PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
HUYỆN Ý YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI THCS
NĂM HỌC 2014 - 2015

MÔN : TOÁN – LỚP 8
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1. *(3 điểm)*

1) Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$.

2) Cho $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=4(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$.

Chứng minh rằng $x=y=z$.

Bài 2. *(4 điểm)* Cho biểu thức

$$P=\left(\frac{x^2-2x}{2x^2+4}-\frac{2x^2}{8-4x+2x^2-x^3}\right).\left(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right),\quad \text{với } x\neq 0;\ x\neq 2 .$$

1) Rút gọn P.

2) Tìm giá trị nguyên của *x* để biểu thức Q = 2.P nhận giá trị nguyên.

Bài 3. *(4 điểm)* Giải phương trình

1) $(x-4,5)^3-(x-5,5)^3=12,25$

2) $\frac{6}{x^2+2}+\frac{12}{x^2+8}=3-\frac{7}{x^2+3}$.

Bài 4. *(2 điểm)* Cho các số dương *x, y, z* thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$. Chứng minh

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\leq 1 .$$

Bài 5. *(5 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy một điểm M bất kỳ trên cạnh AC. Từ C vẽ một đường thẳng vuông góc với tia BM, đường thẳng này cắt tia BM tại D, cắt tia BA tại E.

1) Chứng minh $\angle EDA=\angle EBC$.

2) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì tổng BM.BD + CM.CA có giá trị không đổi.

Bài 6. *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm bất kì trên cạnh AC, qua M kẻ các đường thẳng ME, MF lần lượt song song với cạnh AB, BC ($E\in BC$ và $F\in AB$). Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác BEMF có diện tích lớn nhất.

Họ và tên thí sinh: …… Họ, tên chữ ký GT 1: ……

Số báo danh:…… Họ, tên chữ ký GT 2: ……

thuvientoanhoc.com

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN Ý YÊN

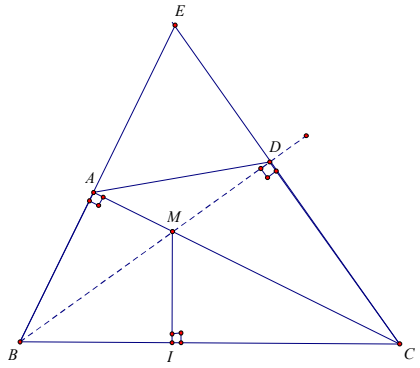
HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8
NĂM HỌC 2014 – 2015

Bài	ý	*Nội dung đáp án*	*Điểm*
1 ***(3,0đ)***	**1)** *(1,5đ)*	$x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)=$ $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-z+z-y)$	*0,5*
		$=x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-z)-z^2(y-z)$	*0,25*
		$=(y-z)(x^2-z^2)+(z-x)(y^2-z^2)$	*0,25*
		$=(y-z)(x-z)(x+z)+(z-x)(y-z)(y+z)$	*0,25*
		$=(y-z)(x-z)(x+z-z-y)=(y-z)(x-z)(x-y)$	*0,25*
	2) *(1,5đ)*	$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=4(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$	
		$\Rightarrow x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2xz+x^2$ $=4x^2+4y^2+4z^2-4xy-4yz-4xz$	*0,25*
		$\Rightarrow 2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz=0$	*0,25*
		$\Rightarrow (x^2-2xy+y^2)+(y^2-2yz+z^2)+(z^2-2xz+x^2)=0$ $\Rightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$	*0,5*
		Mà $(x-y)^2\geq 0$; $(y-z)^2\geq 0$; $(z-x)^2\geq 0$ với mọi *x, y ,z*	*0,25*
		nên $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$ khi và chỉ khi x= y; y =z ; z =x hay *x = y = z (đpcm).*	*0,25*
2 ***(4,0đ)***	***1*** *(2,5đ)*	ĐK: $x\neq 0;\ x\neq 2$	*0,25*
		$P=\left(\dfrac{(x^2-2x)(x-2)}{2(x^2+4)(x-2)}+\dfrac{2x}{(x^2+4)(x-2)}\right).\dfrac{x^2-x-2}{x^2}$	*0,5*
		$=\dfrac{x(x-2)^2+4x^2}{2(x^2+4)(x-2)}.\dfrac{(x+1)(x-2)}{x^2}$	*0,5*
		$=\dfrac{x\left[(x-2)^2+4x\right](x+1)}{2(x^2+4).x^2}$	*0,5*
		$=\dfrac{(x^2-4x+4+4x)(x+1)}{2x(x^2+4)}$	*0,25*

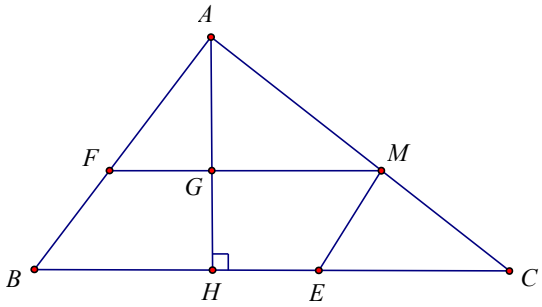
thuvientoanhoc.com

		$= \dfrac{\left(x^2+4\right)(x+1)}{2x\left(x^2+4\right)} = \dfrac{x+1}{2x}$	*0,5*
	2 *(1,5đ)*	Có $Q = 2.P = \dfrac{x+1}{x} = 1+\dfrac{1}{x}$	*0,5*
		Với $x \neq 0;\ x \neq 2$; $x \in Z$, để Q nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi x là Ư(1) Mà Ư(1) $= \{-1;1\}$	*0,5*
		$\Rightarrow x = -1$; $x = 1$ (thỏa mãn ĐK)	*0,25*
		Vậy giá trị *x* cần tìm là: –1; 1.	*0,25*
3. ***(4,0đ)***	1) *(2,0đ)*	$\left(x-4,5\right)^3 - \left(x-5,5\right)^3 = 12,25$	
		Đặt y = x –5, phương trình trở thành $\left(y+0,5\right)^3 - \left(y-0,5\right)^3 = 12,25$	*0,25*
		$\Leftrightarrow y^3 + 3.y^2.0,5 + 3.y.0,5^2 + 0,5^3 - y^3 + 3.y^2.0,5 - 3.y.0,5^2 + 0,5^3 = 12,25$	*0,25*
		$\Leftrightarrow 3y^2 + 0,25 - 12,25 = 0$	*0,25*
		$\Leftrightarrow 3\left(y-2\right)\left(y+2\right) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = -2 \end{array}\right.$	*0,5*
		Với y = 2 , ta được : x = 7 Với y = – 2 , ta được x = 3	*0,5*
		Vậy nghiệm của phương trình là : x= 3 ; x= 7.	*0,25*
	2) *(2 đ)*	$\dfrac{6}{x^2+2} + \dfrac{12}{x^2+8} = 3 - \dfrac{7}{x^2+3} \Leftrightarrow \dfrac{6}{x^2+2} - 1 + \dfrac{12}{x^2+8} - 1 + \dfrac{7}{x^2+3} - 1 = 0$	*0,5*
		$\Leftrightarrow \dfrac{4-x^2}{x^2+2} + \dfrac{4-x^2}{x^2+8} + \dfrac{4-x^2}{x^2+3} = 0$ $\Leftrightarrow \left(4-x^2\right)\left(\dfrac{1}{x^2+2} + \dfrac{1}{x^2+8} + \dfrac{1}{x^2+3}\right) = 0$ (1)	*0,5*
		Có $\dfrac{1}{x^2+2} + \dfrac{1}{x^2+8} + \dfrac{1}{x^2+3} > 0$ với mọi giá trị của *x*.	*0,25*
		Nên (1) $\Leftrightarrow 4-x^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x+2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$	*0,5*
		Vậy phương trình có hai nghiệm : *x* = 2 ; *x* = –2.	*0,25*
4. ***(2,0 đ)***		C/m: Với x, y là số dương và a, b là số bất kì. Ta có $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} \geq \dfrac{\left(a+b\right)^2}{x+y}$	*0,5*
		Áp dụng kết quả trên, ta có:	*0,5*

thuvientoanhoc.com

	$\frac{1}{2x+y+x}=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2}{x+y+x+z}\le\frac{\frac{1}{4}}{x+y}+\frac{\frac{1}{4}}{x+z}$ $\frac{\frac{1}{4}}{x+y}+\frac{\frac{1}{4}}{x+z}=\frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+y}+\frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+z}\le\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z}$ $\Rightarrow\frac{1}{2x+y+x}\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$	
	Tương tự cũng có: $\frac{1}{x+2y+z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)$; $\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$	*0,25*
	$\Rightarrow\frac{1}{2x+y+x}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}+\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)$ $\Rightarrow\frac{1}{2x+y+x}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{4}{x}+\frac{4}{y}+\frac{4}{z}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$	*0,5*
	Theo bài ra $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4\Rightarrow\frac{1}{2x+y+x}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le1$ (đpcm)	*0,25*
5. ***(5,0đ)***		
1) *(2,5đ)*	- Chứng minh $\Delta EBD\sim\Delta ECA$ (gg)	*0,75*
	$\Rightarrow\frac{EB}{EC}=\frac{ED}{EA}$ (hai cạnh tương ứng)	*0,5*
	Chứng minh: $\Delta EAD\sim\Delta ECB$ (c.g.c)	*0,75*
	$\Rightarrow\ \angle EDA=\angle EBC$ (hai góc tương ứng)	*0,5*
2) *(2,5đ)*	Kẻ MI $\perp$ BC. Chứng minh $\Delta BMI\sim\Delta BCD$ (g.g)	*0,75*
	$\Rightarrow\frac{BM}{BC}=\frac{BI}{BD}$ (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow BM.BD=BC.BI$	*0,5*
	Tương tự có $CM.AC=BC.IC$	*0,5*
	Cộng vế với vế, ta được $BM.BD+CM.CA=BC.BI+BC.CI=BC\left(BI+IC\right)=$ BC^2	*0,75*
	Mà BC không đổi => đpcm	

thuvientoanhoc.com

6. ***(2,0đ)***		
	Ta có ME // AB (gt) và MF // BC (gt) $\Rightarrow$ ME // BF và MF // BE $\Rightarrow$ Tứ giác BEMF là hình bình hành (hai cặp cạnh đối song song)	*0,25*
	Kẻ AH $\perp$ BC tại H , AH cắt MF tại G. Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH.BC$ và $S_{BEMF} = HG.FM$ nên $\frac{S_{BEMF}}{S_{ABC}} = 2.\frac{HG}{AH}.\frac{FM}{BC}$	*0,25*
	Gọi AM = x; MC = y $\Rightarrow$ AC = x + y Xét Δ ABC có MF // BC (gt) $\Rightarrow \frac{FM}{BC} = \frac{AM}{AC}$ (hệ quả định lí Talet) $\Rightarrow \frac{FM}{BC} = \frac{x}{x+y}$	*0,25*
	Xét Δ AHC có GM //HC $\Rightarrow \frac{HG}{AH} = \frac{CM}{AC}$ (định lí Talet) $\Rightarrow \frac{HG}{AH} = \frac{y}{x+y}$	*0,25*
	Do đó $\frac{S_{BEMF}}{S_{ABC}} = 2.\frac{xy}{(x+y)^2}$ Ta có : $(x-y)^2 \geq 0 \Rightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Rightarrow \frac{xy}{(x+y)^2} \leq \frac{1}{4}$	*0,5*
	$\Rightarrow \frac{S_{BEMF}}{S_{ABC}} \leq 2.\frac{1}{4} \Rightarrow S_{BEMF} \leq \frac{1}{2}.S_{ABC}$	*0,25*
	Mà S_{ABC} không đổi nên S_{BEMF} đạt giá trị lớn nhất là $\frac{1}{2}.S_{ABC}$ khi và chỉ khi $x = y$ Hay M là trung điểm của AC.	*0,25*

thuvientoanhoc.com