SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG
NĂM HỌC 2021-2022.

Môn thi: Toán chung - Đề 2

Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội

Thời gian làm bài: 120 phút.

(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{8x-1}}$.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=mx+1$ ($m\neq 0$) và đường thẳng $y=9x+2$ song song.

3) Tính chiều cao của tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{3}\,cm$.

4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng $4\,cm$ và bán kính đáy $3\,cm$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}+\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}\right).\left(\dfrac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ với $x>0;x\neq 1$.

1) Rút gọn biểu thức Q.
2) Tìm x để Q có giá trị bằng 10.

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2-2\left(m+1\right)x+m^2+1=0$ (1) với m là tham số.
   a) Giải phương trình (1) khi $m=3$.
   b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1=x_2+2$.
2) Giải phương trình $\sqrt{6-x}+\sqrt{x-2}-2\sqrt{2}=0$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC $(AB>AC)$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AP. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

1) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp và $AE.AC=AF.AB$.
2) Gọi K, I lần lượt là trung điểm của EF và AH. Chứng minh $AP\perp EF$ và AP // IK.
3) Gọi M là giao điểm của IK và BC; N là giao điểm của MH với cung nhỏ AC của đường tròn (O). Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn BC và $\widehat{HMC}=\widehat{HAN}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x+3y+2}=3\sqrt{y}+\sqrt{x+2}\\ y^2+x^2+2x=0.\end{cases}$
2) Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn $xyz=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2}{yz}+\frac{y^2}{xz}+\frac{z^2}{xy}\geq 2\left(\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\right).$$

---------HẾT---------

Họ và tên thí sinh:.....Họ tên, chữ ký GT 1:.....
Số báo danh:.....Họ tên, chữ ký GT 2:.....

thuvientoanhoc.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

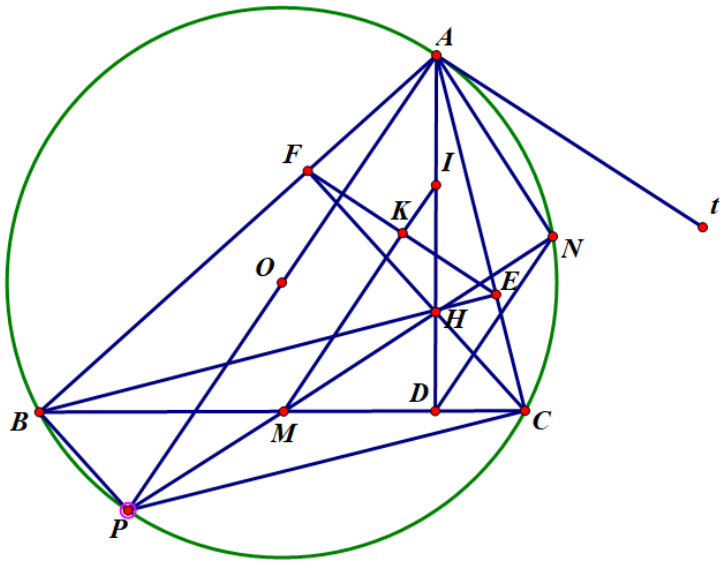
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học: 2021 - 2022
Môn thi: Toán (chung) – Đề 2
Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội
(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	**Câu 1. (2,0 điểm)** 1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P=\frac{1}{\sqrt{8x-1}}$. 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=mx+1$ ($m\neq 0$) và đường thẳng $y=9x+2$ song song. 3) Tính chiều cao của tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{3}\,cm$. 4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng $4\,cm$ và bán kính đáy $3\,cm$.	
1)	Biểu thức xác định khi và chỉ khi $8x-1>0$	0,25
	$\Leftrightarrow x>\frac{1}{8}$	0,25
2)	Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\begin{cases} m=9 \\ 1\neq 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow m=9$	0,25
3)	Gọi AM là đường cao tam giác ABC, tính được $AM=3\,cm$	0,5
4)	Thể tích hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h$	0,25
	$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi 3^2.4=12\pi\ cm^3$	0,25
Câu 2	**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho biểu thức $Q=\left(\frac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{x+1}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}\right).\left(\frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ với $x>0; x\neq 1$. 1) Rút gọn biểu thức Q. 2) Tìm x để Q có giá trị bằng 10.	
1)	Với đk : $x>0; x\neq 1$, ta được $Q=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{x+1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
	$=\left(1+\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right).\frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25

thuvientoanhoc.com

	$= \dfrac{x+25}{\sqrt{x}}$	0,25
2)	với $x>0; x\neq 1$, ta có $Q=10 \Leftrightarrow \dfrac{x+25}{\sqrt{x}}=10 \Leftrightarrow x-10\sqrt{x}+25=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-5\right)^2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-5=0$	0,25
	$\Leftrightarrow x=25$	0,25
Câu 3	**Câu 3. (2,5 điểm)** 1) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+1=0$ (1) với m là tham số. a) Giải phương trình (1) khi $m=3$. b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1=x_2+2$. 2) Giải phương trình sau: $\sqrt{6-x}+\sqrt{x-2}-2\sqrt{2}=0$.	
1.a)	Với $m=3$ ta có phương trình $x^2-8x+10=0$	0,25
	Phương trình có $\Delta'=16-10=6>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=4+\sqrt{10}$; $x_2=4-\sqrt{10}$	0,25
1.b)	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=(m+1)^2-m^2-1=2m>0 \Leftrightarrow m>0$	0,25
	Theo hệ thức Viét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1.x_2=m^2+1 \end{cases}$ Mà $x_1=x_2+2$ suy ra $x_2=m$; $x_1=m+2$	0,25
	Có $x_1.x_2=m^2+1 \Rightarrow m(m+2)=m^2+1$	0,25
	Giải ra và đối chiếu điều kiện ta được $m=\dfrac{1}{2}$.	0,25
2)	Điều kiện: $2\leq x\leq 6$	0,25
	Với điều kiện đã cho phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{6-x}+\sqrt{x-2}=2\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow 6-x+x-2+2\sqrt{(6-x)(x-2)}=8$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{(6-x)(x-2)}=2 \Leftrightarrow -12+8x-x^2=4$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2-8x+16=0 \Leftrightarrow (x-4)^2=0 \Leftrightarrow x=4$ thỏa mãn. Vậy phương trình có nghiệm $x=4$.	0,25

thuvientoanhoc.com

Câu 4	**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn ABC $(AB > AC)$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AP. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H. 1) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp và $AE.AC = AF.AB$. 2) Gọi K, I lần lượt là trung điểm của EF và AH. Chứng minh $AP \perp EF$ và $AP \,//\, IK$. 3) Gọi M là giao điểm của IK và BC; N là giao điểm của MH với cung nhỏ AC của đường tròn (O). Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn BC và $\widehat{HMC} = \widehat{HAN}$.	
		
1)	Vì BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^0$	0,25
	suy ra 4 điểm B,C,E,F cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay tứ giác $BCEF$ nội tiếp.	0,25
	Xét hai tam giác AEF và tam giác ABC có $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (cùng bù với góc $\widehat{FEC}$) và có góc A chung, suy ra ΔAEF và ΔABC đồng dạng (g.g).	0,25
	Suy ra $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Leftrightarrow AE.AC = AF.AB$	0,25
2)	Kẻ tiếp tuyến At của đường tròn tâm O ta suy ra $AP \perp At$. (1) Khi đó $\widehat{CAt} = \widehat{ABC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AC}$ (2) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp nên suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (3) từ (2) và (3) suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{CAt}$, suy ra $At \,//\, EF$. (4)	0,25
	Từ (1) và (4) suy ra $AP \perp EF$ (5)	0,25
	Ta có E và F cùng nhìn đoạn AH một góc 90^0 nên tứ giác $AFHE$ nội tiếp đường tròn tâm I đường kính AH, lại có K là trung điểm của dây cung EF suy ra $IK \perp EF$. (6)	0,25
	từ (5) và (6) suy ra IK song song với AP.	0,25
3)	Gọi D là giao điểm của AH và BC Ta có tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn đường kính BC, IK là đường trung trực của dây cung EF nên M là trung điểm của BC.	0,25

thuvientoanhoc.com

	Có BP // CH vì cùng vuông góc với AB; CP // BH vì cùng vuông góc với AC Suy ra tứ giác $BPCH$ là hình bình hành nên 3 điểm P, M, H thẳng hàng hay 4 điểm P, M, H, N thẳng hàng.	0,25
	$\Rightarrow \widehat{ANM} = 90^0$; mà $\widehat{ADM} = 90^0$ suy ra tứ giác $ANDM$ nội tiếp.	0,25
	$\Rightarrow \widehat{NMD} = \widehat{NAD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{ND}$) hay $\widehat{HMC} = \widehat{HAN}$	0,25
Câu 5	**Câu V. (1,0 điểm)** 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x+2+3y} = 3\sqrt{y} + \sqrt{x+2} & (1) \\ y^2 + x^2 + 2x = 0 & (2) \end{cases}$ 2) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \geq 2\left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}\right)$.	
1	Điều kiện: $\begin{cases} x+2+3y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ Xét phương trình (1) có: $2\sqrt{x+2+3y} = 3\sqrt{y} + \sqrt{x+2} \Leftrightarrow 4(x+2+3y) = 9y + x + 2 + 6\sqrt{y(x+2)}$ $3(x+2) + 3y = 6\sqrt{(x+2)y} \Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{y}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow y = x+2$	0,25
	Với $y = x+2$, thay vào phương trình (2) ta được: $(x+2)^2 + x^2 + 2x = 0$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -2 \end{array}\right.$ + $x = -1 \Rightarrow y = 1$ thỏa mãn. + $x = -2 \Rightarrow y = 0$ thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$.	0,25
2	Với x, y, z là các số dương và $xyz = 1$ ta có: $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \geq 2\left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}\right) \Leftrightarrow x^3 + y^3 + z^3 \geq 2\left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}\right)$ Ta có $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$ và $x^2 - xy + y^2 \geq xy$ Suy ra $x^3 + y^3 \geq (x+y).xy \Rightarrow x^3 + y^3 \geq \frac{x+y}{z}$ Tương tự ta có $y^3 + z^3 \geq \frac{y+z}{x}$ và $z^3 + x^3 \geq \frac{z+x}{y}$	0,25

thuvientoanhoc.com

	Từ các BĐT trên ta có: $2\left(x^3+y^3+z^3\right)\ge x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$	
	Mặt khác áp dụng BĐT Côsi cho các số dương ta có $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge 2\sqrt{\frac{1}{x}.\frac{1}{y}}=\frac{2}{\sqrt{xy}}$ mà $\sqrt{xy}\le\frac{x+y}{2}$ suy ra $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y}\Rightarrow z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\ge\frac{4z}{x+y}$ Tương tự ta cũng có: $y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)\ge\frac{4y}{z+x}$. $x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\ge\frac{4x}{y+z}$. Suy ra $2\left(x^3+y^3+z^3\right)\ge\frac{4x}{y+z}+\frac{4y}{z+x}+\frac{4z}{x+y}\Rightarrow x^3+y^3+z^3\ge 2\left(\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\right)$ Ta được điều cần chứng minh. Bất đẳng thức xảy ra dấu bằng khi: $x=y=z=1$.	0,25

Lưu ý:

+ Các cách giải khác đáp án nếu đúng, phù hợp với chương trình THCS, ban giám khảo thống nhất cho điểm thành phần tương ứng.

_____HẾT_____

thuvientoanhoc.com