TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để đường thẳng $d: y=-\dfrac{1}{2}x+m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình $\sin 2x+2\sin^2 x=\sin x+\cos x$.

b) Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tính $A=\left|z_1^2\right|$.

Câu 3 (0,5 *điểm*). Giải phương trình $2^{x+1}+3.2^{-x}-7=0$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $1+\sqrt{x-1}\left(\sqrt{2x}-3\sqrt{x-1}\right)^3\ge 0$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\left(1+\sin 2x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BC=2AB=2AD=2a$. Gọi E là điểm đối xứng với A qua D, M là trung điểm của BC. Biết rằng cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SCE) và ($ABCD$) bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMCE$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SD.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2BC$, $B(7;3)$. Gọi M là trung điểm của đoạn AB, E là điểm đối xứng với D qua A. Biết rằng $N(2;-2)$ là trung điểm của DM, điểm E thuộc đường thẳng $\Delta: 2x-y+9=0$. Tìm tọa độ đỉnh D.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-7=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của M lên (α). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm M, biết rằng (α) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 9 (0,5 *điểm*). An và Bình tham gia một kỳ thi, trong đó có 2 môn thi trắc nghiệm là Vật lý và Hóa học. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã khác nhau và các môn khác nhau có mã khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho các thí sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 2 môn thi đó An và Bình có chung đúng một mã đề thi.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\left(x+y\right)\sqrt{1+\frac{2}{x^2y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{2}{z^2}}+\sqrt{\frac{x+y+z}{2xy+z^2}}.$$

---------- Hết ----------

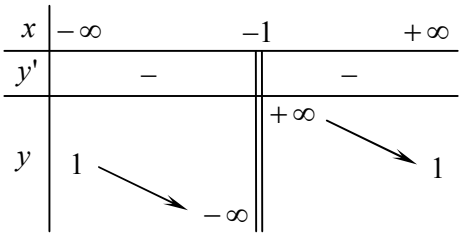
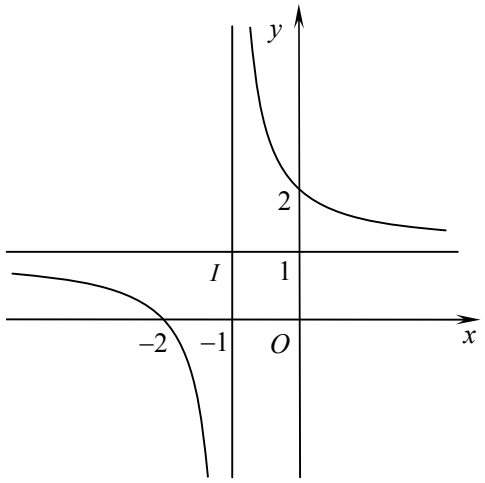
Ghi chú: *BTC sẽ trả bài vào các ngày 20, 21/6/2015. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.*

Chúc các em học sinh đạt kết quả cao trong Kỳ thi THPT Quốc gia năm 2015!

thuvientoanhoc.com

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

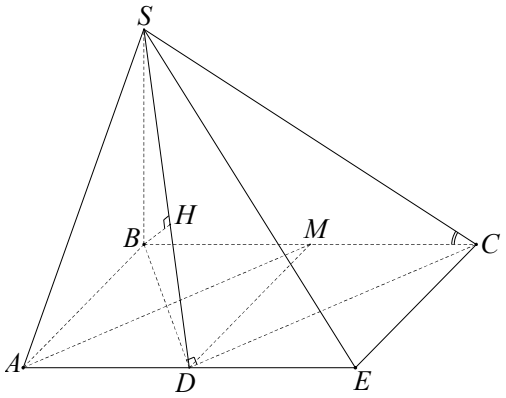
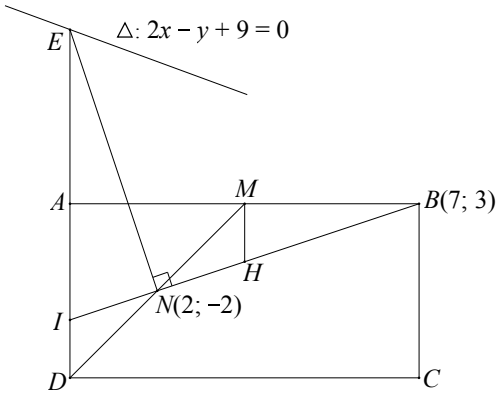
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN; ***Thời gian làm bài: 180 phút***

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1. (2,0 điểm)	**a)** ***(1,0 điểm)***	
	1^o. Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. 2^o. Sự biến thiên: * Giới hạn, tiệm cận: Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=-\infty$. Do đó đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C). Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C). * Chiều biến thiên: Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,$ với mọi $x\neq -1$. Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.	**0,5**
	* Bảng biến thiên:  3^o. Đồ thị: Đồ thị (C) cắt Ox tại $(-2;0)$, cắt Oy tại $(0;2)$; nhận giao điểm $I(-1;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.  	**0,5**
	b) ***(1,0 điểm)***	
	Đường thẳng d cắt (C) tại 2 điểm nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình $\dfrac{x+2}{x+1}=-\dfrac{1}{2}x+m$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow x^2+(3-2m)x+4-2m=0$ có hai nghiệm trái dấu khác -1	**0,5**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}P=4-2m<0\\1-(3-2m)+4-2m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>2.$ Vậy giá trị của m là $m>2$.	**0,5**
Câu 2. (1,0 điểm)	**a)** ***(0,5 điểm)***	
	Phương trình đã cho tương đương với $2\sin x\cos x+2\sin^2 x=\sin x+\cos x$ $\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x+\sin x)=\sin x+\cos x$	

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 2\sin x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi.\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$	**0,5**
	b) ***(0,5 điểm)***	
	Ta có $z^2+2z+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}z=-1+\sqrt{2}i\\ z=-1-\sqrt{2}i.\end{array}\right.$ Suy ra $z_1=-1-\sqrt{2}i.$ Do đó $A=\left\|\left(-1-\sqrt{2}i\right)^2\right\|=\left\|-1+2\sqrt{2}i\right\|=3.$	**0,5**
Câu 3. (0,5 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $2^{x+1}+\dfrac{3}{2^x}-7=0$ $\Leftrightarrow 2.\left(2^x\right)^2-7.2^x+3=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=\dfrac{1}{2}\\ 2^x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=\log_2 3\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1,\ x=\log_2 3.$	**0,5**
Câu 4. (1,0 điểm)	Điều kiện: $x\ge 1.$ Đặt $a=\sqrt{x-1},\ b=\sqrt{2x},$ khi đó $a\ge 0,\ b\ge\sqrt{2}$ và $b^2-2a^2=2.$ Bất phương trình trở thành $1+a\left(b-3a\right)^3\ge 0\Leftrightarrow\left(\dfrac{b^2-2a^2}{2}\right)^2+a(b-3a)^3\ge 0$ $\Leftrightarrow\left(b^2-2a^2\right)^2+4a(b-3a)^3\ge 0\Leftrightarrow\left(1-2\dfrac{a^2}{b^2}\right)^2+4\dfrac{a}{b}\left(1-3\dfrac{a}{b}\right)^3\ge 0.$ Đặt $t=\dfrac{a}{b},\ t\ge 0,$ bất phương trình trở thành $\left(1-2t^2\right)^2+4t\left(1-3t\right)^3\ge 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow 104t^4-108t^3+40t^2-4t-1\le 0$ $\Leftrightarrow (2t-1)\left(52t^3-28t^2+6t+1\right)\le 0$ $\Leftrightarrow (2t-1)\left(t(52t^2-28t+6)+1\right)\le 0$ $\Leftrightarrow 2t-1\le 0,$ vì $t\ge 0$ và $52t^2-28t+6>0.$ Suy ra $\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x}}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}\le\sqrt{2x}\Leftrightarrow 4(x-1)\le 2x\Leftrightarrow x\le 2.$ Kết hợp điều kiện, suy ra nghiệm của bất phương trình là $1\le x\le 2.$	**0,5**
Câu 5. (1,0 điểm)	Ta có $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}x\mathrm{d}x+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x.$ (1) Tính $I_1=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}x^2\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi^2}{32}.$ (2)	**0,5**
	Tính $I_2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x.$ Đặt $u=x,\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x,$ khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x,\ v=-\dfrac{\cos 2x}{2}.$	

thuvientoanhoc.com

	Theo công thức tích phân từng phần, ta có $I_2 = -x\dfrac{\cos 2x}{2}\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}} + \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos 2x}{2}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin 2x}{4}\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}} = \dfrac{1}{4}.$ (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra $I = \dfrac{\pi^2}{32} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{\pi^2+8}{32}.$	**0,5**
Câu 6. (1,0 điểm)	 Ta có $CE \perp (SBC)$ suy ra $\left(\widehat{(SCE)}, \widehat{(ABCD)}\right) = \widehat{SCB} = 45^0.$ Suy ra $SB = BC = 2a.$ Khi đó $V_{S.AMCE} = \dfrac{1}{3}.SB.S_{AMCE} = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{a(a+2a)}{2} = a^3.$	**0,5**
	Ta có $AM \,//\, CD$ nên $d(AM, SD) = d\left(AM, (SDC)\right) = d\left(M, (SDC)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(B, (SMC)\right).$ (1) Tam giác BDC có trung tuyến DM bằng một nửa cạnh đối diện BC nên $\widehat{BDC} = 90^0$. Kẻ $BH \perp SD$ tại H. Ta có $CD \perp BD,\ CD \perp SB \Rightarrow CD \perp (SBD) \Rightarrow CD \perp BH.$ Từ đó suy ra $BH \perp (SCD).$ (2) Trong tam giác vuông SBC ta có $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BS^2} + \dfrac{1}{BD^2} = \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{1}{2a^2} = \dfrac{3}{4a^2} \Rightarrow BH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $d(AM, SD) = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.$	**0,5**
Câu 7. (1,0 điểm)	 Trước hết, ta chứng minh $NE \perp NB.$ Đặt $AB = 2BC = 2a,$ ta có $\overrightarrow{NE}.\overrightarrow{NB} = \left(\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DE}\right)\left(\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MB}\right)$ $= \overrightarrow{ND}.\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ND}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{DE}.\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{DE}.\overrightarrow{MB}$ $= -\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dfrac{a}{\sqrt{2}}.a.\cos 135^0 + 2a.\dfrac{a}{\sqrt{2}}.\cos 45^0$ $= -\dfrac{a^2}{2} - \dfrac{a^2}{2} + a^2 = 0.$ Suy ra $NE \perp NB.$	**0,5**
	Do đó $NE: x + y = 0 \Rightarrow E(-3; 3).$ Gọi $I = BN \cap AD.$ Kẻ $MH \,//\, AD$ $(H \in BI).$ Ta có $NI = NH,\ HI = HB.$ Suy ra $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{NI} \Rightarrow \begin{cases} -5 = 3(x_I - 2) \\ -5 = 3(y_I + 2) \end{cases} \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{3}; -\dfrac{11}{3}\right).$ Lại có $DI = MH = \dfrac{1}{2}AI.$ Suy ra $\overrightarrow{EI} = 5\overrightarrow{ID} \Rightarrow D(1; -5).$ ***Lưu ý.*** Học sinh có thể đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x},\ \overrightarrow{AD} = \vec{y}.$ Biểu thị hai vectơ $\overrightarrow{NE},\ \overrightarrow{NB}$ qua $\vec{x},\ \vec{y}.$ Từ đó dễ dàng suy ra $\overrightarrow{NE}.\overrightarrow{NB} = 0.$	**0,5**

thuvientoanhoc.com

Câu 8. (1,0 điểm)	Ta có $MH:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow H\left(2t-3;\,2t+1;\,t+2\right)\in(\alpha)\Rightarrow H(-1;\,3;\,3).$	**0,5**
	Ta có $d\left(M,\,(\alpha)\right)=\dfrac{\left\|-6+2+2-7\right\|}{3}=3.$ Suy ra bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{3^2+4^2}=5.$ Vậy $(S):\left(x+3\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-2\right)^2=25.$	**0,5**
Câu 9. (0,5 điểm)	Số cách nhận mã đề 2 môn thi của An là $6.6=36.$ Số cách nhận mã đề 2 môn thi của Bình là $6.6=36.$ Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left\|\Omega\right\|=36.36=1296.$ Gọi A là biến cố "An và Bình có chung đúng một mã đề thi". *Khả năng 1.* An và Bình có chung mã đề thi môn Vật lý. Số cách nhận mã đề thi của An và Bình là $6.6.5=180.$ *Khả năng 2.* An và Bình có chung mã đề thi môn Hóa học. Số cách nhận mã đề thi của An và Bình là $6.6.5=180.$ Suy ra số kết quả thuận lợi cho A là $\left\|\Omega_A\right\|=180+180=360.$ Suy ra xác suất $P(A)=\dfrac{\left\|\Omega_A\right\|}{\left\|\Omega\right\|}=\dfrac{360}{1296}=\dfrac{5}{18}\approx 0,2778.$	**0,5**
Câu 10. (1,0 điểm)	Ta có $P=\sqrt{\left(x+y\right)^2+\dfrac{2\left(x+y\right)^2}{x^2y^2}}+\sqrt{z^2+\dfrac{2}{z^2}}+\sqrt{\dfrac{x+y+z}{2xy+z^2}}$ $=\sqrt{\left(x+y\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{x}+\dfrac{\sqrt{2}}{y}\right)^2}+\sqrt{z^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{z}\right)^2}+\sqrt{\dfrac{x+y+z}{2xy+z^2}}.$ Xét các véc tơ $\vec{u}=\left(x+y;\,\dfrac{\sqrt{2}}{x}+\dfrac{\sqrt{2}}{y}\right),\,\vec{v}=\left(z;\,\dfrac{\sqrt{2}}{z}\right).$ Áp dụng bất đẳng thức $\left\|\vec{u}\right\|+\left\|\vec{v}\right\|\ge\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|,$ ta có $\sqrt{\left(x+y\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{x}+\dfrac{\sqrt{2}}{y}\right)^2}+\sqrt{z^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{z}\right)^2}\ge\sqrt{\left(x+y+z\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{x}+\dfrac{\sqrt{2}}{y}+\dfrac{\sqrt{2}}{z}\right)^2}$ $=\sqrt{\left(x+y+z\right)^2+2\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2}\ge\sqrt{\left(x+y+z\right)^2+\left(\dfrac{9}{x+y+z}\right)^2+\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2}$ $\ge\sqrt{18+\left(\dfrac{9}{x+y+z}\right)^2}.$ Suy ra $P\ge\sqrt{18+\left(\dfrac{9}{x+y+z}\right)^2}+\sqrt{\dfrac{x+y+z}{2xy+z^2}}\ge\sqrt{18+\left(\dfrac{9}{x+y+z}\right)^2}+\sqrt{\dfrac{x+y+z}{3}}.$	**0,5**
	Đặt $t=x+y+z,\,0<t\le\sqrt{3\left(x^2+y^2+z^2\right)}=3.$ Khi đó $P\ge\sqrt{18+\dfrac{81}{t^2}}+\sqrt{\dfrac{t}{3}}.$ Xét hàm số $f(t)=\sqrt{18+\dfrac{81}{t^2}}+\sqrt{\dfrac{t}{3}}$ với $0<t\le 3.$ Ta có $f'(t)=\dfrac{\sqrt{2t^5+9t^3}-54\sqrt{3}}{2\sqrt{3}t^2\sqrt{2t^2+9}};$ $f'(t)<0,$ với mọi $0<t\le 3.$ Suy ra $f(t)\ge f(3)=1+3\sqrt{3}.$ Suy ra giá trị nhỏ nhất của P là $1+3\sqrt{3},$ đạt khi $x=y=z=1.$	**0,5**

thuvientoanhoc.com