SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2014-2015
Môn: TOÁN
Ngày thi: 04/03/2015

Thời gian làm bài:150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 05 câu trong 01 trang

Câu 1 (5,0 điểm).

Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{x\sqrt{x}-8}{4-x}\right):\left(\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right)$ với x không âm, khác 4.

a) Rút gọn A.

b) Chứng minh rằng $A<1$ với mọi x không âm, khác 4.

c) Tìm x để A là số nguyên.

Câu 2 (5,0 điểm).

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2+5x+12}+\sqrt{2x^2+3x+2}=x+5$

b) $\begin{cases}x+y+z=6\\xy+yz+zx=11\\xyz=6\end{cases}$

Câu 3 (2,0 điểm).

Cho 3 số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\sqrt{2x^2+3xy+2y^2}+\sqrt{2y^2+3yz+2z^2}+\sqrt{2z^2+3zx+2x^2}$.

Câu 4 (7,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O, dây cung BC cố định. Điểm A trên cung nhỏ BC, A không trùng với B, C và điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Gọi H là hình chiếu của A trên đoạn thẳng BC; E, F thứ tự là hình chiếu của B và C trên đường kính AA'. Chứng minh rằng:

a) Hai tam giác HEF và ABC đồng dạng với nhau.

b) Hai đường thẳng HE và AC vuông góc với nhau.

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF là điểm cố định khi A chuyển động trên cung nhỏ BC.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A, độ dài cạnh huyền bằng 2015. Trong tam giác ABC lấy 2031121 điểm phân biệt bất kỳ. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai điểm có khoảng cách không lớn hơn 1.

------HẾT------

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh:.....
Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:.....
Giám thị 2:.....

thuvientoanhoc.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2014-2015
Môn: TOÁN - Ngày thi 04/03/2015
(Hướng dẫn chấm này gồm 04 trang)

I. Hướng dẫn chung

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn, thang điểm chi tiết do tổ chấm thống nhất.
5. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn hội đồng chấm.
6. Tuyệt đối không làm tròn điểm.

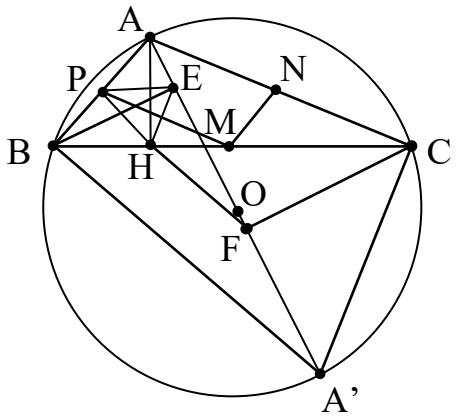
II. Hướng dẫn chi tiết

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 *(5,0 điểm)*	**a) (3,0 điểm)**	
	Với $x \geq 0$ và $x \neq 4$ ta có: $A = \left(\dfrac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) : \left(\dfrac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} \right)$	0.5
	$= \left(\sqrt{x}+2 - \dfrac{x+2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\dfrac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} \right)$	0.5
	$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2 - \left(x+2\sqrt{x}+4\right)}{\sqrt{x}+2} : \dfrac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$	0.5
	$= \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} : \dfrac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$	0.5
	$= \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} . \dfrac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}+4}$	0.5
	$= \dfrac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+4}$	0.5
	b) (1,0 điểm)	
	Ta có $A-1 = \dfrac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+4} - 1 = \dfrac{-\left(x-4\sqrt{x}+4\right)}{x-2\sqrt{x}+4} = \dfrac{-\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2+3}$	0.5
	Do $x \geq 0$ và $x \neq 4$ nên $\left(\sqrt{x}-2\right)^2 > 0; \left(\sqrt{x}-1\right)^2 + 3 \geq 3 > 0$ nên $A-1 < 0 \Rightarrow A < 1$	0,5
	c) (1,0 điểm)	
	Ta có $x \geq 0, x-2\sqrt{x}+4 > 0 \Rightarrow A \geq 0$	0,5
	Vậy $0 \leq A < 1$ do đó $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow x = 0$	0,5
Câu 2 *(5,0 điểm)*	**a) 3,0 điểm**	
	Tập xác định: R	0,25
	$\sqrt{2x^2+5x+12} + \sqrt{2x^2+3x+2} = x+5$	

thuvientoanhoc.com

	$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+5x+12} = x+5-\sqrt{2x^2+3x+2}$	0,5
	$\Rightarrow 2x^2+5x+12 = 3x^2+13x+27-2(x+5)\sqrt{2x^2+3x+2}$ $\Leftrightarrow x^2+8x+15-2(x+5)\sqrt{2x^2+3x+2}=0$	0,5
	$\Leftrightarrow (x+5)[(x+3)-2\sqrt{2x^2+3x+2}]=0$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ 2\sqrt{2x^2+3x+2}=x+3 \end{array}\right.$	0,25
	$2\sqrt{2x^2+3x+2}=x+3 \Rightarrow 7x^2+6x-1=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1}{7} \end{array}\right.$	0,25
	Thử lại suy ra phương trình có tập nghiệm là: $\left\{-1;\dfrac{1}{7}\right\}$	0,5
	b) 2 điểm	
	$\begin{cases} x+y+z=6 \\ xy+yz+zx=11 \\ xyz=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6-z \\ xy+(x+y)z=11 \\ xy=\dfrac{6}{z} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6-z \\ \dfrac{6}{z}+(6-z)z=11 \\ xy=\dfrac{6}{z} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6-z \\ xy=\dfrac{6}{z} \\ z^3-6z^2+11z-6=0 \end{cases}$	0,25
	$z^3-6z^2+11z-6=0 \Leftrightarrow (z-1)(z-2)(z-3)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=2 \\ z=3 \end{array}\right.$	0.25
	$z=1 \Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ x+y=6 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \end{array}\right.$	0,25

thuvientoanhoc.com

	$z=2\Rightarrow\begin{cases}x+y=4\\xy=3\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}\right.,z=3\Rightarrow\begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\right.$	0.25
	Kết luận: Tập nghiệm của hệ phương trình là tập hợp các hoán vị của (1;2;3)	0,25
Câu 3 *(2,0 điểm)*	Ta có: $2x^2+3xy+2y^2=\frac{7}{4}(x+y)^2+\frac{1}{4}(x-y)^2\geq\frac{7}{4}(x+y)^2$	0,5
	$\Rightarrow\sqrt{2x^2+3xy+2y^2}\geq\frac{\sqrt{7}}{2}(x+y)$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y.	0,5
	$A=\sqrt{2x^2+3xy+2y^2}+\sqrt{2y^2+3yz+2z^2}+\sqrt{2z^2+3zx+2x^2}$ $\geq\frac{\sqrt{7}}{2}(x+y)+\frac{\sqrt{7}}{2}(y+z)+\frac{\sqrt{7}}{2}(z+x)=\sqrt{7}(x+y+z)=3\sqrt{7}$	0,5
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=1$	0,25
	Vậy $MinA=3\sqrt{7}$	0,25
Câu 4 *(7,0 điểm)*	 Không mất tính tổng quát giả sử AB < AC	
	a) 2,5 điểm	
	Tứ giác ABHE nội tiếp	0.5
	$\Rightarrow\widehat{HEF}=\widehat{ABC}$	0.5
	Tứ giác ACFH nội tiếp	0.5
	$\Rightarrow\widehat{HFE}=\widehat{ACB}$	0.5
	$\Rightarrow$ hai tam giác HEF và ABC đồng dạng.	0,5
	b) 2,5 điểm	
	$\widehat{HEF}=\widehat{ABC}$	0.5
	Mà $\widehat{CA'F}=\widehat{ABC}$ (cùng chắn cung AC)	0.5
	$\Rightarrow\widehat{HEF}=\widehat{CA'F}$	0.5
	$\Rightarrow HE\parallel A'C$	0.5
	Mặt khác $A'C\perp AC\Rightarrow HE\perp AC$	0,5
	c) 2,0 điểm	
	Gọi M, N, P thứ tự là trung điểm của các đoạn BC, CA, AB $\Rightarrow PM\parallel AC$	0,5
	Mà $HE\perp AC\Rightarrow PM\perp HE$	0,5
	Tam giác AHB vuông tại H, tam giác AEB vuông tại E, P là trung điểm của AB $\Rightarrow PH=PE$ (cùng bằng một nửa AB) $\Rightarrow$ MP là đường trung trực của đoạn HE	0,5
	Tương tự MN là đường trung trực của HF.	0,25
	Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác HEF $\Rightarrow$ Điều phải chứng minh.	0,25

thuvientoanhoc.com

Câu 5 *(1 điểm)*	Gọi $M_1, M_2, ..., M_{2014}$ là các điểm thuộc đoạn BC thỏa mãn $BM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = ... = M_{2013}M_{2014} = M_{2014}C = 1$ Gọi $N_1, N_2, ..., N_{2014}$ là các điểm thuộc đoạn AC thỏa mãn $AN_1 = N_1N_2 = N_2N_3 = ... = N_{2013}N_{2014} = N_{2014}C = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Gọi $P_1, P_2, ..., P_{2014}$ là các điểm thuộc đoạn AB thỏa mãn $BP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = ... = P_{2013}P_{2014} = P_{2014}A = \frac{1}{\sqrt{2}}$	0,25
	Khi đó các đoạn $M_1N_1, M_2N_2, ..., M_{2014}N_{2014}, M_1P_1, M_2P_2, ..., M_{2014}P_{2014}$ chia tam giác ABC thành $\frac{2015^2 - 2015}{2} = 2015.1007$ hình vuông có chiều dài đường chéo bằng 1 và 2015 tam giác vuông cân có chiều dài cạnh huyền bằng 1	0,25
	Suy ra tam giác vuông ABC được phủ kín bởi 2031120 hình tròn đường kính bằng 1(tính cả biên).	0,25
	Mà có 2031121 điểm trong tam giác ABC nên tồn tại ít nhất 2 điểm cùng thuộc một hình tròn đường kính bằng 1, do đó ta có điều phải chứng minh.	0,25

--------Hết--------

thuvientoanhoc.com