PHÒNG GD&ĐT VŨ THƯ **KHẢO SÁT CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN: TOÁN 7
(Thời gian làm bài: 120 phút)

Bài 1 *(5 điểm)*

1.Thực hiện phép tính:

$$A=\left[\left(\frac{2}{193}-\frac{3}{386}\right).\frac{193}{17}+\frac{33}{34}\right]:\left[\left(\frac{7}{1008}+\frac{11}{2016}\right).\frac{1008}{25}+\frac{1007}{2016}\right]$$

$$B=\frac{1}{-77^2}.7^4(-11)^2.77^5.\left(\frac{1}{7^2}\right)^2:\left(7^3.11^6\right)$$

2. Cho các số a, b, c khác 0 thỏa mãn: $\frac{a-b+c}{2b}=\frac{c-a+b}{2a}=\frac{a-c+b}{2c}$

Tính giá trị biểu thức: $P=\left(1+\frac{c}{b}\right).\left(1+\frac{b}{a}\right).\left(1+\frac{a}{c}\right)$

Bài 2 *(5 điểm)*

a) Tìm x biết: $\frac{2}{|x-2|+2}=\frac{3}{|6-3x|+1}$

b) Tìm hình chữ nhật có kích thước các cạnh là số nguyên sao cho số đo diện tích bằng số đo chu vi.

c) Tìm các số nguyên dương x; y; z thỏa mãn:

$$(x-y)^3+(y-z)^2+2015.|x-z|=2017$$

Bài 3 *(3 điểm)* Cho hàm số: $y=f(x)=x+\frac{3}{2}|x|$ (1)

a) Vẽ đồ thị hàm số (1).

b) Gọi E và F là hai điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ lần lượt là (-4) và $\frac{4}{5}$, xác định tọa độ hai điểm E, F. Tìm trên trục tung điểm M để EM+MF nhỏ nhất.

Bài 4 *(6 điểm)*

1. Cho tam giác ABC nhọn; vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là tam giác ABD và tam giác ACE.

a) Chứng minh DC = BE và DC $\perp$ BE.

b) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến ED và M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh A, M, H thẳng hàng .

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB= 3cm; AC= 4cm. Điểm I nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác ABC. Gọi M là chân đường vuông góc kẻ từ điểm I đến BC. Tính MB.

Bài 5 *(1 điểm)* Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n\geq 2$ thì tổng:

$S=\frac{3}{4}+\frac{8}{9}+\frac{15}{16}+...+\frac{n^2-1}{n^2}$ không thể là một số nguyên.

----------Hết----------

Họ và tên :……. Số báo danh :…….

thuvientoanhoc.com

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM HSG MÔN TOÁN 7

Năm học 2015-2016

Bài 1(5điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1 (3 điểm)	**a)Tính** $A=\left[\left(\frac{2}{193}-\frac{3}{386}\right).\frac{193}{17}+\frac{33}{34}\right]:\left[\left(\frac{7}{1008}+\frac{11}{2016}\right).\frac{1008}{25}+\frac{1007}{2016}\right]$	**2®**
	$A=\left[\frac{2}{17}-\frac{3}{34}+\frac{33}{34}\right]:\left[\left(\frac{7}{25}+\frac{11}{50}\right).+\frac{1007}{2016}\right]$	0,75
	$A=1:\left[\frac{1}{2}+\frac{1007}{2016}\right]$	0,5
	$A=1:\left(\frac{2015}{2016}\right)$	0,25
	$A=\frac{2016}{2015}$	0,25
	Vậy $A=\frac{2016}{2015}$	0,25
	b) Tính $B=\frac{1}{-77^2}.7^4(-11)^2.77^5.\left(\frac{1}{7^2}\right)^2:\left(7^{3\backslash}.11^6\right)$	**1,5®**
	$B=\frac{1}{-7^2.11^2}.7^4.11^2.7^5.11^5.\frac{1}{7^4}.\frac{1}{7^3.11^6}$	0,5
	$B=-\frac{7^9.11^7}{7^9.11^8}$	0,5
	$B=-\frac{1}{11}.$	0,25
	Vậy $B=-\frac{1}{11}.$	0,25
2 (1,5®iểm)		
	$P=\left(1+\frac{c}{b}\right)\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)=\frac{b+c}{b}.\frac{a+b}{a}.\frac{c+a}{c}=\frac{b+c}{a}.\frac{a+b}{c}.\frac{c+a}{b}$ với a,b,c$\neq 0$	0,25
	Khi a+b+c =0$\Rightarrow\begin{cases}a+b=-c\\b+c=-a\\c+a=-b\end{cases}\Rightarrow P=\frac{-a}{a}.\frac{-c}{c}.\frac{-b}{b}=-1$	0,5
	Khi a+b+c$\neq 0$, áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a-b+c}{2b}=\frac{c-a+b}{2a}=\frac{a-c+b}{2c}=\frac{a-b+c+c-a+b+a-c+b}{2(c+a+b)}=\frac{1}{2}$	0,25
	$\Rightarrow\frac{a+c}{2b}=\frac{c+b}{2a}=\frac{a+b}{2c}=1\Rightarrow\frac{a+c}{b}=\frac{c+b}{a}=\frac{a+b}{c}=2$	
	$\Rightarrow P=8$	0,25
	Với a,b,c $\neq 0$ thì P =-1 khi a+b+c =0; P = 8 khi a+b+c $\neq 0$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm

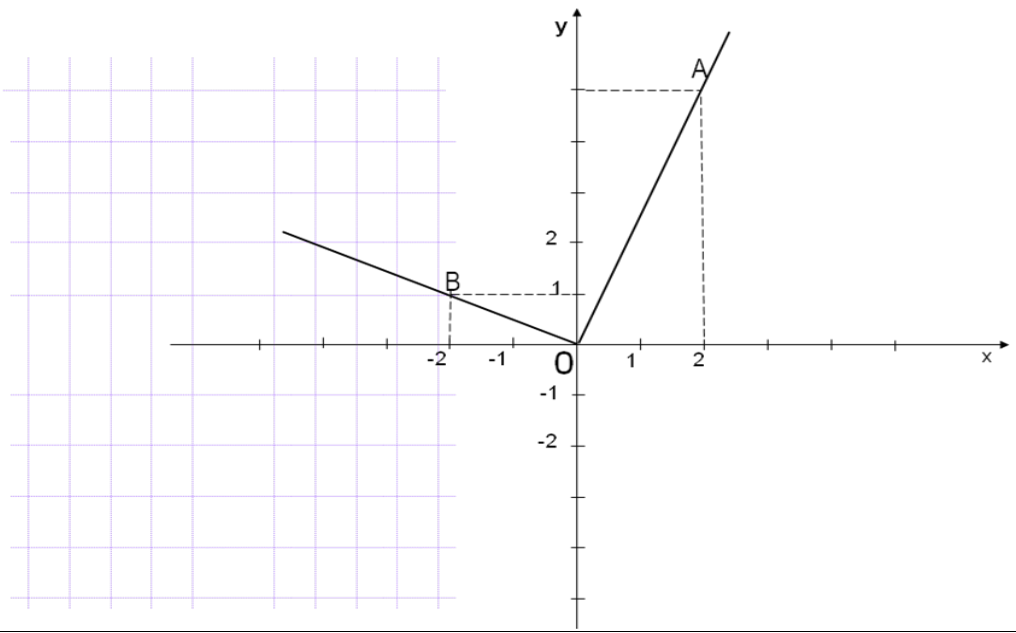
thuvientoanhoc.com

a) **(2 điểm)**	**Tìm x biết :** $\frac{2}{\lvert x-2\rvert+2}=\frac{3}{\lvert 6-3x\rvert+1}$	
	$\frac{2}{\lvert x-2\rvert+2}=\frac{3}{3\lvert x-2\rvert+1}$	0,5
	$\Leftrightarrow 6\lvert x-2\rvert+2=3\lvert x-2\rvert+6$	0,25
	$\Leftrightarrow 3\lvert x-2\rvert=4$	0,25
	$\Leftrightarrow \lvert x-2\rvert=\frac{4}{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=\frac{4}{3} \\ x-2=-\frac{4}{3} \end{array}\right.$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{10}{3} \\ x=\frac{2}{3} \end{array}\right.$	0,25
	Vậy $x\in\left\{\frac{10}{3};\frac{2}{3}\right\}$	0,25
b) **(1,5điểm)**		
	Gọi kích thước hình chữ nhật cần tìm là x,y (đơn vị độ dài) $(x,y\in N^*;\ x\geq y)$	0,25
	Ta có diện tích và chu vi hình chữ nhật lần lượt là : x.y và 2(x+y) Theo bài ra ta có : x.y= 2(x+y) với $x,y\in N^*;\ x\geq y$	0,25
	$\Leftrightarrow xy-2x-2y=0$ $\Leftrightarrow x(y-2)-2(y-2)=4$ $\Leftrightarrow (y-2)(x-2)=4$	0,25
	Với $x,y\in N^*$ ta có $(y-2);(x-2)\in Z$ $\Rightarrow y-2;x-2\in$ Ư(4)= $\{\pm1;\pm2;\pm4\}$ nhưng vì x-2 ; y-2 > -2 và $x\geq y$	0,25
	Ta có 2 trường hợp sau : $\left\{\begin{array}{l} x-2=4 \\ y-2=1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} x=6 \\ y=3 \end{array}\right.$ hoặc $\left\{\begin{array}{l} x-2=2 \\ y-2=2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} x=4 \\ y=4 \end{array}\right.$	0,25
	Có hai hình chữ nhật thỏa mãn bài toán : Hình chữ nhật có kích thước 6 và 3; 4 và 4.	0,25
c) **(1,5điểm)**		
	Chứng minh: $(x-y)^3-(x-y)$ chia hết cho 2	0,25
	$(y-z)^2-(y-z)$ chia hết cho 2	0,25
	$\lvert z-x\rvert-(z-x)$ chia hết cho 2	0,25

thuvientoanhoc.com

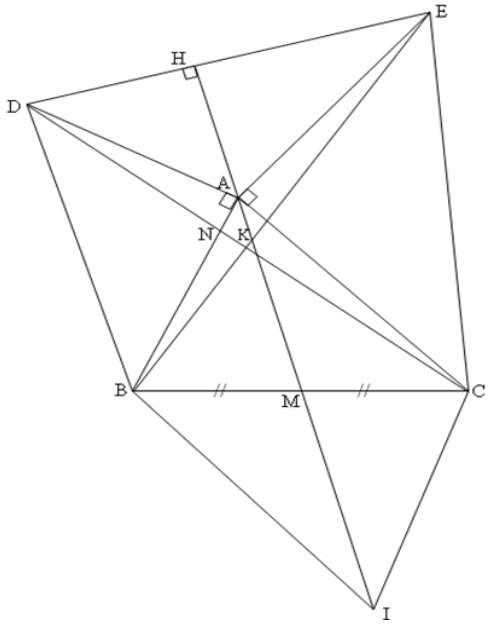
	$(x-y)^3+(y-z)^2+2015\|x-z\|=$ $(x-y)^3-(x-y)+(y-z)^2-(y-z)+\|z-x\|-(z-x)+2014\|z-x\|$ Chia hết cho 2	0,5
	Mà 2017 không chia hết cho 2 nên không tồn tại các số nguyên dương x; y; z thỏa mãn đề bài	0,25

Bài 3(3 điểm)

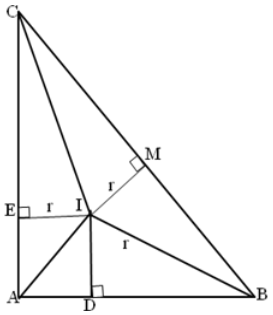
Câu	Nội dung	Điểm
a) (1,5điểm)	**Vẽ đồ thị hàm số** y=f(x)= $x+\frac{3}{2}\|x\|$ (1)	
	Từ hàm số (1) ,ta có : y= $\frac{5}{2}x$ với $x\geq 0$ y= $\frac{-1}{2}x$ với $x<0$	0,25
	Cho x= 2 $\Rightarrow y=5$, ta có điểm A(2 ;5) thuộc đồ thị hàm số(1)	0,25
	Cho x= -2 $\Rightarrow y=1$, ta có điểm B(-2 ;1) thuộc đồ thị hàm số (1)	0,25
	Đồ thị hàm số (1) là hai tia OAvà OB	0,25
		0,5
b) (1,5điểm)		
	Từ hàm số (1) ,ta có : y= $\frac{5}{2}x$ với $x\geq 0$ y= $\frac{-1}{2}x$ với $x<0$	
	Điểm E thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ x= -4 <0 nên tung đô điểm E là y= $\frac{-1}{2}(-4)=2\Rightarrow E(-4;2)$	0,25

thuvientoanhoc.com

	Điểm F thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ x= $\frac{4}{5}$>0 nên tung đô điểm F là y= $\frac{5}{2}.\frac{4}{5}=2\Rightarrow F(1;2)$	0,25
	Điểm M thuộc trục tung nên hoành độ điểm M là x = 0	0,25
	Ta có E,F thuộc đường thẳng y=2	0,25
	Để EM+FM nhỏ nhất khi M nằm giữa E và F nên M thuộc đường thẳng y=2, nên tung độ M là y=2	0,25
	Vậy điểm M (0;2)	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,5điểm)		
	a)Chứng minh DC= BE	**1,5®**
	Ta có $\angle$ DAC =$\angle$DAB+ $\angle$ BAC =90^0+$\angle$BAC tương tự $\angle$BAE = 90^0+$\angle$BAC	0,25
	$\Rightarrow\angle$ DAC =$\angle$BAE	0,25
	Xét ΔDAC và ΔBAE có AD =AB (ΔABD vuông cân tại A) AC=AE (ΔAC E vuông cân tại A)	0,25
	$\angle$ DAC =$\angle$BAE (cmt)	0,25
	$\Rightarrow\Delta$DAC =ΔBAE(c-g-c)	0,25
	$\Rightarrow$DC =BE (định nghĩa tam giác bằng nhau)	0,25
	Chứng minh DC $\perp$ BE	**1,5®**
	Gọi K , N lần lượt là giao điểm của DC với BE và AB Δ AND và ΔKNB có $\angle$AND=$\angle$KNB(đối đỉnh);	0,25
	$\angle$ADN=$\angle$KBN (ΔDAC =ΔBAE)	0,25
	$\Rightarrow\angle$DAN=$\angle$BKN định lí tổng 3 góc trong tam giác)	0,25
	Mà $\angle$DAN=90^0((ΔABD vuông cân tại A)	0,25
	$\Rightarrow\angle$BKN=90^0	0,25

thuvientoanhoc.com

	$\Rightarrow$ DC $\perp$ BE tại K	0,25
	b) Chứng minh A,H,M thẳng hàng	**1,5®**
	Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho MI=MA Chứng minh ΔAMB=ΔIMC(cgc)	0,25
	$\Rightarrow$CI=AB và CI //AB	0,25
	Chứng minh $\angle$ACI=$\angle$DAE(cùng bù $\angle$BAC)	0,25
	Chứng minh ΔACI=ΔEAD (c-g-c)	0,25
	$\Rightarrow \angle$CAI=$\angle$AED mà $\angle$AED +$\angle$EAH =90^0(ΔAHE vuông tại H)	0,25
	$\Rightarrow \angle$CAI+$\angle$EAH=90^0 $\Rightarrow \angle$MAH=180^0 $\Rightarrow$M,A,H thẳng hàng	0,25
2 (1,5điểm)		
	Vì điểm I nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh tam giác ABC nên I là giao điểm 3 dường phân giác trong tam giác ABC	0,25
	Tam giác ABC vuông tại A nên $AB^2+AC^2=BC^2$(định lý Pitago) Tính BC=5cm	0,25
	Chứng minh ΔCEI=ΔCMI (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow$CE =CM Tương tự AE =AD; BD =BM	0,25
	Chứng minh $BM = \frac{BC + BA - AC}{2}$	0,5
	$\Rightarrow BM = \frac{5+3-4}{2} = 2(cm)$	0,25

<u>Bài 5(1điểm)</u>

Câu	Nội dung	Điểm
	S Có (n-1) số hạng: $S = \frac{3}{4}+\frac{8}{9}+\frac{15}{16}+...+\frac{n^2-1}{n^2} = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\left(1-\frac{1}{3^2}\right)+\left(1-\frac{1}{4^2}\right)+...+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ $S = n-1-\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{n^2}\right) < n-1$	0,25
	Mặt khác $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+....+\frac{1}{(n-1)n} = 1-\frac{1}{n}$ $S > n-1-1+\frac{1}{n} = n-2+\frac{1}{n} > n-2$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có $n-2 < S < n-1$	0,25
	Vậy S không có giá trị nguyên với mọi số tự nhiên $n \geq 2$	0,25

thuvientoanhoc.com