UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Năm học 2012- 2013
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút

Câu I (4,0 điểm)

1. Cho a = $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ và b = $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Chứng minh rằng a + b và a.b là một số tự nhiên.

2. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \sqrt{29+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} - \sqrt{2}(5+\sqrt{2})$$

Câu II (5,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{3x+2}$.

a) Tìm tập xác định của hàm số đã cho.

b) Tìm giá trị của x để $f(x) = 2$.

c) Chứng minh hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập xác định của nó.

2. Cho biểu thức Q = $\dfrac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

a) Rút gọn Q.

b) Chứng minh Q > - 3 với mọi x thuộc tập xác định.

Câu III (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$

2. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $x^2 - 2y^2 = 1$

Câu IV (6,0 điểm)

1. Cho tam giác nhọn ABC , BC = a, CA = b, AB = c. Chứng minh rằng:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.CosA$$

2. Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC. Trên tia đối của tia CB lấy điểm A, qua A kẻ tiếp tuyến AF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Tia AF cắt tia tiếp tuyến Bx của nửa đường tròn (O) tại D (tia tiếp tuyến Bx nằm trong nửa mặt phẳng bờ BC chứa nửa đường tròn (O)). Gọi H là giao điểm của BF với DO; K là giao điểm thứ hai của DC với nửa đường tròn (O).

a) Chứng minh rằng AO.AB = AF.AD.

b) Chứng minh $\widehat{DHK} = \widehat{DCO}$.

c) Kẻ OM vuông góc với BC(M thuộc đoạn AD). Chứng minh rằng $\dfrac{BD}{DM} - \dfrac{DM}{AM} = 1$.

Câu V (1,0 điểm)

Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện $3x + y \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\sqrt{xy}}$

……**Hết**…….

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

thuvientoanhoc.com

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

HD VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2012- 2013
Hướng dẫn chấm gồm : 02 trang

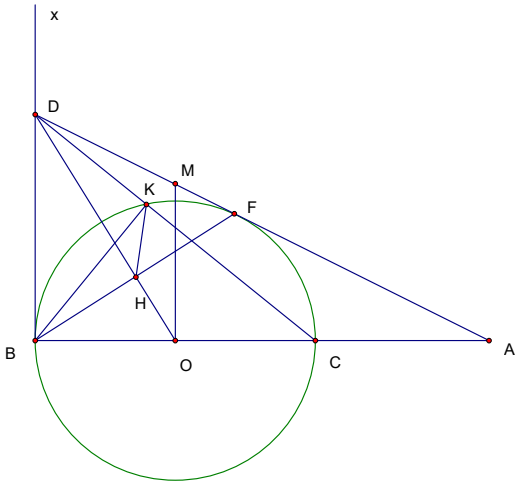
I) HƯỚNG DẪN CHUNG.

- Thí sinh làm bài theo cách khác đáp án, nếu đúng thì cho điểm tương đương.
- Việc chi tiết điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải được thống nhất trong Hội đồng chấm. Bài hình nếu hình vẽ không khớp với CM, hoặc không vẽ hình thì không chấm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I (2,0đ)		
1 (2,0 điểm)	$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$	0,5
	$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$	0,5
	$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 4$ là một số tự nhiên	0,5
	$\sqrt{7+4\sqrt{3}}.\sqrt{7-4\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3}).(2-\sqrt{3}) = 1$ là một số tự nhiên	0,5
2 (2,0 điểm)	$A = \sqrt{29+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} - \sqrt{2}(5+\sqrt{2}) = \sqrt{29+30\sqrt{2+\sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2}}} - 5\sqrt{2} - 2$	0,25
	$= \sqrt{29+30\sqrt{2+\sqrt{3+2\sqrt{2}}}} - 5\sqrt{2} - 2 = \sqrt{29+30\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} - 5\sqrt{2} - 2 =$	0,5
	$= \sqrt{29+30\sqrt{2}+30} - 5\sqrt{2} - 2 = \sqrt{59+30\sqrt{2}} - 5\sqrt{2} - 2$	0,5
	$= \sqrt{(5\sqrt{2}+3)^2} - 5\sqrt{2} - 2 = 5\sqrt{2}+3-5\sqrt{2}-2 = 1$	0,75
Câu II 1 (3,0đ)	a) Hàm số $y = f(x) = \sqrt{3x+2}$ xác định $\Leftrightarrow 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$	0,5
	b) $f(x) = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x+2} = 2 \Leftrightarrow 3x + 2 = 4 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$	0,5
	$x = \frac{2}{3}$ thỏa mãn ĐKXĐ. Vậy với $x = \frac{1}{3}$ thì f(x) = 2	0,5
	c) Với $-\frac{2}{3} \leq x_1 \leq x_2$ Ta có: $f(x_2) - f(x_1) = \sqrt{3x_2+2} - \sqrt{3x_1+2}$	0,5
	$= \frac{(3x_2+2)-(3x_1+2)}{\sqrt{(3x_2+2)}+\sqrt{(3x_1+2)}} = \frac{3(x_2-x_1)}{\sqrt{(3x_2+2)}+\sqrt{(3x_1+2)}}$	0,5
	Vì $x_2 > x_1$ nên $x_2 - x_1 > 0$ do đó $f(x_2) - f(x_1) > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow f(x_2) > f(x_1)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định của nó.	0,25
	a) $Q = \frac{10\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	$= \frac{10\sqrt{x}-(2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} = \frac{10\sqrt{x}-3x-7}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} = \frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$	0,75

thuvientoanhoc.com

Câu II 2 (2,0đ)	b) Xét hiệu Q – (-3) = Q + 3 = $\frac{19}{\sqrt{x}+4} > 0$ tức là Q > -3 Với $x \geq 0; x \neq 1$ (1)	1,0
Câu III (4,0đ)	$(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$ (1)	
1 (2,0 điểm)	(1) $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$ (2)	0,25
	đặt $\sqrt{x^2+5x+2} = t; t \geq 0$	0,25
	(2) trở thành: $t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow$ (t+1)(t-4) = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=4 \end{array}\right.$	0,5
	t = - 1 (loại), t = 4 ta được $\sqrt{x^2+5x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow$ (x - 2)(x + 7) = 0	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-7 \end{array}\right.$ Vậy pt có nghiệm là x = 2 hoặc x = -7	0,25
2 (2,0 điểm)	$x^2 - 2y^2 = 1$ (1)	
	Gọi a, b là một nghiệm của phương trình (1), ta có $a^2 - 2b^2 = 1$	0,25
	$(a-\sqrt{2}b)(a+\sqrt{2}b) = 1 \Leftrightarrow (a-\sqrt{2}b)^2(a+\sqrt{2}b)^2 = 1$	0,25
	$(a^2+2b^2-2\sqrt{2}ab)(a^2+2b^2+2\sqrt{2}ab) = 1 \Leftrightarrow (a^2+2b^2)^2 - (2\sqrt{2}ab)^2 = 1$	0,25
	$(a^2+2b^2)^2 - (2\sqrt{2}ab)^2 = 1 \Leftrightarrow (a^2+2b^2)^2 - 2(2ab)^2 = 1$	0,25
	Suy ra $(a^2+2b^2; 2ab)$ là một nghiệm của pt (1)	0,25
	$\Rightarrow$ phương trình có nghiệm (a; b) thì có nghiệm tổng quát dạng $(a^2+2b^2; 2ab)$	0,25
	Nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của PT là (3;2)	0,25
	KL: pt có vô số nghiệm nguyên dương thoả mãn $(a^2+2b^2; 2ab)$ với (a,b) nhỏ nhất là (3;2).	0,25
	Nếu HS giải và tìm được nghiệm nguyên dương nhỏ nất là (3;2) thì cho 1,0 điểm	
Câu IV (3,0đ)		
1 (1,5 điểm)	Vẽ đường cao CH của ΔABC, Vì ΔHAC vuông tại H, nên ta có AH = AC.CosA	0,25
	Theo Pitago ta có $AH^2 + HC^2 = AC^2$	0,25
	ΔHBC vuông tại H, nên Theo Pitago ta có $BC^2 = HB^2 + HC^2$	0,25
	$= (AB - AH)^2 + HC^2 = AB^2 - 2AB.AH + AH^2 + HC^2$	0,5
	$= AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\text{Cos}A$. Vậy $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.CosA$	0,25
2 (4,5 điểm)		

thuvientoanhoc.com

	a) Vì AF, BD là tiếp tuyến của (O) nên $AF \perp OF, DB \perp AB$	0, 5
	ΔAOF và ΔADB có $\widehat{AFO} = \widehat{ADB} = 90^0$, $\widehat{OAF}$ *chung*	0, 5
	Suy ra $\Delta AOF \sim \Delta ADB\ (gg) \Rightarrow \frac{AO}{AD} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow AO.AB = AF.AD$	0,5
	b) DB = DF(t/c 2 tt cắt nhau), và OB = OF = bán kính, nên OD là trung trực của BF $\Rightarrow OD \perp BF$	0,25
	ΔBKC có BC là đường kính của (O) nên BK $\perp$ KC	0,25
	Áp dụng hệ thức lượng vào ΔDBO, đường cao BH ta có: $DB^2 = DH.DO$ (1)	0,25
	Áp dụng hệ thức lượng vào ΔDBC, đường cao BK ta có: $DB^2 = DK.DC$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow DH.DO = DK.DC \Rightarrow \frac{DH}{DK} = \frac{DC}{DO}$	0,25
	Xét ΔDHK và ΔDCO có $\widehat{HDK}$ chung, $\frac{DH}{DK} = \frac{DC}{DO}$ do đó $\Delta DHK \sim \Delta DCO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{DHK} = \widehat{DCO}$	0,25
	c) Ta có OM//DB (vì cùng vuông góc với BC) nên $\widehat{BDO} = \widehat{DOM}$ (so le trong)	0,25
	$\widehat{BDO} = \widehat{ODM}$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{DOM} = \widehat{ODM} \Rightarrow \Delta ODM$ cân tại M $\Rightarrow$ MD = MO	0,5
	ΔADB có OM//DB nên theo định lý Ta-lét ta có $\frac{AD}{AM} = \frac{BD}{OM}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{AD-AM}{AM} = \frac{BD-OM}{OM} \Leftrightarrow \frac{MD}{AM} = \frac{BD}{OM} - 1 \Leftrightarrow \frac{BD}{OM} - \frac{MD}{AM} = 1 \Leftrightarrow \frac{BD}{DM} - \frac{MD}{AM} = 1$	0,5
Câu V (1,0đ)	Chứng minh được BĐT phụ: Với hai số thực dương x và y ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ Dấu bằng xảy ra khi x = y (1)	0,25
	Áp dụng (1) ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{4}{x+\sqrt{xy}} \geq \frac{4}{x+\frac{x+y}{2}} \geq \frac{8}{3x+y} \geq 2$	0,5
	Dấu bằng xảy ra khi x = y = 1. Vậy MinA = 2	0.25
	Chú ý: HS có thể áp dụng trực tiếp BĐT Cauchy để làm.	

thuvientoanhoc.com