PHÒNG GD&ĐT SÔNG LÔ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6; 7; 8
CẤP HUYỆN - NĂM HỌC 2015 - 2016
ĐỀ THI MÔN: TOÁN 8
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian giao đề)

Câu 1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^3+x-x^2-1}\right) : \left(1 - \frac{2x}{x^2+1}\right)$

a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.

b. Tìm x để A nhận giá trị là số âm.

c. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $(x+2).A$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2.

a. Cho $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + k(k+1)(k+2)$ (với $k \in \mathrm{N}^*$).

Chứng minh rằng: $4S + 1$ là bình phương của một số tự nhiên.

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Câu 3.

a. Giải phương trình sau: $x^2 - 3x + 2 + |x-1| = 0$

b. Xác định giá trị của m để phương trình: $m^3(x-2) - 8(x+m) = 4m^2$ có nghiệm duy nhất là số không lớn hơn 1.

c. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}$$

Câu 4. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, M là trung điểm của BC. Góc $\widehat{xMy} = 60^0$ quay quanh đỉnh M cố định sao cho hai tia Mx, My cắt AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

a. Tam giác BDM đồng dạng với tam giác CME và tích $BD.CE$ không phụ thuộc vào vị trí của $\widehat{xMy}$.

b. DM là phân giác của $\widehat{BDE}$.

c. $BD.ME + CE.MD > a.DE$.

d. Chu vi tam giác ADE không đổi khi $\widehat{xMy}$ quay quanh M.

Câu 5. Trong bảng ô vuông kích thước 8×8 gồm 64 ô vuông đơn vị, người ta đánh dấu 13 ô bất kì. Chứng minh rằng với mọi cách đánh dấu luôn có ít nhất 4 ô được đánh dấu không có điểm chung (hai ô có điểm chung là 2 ô chung đỉnh hoặc chung cạnh).

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....Phòng thi: .....

thuvientoanhoc.com

PHÒNG GD&ĐT SÔNG LÔ **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI**

Năm học: 2015 – 2016

Môn Toán – Lớp 8

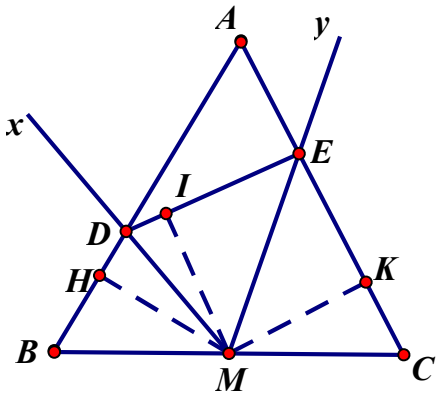
Hướng dẫn chung:

-Học sinh giải theo cách khác mà đúng, đảm bảo tính lôgic, khoa học thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.

-Câu 4, học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai phần nào không chấm điểm phần đó.

Bài	Nội dung	Điểm
1a	ĐKXĐ: $x \neq 1$ Rút gọn được A = $\frac{1}{x-1}$	0,25 0,75
1b	A < 0 $\Leftrightarrow$ x-1 < 0 $\Leftrightarrow$ x<1 Đối chiếu với ĐKXĐ, ta được x<1	0,25 0,25
1c	Ta có: $(x+2).A = \frac{x+2}{x-1} = 1 + \frac{3}{x-1}$ Lập luận để suy ra: $x \in \{0;-2;2;4\}$	0,25 0,25
2a	Ta có: $k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}k(k+1)(k+2).4 = \frac{1}{4}k(k+1)(k+2).\left[(k+3)-(k-1)\right]$ $= \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(k+3) - \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(k-1)$ => 4S =1.2.3.4 - 0.1.2.3 + 2.3.4.5 - 1.2.3.4 + . . . + k(k + 1)(k + 2)(k + 3) - k(k + 1)(k + 2)(k - 1) = k(k + 1)(k + 2)(k + 3) => 4S + 1 = k(k + 1)(k + 2)(k + 3) + 1 Mặt khác: k(k + 1)(k + 2)(k + 3) + 1 = k(k + 3)(k + 1)(k + 2) + 1 $= (k^2 + 3k)(k^2 + 3k + 2) + 1 = (k^2 + 3k + 1)^2$ Mà $k \in \mathbb{N}^*$ nên $k^2 + 3k + 1 \in \mathbb{N}^*$. nên suy ra đpcm.	0,25 0,25 0,25 0,25
2b	Ta có $y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0 \Rightarrow x < y$ (1) $(x+2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} > 0 \Rightarrow y < x + 2$ (2) Từ (1) và (2) ta có x < y < x+2 mà x, y nguyên suy ra y = x + 1 Thay y = x + 1 vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được x = -1; x=1 từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là: (-1; 0) (1; 2)	0,25 0,25 0,25 0,25
3a	$x^2 - 3x + 2 + \lvert x-1 \rvert = 0$ (1) + Nếu $x \geq 1$: (1) $\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 1$). + Nếu $x < 1$: (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1;\ x = 3$ (cả hai đều không bé hơn 1, nên bị loại) Vậy: Phương trình (1) có một nghiệm duy nhất là $x = 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25
3b	Ta có $m^3(x-2) - 8(x+m) = 4m^2$ $\Leftrightarrow (m^3 - 8)x = 2m(m^2 + 2m + 4)$	

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow (m-2)(m^2+2m+4)x = 2m(m^2+2m+4)$ (*) Vì $m^2+2m+4=(m+1)^2+3>0 \quad \forall m$ nên (*) $\Leftrightarrow (m-2)x = 2m$. PT này có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m \neq 2$, khi đó nghiệm duy nhất là: $x = \frac{2m}{m-2}$. Để nghiệm này không lớn hơn 1 thì $\frac{2m}{m-2} \leq 1$ Giải BPT được $-2 \leq m < 2$ (t/m ĐK $m \neq 2$) KL: Với $-2 \leq m < 2$ thì PT có nghiệm duy nhất và nghiệm duy nhất đó không lớn hơn 1	0,25 0,25 0,25
3c	Ta có: $P=\frac{1}{16x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{z}=(x+y+z)\left(\frac{1}{16x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{z}\right)=\left(\frac{y}{16x}+\frac{x}{4y}\right)+\left(\frac{z}{16x}+\frac{x}{z}\right)+\left(\frac{z}{4y}+\frac{y}{z}\right)+\frac{21}{16}$ Theo BĐT Cô Si ta có: $\frac{y}{16x}+\frac{x}{4y} \geq \frac{1}{4}$ dấu "=" khi y=2x; Tương tự: $\frac{z}{16x}+\frac{x}{z} \geq \frac{1}{2}$ dấu "=" khi z=4x; $\frac{z}{4y}+\frac{y}{z} \geq 1$ dấu "=" khi z=2y; =>P $\geq$ 49/16. Dấu "=" xảy ra khi x = 1/7; y = 2/7; z = 4/7 Vậy: Min P = 49/16 với x = 1/7; y = 2/7; z = 4/7 *Cách khác: HS có thể áp dụng trực tiếp BĐT Svac-xơ (Cô si dạng cộng mẫu) để đánh giá.	0,25 0,25 0,25
4a	Ta có: $\widehat{DMC} = 60^0 + \widehat{CME} = 60^0 + \widehat{BDM} \Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{CME}$ Suy ra: $\Delta BMD \backsim \Delta CEM$ (g.g) vì: $\widehat{DBM} = \widehat{MCE} = 60^0$ $\widehat{BDM} = \widehat{CME}$ (cm trên) Suy ra: $\frac{BD}{BM} = \frac{CM}{CE} \Rightarrow BD.CE = BM.CM = a^2$ không đổi.	0,5 0,5
4b	Vì $\Delta BMD \backsim \Delta CEM$ nên $\frac{BD}{MD} = \frac{CM}{EM}$ hay $\frac{BD}{MD} = \frac{BM}{ME}$ Lại có $\widehat{DBM} = \widehat{DME} = 60^0$ Suy ra $\Delta BMD \backsim \Delta MED$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{EDM}$ suy ra DM là phân giác của $\widehat{BDE}$.  	0,25 0,25 0,25
4c	Vì $\Delta BMD \backsim \Delta MED$ nên $\frac{BD}{DM} = \frac{BM}{ME} \Rightarrow BD.ME = a.DM$ (1) Tương tự chứng minh được $\Delta CEM \backsim \Delta MED$ rồi suy ra $CE.MD = a.ME$ (2) Cộng vế với vế của (1) và (2) được $BD.ME + CE.MD = a.DM + a.ME = a(DM+ME) > a.DE$	0,25 0,25 0,25

thuvientoanhoc.com

<table>
<tr><td>4d</td><td>Kẻ MH, MI, MK lần lượt vuông góc với AB, DE, AC tại H, I, K, suy ra MH=MI=MK.
Suy ra DI=DH, EI=EK. Suy ra Chu vi tam giác ADE bằng 2AH.
Vì $\widehat{HBM} = 60^0$ và BM=a nên BH=$\frac{a}{2}$ $\Rightarrow AH = \frac{3a}{2}$. Suy ra chu vi tam giác ADE
không đổi và bằng 3a.</td><td>0,25

0,25</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Chia 64 ô vuông của bảng 8x8 thành 4 loại như hình vẽ (Các ô cùng loại được đánh số giống nhau). Khi đó theo cách chia này rõ ràng các ô trong cùng loại sẽ không có điểm chung.
Khi đánh dấu 13 điểm bất kì, thì 13 điểm này sẽ thuộc 4 loại ô vừa chia. Vì 13=4.3+1 nên theo nguyên lí Đirichlê sẽ tồn tại ít nhất 4 ô thuộc cùng 1 loại, khi đó 4 ô này sẽ không có điểm chung. Suy ra đpcm.
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>0,25

0,25</td></tr>
</table>

thuvientoanhoc.com