UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2014 – 2015
MÔN: TOÁN 8
(Thời gian làm bài 150 phút)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 *(5,0 điểm).*

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) a^3-a^2-4a+4 b) $2a^3+7a^2b+7ab^2+2b^3$

2. Cho biểu thức: $A=\left(\frac{1}{1-x}+\frac{2}{x+1}-\frac{5-x}{1-x^2}\right):\frac{1-2x}{x^2-1}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

c) Tìm x để $|A|+A=0$.

Câu 2 *(3,0 điểm).*

Giải các phương trình sau:

a) $|x-2|(x-1)(x+1)(x+2)=4$ b) $\frac{15x}{x^2+3x-4}=\frac{12}{x+4}+\frac{4}{x-1}+1$

Câu 3 *(4,0 điểm).*

1. Cho a,b,c là các số hữu tỷ thỏa mãn điều kiện $ab+bc+ca=1$. Chứng minh rằng biểu thúc $Q=(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)$ là bình phương của một số hữu tỷ.

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2-4xy+5y^2-16=0$.

3. Cho các số nguyên a,b,c thoả mãn $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=210$.

Tính giá trị của biểu thức $B=|a-b|+|b-c|+|c-a|$.

Câu 4 *(6,0 điểm).*

Cho tam giác ABC, M là một điểm thuộc cạnh BC (M khác B, M khác C). Qua M kẻ các đường thẳng song song với AC, AB chúng cắt AB, AC lần lượt tại D và E.

a) Chứng minh tứ giác $ADME$ là hình bình hành. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để hình bình hành $ADME$ là hình thoi.

b) Chứng minh rằng $BD.EC=DM.ME$.

c) Cho $S_{BDM}=9cm^2$, $S_{CME}=16cm^2$. Tính S_{ABC} (ký hiệu S là diện tích tam giác).

d) Chứng minh rằng $AM.BC<AC.BM+AB.CM$

Câu 5 *(2,0 điểm).*

Cho số thực x thỏa mãn điều kiện $0\le x\le 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{2-x^2}+\frac{1-x^2}{1+x^2}$

----------Hết----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

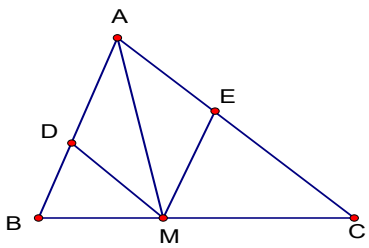
thuvientoanhoc.com

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM KSCL HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán 8
Năm học 2014 - 2015

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (5,0điểm)	**1. (2,0 điểm)**	
	a) $a^3-a^2-4a+4=a^2(a-1)-4(a-1)=(a-1)(a+2)(a-2)$	**0,5**
	b) $2a^3+7a^2b+7ab^2+2b^3==2(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)+7ab(a+b)$	**0,5**
	$=(a+b)\left(2a^2+2b^2+5ab\right)$	**0,25**
	$=(a+b)\left(2a^2+4ab+2b^2+ab\right)=(a+b)\left[2a(a+2b)+b(b+2a)\right]$	**0,5**
	$=(a+b)(2a+b)(a+2b)$	**0,25**
	2. (3,0 điểm)	
	a) $A=\left(\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{5-x}{1-x^2}\right):\dfrac{1-2x}{x^2-1}$	
	ĐKXĐ: $x\neq\pm1,\ x\neq\dfrac{1}{2}$	**0,25**
	$A=\left(\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{5-x}{1-x^2}\right):\dfrac{1-2x}{x^2-1}=\left(\dfrac{x+1+2(1-x)-(5-x)}{1-x^2}\right).\dfrac{x^2-1}{1-2x}$	**0,5**
	$=\dfrac{-2}{1-x^2}.\dfrac{x^2-1}{1-2x}=\dfrac{2}{1-2x}$	**0,25**
	b) Để A nguyên thì $\dfrac{2}{1-2x}$ nguyên $\Rightarrow 1-2x$ là ước của 2. Ư(2)=$\{-2;-1;1;2\}$	**0,25**
	*) $1-2x=-2\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$(loại) *) $1-2x=-1\Leftrightarrow x=1$(loại)	**0,25**
	*) $1-2x=1\Leftrightarrow x=0$ (TM) *) $1-2x=2\Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2}$ (loại)	**0,25**
	Vậy $x=0$ thì A nhận giá trị nguyên	**0,25**
	c) $\lvert A\rvert+A=0\Leftrightarrow\lvert A\rvert=-A\Leftrightarrow A\leq0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow1-2x<0\ \Leftrightarrow-2x<-1\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$	**0,25**
	Đối chiếu với ĐKXĐ ta có $x>\dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.	**0,25**
`	**a) (1,5 điểm)**	
	*) Nếu $x\geq2$, phương trình đã cho trở thành $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)=4$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right)=4$ $\Leftrightarrow x^4-5x^2=0\Leftrightarrow x^2\left(x^2-5\right)=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(l)\\x=\sqrt{5}(tm)\\x=-\sqrt{5}(l)\end{array}\right.$	**0,25**
	*) Nếu $x<2$, phương trình đã cho trở thành	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	$(2-x)(x-1)(x+1)(x+2)=4 \Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1)(x+2)=-4$	
	$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2-4)=-4 \Leftrightarrow x^4-5x^2+8=0 \Leftrightarrow \left(x^2-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{7}{4}=0$ vô nghiệm	**0,25**
	KL: Phương trình có một nghiệm $x=\sqrt{5}$.	**0,25**
	b) (1,5 điểm)	
	ĐKXĐ: $x \neq -4$; $x \neq 1$	**0,25**
	$\frac{15x}{x^2+3x-4}=\frac{12}{x+4}+\frac{4}{x-1}+1 \Leftrightarrow \frac{15x}{(x+4)(x-1)}=\frac{12}{x+4}+\frac{4}{x-1}+1$	**0,5**
	$\Rightarrow 15x=12(x-1)+4(x+4)+x^2+3x-4$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-4 \end{array}\right.$	**0,25**
	x = 0 (thỏa mãn ĐK) ; x = - 4 (không thỏa mãn ĐK) Vậy pt có nghiệm $x=0$	**0,25**
Câu 3 (4,0 điểm)	**1. (1,0 điểm)**	
	Vì $ab+bc+ca=1$ nên $a^2+1=a^2+ab+bc+ca=(a+b)(a+c)$	**0,25**
	$b^2+1=b^2+ab+bc+ca=(a+b)(b+c)$	**0,25**
	$c^2+1=c^2+ab+bc+ca=(b+c)(c+a)$	**0,25**
	Do đó $Q=(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)=\left[(a+b)(b+c)(c+a)\right]^2 \Rightarrow$ ĐPCM	**0,25**
	2. (1,5 điểm)	
	$x^2-4xy+5y^2-16=0 \Leftrightarrow (x-2y)^2=16-y^2$ (1) Từ (1) suy ra $16-y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 16 \Rightarrow y^2 \in \{0\,;\,4\,;\,9\,;\,16\}$	**0,25**
	*) $y^2=0 \Leftrightarrow y=0 \Rightarrow x=\pm 4$	**0,25**
	*) $y^2=4 \Leftrightarrow y=\pm 2 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ (L)	**0,25**
	*) $y^2=9 \Leftrightarrow y=\pm 3 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ (L)	**0,25**
	*) $y^2=16 \Leftrightarrow y=\pm 4 \Rightarrow x=\pm 8$	**0,25**
	Vậy Pt đã cho có các cặp nghiệm nguyên là $(4;0),(-4;0),(8;4),(-8;-4)$	**0,25**
	3. (1,5 điểm)	
	Đặt $a-b=x$; $b-c=y$; $c-a=z \Rightarrow x+y+z=0 \Rightarrow z=-(x+y)$. Ta có: $x^3+y^3+z^3=210 \Leftrightarrow x^3+y^3-(x+y)^3=210 \Leftrightarrow -3xy(x+y)=210 \Leftrightarrow xyz=70$.	**0,5**
	Ta có: $x^3+y^3+z^3=210 \Leftrightarrow x^3+y^3-(x+y)^3=210 \Leftrightarrow -3xy(x+y)=210$	**0,25**
	Do x,y,z là số nguyên có tổng bằng 0 và $xyz=70=(-2).(-5).7$ nên $x,y,z \in \{-2;-5;7\}$	**0,5**
	$A=\lvert a-b\rvert+\lvert b-c\rvert+\lvert c-a\rvert=14.$	**0,25**
Câu 4 (6,0 điểm)		

thuvientoanhoc.com

	a) (1,0 điểm)	
	Ta có ME//AB, MD//AC(giả thiết) nên tứ giác ADME là hình bình hành.	**0,5**
	Để hình bình hành ADME là hình thoi thì đường chéo AM là phân giác của $\widehat{DAE} \Rightarrow M$ là chân đường phân giác của $\widehat{BAC}$	**0,5**
	b) (1,0 điểm)	
	Xét ΔBDM và ΔMEC có $\widehat{DBM} = \widehat{EMC}$, $\widehat{DMB} = \widehat{ECM}$ (vì đồng vị)	**0,5**
	$\Rightarrow \Delta BDM$ đồng dạng với ΔMEC (g.g)	**0,25**
	$\Rightarrow \frac{BD}{ME} = \frac{DM}{EC} \Rightarrow BD.EC = DM.ME$	**0,25**
	c) (2,0 điểm)	
	Từ ΔBDM đồng dạng với ΔMEC theo chứng minh trên $\Rightarrow \frac{S_{BDM}}{S_{MEC}} = \left(\frac{MB}{MC}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{3}{4}$	**0,5**
	$\Rightarrow \frac{MB}{MB+MC} = \frac{3}{4+3} \Rightarrow \frac{MB}{BC} = \frac{3}{7}$	**0, 5**
	Mặt khác do MD//AC $\Rightarrow \Delta BDM \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{S_{BDM}}{S_{BAC}} = \left(\frac{MB}{BC}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2$	**0,5**
	$\Rightarrow S_{BAC} = \frac{49}{9} \cdot 9 = 49(cm^2)$	**0,5**
	d) (2,0 điểm)	
	Theo chứng minh trên $ADME$ là hình bình hành $\Rightarrow DM = AE$	**0,25**
	$ME // AB \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow ME.CB = CM.AB$ (1)	**0,5**
	$MD // AC \Rightarrow \frac{MD}{AC} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow MD.BC = AC.BM$ (2)	**0,5**
	Cộng về theo vế (1) và (2) ta có $BC(ME+MD) = CM.AB + AC.BM$	**0,25**
	$\Rightarrow BC(ME+AE) = CM.AB + AC.BM$	**0,25**
	Lại có $\Rightarrow AM < ME + AE \Rightarrow BC.AM < BC(ME+AE) = CM.AB + AC.BM$	**0,25**
Câu 5 (2,0điểm)		
	Đặt $x^2 = a$, $0 \le a \le 1$ Biểu thức đã cho trở thành $P = \frac{a}{2-a} + \frac{1-a}{1+a} = \frac{a}{2-a} + 1 + \frac{1-a}{1+a} + 1 - 2 = \frac{2}{2-a} + \frac{2}{1+a} - 2$	**0,25**
	$= = 2\left(\frac{3}{(2-a)(1+a)} - 1\right) = 2\left(\frac{3}{2+a(1-a)} - 1\right)$	**0,25**
	*) Vì $0 \le a \le 1 \Rightarrow P \le 2\left(\frac{3}{2} - 1\right) = 1$	**0,25**
	Đẳng thức xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$. Vậy Max P = 1 khi $x = 0$ hoặc $x = 1$	**0,25**
	$0 \le a \le 1$ nên a và $1-a$ là hai số không âm. Áp dụng BĐT Cauchy ta có $a(1-a) \le \frac{(a+1-a)}{4} = \frac{1}{4}$	**0,25**
	$\Rightarrow P \ge 2\left(\frac{3}{2+\frac{1}{4}} - 1\right) = \frac{2}{3}$	**0,25**

thuvientoanhoc.com

	Đẳng thức xảy ra khi $a = 1 - a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} hay\, x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}$	**0,25**
	Vậy Min P $= \frac{2}{3}$ khi $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$	**0,25**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.*
- *Với bài 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.*

thuvientoanhoc.com