TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ I
Năm học 2026 – 2027
Môn: TOÁN LỚP 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I (*2,5 điểm*).

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3\sqrt{2x+y}+\dfrac{4}{y-1}=5 \\ 2\sqrt{2x+y}-\dfrac{1}{y-1}=7 \end{cases}$.

2) Giải phương trình : $\dfrac{13}{2x^2+x-21}+\dfrac{6}{9-x^2}=\dfrac{-2}{2x+7}$.

3) Giải bất phương trình : $(2x-1)(x+3)>2x^2+x$.

Câu II (*2,0 điểm*).

1) Trong một cuộc thi ném bóng vào rổ, mỗi học sinh được ném 20 quả bóng. Mỗi quả bóng ném vào rổ được cộng 3 điểm, mỗi quả bóng ném ra ngoài bị trừ 2 điểm. Để vượt qua vòng loại, học sinh phải đạt ít nhất 30 điểm. Hỏi một học sinh phải ném vào rổ ít nhất bao nhiêu quả bóng để vượt qua vòng loại?

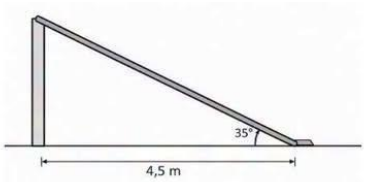
2) *(Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình)*

Để trang bị phòng học thông minh, lớp học dự định mua một máy chiếu và một bảng tương tác với tổng giá niêm yết là 60 triệu đồng. Nhân dịp khai giảng năm học mới, đơn vị cung cấp áp dụng chương trình khuyến mại: máy chiếu được giảm giá 10%, còn bảng tương tác được giảm giá 15%. Vì vậy, lớp học đó chỉ phải thanh toán tổng cộng 52 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi thiết bị là bao nhiêu tiền?

Câu III (*1,5 điểm*).

1) Với số thực $x>-3$, chứng minh $x^3+x^2\geq 5x-3$.

2) Sau một trận mưa bão, một cột đèn chiếu sáng trong sân trường bị gãy tại một điểm trên thân cột. Phần phía trên của cột đèn đổ xuống, đầu cột vừa chạm mặt sân tại điểm cách chân cột 4,5m. Biết phần cột bị gãy tạo với mặt sân một góc 35°, phần cột còn lại vẫn thẳng đứng và mặt sân nằm ngang. Hỏi trước khi bị gãy, cột đèn cao bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Câu IV (*3,5 điểm*).

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), các đường cao AD, BE và CF đồng quy tại H. Vẽ điểm K khác phía điểm A so với đường thẳng BC sao cho tứ giác $ABKC$ là hình bình hành. Các đường thẳng AK và BE cắt nhau tại điểm P. Từ điểm P vẽ đoạn thẳng PQ vuông góc với đường thẳng AB tại điểm Q. Các đường thẳng EQ và CF cắt nhau tại điểm L. Gọi T là trung điểm của đoạn thẳng LE.

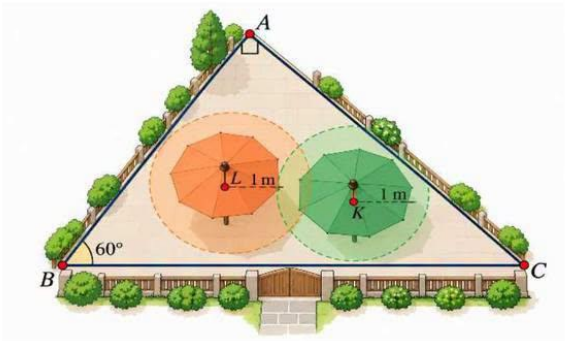
1) Chứng minh 4 điểm H, C, K và B thuộc cùng một đường tròn.

2) Chứng minh $BH \cdot BE = BF \cdot BA$ và $\cot \widehat{DHC} + \cot \widehat{ACB} = \dfrac{BC}{DA}$

3) Chứng minh ΔDBH đồng dạng với ΔCKH và ba điểm T, H, K thẳng hàng

Câu V (*0,5 điểm*).

Một mảnh sân vườn có hình dạng tam giác ABC vuông tại A với góc B là 60^0. Chủ nhà có 2 chiếc ô với tán hình tròn có bán kính dài 1m (có thể điều chỉnh độ cao). Tại một thời điểm mặt trời lên cao, nắng chiếu vuông góc với mảnh sân vườn, chủ nhà muốn đặt vị trí 2 chiếc ô sao cho chúng che kín toàn bộ mảnh sân vườn. Hãy tìm vị trí đặt tâm 2 chiếc ô đó thỏa mãn yêu cầu nói trên biết cạnh AC dài 3m (tâm các chiếc ô có thể nằm trên các cạnh hoặc nằm bên trong tam giác ABC). Sau đó, chứng minh khi cạnh AC của mảnh sân vườn lớn hơn 3m thì không có cách nào để đặt vị trí 2 chiếc ô thỏa mãn yêu cầu nói trên.



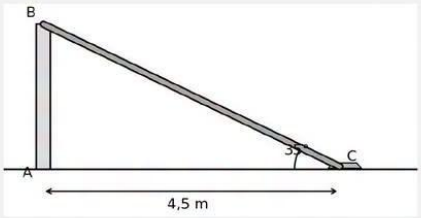
----------HẾT----------

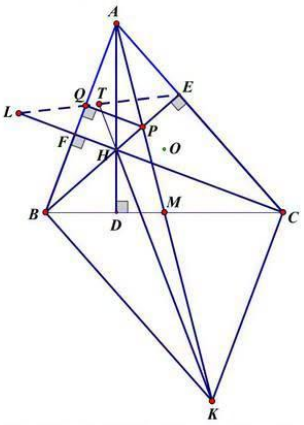
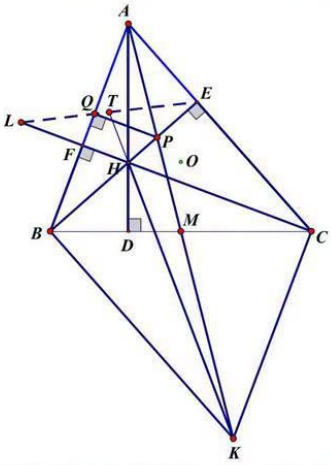
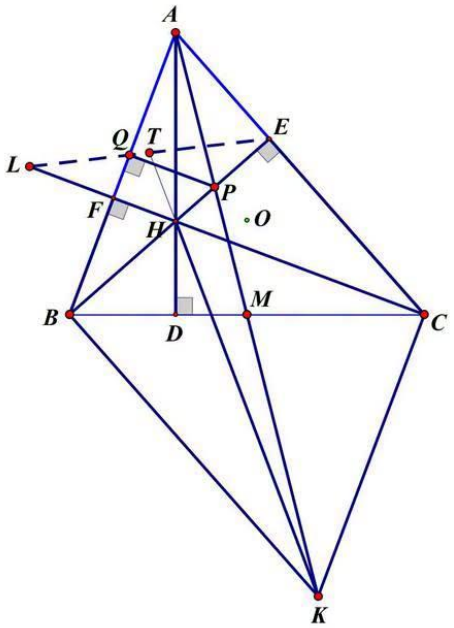
HƯỚNG DẪN CHẤM

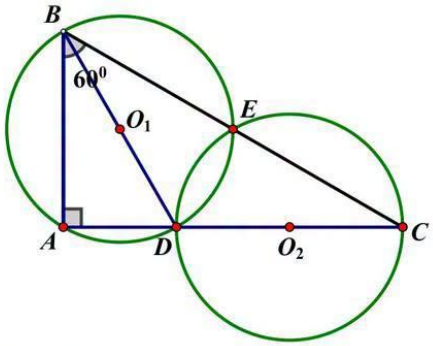
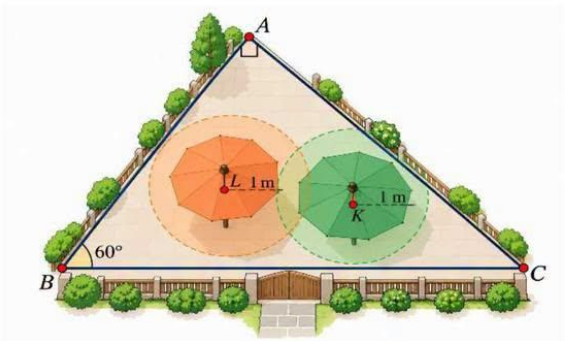
+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu I *2,5 điểm*	*1)*	***Giải hệ phương trình…***	***1,0***
		ĐKXĐ: $y \neq 1; 2x+y \geq 0$ $\begin{cases} 3\sqrt{2x+y}+\dfrac{4}{y-1}=5 \\ 2\sqrt{2x+y}-\dfrac{1}{y-1}=7 \end{cases} \begin{cases} 3\sqrt{2x+y}+\dfrac{4}{y-1}=5 \\ 8\sqrt{2x+y}-\dfrac{4}{y-1}=28 \end{cases} \begin{cases} 3\sqrt{2x+y}+\dfrac{4}{y-1}=5 \\ 11\sqrt{2x+y}=33 \end{cases}$.	*0,25*
		Tính được $\sqrt{2x+y}=3$	*0,25*
		Thế vào giải ra được 2 nghiệm, kiểm tra đkxđ và kết luận $x=\dfrac{9}{2}; y=0$.	*0,5*
	2)	***Giải phương trình…***	***1,0***
		$\dfrac{13}{2x^2+x-21}+\dfrac{6}{9-x^2}=\dfrac{-2}{2x+7}$ Điều kiện xác định: x ≠ 3, x ≠ −3, x ≠ −7/2. Biến đổi $\dfrac{13}{(2x+7)(x-3)}-\dfrac{6}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{-2}{2x+7}$ $13(x+3)-6(2x+7)=-2(x-3)(x+3)$	*0,25* *0,25*
		$x-3=-2x^2+18$ $2x^2+x-21=0$ $(2x+7)(x-3)=0$ $x=-7/2$ *hoac* $x=3$. Đối chiếu ĐKXĐ kết luận pt vô nghiệm	*0,25* *0,25*
	3)	***Giải bất phương trình :*** $(2x-1)(x+3)>2x^2+x$.	***0,5***
		Biến đổi $2x^2+5x-3>2x^2+x$ $4x-3>0$	*0,25*
		Giải ra được $x > \frac{3}{4}$	*0,25*
Câu II *2,0 điểm*	*1)*	***Trong một cuộc thi…***	***1,0***
		Gọi x là số quả bóng ném vào rổ ($x \in \mathbb{N}$).	*0,25*
		Số quả bóng ném ra ngoài là 20 − x.	*0,25*
		Lập bất phương trình: 3x − 2(20 − x) ≥ 30	*0,25*
		Giải bất phương trình và kết luận học sinh phải ném vào rổ ít nhất 14 quả bóng.	*0,25*

	2)	***Để trang bị cho một phòng học thông minh…***	***1,0***
		Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là giá niêm yết của máy chiếu và bảng tương tác ($x > 0, y > 0$).	*0,25*
		Theo tổng giá niêm yết, ta có: $x + y = 60.$ (1)	*0,25*
	2)	Số tiền phải trả sau khi giảm giá là 90% giá máy chiếu và 85% giá bảng tương tác, nên: $0{,}9x + 0{,}85y = 52.$ (2) Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $x + y = 60;\quad 0{,}9x + 0{,}85y = 52.$	*0,25*
	2)	$90x + 85y = 5200;\quad 5x = 100.$ $x = 20;\quad y = 60 - 20 = 40.$ Hai giá trị tìm được đều thỏa mãn điều kiện. KL giá niêm yết của máy chiếu là 20 triệu đồng và của bảng tương tác là 40 triệu đồng.	*0,25*
Câu III *1,5 điểm*		***Với số thực x > -3, chứng minh*** $x^3 + x^2 \geq 5x - 3$	***0,5***
	1)	Xét hiệu $x^3 + x^2 - 5x + 3 = (x-1)^2(x+3)$	*0,25*
		Chỉ ra hiệu không âm và kết luận.	*0,25*
	2)	***Sau một trận mưa bão, …***  	***1,0***
		Gọi A là chân cột đèn, B là vị trí gãy và C là điểm đầu cột chạm đất. Khi đó tam giác ABC vuông tại A, AC = 4,5 m và góc ACB = 35°.	*0,25*
		Chiều cao phần cột còn đứng: AB = AC . tan 35° = 4,5 . tan 35° ≈ 3,15 (m).	*0,25*
		Chiều dài phần cột bị gãy: BC = AC : cos 35° = 4,5 : cos 35° ≈ 5,49 (m).	*0,25*
		Chiều cao ban đầu: h = AB + BC ≈ 3,15 + 5,49 = 8,64 (m). Vậy cột đèn cao khoảng 8,6 m trước khi bị gãy.	*0,25*

Câu IV *3,5 điểm*	1)	***Chứng minh 4 điểm H, C, K và B thuộc cùng một đường tròn.***		***1,0***
			Vẽ hình đúng đến ý 1)	*0,25*
			Gọi I là trung điểm HK. Chỉ ra $\widehat{HBK} = 90^\circ$ và $IH = IK = IB$	*0,25*
			Chỉ ra $\widehat{HCK} = 90^\circ$ và $IH = IK = IC$	*0,25*
			Suy ra *C, H, K, B* thuộc một đường tròn	*0,25*
	2)	***Chứng minh*** $BH \cdot BE = BF \cdot BA$ ***và*** $\cot\widehat{DHC} + \cot\widehat{ACB} = \dfrac{BC}{DA}$		***1,5***
			Chỉ ra tam giác *BFH* và *BEA* đồng dạng	*0,25*
			Chỉ ra *BH.BE = BF.BA*	*0,5*
			Chỉ ra $\cot\widehat{ACB} = \dfrac{DC}{AD}$	*0,25*
			Chỉ ra $\widehat{ABD} = \widehat{DHC}$ và	*0,25*
			$\cot\widehat{DHC} + \cot\widehat{ACB} = \dfrac{BC}{DA}$	*0,25*
	3)	***Chứng minh*** $\triangle DBH$ ***đồng dạng với*** $\triangle CKH$ ***và ba điểm T, H, K thẳng hàng.***		***1,0***
			Chỉ ra tam giác *BDA* và *HDC* đồng dạng Chỉ ra tam giác *DBH* và *CKH* đồng dạng	*0,25* *0,25*
			Chỉ ra tam giác *HEL* và *BAK* đồng dạng Chỉ ra tam giác *HTL* và *BMK* đồng dạng Chỉ ra *T, H, K* thẳng hàng	*0,25* *0,25*

Câu V *0,5 điểm*		***Một mảnh sân vườn …***	***0,5***
		  Vẽ phân giác BD. Chỉ ra các đường tròn đường kính BD và CD có bán kính 1m, tương ứng với vị trí cần tìm của tâm 2 chiếc ô.	*0,25*
		Khi AC > 3m chỉ ra tam giác BCD có 3 cạnh đều lớn hơn 2m dẫn đến không chiếc ô nào che được 2 trong 3 đỉnh của tam giác BCD. Kết luận 2 chiếc ô không che hết được cả 3 đỉnh của tam giác BCD dẫn đến đpcm	*0,25*