SỞ GD&ĐT SƠN LA

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 02 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN
Ngày thi: 16/02/2025
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1*(4,0 điểm)*)

1a) Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a(a-1)}+\sqrt[3]{(a-1)^2}}=\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{(a-1)}$, với a là số tự nhiên lớn hơn 1.

1b) Tính tổng $S=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2.1}+1}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3.2}+\sqrt[3]{2^2}}+...+\dfrac{1}{\sqrt[3]{2025^2}+\sqrt[3]{2025.2024}+\sqrt[3]{2024^2}}$.

2) Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=5$ và $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=3$. Chứng minh rằng $\dfrac{\sqrt{a}}{a+2}+\dfrac{\sqrt{b}}{b+2}+\dfrac{\sqrt{c}}{c+2}=\dfrac{4}{\sqrt{(a+2)(b+2)(c+2)}}$.

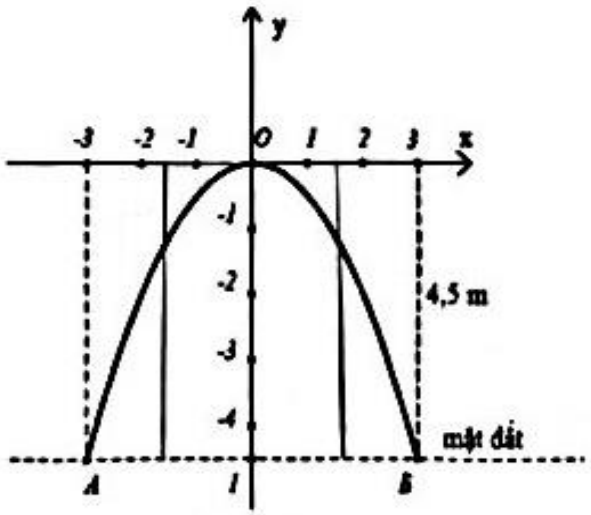
Câu 2*(4,0 điểm).*

a) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2mx+m^2-m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1^2+6mx_2-8m^2-4m+1=0$.

b) Giải phương trình: $2x^2+5x-1=7\sqrt{x^3-1}$.

Câu 3*(2,0 điểm).*

a) Một cổng vòm được thiết kế dạng parabol $y=ax^2$ (hình 1). Biết chiều rộng của chân cổng là $AB=6m$ và chiều cao của cổng là $OI=4,5m$. Để vận chuyển hàng qua cổng, người ta dự định sử dụng một xe tải có chiều rộng $3m$, chiều cao $h(m)$. Hỏi chiều cao của xe tải này phải thỏa mãn điều kiện gì để xe tải có thể qua được cổng vòm?



hình 1

b) Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{1}{2x+y+z}+\dfrac{1}{x+2y+z}+\dfrac{1}{x+y+2z}$.

Câu 4*(4,0 điểm).*

a) Từ các số $1,2,\ldots,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho số đó chia hết cho 3.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn phương trình $8x^2-3xy-5y=25$.

Câu 5 *(6,0 điểm).*

Cho đường tròn $(O;R)$ và dây cung BC cố định. Gọi A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Bên ngoài tam giác ABC dựng các hình vuông $ABDE$, $ACFG$ và hình bình hành $AEKG$.

a) Chứng minh rằng $AK = BC$ và $AK \perp BC$.

b) Giả sử DC cắt BF tại M. Chứng minh rằng ba điểm A, K, M thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng khi A thay đổi trên cung lớn BC của $(O;R)$ thì K luôn thuộc một đường tròn cố định.

-------HẾT-------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... *Số báo danh:* .....