{(1-x)(-x-2)}{x+2}.$

b) $\frac{x^2-y^2}{x+y}.$

c) $\frac{3x-6}{x^3-6x^2+12x-8}.$

d) $\frac{x^3+2x^2}{x^3+6x^2+12x+8}$

Bài tập 14. Chứng minh đẳng thức $\frac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x^2-x-2} = \frac{x+1}{x+2}.$

Bài tập 15. Chứng tỏ rằng hai phân thức $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy}$ và $\frac{x-y}{x}$ bằng nhau.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phân thức $\frac{A}{B}$ xác định khi?

- A. $B \neq 0$. B. $B \geq 0$. C. $B \leq 0$. D. $A = 0$.

Câu 2. Với $B \neq 0$, $D \neq 0$, hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau khi?

- A. $A \cdot B = C \cdot D$. B. $A \cdot C = B \cdot D$. C. $A \cdot D = B \cdot C$. D. $A \cdot C < B \cdot D$.

Câu 3. Chọn đáp án đúng?

- A. $\frac{X}{Y} = \frac{-X}{Y}$. B. $\frac{X}{Y} = \frac{-X}{-Y}$.
C. $\frac{X}{Y} = \frac{X}{-Y}$. D. Cả ba đáp án trên đều đúng..

Câu 4. Với điều kiện nào của x thì phân thức $\frac{x-1}{x-2}$ có nghĩa?

- A. $x \leq 2$. B. $x \neq 1$. C. $x = 2$. D. $x \neq 2$.

Câu 5. Với điều kiện nào của x thì phân thức $\frac{-3}{6x+24}$ có nghĩa?

- A. $x \neq -4$. B. $x \neq 3$. C. $x \neq 4$. D. $x \neq 2$.

Câu 6. Phân thức nào dưới đây bằng với phân thức $\frac{2x^3y^2}{5}$?

- A. $\frac{14x^3y^4}{35xy}$. B. $\frac{14x^4y^3}{5xy}$. C. $\frac{14x^4y^3}{35}$. D. $\frac{14x^4y^3}{35xy}$.

Câu 7. Phân thức nào sau đây **không** bằng với phân thức $\frac{x^2-3x}{9-3x}$?

- A. $\frac{-x^2+3x}{3x-9}$. B. $\frac{x^2}{3}$. C. $\frac{-x^3-x^2}{3x+3}$. D. $\frac{-2x^3}{6x}$.

Câu 8. Giá trị nào của x để phân thức $\frac{2x-5}{3} < 0$ là

- A. $x > \frac{5}{2}$. B. $x < \frac{5}{2}$. C. $x < \frac{-5}{2}$. D. $x > 5$.

Câu 9. Biểu thức nào sau đây không phải là phân thức

- A. $\frac{1}{x^2+1}$. B. $\frac{x+1}{2}$. C. x^2-5 . D. $\frac{x+1}{0}$.

Câu 10. Cho $\frac{4x^2+3x-7}{A} = \frac{4x+7}{x+3}$. Khi đó đa thức A là?

- A. $A = x^2 + 2x - 3$. B. $x^2 + 2x + 3$. C. $A = x^2 - 2x - 3$. D. $A = x^2 + 2x$.

BÀI 6: CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

1.6 Cộng, trừ phân thức

1.6.1 Cộng trừ hai phân thức cùng mẫu

Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B} \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}$$

Chú ý: Phép cộng phân thức có các tính chất giao hoán, kết hợp tương tự như đối với phân số.

Ví dụ 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau: a) $\frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy}$; $\frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2}$;
 $\frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } \frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy} = \frac{x+y+x-y}{xy} = \frac{2x}{xy} = \frac{2}{y};$$

$$\text{b) } \frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2} = \frac{x^2+5x-(x-4)}{x+2} = \frac{x^2+5x-x+4}{x+2} = \frac{x^2+4x+4}{x+2} = \frac{(x+2)^2}{x+2} = x+2;$$

$$\text{c) } \frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2} = \frac{3x+2y-x}{x^2-y^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)(x-y)} = \frac{2(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{2}{x-y}.$$

Thực hành 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{x}{x+3} + \frac{2-x}{x+3}; \quad \text{b) } \frac{x^2y}{x-y} - \frac{xy^2}{x-y}; \quad \text{c) } \frac{2x}{2x-y} + \frac{y}{y-2x}$$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

1.6.2 Cộng, trừ hai phân thức khác mẫu

Nhận xét:

Quy đồng mẫu thức hai phân thức là biến đổi hai phân thức đã cho thành hai phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng hai phân thức đã cho.

Mẫu thức của các phân thức mới đó gọi là **mẫu thức chung** của hai phân thức đã cho.

Chú ý: Cho hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$.

- Ta có

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D} \quad \text{và} \quad \frac{C}{D} = \frac{C \cdot B}{D \cdot B}.$$

Nghĩa là, ta luôn có thể quy đồng hai phân thức đã cho với mẫu thức chung là $B \cdot D$ (tích của hai mẫu thức).

- Nếu D là một nhân tử của B ($B = D \cdot P$ với P là một đa thức) thì lấy mẫu thức chung là B . Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{C}{D} = \frac{C \cdot P}{D \cdot P} = \frac{C \cdot P}{B} \quad (\text{giữ nguyên phân thức } \frac{A}{B}).$$

(Tương tự cho trường hợp B là một nhân tử của D .)

- Nếu B và D có nhân tử chung là E ($B = E \cdot M$, $D = E \cdot N$ với M và N là những đa thức) thì lấy mẫu thức chung là $E \cdot M \cdot N$. Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot N}{B \cdot N} = \frac{A \cdot N}{E \cdot M \cdot N}, \quad \frac{C}{D} = \frac{C \cdot M}{D \cdot M} = \frac{C \cdot M}{E \cdot N \cdot M} = \frac{C \cdot M}{E \cdot M \cdot N}.$$

Ví dụ 2. Quy đồng mẫu thức của các cặp phân thức sau:

a) $\frac{2a}{a-5}$ và $\frac{-a}{a+5}$;

b) $\frac{1}{3abc}$ và $\frac{a+b}{ab^2}$;

c) $\frac{3}{a^2-4}$ và $\frac{a^2}{a+2}$.

Hướng dẫn giải

a) Mẫu thức chung là $(a-5)(a+5) = a^2 - 25$.

$$\frac{2a}{a-5} = \frac{2a(a+5)}{(a-5)(a+5)} = \frac{2a^2 + 10a}{a^2 - 25}, \quad \frac{-a}{a+5} = \frac{-a(a-5)}{(a+5)(a-5)} = \frac{-a^2 + 5a}{a^2 - 25}.$$

b) Ta có $3abc = ab \cdot 3c$ và $ab^2 = ab \cdot b$, nên mẫu thức chung là $ab \cdot 3c \cdot b = 3ab^2c$.

$$\frac{1}{3abc} = \frac{b}{3abc \cdot b} = \frac{b}{3ab^2c}, \quad \frac{a+b}{ab^2} = \frac{(a+b) \cdot 3c}{ab^2 \cdot 3c} = \frac{3ac + 3bc}{3ab^2c}.$$

c) Ta có $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$. Do đó, mẫu thức chung là $a^2 - 4$.

$$\frac{a^2}{a+2} = \frac{a^2(a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a^3 - 2a^2}{a^2 - 4}.$$

Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức, ta thực hiện các bước:

- Quy đồng mẫu thức;
- Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-3};$

b) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2};$

c) $\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy}.$

Hướng dẫn giải

a) $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-3} = \frac{2(a-3)}{a(a-3)} + \frac{a}{a(a-3)} = \frac{2a-6+a}{a(a-3)} = \frac{3a-6}{a(a-3)} = \frac{3(a-2)}{a(a-3)}.$

b) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x-(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x+2}.$

c) $\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} = \frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} = \frac{x^2}{xy(x-y)} - \frac{y^2}{xy(x-y)} = \frac{x^2-y^2}{xy(x-y)} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy(x-y)} = \frac{1}{xy}.$

Chú ý:

a) Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp:

- $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}$;
- $\left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right)$.

b) Nếu $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = 0$ thì phân thức $\frac{C}{D}$ được gọi là *phân thức đối* của phân thức $\frac{A}{B}$, kí hiệu là $-\frac{A}{B}$. Tương tự như với phân số, ta có tính chất:

$$-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}.$$

c) Phép trừ phân thức có thể chuyển thành phép cộng với phân thức đối:

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right).$$

Ví dụ 4. Thực hiện phép tính:

$$\frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} + \frac{1-a}{a^2+2a+1}$$

 Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} + \frac{1-a}{a^2+2a+1} &= \frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{1-a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} = \frac{2a+1-a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} = \frac{a+1}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} \\ &= \frac{1}{a+1} + \frac{a}{a+1} = \frac{1+a}{a+1} = 1. \end{aligned}$$

Thực hành 2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{a}{a-3} + \frac{3}{a+3}$;

b) $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x^2}$;

c) $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

Thực hành 3. Thực hiện phép tính: $\frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{x+y}$

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng. Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch giữa thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền ở tình huống trong đầu trang 31. Tính giá trị của các đại lượng này khi $v = 6\text{ km/h}$.



Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 3 km. Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B, rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ $(x + 1)$ km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ $(x - 1)$ km/h khi ngược dòng từ B về A.



Thời gian thi của đội là bao nhiêu? Chiều về mất thời gian nhiều hơn chiều đi bao nhiêu giờ? Cần dùng phép tính nào để tìm các đại lượng đó?

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.6.3 Bài tập ôn luyện

Bài tập 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{a-1}{a+1} + \frac{3-a}{a+1}$

b) $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a}$

c) $\frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}$

Bài tập 2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{1}{2a} + \frac{2}{3b}$

b) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}$

c) $\frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz}$

d) $\frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$

e) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}$

Bài tập 3. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-1} + \frac{x-4}{1-x}$

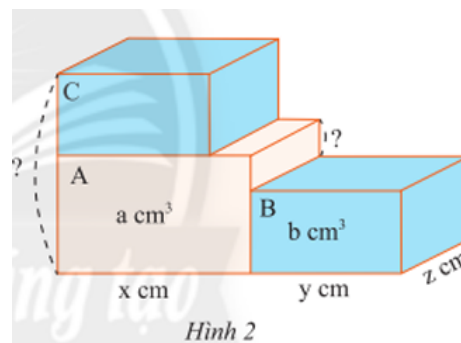
b) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}$

c) $x + \frac{2y^2}{x+y} - y$

Bài tập 4. Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ x (km/h); xe tải chạy với tốc độ y (km/h) ($x > y$). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

Bài tập 5.

Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như Hình 2. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C.



- Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật.
Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.
- Tính tổng chiều cao của hình A và C, chênh lệch chiều cao của hình A và B.

Bài tập 6. Thực hiện các phép tính sau:

- $\frac{11x-4}{x-1} + \frac{10x+4}{2-2x}$.
- $\frac{1}{x+2} + \frac{5}{2x^2+3x-2}$.
- $\frac{-3x^2}{x^3+1} + \frac{1}{x^2-x+1} + \frac{1}{x+1}$.
- $\frac{x+4y}{x^2-2xy} + \frac{x+y}{2y^2-xy}$.
- $\frac{2x-4}{5} + \frac{3x+14}{5}$.
- $\frac{x+1}{x-5} + \frac{x-18}{x-5} + \frac{x+2}{x-5}$.

Bài tập 7. Thực hiện các phép tính sau:

- $\frac{6}{x^2+4x} + \frac{3}{2x+8}$
- $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-14}{x^2-4}$.
- $\frac{4-x^2}{x-3} + \frac{2x-2x^2}{3-x} + \frac{5-4x}{x-3}$.

d) $\frac{2}{x+2} + \frac{-4}{2-x} + \frac{5x+2}{4-x^2}$

Bài tập 8. Cho biểu thức $P = \frac{x^2+x}{x^3+x^2+x+1} + \frac{1}{x^2+1}$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 1$

Bài tập 9. Cho biểu thức $P = \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x}$ với $x \neq 0; x \neq -1$.

a) Rút gọn biểu thức P ;

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 1$.

Bài tập 10. Tìm phân thức $P(x)$ thỏa mãn đẳng thức sau:

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - P(x) = \frac{6x-4}{x^2-1}$.

b) $\frac{2x+4}{x^3-1} - P(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$

Bài tập 11. Tính:

a) $\frac{5x-2}{15} + \frac{2x+2}{15}$;

b) $\frac{2-2x}{6x^3y} + \frac{3+2y}{6x^3y} + \frac{2x-5}{6x^3y}$.

c) $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{-y^2}{x+y} + \frac{-z^2}{y+z}$

d) $\frac{4x-2}{7xy^2} + \frac{x+2}{7xy^2}$

e) $\frac{3x+1}{2xy} - \frac{x-2}{2xy}$.

f) $\frac{xy}{2x-y} - \frac{2x^2}{y-2x}$.

Bài tập 12. Rút gọn biểu thức

a) $A = \frac{x+2}{x^2+x+1} - \frac{2}{x-1} - \frac{2x^2+4}{1-x^3}$.

b) $A = \frac{20x^2+120x+180}{(3x+5)^2-4x^2} + \frac{5x^2-125}{9x^2-(2x+5)^2} - \frac{(2x+3)^2-x^2}{3(x^2+8x+15)}$

Bài tập 13. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

a) $P = \frac{6x^2+8x+7}{x^3-1} + \frac{x}{x^2+x+1} - \frac{6}{x-1}$ với $x = \frac{1}{2}$.

b) $A = \frac{10}{(x+2)(3-x)} - \frac{12}{(3-x)(3+x)} - \frac{1}{(x+3)(x+2)}$ với $x = -0,75$

Bài tập 14. Cho $a + b + c = 1$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Tính $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Bài tập 15. Cho $a + b + c = 0$. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2 - c^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$$

$$B = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$$

Bài tập 16. Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{abc + a + b + c - (ab + bc + ca + 1)}{a^2b + 1 - (a^2 + b)}$$

Bài tập 17. Công ty da giày Hải Phòng nhận sản xuất 10000 đôi giày cho một đối tác nước ngoài với thời hạn là x ngày. Do cải tiến kĩ thuật, công ty không những hoàn thành trước kế hoạch đề ra một ngày mà còn sản xuất thêm được 200 đôi giày

a) Hãy biểu diễn qua x .

- i) Số ượng đôi giày công ty phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch
- ii) Số lượng đôi giày thực tế công ty đã sản xuất được trong một ngày
- iii) Số lượng đôi giày làm thêm trong một ngày.

b) Tính số lượng đôi giày mà công ty làm thêm trong một ngày với $x = 25$

Bài tập 18. Đầu tháng 5 năm 2017 , toàn thế giới ghi nhận hàng chục ngàn máy tính bị nhiễm một loại virus mới mang tên WannaCry. Theo ước tính, có 150000 thiết bị điện tử trở thành nạn nhân của cuộc tấn công mạng này. Trong thời gian đầu virus mới được phát tán, trung bình một ngày ghi nhận x thiết bị nhiễm virus và giai đoạn này khiến 60000 thiết bị bị thiệt hại. Sau đó tốc độ lan truyền gia tăng 500 thiết bị nhiễm virus mỗi ngày.

a) Hãy biểu diễn qua x .

- i) Thời gian 60000 thiết bị đầu tiên nhiễm virus;
- ii) Thời gian số thiết bị còn lại bị lây nhiễm;

iii) Thời gian để 150000 thiết bị nêu trên bị nhiễm virus

b) Tính thời gian để 150000 thiết bị nêu trên bị nhiễm virus với $x = 4000$

Bài tập 19. Nếu mua lẻ thì giá một chiếc bút bi là x đồng. Nhưng nếu mua từ 10 bút trở lên thì giá mỗi chiếc rẻ hơn 100 đồng. Cô Dung dùng 180000 đồng để mua bút cho văn phòng. Hãy biểu diễn qua x :

a) Tổng số bút mua được khi mua lẻ.

b) Tổng số bút mua được khi mua cùng một lúc, biết rằng giá tiền một bút không quá 1200 đồng.

c) Số bút được lợi khi mua cùng một lúc so với khi mua lẻ

Bài tập 20. Một công ty may mặc phải sản xuất 10000 sản phẩm trong x ngày. Khi thực hiện không những đã làm xong sớm một ngày mà còn làm thêm được 80 sản phẩm.

a) Hãy biểu diễn qua x .

i) Số sản phẩm phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch.

ii) Số lượng sản phẩm thực tế đã làm được trong một ngày.

iii) Số sản phẩm làm thêm trong một ngày

b) Tính số sản phẩm làm thêm trong một ngày với $x = 25$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chọn khẳng định đúng.

A. $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A-C}{B-D}$. **B.** $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD-BC}{BD}$. **C.** $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD-BC}{BD}$. **D.** $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A-C}{BD}$.

Câu 2. Phân thức đối của phân thức $\frac{2x-1}{x+1}$ là

A. $\frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $\frac{1-2x}{x+1}$. **C.** $\frac{x+1}{2x-1}$. **D.** $\frac{x+1}{1-2x}$.

Câu 3. Thực hiện phép tính $\frac{x^2}{x+2} - \frac{4}{x+2}$ ($x \neq -2$)

A. $x+2$. **B.** $2x$. **C.** x . **D.** $x-2$.

Câu 4. Tìm phân thức A thỏa mãn $\frac{x-1}{x^2-2x} + A = \frac{-x-1}{x^2-2x}$

A. $\frac{2}{x-2}$. **B.** $\frac{2}{2-x}$. **C.** $\frac{1}{x}$. **D.** $\frac{1}{x+2}$.

Câu 5. Với $B \neq 0$, kết quả của phép cộng $\frac{A}{B} + \frac{C}{D}$ là

- A. $\frac{A.C}{B}$. B. $\frac{A+C}{B}$. C. $\frac{A+C}{2B}$. D. $\frac{A+C}{B^2}$.

Câu 6. Phân thức $\frac{4x}{x^2-1}$ là kết quả của phép tính nào dưới đây?

- A. $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$. B. $\frac{2x-1}{x+1} - \frac{2x+1}{x-1}$. C. $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}$. D. $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 7. Phép tính $\frac{3x+21}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x-3}$ có kết quả là

- A. $\frac{-2}{x-3}$. B. $\frac{2x}{(x-3)(x+3)}$. C. $\frac{2}{x+3}$. D. $\frac{2}{x-3}$.

Câu 8. Tính tổng sau: $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}$

- A. $A = 1$. B. $A = 0$. C. $A = \frac{1}{2}$. D. $A = \frac{99}{100}$.

Câu 9. Kết quả của tổng $\frac{a-2}{a-b} + \frac{b-2}{b-a}$ là?

- A. -1 . B. 1 . C. $\frac{a-b}{b-a}$. D. $\frac{a+b-4}{a-b}$.

Câu 10. Kết quả của phép tính $\frac{x-2}{2xy} - \frac{x+4}{2xy}$ là

- A. $\frac{2x-3}{xy}$. B. $\frac{2x-2}{xy}$. C. $\frac{-3}{xy}$. D. $\frac{x-3}{xy}$.

Câu 11. Kết quả của phép tính $\frac{3x-1}{x+2} - \frac{x+6}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{2x-7}{x+2}$. B. $\frac{2x-6}{x+2}$. C. $\frac{2x-7}{(x+2)^2}$. D. $\frac{2x+5}{x+2}$.

Câu 12. Trừ hai phân thức $\frac{x+1}{x-2} - \frac{3-2x}{2-x}$ ta được

- A. $\frac{3x-2}{(x-2)(2-x)}$. B. $\frac{4-3x}{x-2}$. C. $\frac{1}{x-2}$. D. $\frac{-x+4}{x-2}$.

Câu 13. Rút gọn biểu thức $\frac{4x-1}{3x^2y} - \frac{7x-1}{3x^2y}$

- A. $\frac{-1}{xy}$. B. $\frac{x-1}{xy}$. C. $\frac{1-x}{xy}$. D. $\frac{1}{xy}$.

Câu 14. Phép tính $\frac{2}{x+3} - \frac{3}{x^2-9}$ có kết quả là

- A. $\frac{2x-3}{x^2-9}$. B. $\frac{2x-9}{x-9}$. C. $\frac{2x-9}{x^2-9}$. D. $\frac{x-6}{x^2-9}$.

Câu 15. Kết quả gọn nhất của phép tính $\frac{x-2}{6x^2-6x} - \frac{1}{4x^2-4}$ là một phân thức có tử thức là?

- A. $2x^2 + 5x - 4$. B. $2x^2 + 4x - 4$. C. $2x^2 - 4x - 4$. D. $2x^2 - 5x - 4$.

BÀI 7: NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

1.7 Nhân chia phân thức

1.7.1 Nhân hai phân thức

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

Nhận xét: Tương tự phép nhân các phân số, phép nhân các phân thức có các tính chất sau:

a) Tính chất giao hoán:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$$

b) Tính chất kết hợp:

$$\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} \right) \cdot \frac{E}{G} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{G} \right)$$

c) Tính chất phân phối đối với phép cộng:

$$\frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{G} \right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{G}$$

Ví dụ 1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} \cdot \frac{2x}{x - 1}$

 **Hướng dẫn giải**

a) $\frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c} = \frac{2 \cdot (-6) \cdot a \cdot c \cdot b^3}{3 \cdot 8 \cdot b \cdot a^2 \cdot c} = \frac{-b^2}{2a}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} \cdot \frac{2x}{x - 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x(x + 4)} \cdot \frac{2x}{x - 1} = \frac{2(x + 1)}{x + 4}$

Ví dụ 2. Tính:

$$\text{b) } \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2 \right)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2-2x} \cdot \frac{6x}{2x+4} = \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x(x-2)} \cdot \frac{6x}{2(x+2)} = \frac{6x(x-2)^2(x+1)}{2x(x+1)^2(x-2)(x+2)} = \\ & \frac{3(x-2)}{(x+1)(x+2)} \\ \text{b) } & \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2 \right) = \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - ab(a+b) \right) \\ & = \frac{1}{4a} - \left(\frac{a+b}{4a(a+b)} - \frac{ab(a+b)}{a+b} \right) \\ & = \frac{1}{4a} - \left(\frac{1}{4a} - ab \right) \\ & = ab \end{aligned}$$

- $\frac{3a^2}{10b^3} \cdot \frac{15b}{9a^4}$
- $\frac{x-3}{x^2} \cdot \frac{4x}{x^2-9}$
- $\frac{a^2-6a+9}{a^2+3a} \cdot \frac{2a+6}{a-3}$
- $\frac{x+1}{x} \cdot (x + \frac{2-x^2}{x^2-1})$

Bài làm

[illegible]

1.7.2 Chia hai phân thức

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ (C khác đa thức không), ta nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với $\frac{D}{C}$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$$

Nhận xét: Phân thức $\frac{D}{C}$ được gọi là phân thức *nghịch đảo* của phân thức $\frac{C}{D}$.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2-4}{x^2+5x} : \frac{x+2}{2x}$.

b) $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz}$

 **Hướng dẫn giải**

a) $\frac{x^2-4}{x^2+5x} : \frac{x+2}{2x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+5)} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2) \cdot 2x}{x(x+5) \cdot (x+2)} = \frac{2(x-2)}{x+5}$;

b) $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz} = \left(\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} \right) : \frac{x^2}{yz} = \frac{x^3z}{y^3} \cdot \frac{yz}{x^2} = \frac{xz^2}{y^2}$.

Ví dụ 4. Thực hiện phép tính sau; $\frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$.

 **Hướng dẫn giải**

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{1}{x} - 1 + \frac{x}{2} = \frac{2-2x+x^2}{2x}.$$

Thực hành 2. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2-9}{x-2} : \frac{x-3}{x}$;

b) $\frac{x}{z} \cdot \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz}$.

c) $\frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vận dụng. Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có đường dài bằng nhau và bằng s (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hỏa là a (giờ), của ô tô khách là b giờ ($a < b$). Tốc độ của tàu hỏa gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi $s = 350, a = 5, b = 7$.

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.7.3 Bài tập ôn luyện

Bài tập 1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3} \quad \text{b) } \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} = \frac{x^2+x}{x-1}; \quad \text{c) } \frac{2x+x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{3x^3+3}{3x+6}$$

Bài tập 2. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{5x}{4y^3} : \left(-\frac{x^4}{20y}\right) \quad \text{b) } \frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x}; \quad \text{c) } \frac{2x+6}{x^3-8} = \frac{(x+3)^3}{2x-4}$$

Bài tập 3. Tính:

$$\text{a) } \frac{4x^2+2}{x-2} \cdot \frac{3x+2}{x-4} \cdot \frac{4-2x}{2x^2+1},$$

$$\text{b) } \frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} : \frac{x^2-4}{x^2+3x}$$

Bài tập 4. Tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1-x}{x} + x^2 - 1\right) : \frac{x-1}{x}.$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}.$$

$$\text{c) } \frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{3}.$$

Bài tập 5. Tâm đạp xe từ nhà tới cầu lạc bộ câu cá có quãng đường dài 15km với tốc độ x (km /h). Lướt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lướt đi 4 km/h.

- a) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.
- b) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lướt đi đối với lướt về.
- c) Tính T và t với $x = 10$.

Bài tập 6. Tính:

- a) $\frac{3a^2}{10b^3} \cdot \frac{15b}{9a^4}$.
- b) $\frac{x-3}{x^2} \cdot \frac{4x}{x^2-9}$.
- c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+3a} \cdot \frac{2a+6}{a-3}$.
- d) $\frac{x+1}{x} \cdot (x + \frac{2-x^2}{x^2-1})$

Bài tập 7. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{x^2-9}{x-2} : \frac{x-3}{x}$.
- b) $\frac{x}{z^2} \cdot \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz}$.
- c) $\frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$.

Bài tập 8. Thực hiện các phép toán nhân phân thức sau:

- a) $\frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3}$.
- b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-1}$.
- c) $\frac{2x+x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{3x^3+3}{3x+6}$.

Bài tập 9. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

- a) $\frac{5x}{4y^3} : (-\frac{x^4}{20y})$.
- b) $\frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x}$.
- c) $\frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$

Bài tập 10. Tính:

a) $\frac{4x^2+2}{x-2} \cdot \frac{3x+2}{x-4} \cdot \frac{4-2x}{2x^2+1}$.

b) $\frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+3x}$

Bài tập 11. Cho biểu thức $M = (\frac{x+2}{x^2-x} + \frac{x-2}{x^2+x}) \cdot \frac{x^2-1}{x^2+2}$.

a) Tìm các giá trị của x để biểu thức M xác định.

b) Rút gọn M .

Bài tập 12. Cho biểu thức $P = (\frac{x^2+}{x+1} - 1)(\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x})$

a) Tìm các giá trị của x để biểu thức P xác định.

b) Rút gọn P .

Bài tập 13. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c}$.

b) $\frac{x^2-1}{x^2+4x} \cdot \frac{2x}{x-1}$

Bài tập 14. Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ; máy B xát được y tấn gạo trong b giờ,

a) Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy).

b) Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.

c) Tính giá trị của biểu thức ở câu b) khi $x = 3, y = 2, b = 4$.

Bài tập 15. Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng s (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hỏa là a (giờ), của ô tô khách là b giờ ($a < b$). Tốc độ tàu hỏa gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi $s = 350, a = 5, b = 7$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Kết quả gọn nhất của tích $\frac{10x^3}{11y^2} \cdot \frac{121y^5}{25x}$ là

A. $\frac{11x^2y^3}{5}$.

B. $\frac{22x^2y^3}{5}$.

C. $\frac{22x^2y^3}{25}$.

D. $\frac{22x^3y^3}{5}$.

Câu 2. Phép tính $\frac{24xy^2z^2}{12x^2z} \cdot \frac{4x^2y}{6xy^4}$ có kết quả là

- A. $\frac{24z}{18y}$. B. $\frac{24xz}{18xy}$. C. $\frac{4x}{3y}$. D. $\frac{4z}{3y}$.

Câu 3. Phân thức $\frac{-2z^2}{5y}$ là kết quả của tích

- A. $\frac{-27z^4}{6y^3z} \cdot \frac{4xy^2}{15x^2z}$. B. $\frac{-9xz^4}{18y^3z} \cdot \frac{8xy^2}{-45x^2z}$. C. $\frac{-27xz^4}{6z} \cdot \frac{4xy^2}{-45x^2}$. D. $\frac{-27xz^4}{18y^3z} \cdot \frac{4xy^2}{15x^2z}$.

Câu 4. Thực hiện phép tính $\frac{3x+12}{4x-16} \cdot \frac{8-2x}{x+4}$ ta được

- A. $\frac{-3}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{2(x-4)}$. D. $\frac{-3}{2(x-4)}$.

Câu 5. Phép tính $3x^3y^5 \cdot (\frac{-7z}{9xy^6})$ có kết quả là

- A. $\frac{7x^2z}{3y}$. B. $\frac{-7xz}{3y}$. C. $\frac{-7x^2z}{3y}$. D. $\frac{-7x^2}{3y}$.

Câu 6. Kết quả của phép nhân $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}$ là

- A. $\frac{AD}{BC}$. B. $\frac{BD}{AC}$. C. $\frac{A+C}{B+D}$. D. $\frac{AC}{BD}$.

Câu 7. Chọn câu sai

- A. $\frac{A}{B}(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{E}{F}$. B. $\frac{A}{B}(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}) = (\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}) \cdot \frac{E}{F}$.
C. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$. D. $\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{A} = 1$.

Câu 8. Chọn đáp án đúng

- A. Muốn nhân hai phân thức, ta giữ nguyên tử thức, nhân mẫu thức lại với nhau..
B. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức với nhau, nhân mẫu thức với nhau..
C. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức của phân thức này với mẫu thức của phân thức kia. .
D. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức với nhau, giữ nguyên mẫu thức.

Câu 9. Kết quả của phép chia $\frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$ là

- A. $\frac{4}{x+4}$. B. $-\frac{4}{x+4}$. C. $\frac{4}{3(x+4)}$. D. $-\frac{4}{3(x+4)}$.

Câu 10. Phép tính $3x^3 \cdot y^5 \cdot (-\frac{7z}{9xy^6})$

- A. $\frac{-7x^2z}{3y}$. B. $\frac{7x^2z}{3}$. C. $\frac{-7xz}{3y}$. D. $\frac{-7x^2}{3y}$.

Chương 2

BÀI TẬP TỔNG HỢP

2.1 Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Biểu thức nào sau đây không phải là đa thức?

- A. $\sqrt{2}x^2y$. B. $-\frac{1}{2}xy^2 + 1$. C. $\frac{1}{2z}x + y$. D. 0.

Câu 2. Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức $-2x^3y$?

- A. $\frac{1}{3}x^2yz$. B. $2x^3yz$. C. $-2x^3z$. D. $3x^3y$.

Câu 3. Biểu thức nào sau đây không phải là đa thức bậc 4?

- A. $2x^2yz$. B. $x^4 - \frac{3}{2}x^3y^2$. C. $x^2y + xyz$. D. $x^4 - 2^5$.

Câu 4. Biểu thức nào sau đây không phải là phân thức?

- A. $x^2y + y$. B. $\frac{3xy}{\sqrt{2z}}$. C. $\frac{\sqrt{x}}{2}$. D. $\frac{a+b}{a-b}$.

Câu 5. Nếu $M = (x + y - 1)(x + y + 1)$ thì

- A. $M = x^2 - 2xy + y^2 + 1$. B. $M = x^2 + 2xy + y^2 - 1$.
C. $M = x^2 - 2xy + y^2 - 1$. D. $M = x^2 + 2xy + y^2 + 1$.

Câu 6. Nếu $N = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ thì

- A. $N = 8x^3 - 1$. B. $N = 4x^3 + 1$. C. $N = 8x^3 + 1$. D. $N = 2x^3 + 1$.

Câu 7. Nếu $P = x^4 - 4x^2$ thì

- A. $P = x^2(x - 2)(x + 2)$. B. $P = x^2(x - 4)(x + 4)$.
C. $P = x(x - 2)(x + 2)$. D. $P = x(x - 4)(x + 2)$.

Câu 8. Nếu $Q = \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{1}{x^2-1}$ thì

- A. $Q = \frac{3-x}{(x-1)(x+1)^2}$. B. $Q = \frac{x-3}{(x-1)(x+1)^2}$. C. $Q = \frac{3-x}{((x+1)^2)}$. D. $Q = \frac{1}{(x-1)(x+1)^2}$.

Câu 9. Nếu $R = 4x^2 - 4xy + y^2$ thì:

- A. $R = (x + 2y)^2$. B. $R = (x - 2y)^2$. C. $R = (2x + y)^2$. D. $R = (2x - y)^2$.

Câu 10. Nếu $S = x^6 - 8$ thì

- A. $S = (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$. B. $S = (x^2 - 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$.
C. $S = (x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$. D. $S = (x - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$.

Câu 11. Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào không phải đơn thức?

- A. 2. B. $5x + 9$. C. x^3y^2 . D. $3x$.

Câu 12. Sau khi thu gọn đơn thức $2.(-3x^3y).y^2$ ta được kết quả

- A. $-6x^2y^3$. B. $-6x^3y^3$. C. $-6x^3y^2$. D. $6x^3y^3$.

Câu 13. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức:

- A. $2 + x^2y$. B. $-\frac{1}{5}x^4y^5$. C. $\frac{x+y^3}{3y}$. D. $-\frac{3}{4}x^3y + 7x$.

Câu 14. Sắp xếp đa thức $4x^2 + x + 7x^4 - 4x^3 - \frac{1}{2}x^5$ theo lũy thừa tăng dần của biến x .

- A. $x + 4x^2 + 7x^4 - 4x^3 - \frac{1}{2}x^5$. B. $x + 4x^2 + 7x^4 - \frac{1}{2}x^5 - 4x^3$.
C. $x + 4x^2 - \frac{1}{2}x^5 - 4x^3 + 7x^4$. D. $x + 4x^2 - 4x^3 + 7x^4 - \frac{1}{2}x^5$.

Câu 15. Bậc của đơn thức $(-2x^3)3x^4y$ là

- A. 3. B. 5. C. 7. D. 8.

Câu 16. Tính giá trị của đơn thức $5x^4y^2z^3y$ tại $x = -1, y = -1, z = -2$

- A. 10. B. 20. C. -40. D. 40.

Câu 17. Thu gọn đơn thức $x^3y^3x^2y^2z$

- A. x^5y^5 . B. x^5y^5z . C. $x^5y^5z^2$. D. xyz^2 .

Câu 18. Tìm hệ số đơn thức $-36a^2b^2x^2y^3$.

- A. -36. B. $-36a^2b^2$. C. $36a^2b$. D. $-36a^2$.

Câu 19. Bậc của đa thức $x^2y^2 + xy^5 - x^2y^4$ là

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 20. Câu nào sau đây đúng

- A. Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc thấp nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó..

- B.** Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó..
- C.** Bậc của đa thức là tổng tất cả các bậc của hạng tử trong đa thức đó.
- D.** A, B, C đều sai.

Câu 21. Câu nào sau đây đúng

- A.** Đa thức là một tổng của những đơn thức.
- B.** Mỗi đơn thức được coi là một đa thức.
- C.** Số không cũng được coi là đa thức 0.
- D.** A, B, C đều đúng.

Câu 22. Tính giá trị của biểu thức $M = 5x^2y + 2xy^2 - 3x^2y$ tại $x = 2$ và $y = 2$

- A.** $M = 30$. **B.** $M = 31$. **C.** $M = -31$. **D.** $m = 32$.

Câu 23. Cho đa thức $A = x^2 - 4x^3 + x - 3x^2 + 1$. Tính giá trị của A tại $x = 2$.

- A.** $A = -35$. **B.** $A = 53$. **C.** $A = 33$. **D.** $A = 35$.

Câu 24. Thu gọn đa thức $4x^2y + 6x^3y^2 - 10x^2y + 4x^3y^2$

- A.** $14x^2y + 10x^3y^2$. **B.** $-14x^2y + 10x^3y^2$.
- C.** $6x^2y - 10x^3y^2$. **D.** $-6x^2y + 10x^3y^2$.

Câu 25. Tích $(x - y)(x + y)$ có kết quả bằng

- A.** $x^2 - 2xy + y^2$. **B.** $x^2 + y^2$. **C.** $x^2 - y^2$. **D.** $x^2 + 2xy + y^2$.

Câu 26. Giá trị của đa thức $xy + 2x^2y^2 - x^4y$ tại $x = y = -1$

- A.** 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 27. Chọn câu đúng:

- A.** $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = x^4 - x^3 - 2x$. **B.** $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = x^4 - x^2 - 2x$.
- C.** $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x$. **D.** $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = x^4 + 2x^3 - 2x$.

Câu 28. Tìm phần biến trong đơn thức $100abx^2yz$ với a, b là hằng số

- A.** ab^2x^2yz . **B.** x^2y . **C.** x^2yz . **D.** $100ab$.

Câu 29. Thu gọn đa thức $3y(x^2 - xy) - 7x^2(y + xy)$

- A.** $-4x^2y - 3xy^2 + 7x^3y$. **B.** $-4x^2y - 3xy^2 - 7x^2y$.
- C.** $4x^2y + 3xy^2 - 7x^3y$. **D.** $4x^2y - 3xy^2 + 7x^3y$.

Câu 30. Cho 2 hai đa thức $P(x) = 2x^2 - 1$ và $Q(x) = x + 1$. Hiệu $P(x) - Q(x)$.

C. $(2x - 5y)(2x + 5y)$.

D. $(4x - 5y)^2$.

Câu 42. Biểu thức $\frac{1}{4}x^2y^2 + xy + 1$ bằng

A. $(\frac{1}{4}xy + 1)^2$.

B. $(\frac{1}{2}xy + 1)^2$.

C. $(xy - \frac{1}{2})^2$.

D. $(\frac{1}{2}xy - 1)^2$.

Câu 43. Chọn câu đúng

A. $(A - B)(A + B) = A^2 + 2AB + B^2$.

B. $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$.

C. $(A + B)(A - B) = A^2 - 2AB + B^2$.

D. $(A + B)(A - B) = A^2 + B^2$.

Câu 44. Viết biểu thức $25x^2 - 20xy + 4y^2$ dưới dạng bình phương của một hiệu

A. $(5x - 2y)^2$.

B. $(2x - 5y)^2$.

C. $(25x - 4y)^2$.

D. $(5x + 2y)^2$.

Câu 45. Biểu thức $(a + b + c)^2$ bằng

A. $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$.

B. $a^2 + b^2 + c^2 + bc + ac + 2ab$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc)$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức $B = (2a - 3)(a + 1) - (a - 4^2) - a(a + 7)$ ta được

A. 0.

B. 1.

C. 19.

D. -19.

Câu 47. Rút gọn biểu thức $H = (x + 5)(x^2 - 5x + 25) - (2x + 1)^3 + 7(x - 1)^3 - 3x(-11x + 5)$ ta được giá trị là

A. Một số âm.

B. Một số chẵn.

C. Một số chính phương.

D. Một số chia hết cho 13.

Câu 48. Kết quả tích $(a^2 + 2a + 4)(a - 2)$

A. $(a - 2)^2$.

B. $(a + 2)^2$.

C. $a^3 + 8$.

D. $a^3 - 8$.

Câu 49. Nhà bạn Minh và bạn An cùng trồng bắp cải trên hai mảnh hình vuông khác nhau. Các cây bắp cải được cách đều nhau. Do vườn nhà bạn Minh lớn hơn nên số cây bắp cải trồng được lớn hơn vườn nhà bạn An là 211 cây. Hỏi nhà bạn Minh đã trồng bao nhiêu cây bắp cải/

A. 106 cây.

B. 11025 cây.

C. 11238 cây.

D. 105 cây.

Câu 50. Phân tích đa thức $x^2 - 5x + 6$ thành nhân tử

A. $(x + 6)(x - 1)$.

B. $(x + 2)(x - 3)$.

C. $(x - 2)(x - 3)$.

D. $(x - 1)(x - 6)$.

Câu 51. Giá trị x thỏa mãn $5x^2 - 10x + 5 = 0$

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 5$.

Câu 52. Phân tích $x^3 + x^2 - 4x - 4$ thành nhân tử

- A. $(x-2)(x+2)(x+1)$. B. $(x-1)(x+1)(x+4)$.
C. $(x+4)(x-1)(x+2)$. D. Đáp án khác.

Câu 53. Phân tích đa thức $2x^2 + x - 6$ thành nhân tử

- A. $(x+2)(x-3)$. B. $(x+2)(2x-3)$. C. $(x-2)(2x+3)$. D. $(x-1)(2x+6)$.

Câu 54. Chọn câu đúng

- A. $(3x-2y)^2 - (2x-3y)^2 = 5(x-y)(x+y)$. B. $(3x-2y)^2 - (2x-3y)^2 = (5x-y)(x-5y)$.
C. $(3x-2y)^2 - (2x-3y)^2 = (x-y)(x+y)$. D. $(3x-2y)^2 - (2x-3y)^2 = 5(x-y)(x-5y)$.

Câu 55. Đa thức $25 - a^2 + 2ab - b^2$ được phân tích thành

- A. $(5+a-b)(5-a-b)$. B. $(5+a+b)(5-a-b)$.
C. $(5+a+b)(5-a+b)$. D. $(5+a-b)(5-a+b)$.

Câu 56. Phân tích đa thức $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ thành nhân tử

- A. $(x+2y)^3$. B. $(2x+y)^3$. C. $(2x-y)^3$. D. $(8x+y)^3$.

Câu 57. Phân tích đa thức $\frac{x^3}{8} + 8y^3$ thành nhân tử

- A. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{2} + xy + 2y^2)$. B. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2)$.
C. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{2} - xy + 4y^2)$. D. $(\frac{x}{2} + 2y)(\frac{x^2}{4} - 2xy + 4y^2)$.

Câu 58. Phân tích đa thức $m.n^3 - 1 + m - n^3$ thành nhân tử

- A. $(m-n)(n^2 - n + 1)(n+1)$. B. $n^2(n+1)(m-1)$.
C. $(m+1)(n^2 + 1)$. D. $(n^3 + 1)(m-1)$.

Câu 59. Tính giá trị biểu thức $B = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ tại $x = 3,25; y = 6,75$

- A. 350. B. -350. C. 35. D. -35.

Câu 60. Phân tích đa thức $2m^2 + 10m + 8$ thành nhân tử

- A. $(2m+8)(m+1)$. B. $(2m-8)(m-1)$. C. $(2m-8)(m+1)$. D. $(2m+8)(m-1)$.

Câu 61. Biểu thức nào trong các câu sau là đơn thức?

- A. $2x^2y$. B. $2x^2 + y$. C. $x^2 + 2y$. D. $2x + 2y^2$.

Câu 62. Biểu thức nào trong các câu sau là đa thức

- A. $3x^2y$. B. $2xy$. C. $3xy$. D. $3x^2y + 2xy$.

Câu 63. Biểu thức nào trong các câu sau không là đa thức

- A. xy . B. $\frac{x}{y}$. C. $2xy$. D. $4xy$.

Câu 64. Đơn thức nào trong các câu sau là đơn thức thu gọn?

- A. $3x^2yz$. B. $3xyxx$. C. $3xyzzy$. D. $3xyzzz$.

Câu 65. Đơn thức $6x^2y^2z$ có hệ số là

- A. 6. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 66. Đơn thức $6x^2y^2z$ có phần biến là

- A. xyz . B. x^2y^2z . C. x^2y^2 . D. x^2yz .

Câu 67. Đơn thức $6x^2y^2z$ có bậc là

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 68. Đơn thức đồng dạng với đơn thức $2xyz$ là

- A. $3x^2yz$. B. $23xy^2z$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}xyz$. D. $3xyz^2$.

Câu 69. Kết quả của $2x + 3x$ là

- A. $3x$. B. $5x^2$. C. $6x$. D. $5x$.

Câu 70. Kết quả của $2x^2y + 3x^2y$ là

- A. $6x^2y$. B. $5x^2y$. C. $-5x^2y$. D. $-6x^2y$.

Câu 71. Kết quả của $5x^2y - 2x^2y$ là

- A. $3x^2y$. B. $2x^2y$. C. $3xy^2$. D. $3x^2y^2$.

Câu 72. Đơn thức $-2x^2y^2z$ có hệ số và có bậc là

- A. -2 và 6. B. -2 và 3. C. -2 và 5. D. -2 và 4.

Câu 73. Hệ số của đơn thức $-xy^3z$ là

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 74. Bậc của đa thức 15 là

- A. 1. B. không có bậc. C. 0. D. 15.

Câu 75. Tích của đơn thức $3xy$ và đơn thức $2x^2y$ là

- A. $6x^3y^2$. B. $5x^3y^2$. C. $6x^2y^2$. D. $5x^2y^3$.

Câu 76. Kết quả của phép tính $2x.(x - y)$ là

- A. $x^2 - 2xy$. B. $2x^2 - 2xy$. C. $2x^2 - y$. D. $2x - 2xy$.

Câu 77. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức bình phương của một tổng

- A. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. B. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
C. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. D. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Câu 78. Kết quả của phép tính $4x^2y^3z : 2xyz$ là:

- A. $2xy^2$. B. $2x^2y$. C. $2xy^2z$. D. $2x^2yz$.

Câu 79. Kết quả phân tích $x^2 + 2x$ thành nhân tử là:

- A. $x(x^2 + 2)$. B. $x(x - 2)$. C. $x(x + 2)$. D. $x(x^2 - 2)$.

Câu 80. Kết quả phân tích đa thức $x^2 + 2x + 1$ thành nhân tử là:

- A. $(x + 1)^2$. B. $(x - 1)^2$. C. $x(x - 1)$. D. $x(x + 1)$.

Câu 81. Kết quả phân tích đa thức $x^2 - 10x + 25$ thành nhân tử là

- A. $(x - 5)^2$. B. $(x + 5)^2$. C. $(x(x - 5))$. D. $x(x + 5)$.

Câu 82. Kết quả phân tích đa thức $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ thành nhân tử là

- A. $(x + y)^3$. B. $(x - y)^3$.
C. $(x + y)(x^2 + xy + y^2)$. D. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$.

Câu 83. Trong các biểu thức sau biểu thức nào là phân thức đại số?

- A. $\frac{\sqrt{x}}{x-3}$. B. $\frac{\sqrt{2+1}}{x-3}$. C. $\frac{2x+1}{x-3}$. D. $\frac{2x+1}{\sqrt{x-3}}$.

Câu 84. Phân thức $\frac{2x+1}{x-3}$ có tử thức là

- A. $2x - 1$. B. $2x + 1$. C. $x - 3$. D. $x + 3$.

Câu 85. Phân thức $\frac{2x+1}{x-3}$ xác định khi

- A. $x \neq 3$. B. $x = 3$. C. $x \leq 3$. D. $x \geq 3$.

Câu 86. Phân thức $\frac{2x+1}{x-3}$ không xác định khi:

- A. $x = 3$. B. $x \neq 3$. C. $x \leq 3$. D. $x \geq 3$.

Câu 87. Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau nếu:

- A. $A.D = B.C$. B. $A.D \neq B.C$. C. $A.B = C.D$. D. $A.C = B.D$.

Câu 88. Phân thức $\frac{2y}{3x}$ bằng phân thức nào trong các phân thức sau?

- A. $\frac{2y}{6x}$. B. $\frac{y}{3x}$. C. $\frac{4y}{6x}$. D. $\frac{4y}{3x}$.

Câu 89. Phân thức $\frac{2xy}{3x^2}$ bằng phân thức nào trong các phân thức sau?

- A. $\frac{2y}{5x}$. B. $\frac{2y}{3x}$. C. $\frac{3y}{2x}$. D. $\frac{y}{3x}$.

Câu 90. Phân thức $\frac{x-y}{(x-y)(x+y)}$ bằng phân thức nào trong các phân thức sau:

- A. $\frac{1}{x+y}$. B. $\frac{1}{x-y}$. C. $\frac{1}{x}$. D. $\frac{1}{y}$.

Câu 91. Hai phân thức $\frac{-2x}{x+1}$ và $\frac{x}{x+1}$ có mẫu thức chung là

- A. $x + 1$. B. x . C. $x - 1$. D. $-x + 1$.

Câu 92. Hai phân thức $\frac{-2x}{x+1}$ và $\frac{x}{x-1}$ có mẫu thức chung là

- A. $x+1$. B. $x(x-1)$. C. $(x+1)(x-1)$. D. $x+1$.

Câu 93. Tổng của hai phân thức $\frac{-2}{3x^2y}$ và $\frac{2x+1}{3x^2y}$ có kết quả là

- A. $\frac{2x-1}{3x^2y}$. B. $\frac{2x-1}{6x^2y}$. C. $\frac{2x-1}{9x^2y}$. D. $\frac{2x+3}{3x^2y}$.

Câu 94. Hiệu của hai phân thức $\frac{-2x}{x+1}$ và $\frac{x}{x+1}$ có kết quả là

- A. $\frac{-3x}{x+1}$. B. $\frac{x}{x+1}$. C. $\frac{-x}{x+1}$. D. $\frac{3x}{x+1}$.

Câu 95. Tích của hai phân thức $\frac{-2}{3x^2y}$ và $\frac{1}{3}$ có kết quả là:

- A. $\frac{-2}{9x^2y}$. B. $\frac{-2}{6x^2y}$. C. $\frac{2}{9x^2y}$. D. $\frac{-2}{3x^2y}$.

Câu 96. Tích của phân thức $\frac{-2}{3x^2y}$ có kết quả là

- A. $\frac{-2}{6x^2y}$. B. $\frac{2}{3x^2y}$. C. $\frac{2}{3x^2y^2}$. D. $\frac{-2}{9x^2y}$.

Câu 97. Tích của phân thức $\frac{-2}{3x^2y}$ với -1 có kết quả là

- A. $\frac{-2}{6x^2y}$. B. $\frac{-2}{3x^2y}$. C. $\frac{2}{3x^2y}$. D. $\frac{2}{3x^2y}$.

Câu 98. Phân thức $\frac{x+1}{2x-y}$ là phân thức nghịch đảo của

- A. $\frac{2x-y}{x+1}$. B. $\frac{x-1}{2x-1}$. C. $\frac{2x-y}{2x}$. D. $\frac{2y-1}{x+1}$.

Câu 99. Phân thức $x-y$ là phân thức nghịch đảo của

- A. $\frac{1}{x-y}$. B. $\frac{-1}{x-y}$. C. $\frac{1}{x+y}$. D. $\frac{1}{y-x}$.

Câu 100. Phân thức $\frac{x^2y+1}{3x^2y+2x}$ là phân thức nghịch đảo của

- A. $\frac{3x^2y+2x}{x^2y+1}$. B. $\frac{x^2y-1}{3x^2y+2x}$. C. $\frac{1}{2x}$. D. $\frac{x^2y+1}{3x^2y-2x}$.

Câu 101. Tích của đơn thức $-5x^3$ và đa thức $2x^2+3-5$ bằng

- A. $-10x^5-15x^4+25x^3$. B. $10x^5-15x^4+25x^3$.
C. $-10x^5-15x^4-25x^3$. D. $10x^5+15x^4+25x^3$.

Câu 102. Tích của đa thức $5x^2-4x$ và đa thức $x-2$ bằng

- A. $5x^3-14x^2+8x$. B. $5x^3-14x^2-8x$. C. $5x^3+14x^2+8x$. D. x^3-14x^2+8x .

Câu 103. Giá trị biểu thức $E = x(x-4y) - (y-5x)$ với $x = -4, y = -5$ là

- A. 12. B. -12. C. -11. D. 11.

Câu 104. Biểu thức rút gọn của biểu thức $Q = (x^2+xy+y^2)(x-y) + (x^2-xy+y^2)(x+y)$ là

- A. $2x^3$. B. $2y^3$. C. $2xy$. D. 0.

Câu 105. Phân tích đa thức $27y^3 + 9y^2 + y + \frac{1}{27}$ thành nhân tử ta được

- A. $(3y + \frac{1}{3})^3$. B. $(3y - \frac{1}{3})^3$. C. $(\frac{1}{3} - 3y)^3$. D. $(-3y - \frac{1}{3})^3$.

Câu 106. Kết quả $X = (x - y)^3 : (x - y)$ bằng

- A. $X = (x - y)^2$. B. $X = -(x - y)^2$. C. $X = (x + y)^2$. D. $X = -(y - x)^2$.

Câu 107. Tổng của hai phân thức $\frac{x+1}{x-1}$ và $\frac{x-1}{x+1}$ bằng

- A. $\frac{4x}{x^2-1}$. B. $\frac{2(x^2+1)}{x^2-1}$. C. $\frac{-4x}{x^2-1}$. D. $\frac{2(x+1)}{x-1}$.

Câu 108. Biểu thức rút gọn của $\frac{x-1}{x-2} : \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $\frac{x-1}{x+1}$. B. $\frac{x^2-1}{x+1}$. C. $\frac{x^2+1}{x+1}$. D. $\frac{x^2-1}{(x-2)^2}$.

Câu 109. Phân thức $\frac{5x}{x^3-3x^2+3x-1}$ có điều kiện xác định là

- A. $x \neq -1$ và $x \neq 0$. B. $x \neq -1$. C. $x \neq 1$. D. $x \neq \pm 1$.

Câu 110. Khi chia đa thức $(-2x^5 + 3x^2 - 4x^3)$ cho đơn thức $-2x^2$ ta được

- A. $x^3 + 2x - \frac{3}{2}$. B. $-x^3 + 2x - \frac{3}{2}$. C. $x^3 - \frac{3}{2}x + 2$. D. $x^3 - 2x + \frac{3}{2}$.

Câu 111. Giá trị của đa thức $x^2 - y^2 - 2y - 1$ tại $x = 93, y = 6$ là

- A. 6800. B. 8600. C. 6849. D. 8698.

Câu 112. Kết quả của phép tính $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ bằng

- A. $8x^3 - 1$. B. $8 - x^3$. C. $8x^3 + 1$. D. $2x^3 - 1$.

Câu 113. Nhân đơn thức A với đa thức $(B + C)$ ra được

- A. $AB + C$. B. $B + AC$. C. $AB + BC$. D. $AB + AC$.

Câu 114. Đa thức P trong đẳng thức $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{P}{x^2 - y^2}$ là

- A. $P = (x + y)^3$. B. $P = x^3 + y^3$. C. $P = x^3 - y^3$. D. $P = (x - y)^3$.

Câu 115. Kết quả rút gọn của biểu thức $\frac{8x^3y^4(x-y)}{(2xy)^3(y-x)^2}$ bằng

- A. $\frac{y}{x-y}$. B. $\frac{4y}{y-x}$. C. $\frac{y}{y-x}$. D. $\frac{4y}{x-y}$.

Câu 116. Kết quả rút gọn của biểu thức $\frac{x^2+4x+4}{9-(x+5)^2}$ bằng

- A. $\frac{-x-2}{x+8}$. B. $\frac{x+2}{x+8}$. C. $\frac{x+2}{x-8}$. D. $\frac{x+2}{8-x}$.

Câu 117. Kết quả của $\frac{x+4}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+2x}$ bằng

- A. $\frac{x+1}{x(x-2)}$. B. $\frac{x^3+3x-2}{x(x^2-4)}$. C. $\frac{x^2-3x-2}{x(x^2-4)}$. D. $\frac{x-1}{x(x-2)}$.

Câu 118. Kết quả của phép tính $\frac{1}{3x-2} + \frac{1}{3x+2}$

- A. $\frac{6x}{9x^2-4}$. B. $\frac{6}{9x^2-4}$. C. $\frac{4}{9x^2-4}$. D. $\frac{-4}{9x^2-4}$.

Câu 119. Kết quả của phép tính $\frac{2}{x-y} - (\frac{x}{x-1} - \frac{2}{y-x}) - (\frac{-2}{x+y} - \frac{x}{x-1})$ bằng

A. $\frac{-2}{x+y}$.

B. $\frac{2}{x+y}$.

C. $\frac{4}{x-y}$.

D. $\frac{4}{y-x}$.

Câu 120. Trang bìa của một cuốn sách có dạng hình chữ nhật, cho biết chiều rộng là $x(\text{cm})$, chiều dài lớn hơn chiều rộng $y(\text{cm})$, biểu thức tính diện tích bề mặt của trang bìa đó là

A. $x^2 + xy(\text{cm}^2)$.

B. $2x + y(\text{cm}^2)$.

C. $x^2 + y(\text{cm}^2)$.

D. $4x + 2y(\text{cm}^2)$.

Câu 121. Cho $H = xy + \frac{1}{3}xy^2 + (-xy)^3$; $K = x^3y^3 + xy + \frac{2}{3}xy^2$. Kết quả của phép tính $H + K$ bằng

A. $2xy + xy^2$.

B. $2x^3y^3 + 2xy + xy^2$.

C. $x^2y^2 + \frac{2}{9}xy^2 - x^6y^6$.

D. $x^2y^2 + \frac{2}{9}xy^2$.

Câu 122. Tích của hai đa thức $A = 2x + y$ và $B = x - 2y$ có kết quả là

A. $2x^2 - 3xy - 2y^2$.

B. $2x^2 - 2y^2$.

C. $7x^2y^2$.

D. $-3x^2y^2$.

Câu 123. Tích của hai đa thức $P = 2x - y$ và $Q = 2x + y$ có kết quả là

A. $4x^2 - y^2$.

B. $4x^2 - 4xy - y^2$.

C. $4x - y$.

D. $2x^2 - y^2$.

Câu 124. Kết quả của phép tính $(2x^2y - 5xy^2) : (\frac{1}{2}xy)$ bằng

A. $4x - 10y$.

B. $x - \frac{5}{2}y$.

C. $\frac{-3}{2}x + 3$.

D. $\frac{3}{2}x - 3$.

Câu 125. Kết quả của phép tính $\frac{z-1}{x^2} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{x^3}{z-1}$ bằng

A. $\frac{3x(z-1)}{x^2y(z-1)}$.

B. $\frac{x^3}{xy^2}$.

C. $\frac{z-1 \cdot x^3}{x^2yz-1}$.

D. $\frac{x}{y}$.

2.2 Bài tập tự luận

Bài tập 1. Tính giá trị của đa thức $P = xy^2 - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$ khi $x = 1, y = -1, z = 2$.

Bài tập 2. Cho đa thức $P = 3x^3y - 2x^2y^2 - 4xy + 2$.

a) Tìm đa thức Q sao cho $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$.

b) Tìm đa thức M sao cho $P + M = 3x^3y^2 - 5x^2y + 8xy$.

Bài tập 3. Thực hiện các phép tính sau:

a) $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$

b) $(x - 2y)(2x^2 + 4xy)$

Bài tập 4. Thực hiện các phép tính sau:

a) $18x^4y^3 : 12(-x^3y)$

b) $x^2y^2 - 2xy^3 : (\frac{1}{2}xy^2)$

Bài tập 5. Tính:

a) $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 3)(3x - 2)$

b) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$

Bài tập 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x - 1)^2 - 4$

b) $4x^2 + 12x + 9$

c) $x^3 - 8y^6$

d) $x^5 - x^3 - x^2 + 1$

e) $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$

g) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

Bài tập 7. Cho $x + y = 3$ và $xy = 2$. Tính $x^3 + y^3$.

Bài tập 8. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2x^2-1}{x-2} - \frac{-x^2-3}{x-2}$

b) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$

c) $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$

d) $\frac{x+2}{x^2+xy} - \frac{y-2}{xy+y^2}$

e) $\frac{1}{2x^2-3x} - \frac{1}{4x^2-9}$

g) $\frac{2x}{9-x^2} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}$

Bài tập 9. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{8y}{3x^2} : \frac{9z}{4y^2}$

$$b) \frac{3x+x^2}{x^2+x+1} : \frac{3x^2-3}{x+3}$$

$$c) \frac{2x^2+4}{3x+1} : \frac{x^2+2}{6-2x}$$

$$d) \frac{2x^2}{3y^3} : \left(\frac{4x^3}{21y^2} \right)$$

$$g) \frac{1}{x+y} : \left(\frac{x+y}{xy-x-y} \right) \cdot \frac{1}{x^2} : \frac{y}{x}$$

Bài tập 10. Hôm qua, thanh long được bán với giá a đồng mỗi kilôgam. Hôm nay, người ta đã giảm giá 1000 đồng cho mỗi kilôgam thanh long. Với cùng số tiền b đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

Bài tập 11. Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(x+3)$ km/h và đi ngược dòng với tốc độ $(x-3)$ km/h ($x > 3$).

- Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?
- Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?

Bài tập 11. Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$a) x^3 + 4x$$

$$j) (x+y)^2 - 2(x+y)z + 4z^2$$

$$s) x^4 - 8x$$

$$b) 6ab - 9ab^2$$

$$k) 8x^3 - 1$$

$$t) x^2 - 9 + xy + 3y$$

$$c) 2a(x-1) + 3b(1-x)$$

$$l) x^3 + 27y^3$$

$$u) x^2 + 2x - y^2 + 1$$

$$d) (x-y)^2 - x(y-x)$$

$$m) x^3 - y^6$$

$$v) x^2 - xy + x - y$$

$$e) 4x^2 - 1$$

$$n) 4x^3 - 16x$$

$$w) x^2 + 2xy - 4x - 8y$$

$$f) (x+2)^2 - 9$$

$$o) x^4 - y^4$$

$$x) 3x + 4x^2y + 4xy^2 - 9x$$

$$g) (a+b)^2 - (a-2b)^2$$

$$p) x^2 - xy + x$$

$$y) 3x^2 - 6xy + 3y^2 - 5x + 5y$$

$$h) 4a^2 + 4a + 1$$

$$q) 6a^2b - 18ab$$

$$z) 2xy + 4xy^2 + 2y^2 - 8y$$

$$i) -3x^2 + 6xy - 3y^2$$

$$r) 3x - 4x$$

Bài tập 12. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

1. $4x^2 - 12xy + 9y^2$

2. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

3. $8y^3 - 12y^2 + 6y - 1$

4. $(2x + y)^2 - 4y^2$

5. $27y^3 + 8$

6. $64 - 125x^3$

7. $x^2 - 25 - 4xy + 4y^2$

8. $x^3 - y^3 + x^2y - xy^2$

9. $x^2 + x - 2y^2 - 4y$

10. $3xy + x^2z - 6y - xz^2$

11. $4x^2 - 4x + 1 - 4y^2$

12. $8x^3 - 27y^3 - 27xy^2 - 9y - 1$

13. $3x^2 - x + 2y - 8y^3$

14. $2x^3 - 8x^2 - 24x + 54$

Bài tập 13. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x^2y}{2xy^5}$

e) $\frac{24x^2y^2}{16xy^3}$

i) $\frac{5x + 10}{25x^2 + 50}$

m) $\frac{25xy^3(x - y)}{15x^2y(x - y)^4}$

b) $\frac{3x^2 - 3x}{x - 1}$

f) $\frac{6x - 2y}{9x^2 - y^2}$

j) $\frac{45x(3 - x)}{15x(x - 3)^3}$

n) $\frac{xy - 2x}{2x^2 - 2xy}$

c) $\frac{ab^2 - a^2b}{2a^2 + a}$

g) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$

k) $\frac{(x^2 - 1)^2}{(x + 1)(x^3 + 1)}$

o) $\frac{x^2 + xy - x - y}{x^2 - xy - x + y}$

d) $\frac{12(x^4 - 1)}{18(x^2 - 1)}$

h) $\frac{x^2y - xy^2}{x^2 - y^2}$

l) $\frac{4x^4y^3z^2}{12x^2y^4z^3}$

p) $\frac{x^2 + xy - x - y}{x^2 - xy - x + y}$

Bài tập 14. Cho phân thức $P = \frac{x + 1}{x^2 - 1}$

- a) Rút gọn phân thức đã cho, khi hiệu Q là phân thức nhận được.
- b) Tính giá trị của P và Q sao cho $x = 11$. So sánh hai kết quả đó.

Bài tập 15. Cho phân thức $P = \frac{x^3 - 4x}{(x + 2)^2}$

- a) Viết điều kiện xác định của phân thức.
- b) Rút gọn phân thức P .
- c) Tính giá trị của phân thức đã cho tại $x = 98$.

Bài tập 16. Tính giá trị của biểu thức $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$ khi $x = 1; y = -1, z = 2$.

Bài tập 17. Thực hiện phép tính

- a) $\frac{3x+x^2}{x^2+x+1} \cdot \frac{3x^3-3}{x+3}$
- b) $\frac{2x^2}{3y^3} : (-\frac{4x^3}{21y^2})$.
- c) $\frac{x^2+xy}{y-x} : \frac{x+y}{2x^2-2y^2}$
- d) $\frac{x^2-y^2}{xy} : \frac{1}{xy+y^2}$

Bài tập 18. Cho biểu thức $A = (\frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x+3}{2x+2}) \cdot \frac{4x^2-4}{5}$.

- a) Viết điều kiện xác định của biểu thức A .
- b) Chứng minh giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của biến.

Bài tập 19. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

- a) $\frac{5x}{4y^3} : (-\frac{x^4}{20y})$
- b) $\frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x}$.
- c) $\frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$.
- d) $\frac{20x}{3y^2} : (-\frac{15x^2}{6y})$.
- e) $\frac{9-x^2}{x} : (x-3)$

Bài tập 20. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

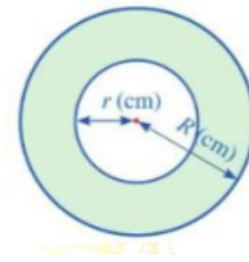
- a) $\frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3}$
- b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-1}$
- c) $\frac{2x+x^2}{x^2-x+1} 3x^3 + 33x + 6$
- d) $\frac{3x+6}{4x-8} \cdot \frac{2x-4}{x+2}$
- e) $\frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{x+5}{6-x}$
- f) $\frac{1-y^3}{y+1} \cdot \frac{5y+5}{y^2+y+1}$

Bài tập 21. Thực hiện các phép cộng trừ các phân thức sau

- a) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{3-x}{x+1}$
- b) $\frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x}$
- c) $\frac{(x+y)^2}{xy} - \frac{(x-y)^2}{xy}$
- d) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y}$
- e) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$
- f) $\frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz}$
- g) $\frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$
- h) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}$
- i) $\frac{2x^2y-3y}{x^3y^2} + \frac{x^2y+3y}{x^3y^2}$
- j) $\frac{7y}{3} - \frac{7y-5}{3}$
- k) $\frac{3y-2x}{x-2y} - \frac{x-y}{2y-x}$
- l) $\frac{4x+2}{4x-4} + \frac{3-6x}{6x-6}$
- m) $\frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{x+y}$
- n) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}$

Bài tập 22.

Từ một miếng bìa có dạng hình tròn bán kính R (cm), bạn Hạnh khoét một hình tròn ở giữa có bán kính r (cm) ($0 < r < R$)

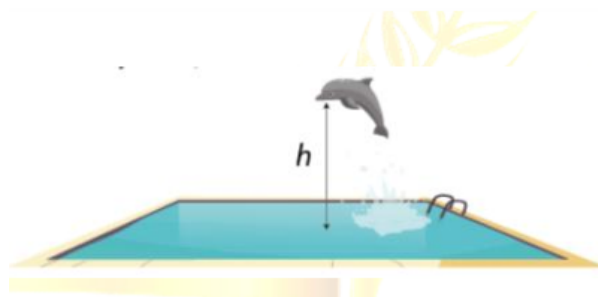


- a)) Viết công thức tính diện tích phần còn lại của miếng bìa dưới dạng tích.
- b) Tính diện tích phần còn lại của miếng bìa, biết tổng hai bán kính là 8 cm và hiệu hai bán kính là 2,5 cm

Bài tập 23.

Tại một hồ trong công viên nước, một con cá heo nhảy lên khỏi mặt nước với vận tốc ban đầu của cú nhảy là 20 ft/giây ($1 \text{ ft} = 30,48 \text{ cm}$). Độ cao h (ft) của cá heo so với mặt nước sau thời gian t giây kể từ lúc nhảy được tính bởi $h = 20t - 16t^2$.

- a) Chứng minh rằng $h = 4t(5 - 4t)$.
- b) Tính độ cao của cá heo so với mặt nước sau 0,5s kể từ lúc nhảy



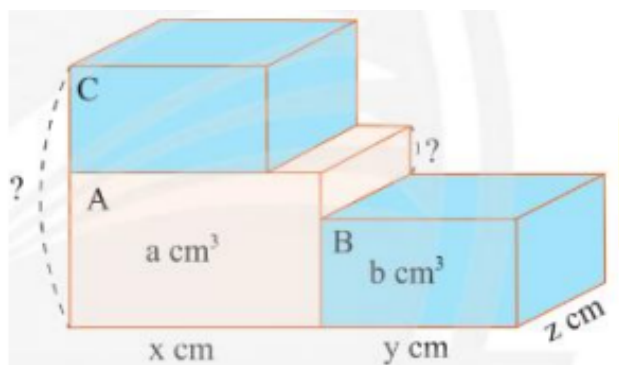
Bài tập 24. Một đoàn tàu chở khách đi một quãng đường 500km , trong đó có 50 km đường qua thành phố và 450km đường qua vùng rừng núi. Biết tốc độ tàu khi chạy qua thành phố kém 30km/h so với tốc độ tàu khi chạy qua vùng rừng núi. Gọi $x(\text{km/h})$ là tốc độ tàu chạy qua vùng rừng núi. Viết phân thức biểu thị theo x :

- a) Thời gian tàu chạy qua vùng rừng núi.
- b) Thời gian tàu chạy qua thành phố.
- c) Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường



Bài tập 25. Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như trong hình. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C

- a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.
- b) Tính tổng chiều cao của hình A và C , chênh lệch chiều cao của hình A và B



Bài tập 26. Trong năm 2023, một tiệm bánh mì bán một loại bánh mì với giá x nghìn đồng một chiếc. Trong năm 2025, giá một chiếc bánh đó tăng thêm 5 nghìn đồng so với năm 2023. Một người đã dùng 900000 đồng để mua loại bánh mì đó trong mỗi năm 2023 và 2025.

- Viết hai phân thức lần lượt biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2023 và 2025.
- Chứng minh rằng số bánh mì người này mua được vào năm 2023 gấp $\frac{x+5}{x}$ lần so với năm 2025.
- Nếu $x = 10$ thì số bánh mì người này mua được vào năm 2023 gấp bao nhiêu lần so với năm 2025.

