SỞ GD&ĐT THỪA THIÊN HUẾ
TRƯỜNG THPT THUẬN AN

THI HỌC SINH GIỎI TOÁN KHỐI 10

NĂM HỌC 2012-2013

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh : .....

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. *(4 điểm)* Cho phương trình $mx^2+(2m-1)x+m-2=0$, m là tham số

1. Tìm m để phương trình đã cho có một nghiệm.

2. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

Câu II. *(4 điểm)* Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=a \\ x^2+y^2=a \end{cases}$ (1) , a là tham số

1. Giải hệ phương trình (1) khi $a = 5$.

2. Tìm a để hệ phương trình (1) có nghiệm.

Câu III. *(2 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{x+13}=\sqrt{x-3}+\sqrt{16-x}$

Câu IV. *(4 điểm)*

1. Cho tam giác ABC. Trên các cạnh AB, BC, CA lấy lần lượt các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CP}=2\overrightarrow{CA}$. Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm.

2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho A(- 2; -1); B(2; - 4). Tìm trên đường thẳng x = 1 điểm M sao cho góc $\widehat{MBA}=45^o$.

Câu V. *(2 điểm)* Gọi *a, b, c* là độ dài ba cạnh của tam giác; h_a, h_b, h_c là độ dài ba đường cao tương ứng ba cạnh đó; *r* là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Chứng minh: $\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}$

Câu VI. *(4 điểm)*

Cho *a*, *b*, *c* là ba số thực dương. Chứng minh: $\frac{a^2}{b^2c}+\frac{b^2}{c^2a}+\frac{c^2}{a^2b}\geq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

---------- Hết ----------

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
I.1	*(2 điểm)* Cho phương trình $mx^2+(2m-1)x+m-2=0$, m là tham số 1. Tìm m để phương trình có một nghiệm • m = 0: $x=-2$ • $m\neq 0$: $\Delta=4m+1$ Pt có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{4}$ Vậy: $m = 0$ hoặc $m=-\frac{1}{4}$	0,25đ 0,5đ 0,25đ
I.2	2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia Pt có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \leq \begin{cases}\Delta\geq 0\\ m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\geq -\frac{1}{4}\\ m\neq 0\end{cases}$ Theo Viet và gt ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{1-2m}{m}\\ x_1.x_2=\frac{m-2}{m}\\ x_1=2x_2\end{cases}$ Giải được: $m^2-10m-2=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=5-3\sqrt{3}\\ m=5+3\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa) Vậy $\left[\begin{array}{l}m=5-3\sqrt{3}\\ m=5+3\sqrt{3}\end{array}\right.$	0,25đ 0, 25đ 0, 5đ
II.1	*(2 điểm)* Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+y+xy=a\\ x^2+y^2=a\end{cases}$, a là tham số 1. Giải hệ phương trình khi $a = 5$	0,25đ

thuvientoanhoc.com

	$a = 5$: ta có $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy=5 \\ (x+y)^2-2xy=5 \end{cases}$	0,25đ
	đặt S = x + y ; P = xy , ta có: $\begin{cases} S+P=5 \\ S^2-2P=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} S=5 \\ P=10 \end{cases}$	0,25đ
	+ Với $\begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$ giải được $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$	0,25đ
	+ Với $\begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$: vô nghiệm Vậy hpt có 2 nghiệm (1;2);(2;1)	
II.2	2. Tìm a để hệ phương trình có nghiệm Ta có: $S^2+2S-3a=0$ (*) $\Delta = 3a+1$	0,25đ
	• $a < -\frac{1}{3}$: (*) vô nghiệm • $a = -\frac{1}{3}$: (*) có nghiệm S = -1 $\Rightarrow P = \frac{2}{3}$: vô nghiệm • $a > -\frac{1}{3}$:(*) có 2 nghiệm: $\begin{cases} S_1 = -1-\sqrt{1+3} \\ P_1 = a+1+\sqrt{1+3} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} S_2 = -1+\sqrt{1+3} \\ P_2 = a+1-\sqrt{1+3} \end{cases}$	0,25đ
	ĐK hệ pt có nghiệm $S^2-4P \geq 0$ (a) $S_1^2-4P_1 \geq 0$ giải được : $0 \leq a \leq 8$	0,25đ
	(b) $S_2^2-4P_2 \geq 0$: vô nghiệm Vậy $0 \leq a \leq 8$	0,25đ
III	*(1 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{x+13} = \sqrt{x-3}+\sqrt{16-x}$ (*) ĐK: $3 \leq x \leq 16$	0,25đ
	Với ĐK trên (*) $\Leftrightarrow x+13 = \left(\sqrt{x-3}+\sqrt{16-x}\right)^2$	0,25đ

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow x = 2\sqrt{(x-3)(16-x)}$ $\Leftrightarrow x^2 = 4(x-3)(16-x)$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 76x + 192 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = \frac{16}{5} \end{array}\right.$ (thỏa) Vậy: $\left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = \frac{16}{5} \end{array}\right.$	0,25đ 0,25đ
IV	Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB, BC, CA lấy lần lượt các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{AC}$. Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm. Ta có hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$ Mà : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$ Vậy ta có ĐPCM	0, 5đ 0, 5đ
IV.2	2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho A(- 2; -1); B(2; - 4). Tìm trên đường thẳng x = 1 điểm M sao cho góc $\angle MBA = 45^0$ Gọi M(1; y) thuộc đt x = 1 $\overrightarrow{BM} = (-1; y+4)$ $\overrightarrow{BA} = (-4; 3)$ GT: $\cos(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BA}) = \frac{(-1)(-4) + 3(y+4)}{\sqrt{1+(y+4)^2}.\sqrt{4^2+3}} = \cos 45^0$ $\Leftrightarrow \frac{3y+16}{5\sqrt{1+(y+4)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Leftrightarrow 7y^2 + 8y - 87 = 0$	0,25đ 0, 25đ 0,25đ

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=-\dfrac{29}{7} \end{array}\right.$ Vậy : $M_1(1;3); M_2(1;-\dfrac{29}{7})$	0,25đ
V	*(1 điểm)* Gọi *a, b, c* là ba cạnh của tam giác; h_a, h_b, h_c là độ dài ba đường cao tương ứng ba cạnh đó; *r* là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó Chứng minh: $\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}=\dfrac{1}{r}$ Ta có : $S=\dfrac{1}{2}a.h_a \Rightarrow \dfrac{1}{h_a}=\dfrac{a}{2S}$ Tương tự: $\dfrac{1}{h_b}=\dfrac{b}{2S}; \dfrac{1}{h_c}=\dfrac{c}{2S}$ Do đó: $\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}=\dfrac{a+b+c}{2S}=\dfrac{p}{S}=\dfrac{1}{r}$: ĐPCM	0, 5đ 0,5đ
VI	*(2 điểm)* Cho *a*, *b*, *c* là ba số thực dương. Chứng minh: $\dfrac{a^2}{b^2c}+\dfrac{b^2}{c^2a}+\dfrac{c^2}{a^2b}\geq\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$ Áp dụng BĐT Cauchy, ta có: $\left(\dfrac{a^2}{b^2c}+\dfrac{1}{c}\right)+\left(\dfrac{b^2}{c^2a}+\dfrac{1}{a}\right)+\left(\dfrac{c^2}{a^2b}+\dfrac{1}{b}\right)\geq 2\left(\dfrac{a}{bc}+\dfrac{b}{ca}+\dfrac{c}{ab}\right)$ Mà $2\left(\dfrac{a}{bc}+\dfrac{b}{ca}+\dfrac{c}{ba}\right)=\left(\dfrac{a}{bc}+\dfrac{b}{ca}\right)+\left(\dfrac{b}{ca}+\dfrac{c}{ab}\right)+\left(\dfrac{c}{ab}+\dfrac{a}{bc}\right)\geq 2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ Suy ra: $\left(\dfrac{a^2}{b^2c}+\dfrac{1}{c}\right)+\left(\dfrac{b^2}{c^2a}+\dfrac{1}{a}\right)+\left(\dfrac{c^2}{a^2b}+\dfrac{1}{b}\right)\geq 2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ $\Rightarrow \dfrac{a^2}{b^2c}+\dfrac{b^2}{c^2a}+\dfrac{c^2}{a^2b}\geq\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$: ĐPCM	0, 5đ 0, 5đ 0, 5đ 0, 5đ

thuvientoanhoc.com