SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT VIỆT NAM – BA LAN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

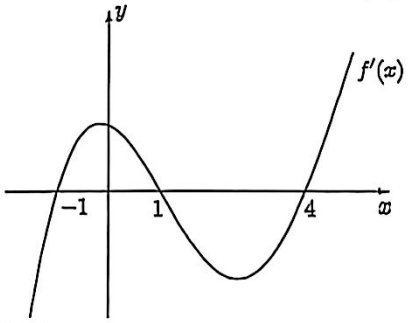
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 – 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: .....
Số báo danh: .....

Mã đề: 0103

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-\infty;1)$.

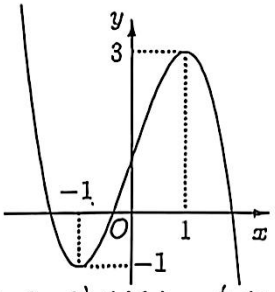
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đường thẳng nào sau đây đi qua điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho?

A. $y=3x+2$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=-3x+1$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$ là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

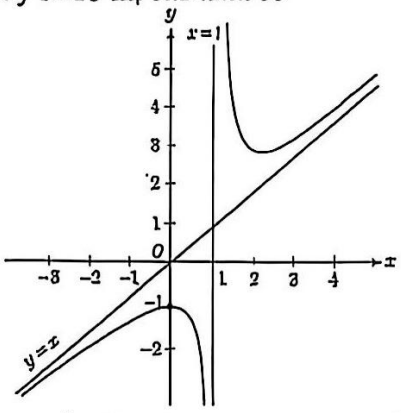
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 6. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



A. $y=\dfrac{x^2-4x-1}{x+1}$. B. $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$. C. $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$. D. $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$	↗	5

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=2$. B. $x=5$. C. $x=3$. D. $x=1$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2-2x+2025$. B. $y=x^3+5x+1$.

C. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. D. $y=\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+2010$.

Câu 9. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t)=2+24,5t-4,9t^2$. Sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất ?

A. 5. B. 4 C. 2,5. D. 3.

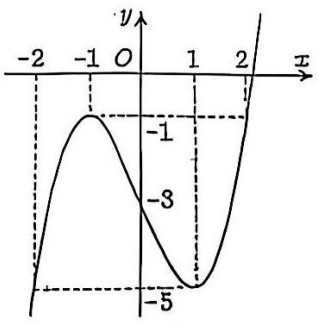
Câu 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên $y=ax+b$. Giá trị của $a+3b$ bằng

A. 3. B. -2. C. 5. D. -1.

Câu 11. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(-3;0)$. B. $(0;-3)$. C. $(1;3)$. D. $\left(\dfrac{3}{2};0\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

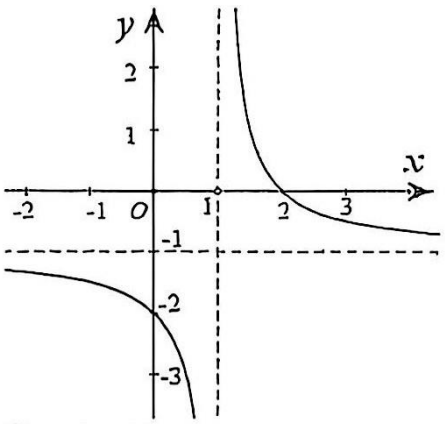


A. $m=-1;M=0$. B. $m=-5;M=-1$.

C. $m=-2;M=2$. D. $m=-5;M=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng-sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi câu, ở mỗi ý a),b),c),d) học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị (C) như hình vẽ (với $a,b,c\in\mathbb{R}$).



a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

b) Hàm số không có điểm cực trị.

c) Trong ba số a, b, c có đúng hai số âm.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị với trục hoành có phương trình là $y = -x - 2$.

Câu 2. Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật thể tích là $36m^3$, không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong trang trại. Do các điều kiện về diện tích trang trại, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá $4m$, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Gọi $x(m)$ là chiều rộng của bể, ta có $0 < x \le 4$. Khi đó

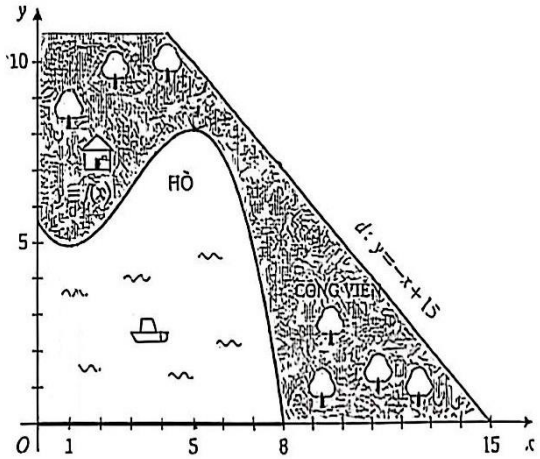
a) Chiều dài của bể là $2x$.

b) Chiều cao của bể là $\dfrac{18}{x^2}$.

c) Tổng diện tích các mặt cần xây là: $2x^2 + \dfrac{108}{x}$.

d) Tổng chi phí vật liệu xây dựng nhỏ nhất khi chiều cao của bể bằng 3 m.

Câu 3. Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa (hình vẽ), nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đường bờ hồ là một phần đồ thị của hàm số bậc ba: $y = f(x) = \dfrac{1}{10}\left(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56\right)$, với $0 \le x \le 8$, đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m.



a) Chiều dài của đường đi dạo ven hồ chạy dọc theo trục hoành Ox trên thực tế bằng 800 m.

b) Trên đoạn đường đi dạo ứng với $0 \le x \le 1$, khoảng cách theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện tăng dần.

c) Tại những điểm trên đường đi dạo ven hồ (dọc theo trục Ox), khoảng cách lớn nhất theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện bằng 800 m.

d) Trong công viên có một con đường thẳng chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -x + 15$ (kí hiệu là đường thẳng d). Người ta dự định xây một bến thuyền đạp nước tại vị trí điểm M trên bờ hồ sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường d là ngắn nhất. Khoảng cách ngắn nhất đó trên thực tế lớn hơn 90 m.

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = -1$.

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

d) M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty sản xuất linh kiện điện tử xác định rằng nếu sản xuất x sản phẩm mỗi tháng

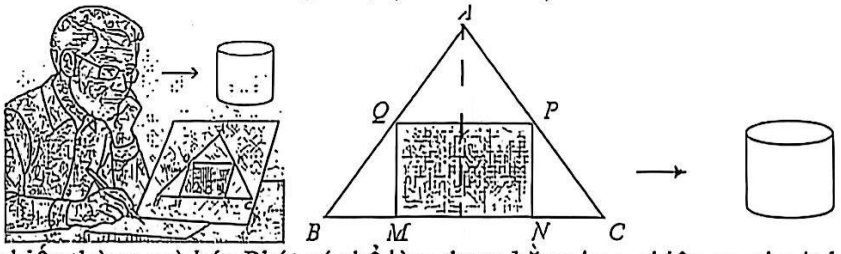
($x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 5\,000$) thì doanh thu thu được khi bán hết số hàng đó là $R(x) = -0,01x^2 + 500x$ (nghìn đồng). Biết chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $H(x) = \dfrac{60\,000}{x} + 420$ (nghìn đồng). Giả sử công ty luôn bán hết số sản phẩm làm ra. Hỏi trong một tháng, công ty cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 60 triệu đồng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	‖ $-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

Câu 3. Bác Phát muốn làm một chiếc thùng hình trụ ,thân thùng được làm từ một mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 cm. Bác cắt ra một tấm tôn hình chữ nhật $MNPQ$ (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q lần lượt thuộc các cạnh AC, AB) rồi cuộn lại sao cho hai mép MQ và NP trùng khít nhau để tạo thành thân thùng hình trụ có chiều cao bằng MQ (như hình vẽ).



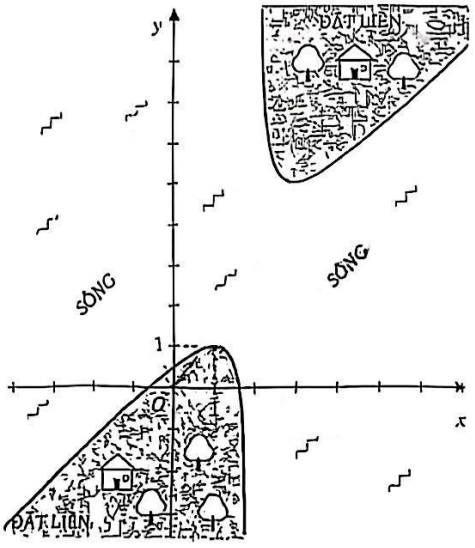
Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bác Phát có thể làm được bằng bao nhiêu centimét khối (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ (C). Biết rằng đồ thị (C) có hai điểm cực trị là A và B. Xét điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị (C) với $x_0 > 1$. Kí hiệu d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị (C). Khi biểu thức $P = d_1 + 2d_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, diện tích của tam giác MAB bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)?

Câu 5. Sau khi xuất hiện một dịch bệnh, số người nhiễm bệnh tích lũy tính từ ngày phát hiện ca bệnh đầu tiên đến ngày thứ t ($0 \le t \le 30$) được mô hình hóa bởi hàm số $N(t) = 45t^2 - t^3$. Biết rằng tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t được xác định bởi đạo hàm $N'(t)$. Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là bao nhiêu (người/ngày)?

Câu 6. Trong quy hoạch giao thông của một địa phương, phần đất liền ở hai bờ của một nhánh sông uốn cong được mô hình hóa bởi hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + ax + b}{x - 2}$, trên hệ trục tọa độ Oxy (hình vẽ), trong đó mỗi đơn vị trên các trục tọa độ tương ứng với 100 m trên thực địa.

Biết rằng đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $(1;1)$. Người ta dự kiến xây dựng một cây cầu thẳng nối một điểm A ở bờ bên này sang một điểm B ở bờ đối diện sao cho chiều dài cây cầu ngắn nhất. Chiều dài của cây cầu đó bằng bao nhiêu mét (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?



------ *HẾT* ------

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được tạo bằng AI · thuvientoanhoc.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Chọn C.

Từ đồ thị, $f'(x)<0$ khi $x\in(-\infty;-1)\cup(1;4)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

Câu 2. Chọn B.

Từ bảng biến thiên, $y'>0$ trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 3. Chọn C.

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;3)$. Thay vào các phương án, chỉ có $y=x+2$ thỏa mãn vì $3=1+2$.

Câu 4. Chọn C.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{1-x}=-2$ nên tiệm cận ngang là $y=-2$.

Câu 5. Chọn A.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ chỉ khi đi qua $x=1$ nên hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 6. Chọn D.

Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=x$, đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$.

Ta có $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}=x+\dfrac{1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=x$ và $y(0)=-1$.

Câu 7. Chọn D.

$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=+\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 8. Chọn B.

$y=x^3+5x+1$ có $y'=3x^2+5>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Chọn C.

$h'(t)=24,5-9,8t=0\Leftrightarrow t=2,5$. $h'(t)>0$ khi $t<2,5$ và $h'(t)<0$ khi $t>2,5$ nên $h(t)$ lớn nhất khi $t=2,5$ giây.

Câu 10. Chọn B.

$y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}=x-1+\dfrac{1}{x-1}$ nên tiệm cận xiên là $y=x-1$. Suy ra $a=1$, $b=-1$, $a+3b=-2$.

Câu 11. Chọn B.

Với $x=0$ thì $y=-3$. Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;-3)$.

Câu 12. Chọn B.

Từ đồ thị, trên đoạn $[-2;2]$: giá trị nhỏ nhất $m=f(-2)=f(1)=-5$, giá trị lớn nhất $M=f(-1)=f(2)=-1$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. a) Đúng. b) Đúng. c) Đúng. d) Sai.

Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$, đồ thị đi qua các điểm $(2;0)$ và $(0;-2)$.

Suy ra $-c=1$, $a=-1$, $2a+b=0$. Do đó $c=-1$, $a=-1$, $b=2$. Kiểm tra: $y(0)=\dfrac{b}{c}=-2$ (thỏa mãn). Vậy $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$.

a) Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=-1$. Mệnh đề đúng.

b) $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0, \forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị. Mệnh đề đúng.

c) $a=-1$, $b=2$, $c=-1$ nên có đúng hai số âm. Mệnh đề đúng.

d) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $(2;0)$, $y'(2)=-1$. Tiếp tuyến: $y=-(x-2)=-x+2$. Mệnh đề sai.

Câu 2. a) Đúng. b) Đúng. c) Đúng. d) Sai.

a) Chiều dài gấp hai lần chiều rộng nên chiều dài là $2x$. Mệnh đề đúng.

b) Gọi h là chiều cao. Ta có $2x\cdot x\cdot h=36\Rightarrow h=\dfrac{18}{x^2}$. Mệnh đề đúng.

c) Bể không có nắp nên tổng diện tích cần xây là $S=2x^2+2\cdot 2x\cdot h+2\cdot x\cdot h=2x^2+6xh=2x^2+\dfrac{108}{x}$. Mệnh đề đúng.

d) $S'(x)=4x-\dfrac{108}{x^2}=0\Leftrightarrow x^3=27\Leftrightarrow x=3\in(0;4]$.

$S'(x)<0$ trên $(0;3)$, $S'(x)>0$ trên $(3;4]$ nên S nhỏ nhất khi $x=3$. Khi đó chi phí nhỏ nhất và chiều cao $h=\dfrac{18}{9}=2$ m. Mệnh đề sai.

Câu 3. a) Đúng. b) Sai. c) Sai. d) Đúng.

a) Đường đi dạo chạy dọc trục hoành từ $x=0$ đến $x=8$, dài 8 đơn vị, tức là 800 m. Mệnh đề đúng.

b) Khoảng cách theo phương thẳng đứng từ điểm $(x;0)$ trên đường đi dạo đến bờ hồ đối diện là $f(x)$.

$f'(x)=\dfrac{-3x^2+18x-15}{10}=\dfrac{-3(x-1)(x-5)}{10}<0$ với $x\in(0;1)$ nên $f(x)$ giảm trên $[0;1]$. Khoảng cách giảm dần. Mệnh đề sai.

c) $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=5$. Ta có $f(0)=5,6$; $f(1)=4,9$; $f(5)=8,1$; $f(8)=0$.

Khoảng cách lớn nhất là $8,1$ đơn vị, tức là 810 m. Mệnh đề sai.

d) Đường thẳng $d: x+y-15=0$. Điểm $M\left(x;f(x)\right)$ với $0\le x\le 8$.

$d(M,d)=\dfrac{|x+f(x)-15|}{\sqrt{2}}$. Xét $g(x)=15-x-f(x)=\dfrac{x^3-9x^2+5x+94}{10}$.

$g'(x)=\dfrac{3x^2-18x+5}{10}=0\Leftrightarrow x_1=\dfrac{9-\sqrt{66}}{3}\approx 0,29$ hoặc $x_2=\dfrac{9+\sqrt{66}}{3}\approx 5,71$.

$g(0)=9,4$; $g(x_1)\approx 9,472$; $g(x_2)\approx 1,528$; $g(8)=7$.

Suy ra $\min\limits_{[0;8]} g(x)=g(x_2)\approx 1,528248>0$.

Khoảng cách ngắn nhất trên thực tế là $d_{\min}=\dfrac{100g(x_2)}{\sqrt{2}}\approx 108,06$ m >90 m. Mệnh đề đúng.

Câu 4. a) Đúng. b) Sai. c) Sai. d) Sai.

Ta có $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x+1}=x+1-\dfrac{4}{x+1}$, tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

a) $\lim\limits_{x\to -1^+} y=-\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$. Mệnh đề đúng.

b) $y'=1+\dfrac{4}{(x+1)^2}>0, \forall x\ne -1$ nên hàm số không có cực trị. Mệnh đề sai.

c) Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$. Mệnh đề sai.

d) Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận xiên $y=x+1$ hay $x-y+1=0$. Gọi $M\left(m;m+1-\dfrac{4}{m+1}\right)$ với $m\ne -1$.

$d_1=|m+1|$, $d_2=\dfrac{\left|m-m-1+\dfrac{4}{m+1}+1\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}\,|m+1|}$.

$d_1 \cdot d_2 = \dfrac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. Mệnh đề sai.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Đáp số: 2001.

Lợi nhuận: $L(x) = R(x) - x \cdot H(x) = -0,01x^2 + 500x - 60000 - 420x = -0,01x^2 + 80x - 60000$ (nghìn đồng).

$L(x) > 60000 \Leftrightarrow -0,01x^2 + 80x - 120000 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 8000x + 12000000 < 0 \Leftrightarrow 2000 < x < 6000$.

Kết hợp $x \in \mathbb{N}^*$, $1 \le x \le 5000$, số sản phẩm ít nhất là 2001.

Câu 2. Đáp số: 4.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 5}$ có tiệm cận đứng tại các nghiệm của phương trình $f(x) = \dfrac{5}{2}$.

Từ bảng biến thiên, đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 4 điểm, mỗi khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ có đúng một nghiệm.

Tại $x = 1$ thì $f(x) \to \pm\infty$ nên $y \to 0$, đường thẳng $x = 1$ không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 3. Đáp số: 7443.

Đặt $MN = x$ $(0 < x < 90)$. Ta có $BM = \dfrac{90 - x}{2}$, $MQ = BM \cdot \tan 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}(90 - x)}{2}$.

Cuộn tấm tôn thì chu vi đáy là MN: $2\pi r = x \Rightarrow r = \dfrac{x}{2\pi}$; chiều cao $h = MQ$.

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{x^2}{4\pi^2} \cdot \frac{\sqrt{3}(90 - x)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3 + 90x^2\right).$$

Xét $g(x) = -x^3 + 90x^2$ trên $(0;90)$: $g'(x) = -3x^2 + 180x = 0 \Leftrightarrow x = 60$. $g(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 60$, $g(60) = 108000$.

$$V_{\max} = \frac{\sqrt{3} \cdot 108000}{8\pi} = \frac{13500\sqrt{3}}{\pi} \approx 7443 \text{ cm}^3.$$

Câu 4. Đáp số: $0,3$.

$y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \dfrac{1}{x - 1}$. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x$.

$y' = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Hai điểm cực trị $A(0;-1)$, $B(2;3)$.

Đặt $t = x_0 - 1 > 0$. Ta có $M\left(1+t;1+t+\dfrac{1}{t}\right)$, $d_1 = t$, $d_2 = \dfrac{|x_0 - y_0|}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}t}$.

$P = d_1 + 2d_2 = t + \dfrac{\sqrt{2}}{t} \geq 2\sqrt{\sqrt{2}}$. Dấu bằng xảy ra khi $t^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow t = \sqrt[4]{2}$.

Đường thẳng $AB: 2x - y - 1 = 0$, $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

$$d(M, AB) = \frac{\left|2(1+t) - \left(1+t+\dfrac{1}{t}\right) - 1\right|}{\sqrt{5}} = \frac{\left|t - \dfrac{1}{t}\right|}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB) = \left|t - \frac{1}{t}\right|.$$

Khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $t = \sqrt[4]{2} > 1$, do đó $S_{MAB} = \sqrt[4]{2} - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} \approx 0,3483$.

Làm tròn đến hàng phần mười, $S_{MAB} \approx 0,3$.

Câu 5. Đáp số: 675.

Tốc độ truyền bệnh: $v(t) = N'(t) = 90t - 3t^2$ với $0 \leq t \leq 30$.

$v'(t) = 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$. $v(0) = 0$; $v(15) = 675$; $v(30) = 0$.

Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là 675 người/ngày.

Câu 6. Đáp số: 439.

$y' = \dfrac{x^2 - 4x - 2a - b}{(x-2)^2}$. Đồ thị có điểm cực trị $(1;1)$ nên $y'(1) = 0$ và $y(1) = 1$:

$$\begin{cases} -3 - 2a - b = 0 \\ \dfrac{1 + a + b}{-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Khi đó $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 2} = x + 1 + \dfrac{1}{x-2}$ (thử lại thỏa mãn).

Gọi $\alpha, \beta > 0$ lần lượt là khoảng cách theo phương ngang từ A, B đến đường thẳng $x = 2$, với A thuộc nhánh trái, B thuộc nhánh phải.

Khi đó $A\left(2-\alpha;3-\alpha-\dfrac{1}{\alpha}\right)$, $B\left(2+\beta;3+\beta+\dfrac{1}{\beta}\right)$.

$AB^2 = (\alpha+\beta)^2 + \left(\alpha+\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)^2 = (\alpha+\beta)^2\left[1+\left(1+\frac{1}{\alpha\beta}\right)^2\right]$.

Vì $(\alpha+\beta)^2 \geq 4\alpha\beta$ nên $AB^2 \geq 4\alpha\beta\left[1+\left(1+\frac{1}{\alpha\beta}\right)^2\right] = 4\left(2\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}+2\right) \geq 4\left(2\sqrt{2}+2\right)$.

Dấu bằng xảy ra khi $\alpha = \beta$ và $2\alpha\beta = \frac{1}{\alpha\beta}$, tức là $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

$AB_{\min} = 2\sqrt{2+2\sqrt{2}} \approx 4,3947$ đơn vị. Chiều dài cây cầu ngắn nhất khoảng 439 m.

---------- HẾT ----------