SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN
Ngày thi: 05/3/2024
Thời gian làm bài: 120 phút (*Không kể thời gian phát đề*)

Câu 1: (4 *điểm*) Cho phương trình $\sin^4 x - m\sin x\cos x + \cos^4 x = m + 1$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình có đúng 3 nghiệm thuộc $[0;\pi]$.

Câu 2: (4 *điểm*) Với các tham số a, b, xét các phương trình bậc hai

$$4^x - 5\cdot 2^{x-1} + a = 0 \quad (1) \text{ và } \quad 4^x - 5\cdot 2^{x+3} + b = 0 \quad (2).$$

Tìm tất cả các cặp số (a,b) để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 phân biệt và phương trình (2) có nghiệm x_3, x_4 phân biệt sao cho x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành một cấp số cộng theo thứ tự đó.

Câu 3: (4 *điểm*) Cho hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$ $(x > 0)$ có đồ thị (C). Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng mà từ đó có thể kẻ đúng hai tiếp tuyến đến (C) sao cho đường thẳng nối hai tiếp điểm luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Câu 4: (4 *điểm*) Cho hình chữ nhật $ABCD$ cố định có $AD = a, AB = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. Điểm S thay đổi trong không gian sao cho hai tam giác SDA và SCB đều vuông ở S.

a) Chứng minh rằng $\Delta SDA = \Delta SCB$. Từ đó tính thể tích của hình chóp $S.ABCD$ khi giả sử rằng góc giữa hai mặt phẳng $(SAB),(SCD)$ là $45°$.

b) Xác định giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Câu 5: (4 *điểm*) Gọi S là tập hợp các số nguyên có giá trị tuyệt đối không vượt quá 28. Chọn ngẫu nhiên hai số a, b phân biệt từ tập S. Tính xác suất để hai đồ thị $(C_1): y = x^4 + 2ax^2 + 4b$ và $(C_2): y = -\dfrac{1}{2}x^4 + bx^2 - a$ đều có ba điểm cực trị, đồng thời chúng có điểm cực trị chung.

--- HẾT ---

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....*Số báo danh:*.....

thuvientoanhoc.com