SỞ GD&ĐT HÀ NỘI

TRƯỜNG THPT ĐA PHÚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP VÀ XÉT TUYỂN ĐẠI HỌC NĂM 2015

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút không kể thời gian phát đề

Câu 1 ***(2,0điểm).*** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ (1).

a)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ *(C)* của hàm số (1).

b)Tìm tọa độ điểm *M* thuộc đồ thị *(C)* sao cho tiếp tuyến của *(C)* tại *M* vuông góc với đường thẳng *d: x + 3y +1 = 0.*

Câu 2 ***(1,0điểm).*** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ trên đoạn $[\frac{1}{2}; 2]$.

Câu 3 ***(1,0điểm).***Giải các phương trình sau

a) $2\log_4(3x+1) - \log_2(3-x) = 1$. b) $\sqrt{3}\sin 2x - 1 = \cos 2x - 2\cos x$.

Câu 4 ***(0,5điểm).*** Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2+3x+2}dx$.

Câu 5 ***(0,5điểm).*** Cho tập hợp *X* gồm các số tự nhiên có ba chữ số phân biệt được lập từ các chữ số ***1,2,3,4,5,6***. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập hợp *X*, tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 8.

Câu 6 ***(1,0điểm).*** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho điểm *A(-1;4;6)* và điểm *B(-2;3;6).* Viết phương trình mặt cầu *(S)* có tâm thuộc trục *Ox* và đi qua điểm *A* và điểm *B*. Tìm tọa độ các giao điểm của *(S)* với trục *Oz*.

Câu 7 ***(1,0điểm).*** Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*, mặt bên *SAB* là tam giác vuông cân tại đỉnh *S* và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp *S.ABC* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *SB* và *AC*.

Câu 8 ***(1,0điểm).*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho hình vuông *ABCD*. Điểm $F(\frac{11}{2}; 3)$ là trung điểm của cạnh *AD*. Đường thẳng *EK* có phương trình $19x - 8y - 18 = 0$ với điểm *E* là trung điểm của cạnh *AB*, điểm *K* thuộc cạnh *DC* và *KD = 3KC*. Tìm tọa độ điểm *C* của hình vuông *ABCD* biết điểm E có hoành độ nhỏ hơn 3.

Câu 9 ***(1,0điểm).*** Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{3}} = x + y \\ x\sqrt{2xy+5x+3} = 4xy - 5x - 3 \end{cases}$ $(x, y \in \boldsymbol{R})$.

Câu 10 ***(1,0điểm).***

Cho ba số thực *a,b,c* đôi một phân biệt và thỏa mãn các điều kiện $a + b + c = 1$ và $ab + bc + ca > 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\left(\sqrt{\frac{2}{(a-b)^2} + \frac{2}{(b-c)^2}} + \frac{1}{|c-a|}\right) + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$

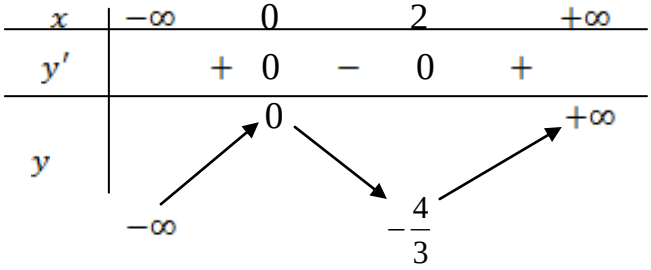
----------Hết----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐA PHÚC

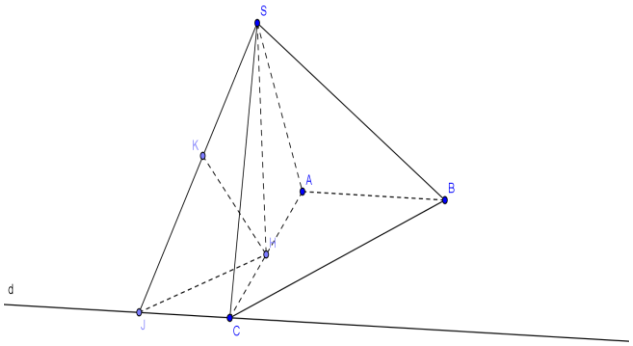
ĐÁP ÁN THI THỬ TỐT NGHIỆP VÀ XÉT TUYỂN ĐẠI HỌC
Môn: TOÁN
Thời gian: 180 phút không kể thời gian phát đề

	Nội dung	Điểm
Câu I	Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2$	2,0đ
Ý a	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số	1,0đ
	1.Tập xác định : D = $\mathbb{R}$. 2.Sự biến thiên : $y'=x^2-2x;\ \ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}[x^3(\frac{1}{3}-\frac{1}{x})]=+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}[x^3(\frac{1}{3}-\frac{1}{x})]=-\infty$	0,25đ
	Bảng biến thiên  Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$. Hàm số có cực đại tại $x=0$ và $y_{CĐ}$ = y(0)=0. Hàm số có cực tiểu tại $x=2$ và y_{CT} = y(2)= $-\frac{4}{3}$	0,25đ 0,25đ
	3.Đồ thị Giao Ox: (0;0), (3;0) Giao Oy: (0;0) $y'=0\Leftrightarrow x=1$ $\Rightarrow$Đồ thị hàm số nhận I$(1;-\frac{2}{3})$ làm điểm uốn và là tâm đối xứng f(x)=(1/3)x^3-x^2	0,25đ

thuvientoanhoc.com

Ý b	d có hệ số góc $k=-\frac{1}{3}$. Gọi x_0 là hoành độ điểm M Ycbt $\Leftrightarrow y'(x_0).(\frac{1}{3})=-1$ $\Leftrightarrow y'(x_0)=3$ $\Leftrightarrow x_0^2-2x_0-3=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} M(-1;-\frac{4}{3}) \\ M(3;0) \end{array}\right.$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 2 (1đ)	+) Hàm số liên tục trên $[\frac{1}{2};2]$ +) $f'(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$; +) $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin[\frac{1}{2};2] \\ x=-2\notin[\frac{1}{2};2] \end{array}\right.$ +) $f(\frac{1}{2})=\frac{7}{6}$; $f(2)=\frac{7}{3}$ +) $\min\limits_{x\in[\frac{1}{2};2]} f(x)=\frac{7}{6}$; $\max\limits_{x\in[\frac{1}{2};2]} f(x)=\frac{7}{3}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 3 (1đ)	a) ĐK: $-\frac{1}{3}<x<3$ Với điều kiện trên bpt $\Leftrightarrow \log_2(3x+1)=\log_2[2(3-x)]$ $\Leftrightarrow 3x+1=2(3-x)$ $\Leftrightarrow x=1$ KL: Kết hợp điều kiện, phương trình có nghiệm $x=1$	0,25đ 0,25đ
	Pt $\Leftrightarrow 2\cos x(\sqrt{3}\sin x-\cos x+1)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=0 \\ \cos(x+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k2\pi \\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbf{Z})$	0,25đ 0,25đ
Câu 4 (0,5đ)	$I=\int_0^2 \frac{1}{(x+1)(x+2)}dx=\int_0^2(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2})dx$ $=\ln\lvert x+1\rvert\Big\rvert_0^2-\ln\lvert x+2\rvert\Big\rvert_0^2=\ln\frac{3}{2}$	0,25đ 0,25đ

thuvientoanhoc.com

Câu 5 (0,5đ)	+) Số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ +) $n(S)=A_6^3$ +) B: "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 8'' $\Rightarrow n(B)=12$ $\Rightarrow P(B)=\dfrac{12}{120}=0,1$	0,25đ 0,25đ
Câu 6 (1,0đ)	+) I(a;0;0) thuộc trục Ox là tâm mặt cầu $\Leftrightarrow IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2$ $\Leftrightarrow a=2\Rightarrow I(2;0;0)$ $\Rightarrow R^2=61$ $\Rightarrow$Phương trình mặt cầu: $(x-2)^2+y^2+z^2=61$ +) Tọa độ giao điểm của (S) và Oz thỏa mãn: $\begin{cases}(x-2)^2+y^2+z^2=61\\x=y=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow z=\pm\sqrt{57}$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(0;0;\sqrt{57})\\M(0;0;-\sqrt{57})\end{array}\right.$	0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 7 (1đ)	+) GT$\Rightarrow\begin{cases}SH\perp(ABC)\\SH=\dfrac{a}{2}\end{cases}$ +) $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$  +) d qua B và d // AC $\Rightarrow d(AC,SB)=d(A;(SB,d))=2d(H;(SB;d))$ +) $d(H;(SB,d))=HK$ $\dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{HJ^2}+\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{28}{3a^2}\Rightarrow HK=\dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ $\Rightarrow d(AC,SB)=2HK=a\sqrt{\dfrac{3}{7}}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

thuvientoanhoc.com

Câu 8 (1đ)	+) gt $\Rightarrow$ Cạnh hình vuông bằng 5 $\Rightarrow \text{EF} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ +) Tọa độ E là nghiệm: $\begin{cases}(x-\frac{11}{2})^2+(y-3)^2=\frac{25}{2}\\19x-8y-18=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{58}{17}\end{array}\right.$ (loại) $\Rightarrow E(2;\frac{5}{2})$ +) AC qua trung điểm I của EF và AC $\perp$ EF $\Rightarrow$ AC: $7x+y-29=0$ $\Rightarrow P = AC \cap EK: \begin{cases}7x+y-29=0\\19-8y-18=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{10}{3}\\y=\frac{17}{3}\end{cases}$ $\Rightarrow P(\frac{10}{3};\frac{17}{3})$ $\Rightarrow \overrightarrow{IC} = \frac{9}{5}\overrightarrow{IP} \Rightarrow C(3;8)$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 9 (1đ)	+) ĐK : $2xy+5x+3\geq 0$ +) Từ pt (1) $\Rightarrow VT \geq \frac{\lvert x+y\rvert}{2}+\frac{\lvert x+y\rvert}{2}=\lvert x+y\rvert \geq x+y=VP$ Nên (1) $\Leftrightarrow x=y\geq 0$ Thay vào (2) được : $6x^2-x\sqrt{2x^2+5x+3}-(2x^2+5x+3)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\sqrt{2x^2+5x+3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right. \text{ (loại)}\\x=-\frac{1}{3}\sqrt{2x^2+5x+3} \quad \text{Vô nghiệm}\end{array}\right.$ $x=3 \Rightarrow y=3 \Rightarrow$ Hệ có một nghiệm (3 ;3).	0,5đ 0,25đ 0,25đ

thuvientoanhoc.com

Câu 10 (1đ)	+) BĐT: $\frac{x^2+y^2}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \forall x, y$ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \geq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+y^2}} (\forall x, y > 0)$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y$	0,25đ
	+) $P \geq \frac{2}{\lvert a-b \rvert}+\frac{2}{\lvert b-c \rvert}+\frac{2}{\lvert c-a \rvert}+\frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$	0,25đ
	Giả sử $a > b > c$: $P \geq \frac{10}{a-c}+\frac{10}{2\sqrt{ab+ac+bc}} \geq \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{(1-b)(1+3b)}}$	0,25đ
	Ta có: $(1-b)(1+3b) = \frac{1}{3}(3-3b)(1+3b) \leq \frac{4}{3} \Rightarrow P \geq 10\sqrt{6}$	0,25đ
	Min P $= 10\sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = \frac{2+\sqrt{6}}{6} \\ c = \frac{2-\sqrt{6}}{6} \end{cases}$ và các hoán vị của nó	

thuvientoanhoc.com