UBND PHƯỜNG TỰ LẠN
PHÒNG VĂN HÓA - XÃ HỘI

(Đề gồm 04 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2025 - 2026
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. TRẮC NGHIỆM (6,0 ĐIỂM)

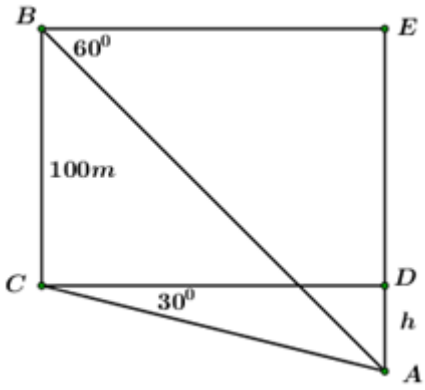
Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB=15, AC=20$. Từ điểm O ở trong tam giác vẽ $OD\perp BC, OE\perp CA, OF\perp AB$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=OD^2+OE^2+OF^2$ bằng:

A. 72 **B.** 12 **C.** 48 **D.** 144

Câu 2: Có bao nhiêu số nguyên dương n để $P=1!+2!+3!+...+n!$ là số chính phương?

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 3: Trên quả đồi có một cái tháp cao 100 m. Từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng $60°$ và $30°$ so với phương nằm ngang (như hình vẽ). Chiều cao h (AD) của quả đồi là:



A. $h=50\text{m}$ **B.** $h=47\text{m}$ **C.** $h=52\text{m}$ **D.** $h=45\text{m}$

Câu 4: Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0; x\neq 4$. Tổng các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên bằng:

A. 10 **B.** 36 **C.** 3 **D.** 35

Câu 5: Cho: $\tan x+\cot x=7$. Giá trị của biểu thức $B=2\sin x\cdot\cos x$ bằng:

A. 7 **B.** $\dfrac{2}{7}$ **C.** $\dfrac{7}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{7}$

thuvientoanhoc.com

Câu 6: Cho đường tròn $(O;6\text{cm})$. Từ điểm A sao cho $OA=12\text{cm}$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (O) (với B, C là tiếp điểm). Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là:

A. 9 cm **B.** 6 cm **C.** $6\sqrt{3}\text{cm}$ **D.** 3 cm

Câu 7: Biết rằng x, y, z là các số thực thỏa mãn đẳng thức $\sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-4}=\frac{1}{2}(x+y+z)-2$. Giá trị của biểu thức $P=3x+2y+z$ là:

A. 18 **B.** 17 **C.** 20 **D.** 16

Câu 8: Cho $a<0,b<0$, rút gọn biểu thức $P=\frac{\sqrt{ab}-\sqrt{b^2}}{b}-\sqrt{\frac{a}{b}}$ ta được kết quả là:

A. 0 **B.** -1 **C.** 1 **D.** $1-2\sqrt{\frac{a}{b}}$

Câu 9: Cho $\left(\sqrt{3}+2\right)^2=a\sqrt{3}+b$. Giá trị của biểu thức $C=a^3-2b^2$ bằng:

A. 17 **B.** -15 **C.** 311 **D.** -34

Câu 10: Xác định các hệ số a và b sao cho đa thức x^4+ax^3+b chia hết cho đa thức x^2-1. Các giá trị cần tìm là:

A. $a=1$ và $b=0$ **B.** $a=-1$ và $b=0$ **C.** $a=0$ và $b=-1$ **D.** $a=0$ và $b=1$

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao $AH=12\text{cm}$, $HC=4HB$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có độ dài bằng:

A. 30 cm **B.** 15 cm **C.** 20 cm **D.** 32 cm

Câu 12: Cho $x=\frac{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$. Giá trị của biểu thức $\left(x^3-4x-2\right)^{2025}$ bằng:

A. -2^{2025} **B.** 2^{2025} **C.** 1 **D.** 0

Câu 13: Cho $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{101}+\sqrt{100}}=a\sqrt{b}-c$ với a, b, c là các số tự nhiên, b là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 104 **B.** 100 **C.** 101 **D.** 103

Câu 14: Kết quả trục căn thức $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$ là:

thuvientoanhoc.com

A. $4+2\sqrt{3}$ **B.** $2-\sqrt{3}$ **C.** $4-2\sqrt{3}$ **D.** $2+\sqrt{3}$

Câu 15: Cho $x\ge 2, y\ge 3$ và $x+y=7$. Khi biểu thức $M=\sqrt{x-2}+\sqrt{y-3}$ đạt giá trị lớn nhất thì xy bằng:

A. 14 **B.** 15 **C.** 10 **D.** 12

Câu 16: Cho đường tròn $(O;25\text{cm})$ và điểm M cách tâm O một khoảng bằng 15 cm. Khi đó độ dài của dây cung ngắn nhất và đi qua điểm M bằng:

A. 40 cm **B.** 20 cm **C.** 30 cm **D.** 10 cm

Câu 17: Cho a, b là các số thực thỏa mãn đẳng thức $\left(a+\sqrt{1+a^2}\right)\left(b+\sqrt{1+b^2}\right)=1.$ Giá trị của biểu thức $P=a^3+b^3+15$ bằng:

A. 12 **B.** -15 **C.** 15 **D.** 0

Câu 18: Biểu thức $\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ xác định khi và chỉ khi:

A. $x\ge -2$ **B.** $x\ge -2$ và $x\ne 1$ **C.** $-2\le x<1$ **D.** $x\ne 1$

Câu 19: Tam giác ABC có $A=105°$, $B=45°$, $BC=4\text{cm}$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng:

A. $4\left(\sqrt{2}-1\right)\text{cm}^2$ **B.** $10\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$ **C.** $4\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$ **D.** $8\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$

Câu 20: Số nghiệm của phương trình $\left(x^2-1\right)\sqrt{x-2}=0$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

II. TỰ LUẬN (14,0 ĐIỂM)

Câu 21: (*5,0 điểm*).

1. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1+\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}\right)$, với $x\ge 0; x\ne 1, x\ne -1.$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P+\dfrac{1}{7}\le 0$.

2. Cho $x=\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}}{\sqrt{21+4\sqrt{5}}+3}$, tính giá trị biểu thức $P=\left(x^2+4x-2\right)^{2025}$.

thuvientoanhoc.com

Câu 22: (*4,0 điểm*).

1. Cho $x=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ là một nghiệm của phương trình: $ax^2+bx+1=0$. Với a, b là các số hữu tỉ. Tìm hai số a và b.

2. Giải phương trình $\sqrt{x^2+3x}+2\sqrt{x+2}=2x+\sqrt{x+\dfrac{6}{x}+5}$.

3. Chứng minh rằng trong 12 số tự nhiên bất kỳ có ba chữ số, luôn tồn tại hai số sao cho khi ghép chúng lại cạnh nhau để được một số có sáu chữ số chia hết cho 11.

Câu 23: (*4,0 điểm*). Cho nửa đường tròn tâm O bán kính $BC=2R$, A là điểm bất kỳ trên nửa đường tròn (A không trùng với B, C). Kẻ AH vuông góc với BC, gọi E và F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H xuống AB và AC.

1. Chứng minh: $AE\cdot AB=AF\cdot AC$ và $EF^3=BE\cdot CF\cdot BC$.

2. Gọi I là điểm đối xứng với H qua AB. Chứng minh IA là tiếp tuyến của (O).

3. Tìm vị trí của điểm A trên nửa đường tròn (O) sao cho diện tích tam giác AHB đạt giá trị lớn nhất.

Câu 24: (*1,0 điểm*). Cho $a,b,c>0$ và $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$a^5+b^5+c^5+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 6.$$

--- HẾT ---

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên: ..... Số báo danh: .....

Giám thị 1 (*Họ tên và ký*): .....

Giám thị 2 (*Họ tên và ký*): .....

thuvientoanhoc.com