SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TỈNH GIA LAI
TRƯỜNG THPT LÊ HOÀN

(Đề chính thức)

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I NĂM HỌC 2026 – 2027
Môn : Toán học 12
Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 4 trang)

Mã đề: 2009

Họ và tên thí sinh: ……
Số báo danh: ……

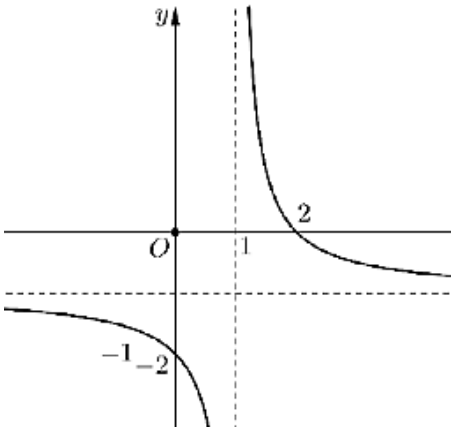
PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm). *Thí sinh trả lời các câu hỏi từ câu 1 đến câu 10. Mỗi đáp án đúng thí sinh được 0,25 điểm. Mỗi đáp án thí sinh chọn phải sử dụng bút chì để tô đậm vào tờ đáp án chứa các phương án A, B, C, D.*

Câu 1. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2+5x-5$ là

A. $(-1;-8)$. **B.** $(0;-5)$.

C. $\left(\frac{5}{3};\frac{40}{27}\right)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng



A. $S=0$. **B.** $S=-2$.

C. $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình dưới đây.

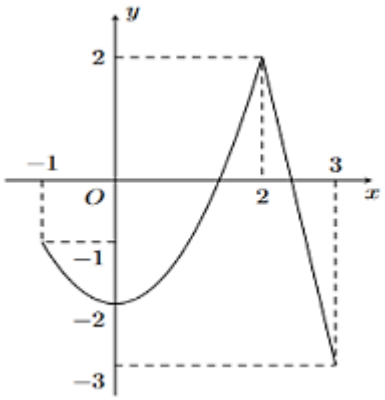
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$.

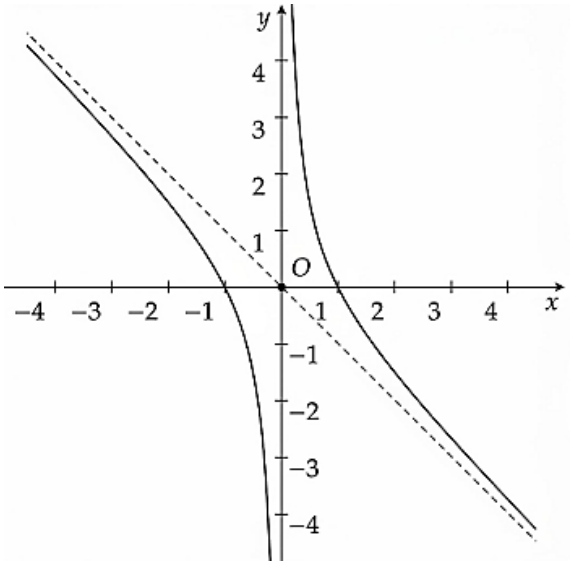
Giá trị của $M+m$ bằng

A. $M+m=-1$. **B.** $M+m=5$. **C.** $M+m=0$. **D.** $M+m=3$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=x+4$. **B.** $y=x-4$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x-2$.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{-2x^2+1}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$.

C. $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Câu 8. Hàm số $y=x^4-8x^2+2026$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 9. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại xã IaDơk khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x)=50.000.000-5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu (đơn vị *tỉ đồng*)?

A. 125 **B.** 126 **C.** 127 **D.** 128

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

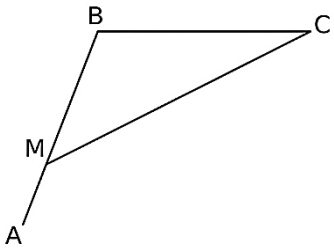
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (3,0 điểm). *Thí sinh trả lời các câu hỏi từ câu 1 đến câu 3. Thí sinh trả lời đúng 1 ý được 0,1 điểm, đúng 2 ý được 0,25 điểm, đúng 3 ý được 0,5 điểm. Nếu trường hợp đúng cả 4 ý thí sinh được tối đa 1 điểm/ mỗi câu. Mỗi đáp án thí sinh chọn Đúng (Đ) hoặc Sai (S) phải sử dụng bút chì để tô đậm vào tờ đáp án tương ứng.*

Câu 1. Để nâng cao chất lượng sống cho các hộ dân sinh sống tại khu danh thắng Biển Hồ, một công ty đề xuất xây dựng đường ống dẫn nước sinh hoạt sạch kết nối từ trạm cấp nước tại điểm A ở bờ hồ đến một khu vực lấy nước tại điểm C nằm trên một bãi bồi nhỏ *(Minh họa như hình bên)*



Cho biết khoảng cách từ bãi bồi C đến điểm B ngắn nhất trên bờ hồ là 0,3 km, và đoạn đường bờ hồ thẳng từ A đến B dài 0,8 km. Đường ống được lắp đặt đi thẳng trên mặt đất từ A đến một điểm M thuộc đoạn AB (với AM = x), sau đó chạy ngầm trên mặt nước từ M đến bãi bồi C.

Chi phí lắp đặt 100 m đường ống trên mặt đất là 400 triệu đồng, trong khi chi phí lắp đặt 100 m đường ống ngầm trên nước là 500 triệu đồng.

Xét tính đúng / sai của các khẳng định sau (Lưu ý: *Tỉ lệ hình minh họa không đúng như yêu cầu bài toán*).

a) Chi phí lắp đặt đường ống trên mặt đất từ là $4000x$ (triệu đồng) và độ dài đường ống ngầm là $\sqrt{x^2 - 1{,}6x + 0{,}73}$ (km) với điều kiện $x \in [0; 0{,}8]$.

b) Tổng chi phí $f(x)$ (đơn vị: *triệu đồng*) để hoàn thiện toàn bộ đường ống dẫn nước được xác định bởi hàm số $f(x) = 4000x + 5000\sqrt{x^2 - 1{,}6x + 0{,}73}$ với điều kiện $x \in (0; 0{,}8]$.

c) Chi phí lắp đặt đạt giá trị nhỏ nhất khi chiều dài đường ống ngầm là 0,4 km.

d) Tổng chi phí tối thiểu mà công ty cần bỏ ra để lắp đặt xong toàn bộ hệ thống đường ống dẫn nước này là 4,1 tỉ đồng.

Câu 2. Một công ty vận tải hành khách dự định mở một tuyến xe khách chất lượng cao đi từ xã Đức Cơ đến TP. Pleiku. Qua khảo sát thị trường, công ty nhận thấy: Nếu giá vé là 100.000 đồng/lượt, trung bình mỗi ngày sẽ có 400 hành khách đi xe. Cứ mỗi lần tăng giá vé thêm 5.000 đồng/lượt, số lượng hành khách trung bình mỗi ngày sẽ giảm đi 10 người. Chi phí cố định cho mỗi chuyến xe vận hành trong ngày (*nhiên liệu, cầu đường, lương tài xế*) là 8 triệu đồng/ngày.



Xét tính đúng / sai của các khẳng định sau:

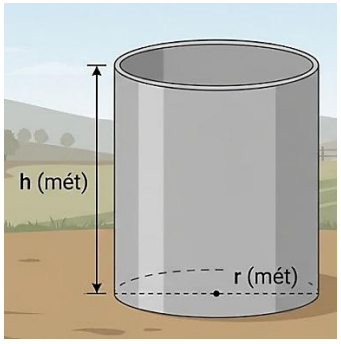
a) Hàm số biểu diễn số lượng hành khách theo số tiền tăng thêm x (*nghìn đồng*) là $N(x) = 400 - 2x$.

b) Giá vé mới cho mỗi hành khách sau khi tăng thêm $tiền$ là $100 + x$ và doanh thu thu được trong ngày là $R(x) = -2x^2 + 200x + 40.000$ (đơn vị *nghìn đồng*).

c) Nếu công ty niêm yết giá vé là 150.000 đồng/lượt, lợi nhuận thu được trong ngày của công ty sẽ đạt giá trị lớn nhất.

d) Mức lợi nhuận ngày lớn nhất mà công ty có thể đạt được từ tuyến xe khách này là 14,5 triệu đồng.

Câu 3. Một công ty sản xuất đệm tại Gia Lai dự định thiết kế một bồn chứa mủ cao su bằng thép hình trụ tròn xoay *(không có nắp đậy phía trên)* để phục vụ cho trong việc đựng, vận chuyển nguyên liệu sản xuất điệm. Theo yêu cầu kỹ thuật, bồn chứa phải có thể tích cố định là $V = 16\pi$ m^3.



Chi phí gờ viền quanh mép đáy và vỏ bồn khiến giá thành vật liệu hoàn thiện mặt đáy là 300.000 đồng/m^2, trong khi chi phí làm vỏ xung quanh bồn là 200.000 đồng/m^2. Gọi r (mét) là bán kính đáy và h (mét) là chiều cao của bồn chứa nhiên liệu.

Xét tính đúng / sai của các khẳng định sau:

a) Chiều cao của bồn chứa nguyên liệu được tính là $h = \frac{16}{r^2}$.

b) Tổng chi phí (tính theo đơn vị *nghìn đồng*) để sản xuất bồn chứa được biểu diễn theo bán kính r là hàm số $C(r) = 300\pi r^2 + \frac{6.400\pi}{r}$.

c) Chi phí sản xuất bồn chứa giảm dần khi bán kính đáy r tăng trên khoảng $(0; 2)$ và tăng dần khi $r > 2$ (đơn vị: m)

d) Chi phí nhỏ nhất để công ty hoàn thiện bồn chứa nhiên liệu trên là $4{,}37\pi$ triệu đồng.

PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN (1,5 điểm). *Thí sinh trả lời các câu hỏi từ câu 1 đến câu 3.Mỗi đáp án đúng thí sinh được 0,5 điểm/ mỗi câu.Mỗi đáp án thí sinh phải sử dụng bút chì để tô đậm vào các ô tròn trong tờ đáp án tương ứng với đáp án là các con số, đồng thời đáp án đó phải đáp ứng yêu cầu bài toán.*

Câu 1. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ như hình vẽ. Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (*theo đơn vị* dm^2 *và làm tròn kết quả đến hàng phần chục)*.



Câu 2. Một công ty chế biến nông sản ở thành phố Pleiku dự định sản xuất một loại hộp giấy cát - tông nắp mở có dạng hình hộp chữ nhật để đóng gói cà phê xuất khẩu. Hộp giấy có đáy là hình vuông cạnh và chiều cao là h (m) với dung tích cố định là 0,5 m^3. Để giảm thiểu chi phí nguyên liệu, công ty cần tìm kích thước của hộp sao cho tổng diện tích giấy cát - tông dùng để làm vỏ hộp đạt giá trị nhỏ nhất *(Không tính phần nắp hộp).*



Độ dài cạnh đáy (*tính theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần trăm*) bằng bao nhiêu thì tổng diện tích giấy dùng làm hộp là nhỏ nhất?

Câu 3. Một đoàn xe container vận tải hàng hóa từ Cửa khẩu Quốc tế Lệ Thanh đi Cảng Quy Nhơn trên quãng đường dài 200 km. Khi xe di chuyển với vận tốc trung bình không đổi ($v > 0$ đơn vị (km/h)), chi phí nhiên liệu và hao mòn máy móc cho mỗi giờ vận hành được ước tính theo hàm số là: $C(v) = 2v^2 + 800$ (nghìn đồng/giờ). Bên cạnh đó, doanh nghiệp phải trả chi phí cố định cho tài xế và phí đường bộ là 100 nghìn đồng /kilômét di chuyển (*không phụ thuộc vào thời gian*). Hỏi doanh nghiệp nên cho xe chạy với vận tốc trung bình bằng bao nhiêu m/s để tổng chi phí hoàn thành chuyến đi là nhỏ nhất? *(Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*



PHẦN IV TỰ LUẬN: (3,0 điểm). *Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 3. Thí sinh bắt buộc trình bày cách giải của mình bằng hình thức tự luận.*

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ và $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

a) *(1,0 điểm)* Xét tính đơn điệu và tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của mỗi hàm số trên.

b) *(0,5 điểm*) Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hai đồ thị hàm số (*Nếu có*).

Câu 2. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

a) (0,5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$.

b) *(0,5 điểm)* Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số trên.

Câu 3. *(0,5 điểm)* Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+(m+1)x-1}{x-1}$ (với m là tham số thực)

Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị này vuông góc với đường thẳng $(d): y = 2x + 2026$.

----------HẾT----------

- *Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu;*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được tạo bằng AI · thuvientoanhoc.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. Chọn A.

$y' = -3x^2 + 2x + 5$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = \dfrac{5}{3}$.

y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = -1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$, $y(-1) = -8$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;-8)$.

Câu 2. Chọn C.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ nên $\dfrac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$.

Đồ thị đi qua điểm $(0;-2)$ nên $\dfrac{b}{-1} = -2 \Rightarrow b = 2$.

Đồ thị đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a + b = 0 \Rightarrow a = -1$ (khi đó tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c} = -1$, phù hợp với hình vẽ).

Vậy $S = a + b + c = -1 + 2 + 1 = 2$.

Câu 3. Chọn B.

$f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -1$ và $x = 1$, không đổi dấu khi qua $x = 0$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 4. Chọn C.

Từ bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5. Chọn A.

Từ đồ thị, $M = 2$ (tại $x = 2$), $m = -3$ (tại $x = 3$). Vậy $M + m = -1$.

Câu 6. Chọn A.

$y = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 2} = x + 4 + \dfrac{5}{x - 2}$.

Vì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[y - (x + 4) \right] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{5}{x - 2} = 0$ nên tiệm cận xiên là $y = x + 4$.

Câu 7. Chọn B.

thuvientoanhoc.com

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$ và tiệm cận xiên $y=-x$, nên loại A, C (tiệm cận đứng $x=-1$, $x=1$) và D (không có tiệm cận).

Với $y=\dfrac{-x^2+1}{x}=-x+\dfrac{1}{x}$: tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận xiên $y=-x$, phù hợp với hình vẽ.

Câu 8. Chọn A.

$y'=4x^3-16x=4x\left(x^2-4\right)$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm 2$.

$y'>0\Leftrightarrow x\in(-2;0)\cup(2;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 9. Chọn A.

Doanh thu: $R(x)=x\cdot P(x)=50000000x-5000x^2$ (VND), $x>0$.

$R'(x)=50000000-10000x$, $R'(x)=0\Leftrightarrow x=5000$.

$R'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=5000$ nên $R(x)$ lớn nhất tại $x=5000$.

$R(5000)=250000000000-125000000000=125000000000$ (VND) $=125$ tỉ đồng.

Câu 10. Chọn D.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

Vì BC là khoảng cách ngắn nhất từ C đến bờ hồ nên $BC\perp AB$, $BC=0,3$ km, $AB=0,8$ km.

Với $AM=x$ (km), $0\le x\le 0,8$, ta có $MB=0,8-x$, $MC=\sqrt{(0,8-x)^2+0,3^2}=\sqrt{x^2-1,6x+0,73}$ (km).

Chi phí lắp đặt 1 km đường ống trên mặt đất là 4000 triệu đồng, 1 km đường ống ngầm là 5000 triệu đồng.

a) Đúng.

Chi phí đường ống trên mặt đất là $4000x$ (triệu đồng), độ dài đường ống ngầm là $\sqrt{x^2-1,6x+0,73}$ (km) với $x\in[0;0,8]$.

b) Sai.

$f(x)=4000x+5000\sqrt{x^2-1,6x+0,73}$ nhưng điều kiện đúng là $x\in[0;0,8]$ (M có thể trùng A), không phải $x\in(0;0,8]$.

thuvientoanhoc.com

c) Sai.

$f'(x) = 4000 + \dfrac{5000(x-0,8)}{\sqrt{x^2 - 1,6x + 0,73}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5(0,8-x) = 4\sqrt{(0,8-x)^2 + 0,09} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0,8 \\ 9(0,8-x)^2 = 1,44 \end{cases} \Leftrightarrow 0,8 - x = 0,4 \Leftrightarrow x = 0,4$.

$f(0) = 5000\sqrt{0,73} \approx 4272$, $f(0,4) = 4100$, $f(0,8) = 4700$.

Chi phí nhỏ nhất khi $x = 0,4$, khi đó độ dài đường ống ngầm là $MC = \sqrt{0,4^2 + 0,3^2} = 0,5$ km, không phải $0,4$ km.

d) Đúng.

Chi phí tối thiểu là $f(0,4) = 4100$ triệu đồng $= 4,1$ tỉ đồng.

Câu 2.

a) Đúng.

Giá vé tăng thêm x nghìn đồng tức là tăng $\dfrac{x}{5}$ lần, mỗi lần giảm 10 người nên số hành khách là

$N(x) = 400 - 10 \cdot \dfrac{x}{5} = 400 - 2x$.

b) Đúng.

Giá vé mới là $100 + x$ (nghìn đồng), doanh thu $R(x) = (100 + x)(400 - 2x) = -2x^2 + 200x + 40000$ (nghìn đồng).

c) Đúng.

Lợi nhuận $L(x) = R(x) - 8000 = -2x^2 + 200x + 32000$, $0 \le x < 200$.

$L'(x) = -4x + 200$, $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$; $L'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 50$ nên $L(x)$ lớn nhất tại $x = 50$.

Khi đó giá vé là $100 + 50 = 150$ nghìn đồng, tức là 150000 đồng/lượt.

d) Sai.

Lợi nhuận lớn nhất là $L(50) = -5000 + 10000 + 32000 = 37000$ nghìn đồng $= 37$ triệu đồng.

Câu 3.

a) Đúng.

$V = \pi r^2 h = 16\pi \Rightarrow h = \dfrac{16}{r^2}$.

thuvientoanhoc.com

b) Đúng.

Diện tích đáy πr^2, diện tích xung quanh $2\pi rh = \dfrac{32\pi}{r}$.

$C(r) = 300\pi r^2 + 200 \cdot \dfrac{32\pi}{r} = 300\pi r^2 + \dfrac{6400\pi}{r}$ (nghìn đồng), $r > 0$.

c) Sai.

$C'(r) = 600\pi r - \dfrac{6400\pi}{r^2} = \dfrac{600\pi\left(r^3 - \dfrac{32}{3}\right)}{r^2}$, $C'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{32}{3}} \approx 2,2$.

$C(r)$ giảm trên $\left(0; \sqrt[3]{\dfrac{32}{3}}\right)$ và tăng trên $\left(\sqrt[3]{\dfrac{32}{3}}; +\infty\right)$, nên trên $\left(2; \sqrt[3]{\dfrac{32}{3}}\right)$ chi phí vẫn giảm.

d) Sai.

Với $r_0 = \sqrt[3]{\dfrac{32}{3}}$ thì $r_0^3 = \dfrac{32}{3}$ nên $\dfrac{6400\pi}{r_0} = \dfrac{6400\pi r_0^2}{r_0^3} = 600\pi r_0^2$.

Chi phí nhỏ nhất là $C\left(r_0\right) = 900\pi r_0^2 = 900\pi \sqrt[3]{\left(\dfrac{32}{3}\right)^2} \approx 4361,09\pi$ (nghìn đồng) $\approx 4,36\pi$ triệu đồng.

<u>PHẦN III</u>. TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Đáp án: $0,7$.

Bán kính khúc gỗ $R = 20$ cm $= 2$ dm. Thanh dầm có mặt cắt là hình vuông nội tiếp đường tròn, cạnh $2\sqrt{2}$ dm, khoảng cách từ tâm đến mỗi cạnh là $\sqrt{2}$ dm.

Gọi x (dm) là bề dày tấm ván, $0 < x < 2 - \sqrt{2}$; tấm ván có chiều rộng $2y$ (dm) với hai đỉnh nằm trên đường tròn nên $y^2 + \left(\sqrt{2} + x\right)^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2}$.

Diện tích mặt cắt tấm ván: $S(x) = 2x\sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2}$.

$$S'(x) = 2\sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2} - \frac{2x\left(\sqrt{2} + x\right)}{\sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2}} = \frac{2\left[4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2 - x\left(\sqrt{2} + x\right)\right]}{\sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2}} = \frac{2\left(2 - 3\sqrt{2}x - 2x^2\right)}{\sqrt{4 - \left(\sqrt{2} + x\right)^2}}.$$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3\sqrt{2}x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = \dfrac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{4} \approx 0,397$ (thỏa mãn $0 < x_0 < 2 - \sqrt{2}$).

$S'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 nên $S(x)$ lớn nhất tại x_0.

thuvientoanhoc.com

$S_{\max} = S(x_0) \approx 0,6735 \approx 0,7 \ \left(\text{dm}^2\right)$.

Câu 2. Đáp án: 1.

Gọi x (m) là cạnh đáy, $x > 0$. Ta có $x^2 h = 0,5 \Rightarrow h = \dfrac{1}{2x^2}$.

Diện tích giấy (không có nắp): $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \dfrac{2}{x}$.

$S'(x) = 2x - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{2\left(x^3 - 1\right)}{x^2}$, $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$S'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 1$ nên $S(x)$ nhỏ nhất tại $x = 1$.

Vậy cạnh đáy bằng 1 m.

Câu 3. Đáp án: 5,6.

Thời gian chạy hết quãng đường là $\dfrac{200}{v}$ (giờ).

Tổng chi phí: $T(v) = \dfrac{200}{v}\left(2v^2 + 800\right) + 100 \cdot 200 = 400v + \dfrac{160000}{v} + 20000$ (nghìn đồng), $v > 0$.

$T'(v) = 400 - \dfrac{160000}{v^2}$, $T'(v) = 0 \Leftrightarrow v^2 = 400 \Leftrightarrow v = 20$ (vì $v > 0$).

$T'(v)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $v = 20$ nên $T(v)$ nhỏ nhất tại $v = 20$ km/h.

Đổi đơn vị: 20 km/h $= \dfrac{20000}{3600}$ m/s $\approx 5,6$ m/s.

<u>PHẦN IV</u>. TỰ LUẬN.

Câu 1.

a) Hàm số $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$f'(x) = \dfrac{-1}{(x+1)^2} < 0$, $\forall x \neq -1$.

Vậy $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hàm số $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, với $x \neq 1$ thì $g(x) = x + 1$.

$g'(x) = 1 > 0$, $\forall x \neq 1$.

thuvientoanhoc.com

Vậy $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Với $f(x)$: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=1$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

Với $g(x)$: $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)=-\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

Câu 2.

a) $f'(x)=3x^2-6x-9$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\in[-2;2]$ hoặc $x=3\notin[-2;2]$.

$f(-2)=0$, $f(-1)=7$, $f(2)=-20$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=7$ khi $x=-1$, $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-20$ khi $x=2$.

b) Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x-9$, $y'=0\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=3$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} y=-\infty$.

Bảng biến thiên:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, $y_{CĐ}=7$; đạt cực tiểu tại $x=3$, $y_{CT}=-25$.

Đồ thị: đi qua các điểm $(-2;0)$, $(-1;7)$, $(0;2)$, $(1;-9)$, $(3;-25)$, $(4;-18)$; nhận điểm $I(1;-9)$ làm tâm đối xứng.

Câu 3.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$$y=\frac{x^2+(m+1)x-1}{x-1}=x+m+2+\frac{m+1}{x-1},\ y'=1-\frac{m+1}{(x-1)^2}.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $(x-1)^2=m+1$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow m>-1$.

Khi đó tại điểm cực trị x_0 ta có $(x_0-1)^2=m+1\Rightarrow \frac{m+1}{x_0-1}=x_0-1$, nên

$y_0=x_0+m+2+x_0-1=2x_0+m+1$.

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A, B là $\Delta: y=2x+m+1$, có hệ số góc bằng 2.

thuvientoanhoc.com

Đường thẳng $(d): y = 2x + 2026$ có hệ số góc bằng 2.

$\Delta \perp (d) \Leftrightarrow 2 \cdot 2 = -1$ (vô lí).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---------- HẾT ----------

thuvientoanhoc.com