SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN BỈNH KHIÊM

KÌ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài : 180 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC:

Câu 1) (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng y = $-\frac{1}{9}x$

Câu 2) (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos x + 2\cos^2 \frac{x}{3} - 3 = 0$

b) Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $z + \bar{z} = 6$ và $z^2 + 2\bar{z} - 8i$ là một số thực.

Câu 3) (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_4(x^2 - 7x + 10) - \log_4(x-2) = \log_{\frac{1}{4}}(x+5)$

Câu 4) (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x(x+6y-4)+3y(3y-4)+8} + 2(x+y) = \sqrt{(x+y)^2 + 4(1-xy)} + 2 \\ \sqrt{3x - xy + 22} - \sqrt{1-y} = x^2 - 2y + 3 \end{cases}$$

Câu 5) (1,0 điểm) Tính tích phân I = $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 2 + \tan^2 x)\sin x dx$

Câu 6) (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', đáy ABC có AC = $a\sqrt{3}$, BC = $3a$, $\widehat{ACB} = 30^0$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60^0 và mặt phẳng (A'BC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm H trên cạnh BC sao cho BC = 3BH và mặt phẳng (A'AH) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C ' và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (A'AC).

Câu 7) (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với A(– 3; – 4), tâm đường tròn nội tiếp I(2; 1) và tâm đường tròn ngoại tiếp J($-\frac{1}{2}$;1). Viết phương trình đường thẳng BC.

Câu 8) (1,0 điểm) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(4; – 2; 11), B(– 2; – 10; 3) và mặt phẳng (P): x + y – z – 4 = 0 . Viết phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB và tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho MA = MB = 13.

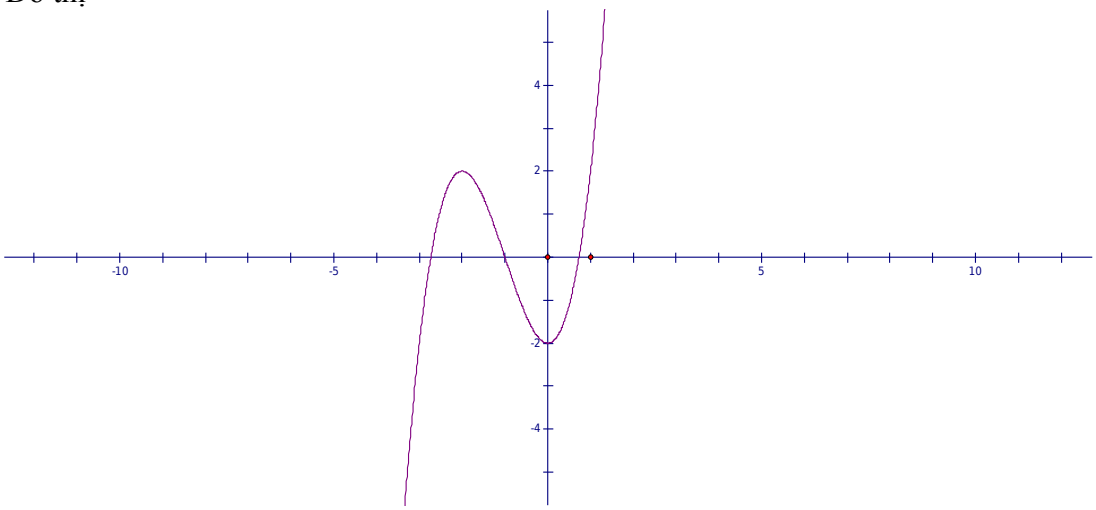
Câu 9) (0,5 điểm) Một hộp đựng 3 xanh , 4 bi đỏ và 5 bi vàng . Lấy ngẫu nhiên 5 bi từ hộp. Tính xác suất để trong 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau.

Câu 10) (1,0 điểm) Cho hai số thực a, b thuộc khoảng (0, 1) thỏa mãn $(a^3 + b^3)(a+b) - ab(a-1)(b-1) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{12}{\sqrt{36 + (1+9a^2)(1+9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4 + b^4}{ab}$$

thuvientoanhoc.com

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	**Câu1)** a) $y = x^3 + 3x^2 - 2$ + TXĐ D = R , $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ + $y' = 3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 \end{array}\right.$ --- + BBT x: $-\infty$; -2 ; 0 ; $+\infty$ y': + ; 0 ; − ; 0 ; + y: $-\infty$ ↗ 2 ↘ -2 ↗ $+\infty$ --- + Hàm ĐB trên các khoảng $(-\infty;-2)$, $(0;+\infty)$ và NB trên khoảng $(-2;0)$. Điểm cực đại đồ thị $(-2;2)$; điểm cực tiểu đồ thị $(0;-2)$ --- + Đồ thị  --- b)Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng 9. --- Ta có $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -2 \end{array}\right.$ --- + Phương trình tiếp tuyến tại điểm (1, 2) là $y = 9(x-1) + 2$ --- +Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(-3,-2)$ là $y = 9(x+3) - 2$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

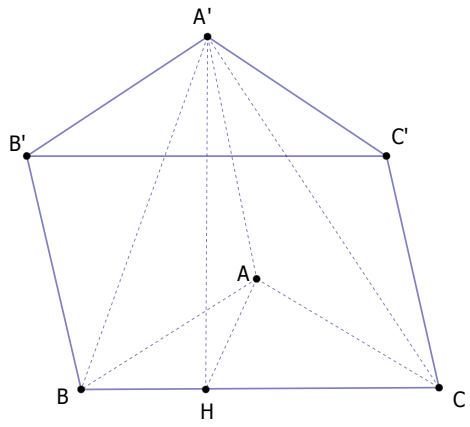
thuvientoanhoc.com

Câu 2 (1,0đ)	---------- **Câu 2)** a) $\cos x + 2\cos^2\frac{x}{3} - 3 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^3\frac{x}{3} - 3\cos\frac{x}{3} + 2\cos^2\frac{x}{3} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\cos\frac{x}{3} - 1)(4\cos^2\frac{x}{3} + 6\cos\frac{x}{3} + 3) = 0$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow \cos\frac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = 6k\pi, k \in Z$	0,25
	---------- b) Gọi $z = x + yi$. Ta có $z + \bar{z} = 6 \Leftrightarrow (x + yi) + (x - yi) = 6 \Leftrightarrow x = 3$ (1) $z^2 + 2\bar{z} - 8i = (x + yi)^2 + 2(x - yi) - 8i = (x^2 - y^2 + 2x) + (2xy - 2y - 8)i$ là số thực nên $2xy - 2y - 8 = 0$ (2).	0,25
	---------- Từ (1) và (2) ta giải được x = 3 và y = 2. Vậy z = 3 + 2i	0,25
Câu 3 (0,5đ)	---------- **Câu 3)** b)ĐK $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \vee x > 5 \\ x > 2 \\ x > -5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$	0,25
	Với ĐK trên phương trình tương đương : $\log_4(x^2 - 7x + 10) - \log_4(x - 2) = -\log_4(x + 5)$ $\Leftrightarrow \log_4(x^2 - 7x + 10)(x + 5) = \log_4(x - 2)$	
	---------- $\Leftrightarrow (x^2 - 7x + 10)(x + 5) = x - 2$ $\Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{26}$ (vì x > 5)	0,25
Câu 4 (1,0đ)	---------- **Câu 4)** $\begin{cases} \sqrt{x(x + 6y - 4) + 3y(3y - 4) + 8} + 2(x + y) = \sqrt{(x + y)^2 + 4(1 - xy)} + 2 \ (1) \\ \sqrt{3x - xy + 22} - \sqrt{1 - y} = x^2 - 2y + 3 \ (2) \end{cases}$	
	---------- +Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3y - 2)^2 + 4} + (x + 3y - 2) = \sqrt{(y - x)^2 + 4} + (y - x)$	
	+ Xét hàm $f(t) = \sqrt{t^2 + 4} + t$, $t \in R$. Ta có $f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 4}} + 1 = \frac{\sqrt{t^2 + 4} + t}{\sqrt{t^2 + 4}} > 0, \forall t \in R$ Suy ra f(t) đồng biến trên R.	0,25
	---------- + Ta có (1) $\Leftrightarrow f(x + 3y - 2) = f(y - x) \Leftrightarrow x + 3y - 2 = y - x \Leftrightarrow y = 1 - x$	0,25
	---------- + Thế y = 1 – x vào (2) ta có : $\sqrt{x^2 + 2x + 22} - \sqrt{x} = x^2 + 2x + 1$ (3) . Với ĐK x ≥ 0. ta có $(3) \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2x + 22} - 5) - (\sqrt{x} - 1) = x^2 + 2x - 3$ $\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 22} + 5} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1} = (x - 1)(x + 3)$	0,25

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow (x-1)\left[\frac{1}{\sqrt{x}+1}+(x+3)\left(1-\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+22}+5}\right)\right]=0 \Leftrightarrow$ x = 1 Vì với x ≥ 0 thì $\frac{1}{\sqrt{x}+1}+(x+3)\left(1-\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+22}+5}\right)>0$ (phải giải thích) --- x = 1 $\Rightarrow$ y = 0 .Vậy hệ có nghiệm (x ; y) = (1 ; 0)	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 5 (1,0đ)	**Câu 5)** $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+2+\tan^2 x)\sin x dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin x dx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$ --- + Đặt $\begin{cases}u=x+1\\dv=\sin x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\cos x\end{cases}$. Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin x dx=-(x+1)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos x dx=-(\frac{\pi}{4}+1)\frac{\sqrt{2}}{2}+1+\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=-\frac{\sqrt{2}}{8}\pi+1$ --- $+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{-d(\cos x)}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos x}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}-1$ --- + Vậy $I=-\frac{\sqrt{2}}{8}\pi+\sqrt{2}$ ---	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 6 (1,0đ)	**Câu 6)**  $\begin{cases}(A'BC)\perp(ABC)\\(A'AH)\perp(ABC)\\A'H=(A'BC)\cap(A'AH)\end{cases}\Rightarrow A'H\perp(ABC)$ Suy ra $\widehat{A'AH}=60^0$ --- $AH^2=AC^2+HC^2-2AC.HC.\cos 30^0=a^2$ $\Rightarrow$ AH = a $\Rightarrow A'H=AH\tan 60^0=a\sqrt{3}$ $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{9a^3}{4}$ --- Vì $AH^2+AC^2=HC^2\Rightarrow HA\perp AC\Rightarrow AA'\perp AC$ $S_{A'AC}=\frac{1}{2}.AC.AA'=\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.2a=a^2\sqrt{3}$	0,25 0,25 0,25

thuvientoanhoc.com

	---------- $\Rightarrow d(B,(A'AC)) = \frac{3.V_{A'ABC}}{S_{A'AC}} = \frac{\frac{9}{4}a^3}{a^2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$ ----------	0,25
Câu 7 (1,0đ)	**Câu 7)** + Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $(x+\frac{1}{2})^2 + (y-1)^2 = \frac{125}{4}$ (1) + Phương trình đường thẳng AI : $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+4}{1+4} \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$ ----------	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	+ Đường thẳng AI cắt đường tròn ngoại tiếp tại điểm thứ hai là D, trung điểm cung BC. Hoành độ điểm D là nghiệm khác -3 của phương trình : $(x+\frac{1}{2})^2 + (x-2)^2 = \frac{125}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=\frac{9}{2} \end{array}\right.$. Suy ra D$(\frac{9}{2};\frac{7}{2})$	0,25
	---------- + Ta có $BID = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$ và $IBD = IBC + CBD = \frac{B}{2} + \frac{A}{2}$ suy ra $BID = IBD \Rightarrow$ DI = DB = DC $\Rightarrow$ B, C nằm trên đường tròn tâm D bán kính DI có phương trình : $(x-\frac{9}{2})^2 + (y-\frac{7}{2})^2 = \frac{50}{4}$ (2)	0,25
	---------- + Tọa độ điểm B và C là nghiệm hệ phương trình (1) và (2) $\left\{\begin{array}{l}(x+\frac{1}{2})^2 + (y-1)^2 = \frac{125}{4} \\ (x-\frac{9}{2})^2 + (y-\frac{7}{2})^2 = \frac{50}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x^2+y^2+x-2y-30=0 \\ x^2+y^2-9x-7y+20=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}10x+5y-50=0 \\ x^2+y^2-9x-7y+10=0\end{array}\right.$ Suy ra phương trình đường thẳng BC : $10x+5y-50=0$ hay $2x+y-10=0$	0,25
Câu 8 (1,0đ)	---------- **Câu 8)** + Mp trung trực (Q) của đoạn AB qua trung điểm I(1; – 6; 7) của AB nhận $AB = (-6;-8;-8)$ làm VTPT	0,25
	---------- Suy ra phương trình mp(Q): $-6(x-1) - 8(y+6) - 8(z-7) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 4z - 7 = 0$	0,25
	---------- + Gọi $\Delta = (Q) \cap (P)$. Đường thẳng Δ là tập hợp các điểm thỏa hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{l}3x+4y+4z-7=0 \\ x+y-z-4=0\end{array}\right.$ (1) + (P) có VTPT $n_P = (1;1;-1)$, (Q) có VTPT $n_Q = (3;4;4)$ suy ra Δ có VTCP $u = [n_P, n_Q] = (8;-7;1)$. Trong (1) cho x = 1 giải được y = 2; z = – 1 suy	0,25

thuvientoanhoc.com

ra Δ đi qua điểm I(1; 2; – 1). Vậy phương trình tham số đường thẳng Δ

$$\begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = 2 - 7t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

+M$\in \Delta$ thì M$\in$(P) và MA = MB. Ta có M(1 + 8t ; 2 – 7t ; – 1 + t)

MA = 13 $\Leftrightarrow (8t-3)^2 + (4-7t)^2 + (t-12)^2 = 169 \Leftrightarrow 114t^2 - 128t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 64/27$

Vậy có hai điểm M thỏa bài toán : $M_1(1;2;-1)$, $M_2(\frac{569}{57};-\frac{334}{57};\frac{7}{57})$ 0,25

Câu 9 (0,5đ)

Câu 9)

+ Có $C_{12}^5 = 792$ cách chọn 5 bi từ hộp 12 bi $\Rightarrow |\Omega| = 792$ 0,25

+ Gọi X là biến cố :'' 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau''

TH1 : 1X, 1Đ, 3V $\Rightarrow$ có $C_3^1 C_4^1 C_5^3 = 120$ cách chọn

TH2 : 2X, 2Đ, 1V $\Rightarrow$ có $C_3^2 C_4^2 C_5^1 = 90$ cách chọn

Suy ra $|\Omega_X| = 120 + 90 = 210$ 0,25

Vậy P(X) = $\frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{210}{792} = \frac{35}{132}$

Câu 10 (1,0đ)

Câu 10) P = $\frac{12}{\sqrt{36 + (1+9a^2)(1+9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4+b^4}{ab}$

GT : $(a^3+b^3)(a+b) - ab(a-1)(b-1) = 0 \Leftrightarrow \frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = (1-a)(1-b)$ (*)

Vì $\frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a+b) \geq 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab} = 4ab$

và $(1-a)(1-b) = 1-(a+b)+ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, khi đó từ (*) suy ra $4ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$ 0,25

,

Đặt t = ab (t > 0) ta được $2\sqrt{t} \leq 1 - 3t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \leq \frac{1}{3} \\ 4t \leq (1-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t \leq \frac{1}{9}$

Ta có $(1+9a^2)(1+9b^2) \geq 36ab \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{36 + (1+9a^2)(1+9b^2)}} \leq \frac{2}{\sqrt{1+ab}}$

và $3ab - \frac{a^4+b^4}{ab} \leq 3ab - 2ab = ab$. 0,25

Suy ra $P \leq \frac{2}{\sqrt{1+ab}} + ab$. Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$.

---

thuvientoanhoc.com

	. Xét hàm $f(t)=\frac{2}{\sqrt{1+t}}+t$ với $0 < t \le \frac{1}{9}$, ta có $f'(t)=1-\frac{1}{(1+t)\sqrt{1+t}}>0, \forall t \in (0,\frac{1}{9}] \Rightarrow$ f(t) đồng biến trên $(0, \frac{1}{9}]$ ----------	0,25
	$f(t) \le f(\frac{1}{9})=\frac{6}{\sqrt{10}}+\frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ t=ab=\frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow a=b=\frac{1}{3}$ Vậy MaxP = $\frac{6}{\sqrt{10}}+\frac{1}{9}$ đạt được tại a = b = $\frac{1}{3}$	0,25

thuvientoanhoc.com