SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)
Đề thi có 50 câu - gồm 04 trang

Họ và tên: ..... **SBD:** .....

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y=10^{3x-5}$

A. $y'=\dfrac{3.10^{3x-5}}{\ln 10}$. **B.** $y'=3.10^{3x-5}.\ln 10$. **C.** $y'=\dfrac{10^{3x-5}}{\ln 10}$. **D.** $y'=10^{3x-5}.\ln 10$.

Câu 2: Cho khối trụ và khối nón có cùng chiều cao và bán kính đường tròn đáy. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối nón đã cho bằng.

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2=0$ có tâm $I(a;b;c)$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 4: Một khối trụ có thể tích bằng V, diện tích đáy bằng B thì chiều cao h bằng

A. $\dfrac{B}{V}$. **B.** $\dfrac{3V}{B}$. **C.** $V.B$. **D.** $\dfrac{V}{B}$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\ln x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. e^{-1}. **B.** e. **C.** -1. **D.** $-e^{-1}$.

Câu 6: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 7x+\cos 7x$ là

A. $7\cos 7x-7\sin 7x$. **B.** $-7\cos 7x+7\sin 7x$.

C. $\dfrac{1}{7}\cos 7x-\dfrac{1}{7}\sin 7x$. **D.** $-\dfrac{1}{7}\cos 7x+\dfrac{1}{7}\sin 7x$.

Câu 7: Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 8: Cho khối chóp có chiều cao bằng a, đáy của khối chóp là hình chữ nhật có chiều rộng bằng $2a$, chiều dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $18a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log\left(-2x^2+8x+2\right)=1$ có nghiệm là:

A. $x=2$. **B.** $\dfrac{4+3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2+\sqrt{5}$.

Câu 10: Biết $\int\limits_1^4 f(t)\mathrm{d}t=3$ và $\int\limits_1^4 g(u)\mathrm{d}u=5$. Tính $P=\int\limits_1^4\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -7. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 11: Cho $2^x=a$ và $3^x=b$. Hãy biểu diễn $P=12^x+6^x+9^x$ theo a và b.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $P=a^2b+a+2b$. **B.** $P=a^2b+ab+2b$. **C.** $P=a^2b^2+ab+b^2$. **D.** $P=a^2b+ab+b^2$.

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{-2020}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=(-\infty;3)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}$ là

A. $e^x-2\ln\left(e^x+2\right)$. **B.** $e^{2x}-e^x$. **C.** $e^x+2\ln\left(e^x+2\right)$. **D.** $\ln\left(e^x+2\right)$.

Câu 14: Biết $\lim\left(a\sqrt{n^2+bn+1}-2n\right)=1$, với a, b là các số thực cho trước. Khi đó, tổng a^2+b^2 bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 12.

Câu 15: Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{6-x^2}$

A. 0. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $-6\sqrt{2}$. **D.** -6.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, thoả $\int\limits_1^2(x-1)f'(x)dx=5$, $f(2)=-3$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$ và $ACB=30^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):ax+by+cz+7=0$ qua điểm $A(2;0;1)$, vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x-y+z+1=0$ và tạo với mặt phẳng $(R):x-y+2z-1=0$ một góc 60^o. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** 0. **C.** -14. **D.** 12.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA=4a$. Biết đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=3a$, $AD=a$. Gọi M trung điểm cạnh AB và (α) là mặt phẳng qua M vuông góc với AB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là đa giác có diện tích bằng:

A. $\dfrac{5a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{7a^2}{2}$. **C.** $7a^2$. **D.** $5a^2$.

Câu 20: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x-y+1=0$

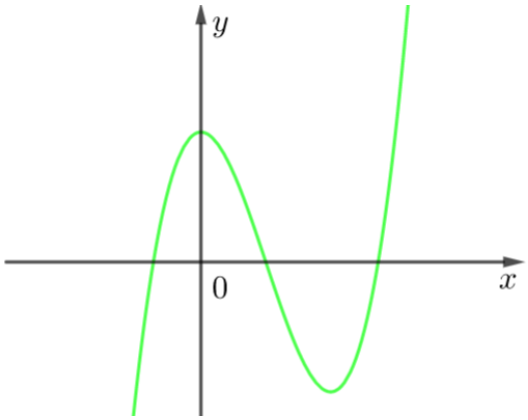
A. $y=24x+41$. **B.** $y=24x-166$.
C. $y=24x+166$. **D.** $y=24x-41$.

Câu 21: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+7)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 22: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) gồm 100 số hạng. Biết $\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+...+\frac{1}{u_{100}}=1$ và $u_{15}+u_{86}=12$. Giá trị của tổng $\frac{1}{u_1u_{100}}+\frac{1}{u_2u_{99}}+...+\frac{1}{u_{100}u_1}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 24: Giá trị của biểu thức $\left(1+\frac{1}{1}\right)^1\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\left(1+\frac{1}{3}\right)^3...\left(1+\frac{1}{2019}\right)^{2019}(2019!)$ bằng

A. 2018^{2019}. **B.** 2019^{2020}. **C.** 2019^{2018}. **D.** 2020^{2019}.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $2\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. **B.** $\sqrt{3}\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. **C.** $\frac{\left(x^2+1\right)^{1+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 26: Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác đó có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, $D(0;m;0)$. Tổng tất các các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 28: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=a$, cạnh bên hợp với đáy góc 45^0. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{4}$. **D.** $2\pi a^2$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

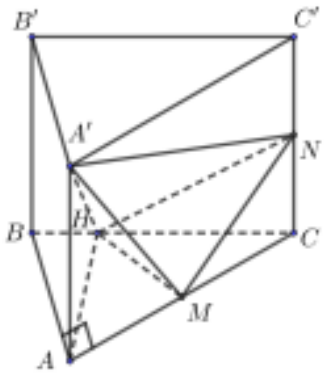
Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=4a,\ AD=3a$, các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $10\sqrt{3}a^3$. **C.** $9\sqrt{3}a^3$. **D.** $10a^3$.

Câu 30: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$ và mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CC' và H là hình chiếu của A lên BC (Tham khảo hình vẽ bên).



Thể tích khối chóp $A'.HMN$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{32}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{16}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{32}$.

Câu 32: Giả sử phương trình $25^x+15^x=6.9^x$ có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng $\dfrac{a}{\log_b c-\log_b d}$, với a là số nguyên dương và b,c,d là các số nguyên tố. Tính $S=a^2+b+c+d$.

A. $S=11$. **B.** $S=14$. **C.** $S=12$. **D.** $S=19$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC) lần lượt tạo với đáy các góc $60°$ và $30°$. Biết chân hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trên đoạn BC. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.. **C.** $\dfrac{a^3}{32}$.. **D.** $\dfrac{a^3}{16}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[1;e]$. Biết $f(1)=1$ và $x.f(x).f'(x)=x^2+f^2(x)$ với mọi $x\in[1;e]$. Khi đó, $\int\limits_1^e \dfrac{f(x)}{x^2}dx$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp với các đỉnh $A(1;0;2), B(3;1;4), C(3;-2;1)$ và $S(a;b;c)$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng $\frac{3\sqrt{11}}{2}$. Khi đó giá trị $2a+b+2c$ bằng

A. 0. **B.** -6. **C.** 3. **D.** 6

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm chẵn xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho $f(0)\neq 0$ và phương trình $9^x-9^{-x}=f(x)$ có đúng năm nghiệm phân biệt. Khi đó, số nghiệm của phương trình $9^x+9^{-x}=f^2\left(\frac{x}{2}\right)+2$ là

A. 20. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 15.

Câu 37: Biết $I=\int_0^4 x.\ln(2x+1)^{2020}\,dx=a\ln 3-b$, trong đó a,b là các số nguyên dương. Tính S= a+b

A. $S=37875$. **B.** $S=25755$. **C.** $S=15655$. **D.** $S=23715$.

Câu 38: Biết khoảng (a;b) là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để phương trình $3\log_{27}(2x^2-x+2m-4m^2)+\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\sqrt{x^2+mx-2m^2}=0(1)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2>1$. Tính K=5a+2b.

A. $K=\frac{1}{2}$. **B.** $K=\frac{5}{2}$. **C.** $K=3$. **D.** $K=2$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a, AA'=2a$ và $A'C=3a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$ và I là giao điểm của AM và $A'C$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (ABC') bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2 là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)\setminus\{0\}$. **C.** $(-\infty;0)\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 41: Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+4m-1\,x+2m^2-3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm của AC?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(1;0;1)$, $B(4;0;5)$, $C(1;-12;1)$, $D(5;0;-2)$. Tứ diện $ABCD$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Nếu ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$ thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{43}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{43}}{8}$. **C.** $\frac{a\sqrt{43}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{43}}{6}$

Câu 44: Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của 1 cạnh góc vuông và cạnh huyền luôn bằng hằng số dương s?

A. $\frac{2s^2}{9}$. **B.** $\frac{s^2}{9}$. **C.** $\frac{s^2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{s^2\sqrt{3}}{18}$.

Câu 45: Biết có hai giá trị của tham số m là m_1, m_2 để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A,B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$. Tính $k=m_1^2+m_2^2$.

A. $k=13$. **B.** $k=4$. **C.** $k=9$. **D.** $k=3$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)\left[f^2(x)+3f(x)+7\right]=8x^3+8x-5, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính.

A. 2. **B.** $\frac{25}{32}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 47: Biết bất phương trình $\log_{\sqrt[4]{2}}(x+3)+x^2+12x<\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}+4\log_2\frac{3x+1}{x}$ có tập nghiệm là $S=(a;b)\cup(c;d)$ với a,b,c,d là các số thực. Tính $S=a+b+c+d$.

A. $S=-6$. **B.** $S=3-2\sqrt{2}$. **C.** $S=-3-2\sqrt{2}$. **D.** $S=-3$.

Câu 48: Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2+e^x-mx-2+\ln\left(x+\sqrt{e^2+x^2}\right)\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Khi đó T là tập hợp con của tập hợp:

A. $F=(-6;-3)$. **B.** $P=(-3;0)$. **C.** $E=(3;6)$. **D.** $K=(0;3)$.

Câu 49: Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên $\overline{abcdef}$ có 6 chữ số đôi một khác nhau mà mỗi số đều thỏa mãn d + e + f – a – b – c = 1?

A. 60. **B.** 84. **C.** 96. **D.** 108.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^3(x^4-1)\leq m^2(x^3-x^2-x+1)+6m(x^2-2x-3)$ đúng $\forall x\in R$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** - 1. **D.** - 3.

---------- HẾT ----------

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.D	5.D	6.D	7.B	8.C	9.A	10.B
11.D	12.B	13.A	14.B	15.C	16.C	17.A	18.C	19.B	20.D
21.D	22.B	23.A	24.D	25.A	26.C	27.B	28.B	29.B	30.A
31.D	32.A	33.B	34.B	35.D	36.B	37.A	38.C	39.A	40.B
41.D	42.A	43.A	44.D	45.B	46.D	47.D	48.D	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y=10^{3x-5}$

A. $y'=\dfrac{3.10^{3x-5}}{\ln 10}$. **B.** $y'=3.10^{3x-5}.\ln 10$. **C.** $y'=\dfrac{10^{3x-5}}{\ln 10}$. **D.** $y'=10^{3x-5}.\ln 10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=10^{3x-5}$.

Suy ra $y'=(3x-5)'.10^{3x-5}.\ln 10=3.10^{3x-5}.\ln 10$.

Câu 2: Cho khối trụ và khối nón có cùng chiều cao và bán kính đường tròn đáy. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối nón đã cho bằng.

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi R,h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao, V_1, V_2 là lượt là thể tích của khối trụ và khối nón.

Ta có:

$\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi R^2h}{\dfrac{1}{3}\pi R^2h}=3$. Suy ra tỉ số thể tích của khối trụ và khối nón bằng 3.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2=0$ có tâm $I(a;b;c)$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

+) Mặt cầu có tâm $I(1;1;0)\Rightarrow a+2b+3c=1+2.1=3$.

Câu 4: Một khối trụ có thể tích bằng V, diện tích đáy bằng B thì chiều cao h bằng

A. $\dfrac{B}{V}$. **B.** $\dfrac{3V}{B}$. **C.** $V.B$. **D.** $\dfrac{V}{B}$.

Lời giải

Chọn D

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

+) Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ $V = B.h \Rightarrow h = \dfrac{V}{B}$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\ln x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

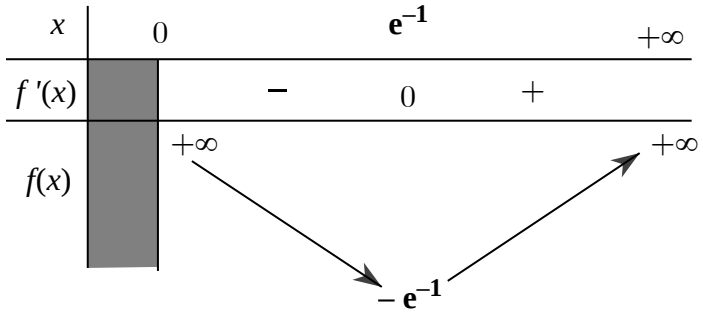
A. e^{-1}. **B.** e. **C.** -1. **D.** $-e^{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = \ln x + x.\dfrac{1}{x} = \ln x + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1} = \dfrac{1}{e} \in (0;+\infty)$.

Bảng biến thiên



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\ln x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng $-e^{-1}$.

Câu 6: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 7x + \cos 7x$ là

A. $7\cos 7x - 7\sin 7x$. **B.** $-7\cos 7x + 7\sin 7x$.

C. $\dfrac{1}{7}\cos 7x - \dfrac{1}{7}\sin 7x$. **D.** $-\dfrac{1}{7}\cos 7x + \dfrac{1}{7}\sin 7x$.

Lời giải

Chọn D

Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 7x + \cos 7x$ là: $-\dfrac{1}{7}\cos 7x + \dfrac{1}{7}\sin 7x$.

.

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 8: Cho khối chóp có chiều cao bằng a, đáy của khối chóp là hình chữ nhật có chiều rộng bằng $2a$, chiều dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $18a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}.3a.2a.a=2a^3$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log\left(-2x^2+8x+2\right)=1$ có nghiệm là:

A. $x=2$. **B.** $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2+\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $-2x^2+8x+2>0\Leftrightarrow 2-\sqrt{5}<x<2+\sqrt{5}$.

Khi đó $\log\left(-2x^2+8x+2\right)=1\Leftrightarrow -2x^2+8x+2=10$

$\Leftrightarrow -2x^2+8x-8=0\Leftrightarrow x=2$. (thỏa mãn điều kiện).

Câu 10: Biết $\int_1^4 f(t)\mathrm{d}t=3$ và $\int_1^4 g(u)\mathrm{d}u=5$. Tính $P=\int_1^4\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -7. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^4 f(t)dt=3\Rightarrow\int_1^4 f(x)dx=3$.

$\int_1^4 g(u)du=5\Rightarrow\int_1^4 g(x)dx=5$.

Do đó $P=\int_1^4\left[f(x)-2g(x)\right]dx=\int_1^4 f(x)dx-2\int_1^4 g(x)dx=3-2.5=-7$.

Vậy $P=-7$.

Câu 11: Cho $2^x=a$ và $3^x=b$. Hãy biểu diễn $P=12^x+6^x+9^x$ theo a và b.

A. $P=a^2b+a+2b$. **B.** $P=a^2b+ab+2b$. **C.** $P=a^2b^2+ab+b^2$. **D.** $P=a^2b+ab+b^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P=12^x+6^x+9^x=\left(2^x\right)^2.3^x+2^x.3^x+\left(3^x\right)^2=a^2b+ab+b^2$.

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{-2020}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=(-\infty;3)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=(x^3-27)^{-2020}$ có số mũ nguyên âm nên xác định khi $x^3-27\neq 0\Leftrightarrow x\neq 3$.

Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 13: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}$ là

A. $e^x-2\ln(e^x+2)$. **B.** $e^{2x}-e^x$. **C.** $e^x+2\ln(e^x+2)$. **D.** $\ln(e^x+2)$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=e^x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x$.

Ta có $\int\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}\mathrm{d}x=\int\dfrac{(t-2)}{t}\mathrm{d}t=\int\left(1-\dfrac{2}{t}\right)\mathrm{d}t$

$=t-2\ln|t|+C=e^x+2-2\ln(e^x+2)+C=e^x-2\ln(e^x+2)+2+C$.

Chọn $C=-2$, suy ra một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}$ là $e^x-2\ln(e^x+2)$.

Câu 14: Biết $\lim\left(a\sqrt{n^2+bn+1}-2n\right)=1$, với a, b là các số thực cho trước. Khi đó, tổng a^2+b^2 bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

$I=\lim\left(a\sqrt{n^2+bn+1}-2n\right)=1$ là số hữu hạn nên $a=2$.

Mặt khác:

$$I=\lim\left(2\sqrt{n^2+bn+1}-2n\right)=\lim\frac{4\left(n^2+bn+1\right)-4n^2}{2\sqrt{n^2+bn+1}+2n}=\lim\frac{4bn+4}{2\sqrt{n^2+bn+1}+2n}$$

$$=\lim\frac{4b+\dfrac{4}{n}}{2\sqrt{1+\dfrac{b}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+2}.$$

$I=1$ suy ra $\dfrac{4b}{2+2}=1\Leftrightarrow b=1$.

Vậy $a^2+b^2=5$.

Câu 15: Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{6-x^2}$

A. 0. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $-6\sqrt{2}$. **D.** -6.

Lời giải

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Chọn C

Điều kiện $6-x^2\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{6}\le x\le \sqrt{6}.$

Xét $y=x+\sqrt{6-x^2}\Rightarrow y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{6-x^2}}=0\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{6-x^2}=x\\ 0\le x<\sqrt{6}\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{3}.$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{6}$		$\sqrt{3}$		$\sqrt{6}$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\sqrt{6}$	↗	$2\sqrt{3}$	↘	$\sqrt{6}$

Ta có giá trị lớn nhất của hàm số là $y=2\sqrt{3}$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=-\sqrt{6}$.

Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-6\sqrt{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, thoả $\int_1^2 (x-1)f'(x)dx=5, f(2)=-3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -8. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta xét: $\int_1^2 (x-1)f'(x)dx=5$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\\ dv=f'(x)dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=f(x)\end{cases}$

Khi đó $\int_1^2 (x-1)f'(x)dx=5=(x-1)f(x)\Big|_1^2-\int_1^2 f(x)dx\Rightarrow\int_1^2 f(x)dx=-3-5=-8.$

.

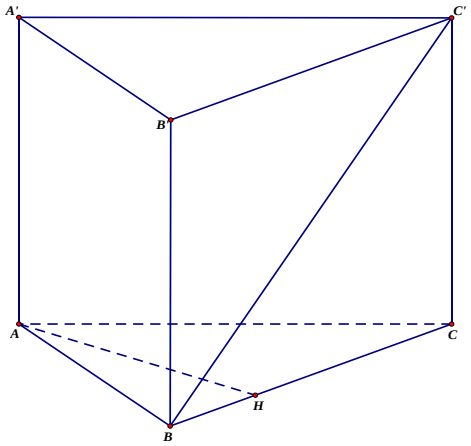
Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$ và $ACB=30^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC



Ta có $BC' \subset (BCC'B')$ và $AA' // (BCC'B')$

Suy ra $d(AA', BC') = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B'))$.

Ta kẻ $AH \perp BC$ tại H.

Ta có $AH \perp BC$ và $AH \perp BB'$ nên $AH \perp (BCC'B')$

Vậy $d(AA', BC') = AH$.

Xét tam giác vuông ABH có $AH = AB \sin 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 7 = 0$ qua điểm $A(2;0;1)$, vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x - y + z + 1 = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - y + 2z - 1 = 0$ một góc 60^o. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 10. **B.** 0. **C.** –14. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Do mặt phẳng (P) qua điểm $A(2;0;1)$ nên ta có: $2a + c = -7 \Leftrightarrow c = -2a - 7$ (1).

Mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\overrightarrow{n_1} = (a;b;c)$, $\overrightarrow{n_2} = (3;-1;1)$, $\overrightarrow{n_3} = (1;-1;2)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) nên ta có:

$\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow 3a - b + c = 0 \Leftrightarrow b = 3a + c \Leftrightarrow b = a - 7$ (2).

Do mặt phẳng (P) tạo với mặt phẳng (R) một góc 60^o nên ta có:

$$\cos 60^o = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_3}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_3}\right|} \Leftrightarrow \frac{|a - b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2|a - b + 2c| = \sqrt{6}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (3).$$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Thay (1), (2) vào (3) ta có:

$2|a-b+2c|=\sqrt{6}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\Leftrightarrow 2|a-a+7-4a-14|=\sqrt{6}\sqrt{a^2+(a-7)^2+(-2a-7)^2}$

$\Leftrightarrow 2|-4a-7|=\sqrt{6}\sqrt{6a^2+14a+98}$

$\Leftrightarrow 28a^2+140a-392=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-7\end{array}\right.$.

Với $a=2\Rightarrow b=-5,c=-11\Rightarrow a+b+c=-14$.

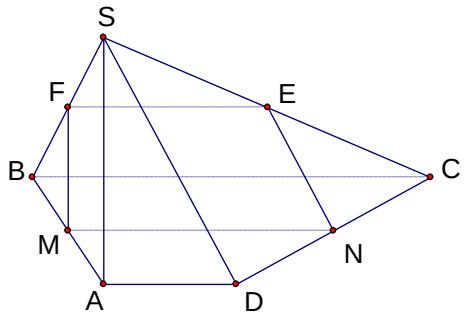
Với $a=-7\Rightarrow b=-14,c=7\Rightarrow a+b+c=-14$.

Vậy $a+b+c=-14$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA=4a$. Biết đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=3a$, $AD=a$. Gọi M trung điểm cạnh AB và (α) là mặt phẳng qua M vuông góc với AB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là đa giác có diện tích bằng:

A. $\frac{5a^2}{2}$. **B.** $\frac{7a^2}{2}$. **C.** $7a^2$. **D.** $5a^2$.

Lời giải



Chọn B

Gọi N,F lần lượt là trung điểm CD và $SB\Rightarrow\begin{cases}MN\perp AB\\MF\perp AB\end{cases}\Rightarrow(MNF)\perp AB$

$\Rightarrow(MNF)$ là mặt phẳng (α)

Từ F kẻ $FE\parallel MN$ cắt SC tại $E\Rightarrow$ thiết diện là hình thang $MNEF$ vuông tại M và F

Ta có: $MF=\frac{SA}{2}=2a$, $MN=\frac{AD+BC}{2}=2a$, $EF=\frac{BC}{2}=\frac{3a}{2}$

Từ đây ta suy ra $S_{MNEF}=\frac{1}{2}MF.(MN+EF)=\frac{7a^2}{2}$.

Câu 20: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x-y+1=0$

A. $y=24x+41$. **B.** $y=24x-166$.

C. $y=24x+166$. **D.** $y=24x-41$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Lời giải

Chọn D

Hệ số góc của tiếp tuyến tại tiếp điểm có hoành độ x_0 là $y'(x_0)=4x_0^3-4x_0$

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=24x+1$ nên có hệ số góc bằng nhau

$\Rightarrow y'=24\Leftrightarrow 4x_0^3-4x_0=24\Leftrightarrow x_0=2\Rightarrow y_0=7\Rightarrow$ tiếp điểm $M(2;7)$

Phương trình tiếp tuyến là: $y=24(x-2)+7=24x-41$.

Câu 21: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+7)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Khi đó: $f'(x)=mx^2-4mx+3m+7$.

TH1: $m=0\Rightarrow f'(x)=7>0,\forall x$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

TH2: $m\neq 0$

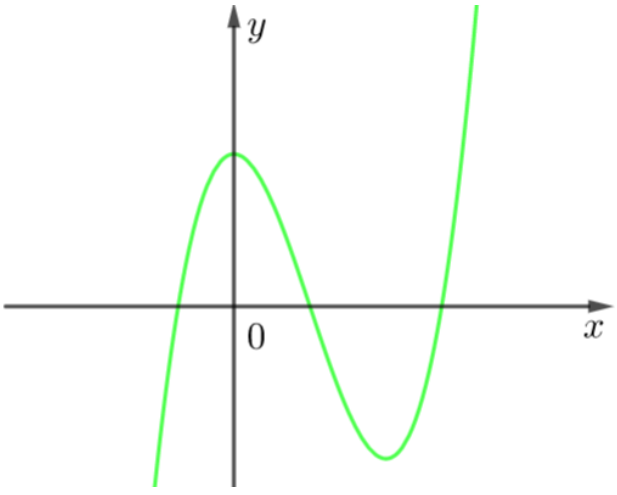
Để hàm số hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

$f'(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow mx^2-4mx+3m+7\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \Delta'\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 4m^2-m(3m+7)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\leq 7$.

Vậy $0\leq m\leq 7$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0,1,2,...,7\}\Rightarrow$ có 8 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 22: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



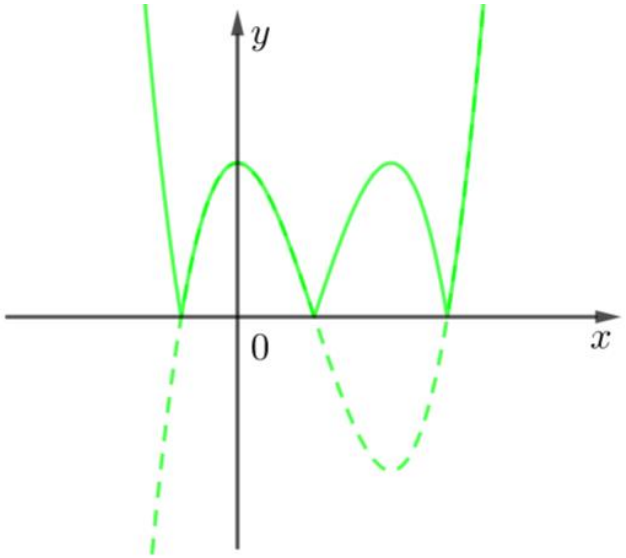
A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Dựa vào đồ thị, Hàm số $y=|f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) gồm 100 số hạng. Biết $\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+...+\frac{1}{u_{100}}=1$ và $u_{15}+u_{86}=12$. Giá trị của tổng $\frac{1}{u_1u_{100}}+\frac{1}{u_2u_{99}}+...+\frac{1}{u_{100}u_1}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{15}+u_{86}=12\Leftrightarrow u_1+14d+u_1+85d=12\Leftrightarrow u_i+u_{100-i}=12\quad \forall i=\overline{1,99}$.

Và $\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+...+\frac{1}{u_{100}}=1\Leftrightarrow\left(\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_{100}}\right)+\left(\frac{1}{u_2}+\frac{1}{u_{99}}\right)+...+\left(\frac{1}{u_{100}}+\frac{1}{u_1}\right)=2$

$\Leftrightarrow\frac{u_1+u_{100}}{u_1u_{100}}+\frac{u_2+u_{99}}{u_2u_{99}}+...+\frac{u_{100}+u_1}{u_{100}u_1}=2\Leftrightarrow\frac{1}{u_1u_{100}}+\frac{1}{u_2u_{99}}+...+\frac{1}{u_{100}u_1}=\frac{1}{6}..$

Câu 24: Giá trị của biểu thức $\left(1+\frac{1}{1}\right)^1\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\left(1+\frac{1}{3}\right)^3...\left(1+\frac{1}{2019}\right)^{2019}(2019!)$ bằng

A. 2018^{2019}. **B.** 2019^{2020}. **C.** 2019^{2018}. **D.** 2020^{2019}.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$S=\left(1+\frac{1}{1}\right)^1\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\left(1+\frac{1}{3}\right)^3...\left(1+\frac{1}{2019}\right)^{2019}(2019!)=\left(\frac{2}{1}\right)^1\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3...\left(\frac{2020}{2019}\right)^{2019}(2019!)$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

$$S=\left(\frac{2}{1}\right)^{1}\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\left(\frac{4}{3}\right)^{3}...\left(\frac{2020}{2019}\right)^{2019}(2019!)=\frac{2020^{2019}}{1.2.3....2019}.(2019!)=2020^{2019}..$$

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $2\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. **B.** $\sqrt{3}\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. **C.** $\frac{\left(x^2+1\right)^{1+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

Lời giải

Chọn A

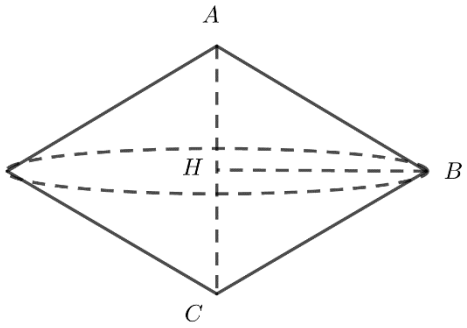
Ta có: $y'=\left[\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}}\right]'=\sqrt{3}\left(x^2+1\right)'\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}=2\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 26: Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác đó có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử tam giác ABC đều cạnh a có H là trung điểm AC.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được khối tròn xoay có thể tích bằng 2 lần thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác AHB quanh trục AH, do đó thể tích cần tìm bằng

$$2\cdot\frac{1}{3}\cdot\pi BH^2.AH=\frac{2\pi}{3}\cdot\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2\cdot\frac{a}{2}=\frac{\pi a^3}{4}.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, $D(0;m;0)$. Tổng tất các các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-2;4)$, $\overrightarrow{AD}=(-2;m-1;1)\Rightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(0;-4;-2)$

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|=5\Leftrightarrow\left|-4m+2\right|=30\Leftrightarrow m=-7,\ m=8$.

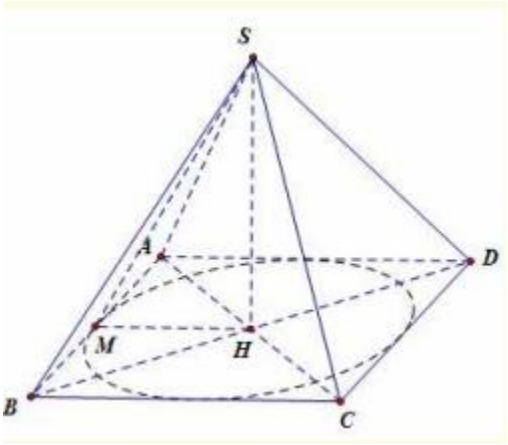
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 28: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=a$, cạnh bên hợp với đáy góc 45^0. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{4}$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $r=\frac{a}{2}$, $HD=SH=h=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow l=\sqrt{r^2+h^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

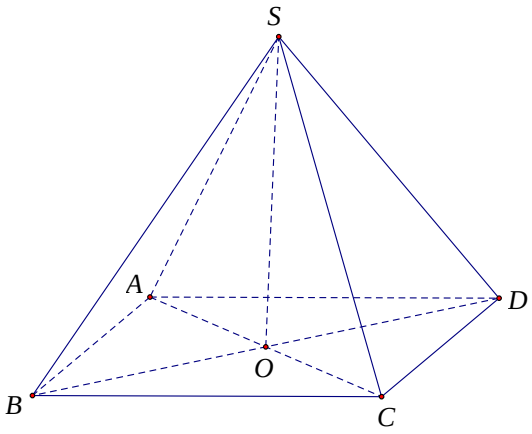
$S=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=4a$, $AD=3a$, các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $10\sqrt{3}a^3$. **C.** $9\sqrt{3}a^3$. **D.** $10a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $OA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=\frac{5}{2}a$; $S_{ABCD}=AB.AD=4a.3a=12a^2$.

$SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{(5a)^2-\left(\frac{5a}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{3}a}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{5\sqrt{3}a}{2}.12a^2=10\sqrt{3}a^3$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 30: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất khi phương trình $x^3+mx+2=0$ có 1 nghiệm duy nhất.

Ta có: $x^3+mx+2=0\Leftrightarrow mx=-x^3-2(*)$

□ Với $x=0$ thì $0=-2$ nên $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình.

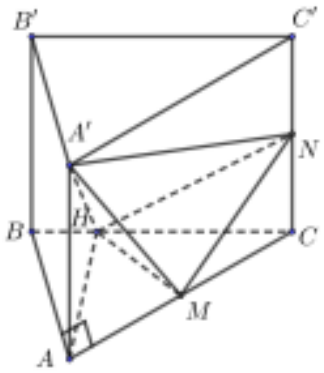
□ Với $x\neq 0$ thì $mx=-x^3-2\Leftrightarrow m=\dfrac{-x^3-2}{x}=-x^2-\dfrac{2}{x}$

Đặt $h(x)=-x^2-\dfrac{2}{x}\Rightarrow h'(x)=-2x+\dfrac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow\dfrac{-2x^3+2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy phương trình chỉ có 1 nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m>-3$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$ và mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CC' và H là hình chiếu của A lên BC (Tham khảo hình vẽ bên).



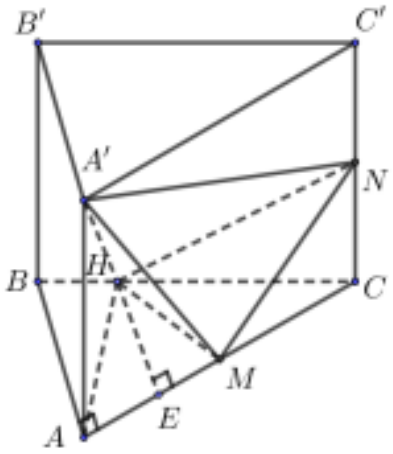
Thể tích khối chóp $A'.HMN$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{32}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{16}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{32}$.

Lời giải

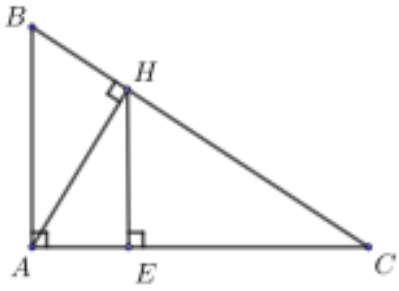
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Chọn D



Ta có $(ABC)\perp(ACC'A')$ và $(ABC)\cap(ACC'A')=AC$, gọi E là hình chiếu của H lên AC thì $HE\perp(ACC'A')$. Vậy $V_{A'.HMN}=V_{H.A'MN}=\frac{1}{3}HE.S_{\Delta A'MN}$.

Xét tam giác vuông ABC với đường cao AH



Có $\frac{CH}{CB}=\frac{HE}{BA}=\frac{CA^2}{CB^2}=\frac{3}{4}\Rightarrow HE=\frac{3}{4}BA=\frac{3a}{4}$.

Diện tích tam giác $A'MN$ là: $S_{\Delta A'MN}=S_{ACC'A'}-\left(S_{\Delta A'AM}+S_{\Delta MCN}+S_{\Delta A'C'N}\right)$

Cạnh hình vuông $ACC'A'$ bằng $a\sqrt{3}$, vậy

$$S_{\Delta A'MN}=S_{ACC'A'}-\frac{1}{2}\left(AA'.AM+CM.CN+A'C'.CN\right)$$

$$S_{\Delta A'MN}=3a^2-\frac{1}{2}\left(2.a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}+\frac{3a^2}{4}\right)=3a^2-\frac{15a^2}{8}=\frac{9a^2}{8}.$$

Vậy thể tích khối chóp $A'.HMN$ bằng $V_{A'.HMN}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.\frac{9a^2}{8}=\frac{9a^3}{32}$.

Câu 32: Giả sử phương trình $25^x+15^x=6.9^x$ có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng $\frac{a}{\log_b c-\log_b d}$, với a là số nguyên dương và b,c,d là các số nguyên tố. Tính $S=a^2+b+c+d$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $S=11.$ **B.** $S=14.$ **C.** $S=12.$ **D.** $S=19.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\frac{25}{9}\right)^x+\left(\frac{5}{3}\right)^x=6\Leftrightarrow\left(\frac{5}{3}\right)^x=2\Leftrightarrow x=\frac{1}{\log_2 5-\log_2 3}$

Khi đó $a=1;b=2;c=5;d=3\Rightarrow a^2+b+c+d=11.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC) lần lượt tạo với đáy các góc $60°$ và $30°$. Biết chân hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trên đoạn BC. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

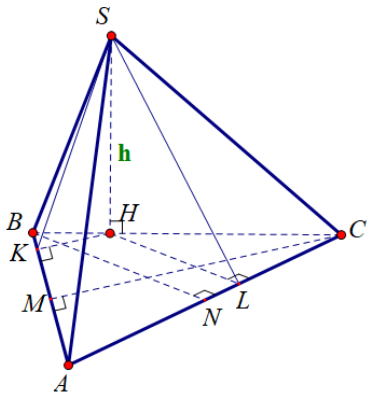
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.. **C.** $\frac{a^3}{32}$.. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC). Vì H nằm trên đoạn BC nên đặt $BH=xBC$ với $0<x<1$. Khi đó $CH=(1-x)BC$.

Gọi K, L lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, AC; M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.



Ta có: $HK//$ CM nên $\frac{HK}{CM}=\frac{BH}{BC}=x\Rightarrow HK=xCM=x\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Tương tự $HL//BN$ suy ra $HL=(1-x)BN=\frac{(1-x)a\sqrt{3}}{2}.$

Lại có, góc giữa (SAB) và (ABC) là $SKH=60°$, suy ra $SH=HK\tan 60°=\frac{ax\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3ax}{2}$;

góc giữa (SAC) và (ABC) chính là $SLH=30°$, suy ra

$SH=HL\tan 30°=\frac{(1-x)a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{(1-x)a}{2}.$ Do đó $\frac{3ax}{2}=\frac{a(1-x)}{2}\Leftrightarrow 3x=1-x\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}.$

Suy ra $SH=\frac{3ax}{2}=\frac{3a}{8}$. Vậy thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{8}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}..$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[1;e]$. Biết $f(1)=1$ và $x.f(x).f'(x)=x^2+f^2(x)$ với mọi $x\in[1;e]$. Khi đó, $\int_1^e \frac{f(x)}{x^2}dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Với $x\in[1;e]$:

$$x.f(x).f'(x)=x^2+f^2(x)\Leftrightarrow 2x^2.f(x).f'(x)-2x.f^2(x)=2x^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2.\left(f^2(x)\right)'-\left(x^2\right)'f^2(x)}{x^4}=\frac{2}{x}\Leftrightarrow\left(\frac{f^2(x)}{x^2}\right)'=\frac{2}{x}$$

$$\Leftrightarrow\int\left(\frac{f^2(x)}{x^2}\right)'dx=\int\frac{2}{x}dx\Leftrightarrow\frac{f^2(x)}{x^2}=2\ln|x|+C.$$

Thay $x=1$ và chú ý $f(1)=1$ ta được $\frac{f^2(1)}{1^2}=2\ln|1|+C\Leftrightarrow C=1.$

Do đó, trên $[1;e]$: $\frac{f^2(x)}{x^2}=2\ln|x|+1\Leftrightarrow f^2(x)=x^2(2\ln x+1)\Leftrightarrow f(x)=x\sqrt{2\ln x+1}.$

Và $I=\int_1^e\frac{f(x)}{x^2}dx=\int_1^e\frac{\sqrt{2\ln x+1}}{x}dx=\int_1^e\sqrt{2\ln x+1}d(\ln x)=\int_0^1\sqrt{2t+1}dt$

Đặt $u=\sqrt{2t+1}\Rightarrow u^2=2t+1\Rightarrow 2udu=2dt$ nên $I=\int_1^{\sqrt{3}}u^2du=\frac{3\sqrt{3}-1}{3}.$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp với các đỉnh $A(1;0;2),B(3;1;4),C(3;-2;1)$ và $S(a;b;c)$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng $\frac{3\sqrt{11}}{2}$. Khi đó giá trị $2a+b+2c$ bằng

A. 0. **B.** -6. **C.** 3. **D.** 6

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{cases}A(1;0;2)\\B(3;1;4)\\C(3;-2;1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}(2;1;2)\\\overrightarrow{BC}(0;-3;-3)\\\overrightarrow{CA}(2;-2;-1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AB=3\\BC=3\sqrt{2}\\CA=3\end{cases}$$

Suy ra, tam giác ABC vuông cân tại A

NHÓM TOÁN VD – VDC NHÓM TOÁN VD – VDC

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC là: $R_{ABC}=\dfrac{AB.BC.CA}{4.S_{ABC}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \left(R_{ABC}\right)^2+\dfrac{SA^2}{4}=\left(\dfrac{3\sqrt{11}}{2}\right)^2 \Rightarrow SA=9$

Có $SA\perp(ABC)$: $\vec{u}_{\Delta}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(3;6;-6)=3(1;2;-2)$

$\Rightarrow$ (Δ) qua A, đồng thời $S\in(\Delta)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow(\Delta):\begin{cases}x=1+t\\ y=0+2t\Rightarrow SA^2=t^2+4t^2+4t^2=9\Rightarrow t=1\\ z=2-2t\end{cases}.$$

$\Rightarrow S(2;2;0)\Rightarrow 2a+b+2c=6$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm chẵn xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho $f(0)\neq 0$ và phương trình $9^x-9^{-x}=f(x)$ có đúng năm nghiệm phân biệt. Khi đó, số nghiệm của phương trình $9^x+9^{-x}=f^2\left(\dfrac{x}{2}\right)+2$ là

A. 20. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Phương trình: $9^x+9^{-x}=f^2\left(\dfrac{x}{2}\right)+2\Leftrightarrow 9^x-2.9^{\frac{x}{2}}.9^{-\frac{x}{2}}+9^{-x}=f^2\left(\dfrac{x}{2}\right)\Leftrightarrow\left(9^{\frac{x}{2}}-9^{-\frac{x}{2}}\right)^2=f^2\left(\dfrac{x}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}9^{\frac{x}{2}}-9^{-\frac{x}{2}}=f\left(\dfrac{x}{2}\right) & (1)\\ 9^{\frac{x}{2}}-9^{-\frac{x}{2}}=-f\left(\dfrac{x}{2}\right) & (2)\end{array}\right.$$

Do $f(0)\neq 0$ nên phương trình $9^x-9^{-x}=f(x)$ có năm nghiệm phân biệt đều khác 0.

Xét phương trình: $9^{\frac{x}{2}}-9^{-\frac{x}{2}}=f\left(\dfrac{x}{2}\right)$ (1).

Nếu đặt $t=\dfrac{x}{2}$ thì mỗi giá trị của t sẽ cho ta một giá trị của biến x. Khi đó phương trình trở thành: $9^t-9^{-t}=f(t)$ sẽ cho ta năm nghiệm t phân biệt nên phương trình (1) sẽ cho ta năm nghiệm $x=2t$ phân biệt.

Xét phương trình (2) ta có:

$9^{\frac{x}{2}}-9^{-\frac{x}{2}}=-f\left(\dfrac{x}{2}\right)\Leftrightarrow -9^{\frac{x}{2}}+9^{-\frac{x}{2}}=f\left(\dfrac{x}{2}\right)\Leftrightarrow 9^{-\frac{x}{2}}-9^{-\left(-\frac{x}{2}\right)}=f\left(-\dfrac{x}{2}\right)$ (Do $y=f(x)$ là hàm chẵn).

Nếu đặt $t=-\frac{x}{2}$ thì mỗi giá trị của t sẽ cho ta một giá trị của biến x. Khi đó phương trình trở thành: $9^t-9^{-t}=f(t)$ sẽ cho ta năm nghiệm t phân biệt nên phương trình (1) sẽ cho ta năm nghiệm $x=-2t$ phân biệt.

Do phương trình $9^t-9^{-t}=f(t)$ có nghiệm $t\neq 0$ nên $2t\neq -2t$. Vậy nên hai phương trình (1) và (2) mỗi phương trình đều cho ta năm nghiệm phân biệt không trùng nhau. Suy ra phương trình $9^x+9^{-x}=f^2\left(\frac{x}{2}\right)+2$ cho ta tất cả mười nghiệm thực phân biệt.

Câu 37: Biết $I=\int_0^4 x.\ln(2x+1)^{2020}\,dx=a\ln 3-b$, trong đó a,b là các số nguyên dương. Tính S= a+b

A. $S=37875.$ **B.** $S=25755.$ **C.** $S=15655.$ **D.** $S=23715.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int_0^4 x.\ln(2x+1)^{2020}\,dx=2020\int_0^4 x.\ln(2x+1)\,dx=2020.I_1$

$$I_1=\frac{1}{2}\int_0^4 \ln(2x+1)\,d(x^2)=\frac{1}{2}[\ln(2x+1).x^2\Big|_0^4-\int_0^4 x^2 d(\ln(2x+1))]$$

$$=\frac{1}{2}\left[16.\ln 9-2\int_0^4\frac{x^2}{2x+1}dx\right]=8\ln 9-\left[\int_0^4\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)dx+\frac{1}{4}\int_0^4\frac{1}{2x+1}dx\right]$$

$$=16\ln 3-\left[3+\frac{1}{8}\int_0^4\frac{d(2x+1)}{2x+1}\right]=16\ln 3-\left[3+\frac{1}{8}\ln|2x+1|\Big|_0^4\right]=\frac{63}{4}.\ln 3-3$$

Vậy $I=2020.\left[\frac{63}{4}.\ln 3-3\right]=31815.\ln 3-6060$

Từ đây ta suy ra a+b=31815+6060=37875.

Câu 38: Biết khoảng (a;b) là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để phương trình $3\log_{27}(2x^2-x+2m-4m^2)+\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\sqrt{x^2+mx-2m^2}=0\,(1)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2>1$. Tính K=5a+2b.

A. $K=\frac{1}{2}.$ **B.** $K=\frac{5}{2}.$ **C.** $K=3.$ **D.** $K=2.$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$(1)\Leftrightarrow\log_3(2x^2-x+2m-4m^2)=\log_3(x^2+mx-2m^2)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-(1+m)x+2m-2m^2=0 & (2)\\ x^2+mx-2m^2>0 & (3)\end{cases}$$

(2) có hai nghiệm là $x_1=2m;x_2=1-m$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Từ điều kiện $x_1^2+x_2^2>1\Leftrightarrow 5m^2-2m>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{2}{5} \end{array}\right. \quad (*)$

$x_1;x_2$ thỏa (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2+2m^2-2m^2>0 \\ (1-m)^2+m(1-m)-2m^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ -1<m<\dfrac{1}{2} \end{cases} \quad (**)$

Từ (*) và (**) suy ra $-1<m<0$ hoặc $\dfrac{2}{5}<m<\dfrac{1}{2}$.

Vì khoảng (a;b) là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m nên $(a;b)=\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{1}{2}\right)$

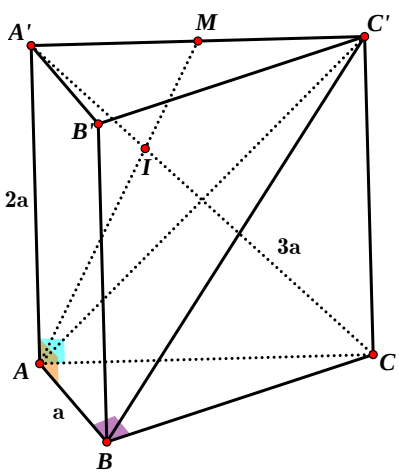
Suy ra $a=\dfrac{2}{5};b=\dfrac{1}{2}$. Vậy $K=5.\dfrac{2}{5}+2.\dfrac{1}{2}=3$.

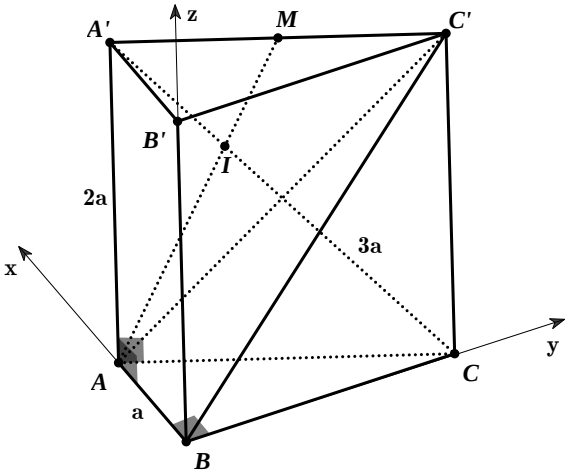
Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a, AA'=2a$ và $A'C=3a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$ và I là giao điểm của AM và $A'C$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (ABC') bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A





Ta có $AC=\sqrt{A'C^2-AA'^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=2a$.

Vì M là trung điểm đoạn $A'C'$ nên $A'M//AC\Rightarrow \dfrac{A'M}{AC}=\dfrac{A'I}{IC}=\dfrac{IM}{IA}=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{A'I}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{A'C}$.

Gắn hệ trục toạ độ như hình vẽ ta có

$B(0;0;0), A(a;0;0), C(0;2a;0), B'(0;0;2a), A'(a;0;2a), C'(0;2a;2a)$.

Do $\overrightarrow{A'I}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{A'C}\Rightarrow I\left(\dfrac{2}{3}a;\dfrac{2}{3}a;\dfrac{4}{3}a\right)$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{BA}=(a;0;0), \overrightarrow{BC'}=(0;2a;2a)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC'}\right]=(0;-2a;2a)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC') suy ra phương trình mặt phẳng (ABC') là $y-z=0$.

$\Rightarrow d\left(I,(ABC')\right)=\dfrac{\left|\frac{2}{3}a-\frac{4}{3}a\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a$.

Vậy $d\left(I,(ABC')\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2 là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{3};1\right)\setminus\{0\}$. **C.** $(-\infty;0)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là $x^4-(3m+2)x^2+3m=-1$

$\Leftrightarrow x^4-(3m+2)x^2+3m+1=0$ (1)

Đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2 $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $-2<x_1<x_2<x_3<x_4<2$.

Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$.

Ta được phương trình $t^2-(3m+2)t+3m+1=0$ (2)

Điều kiện phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt t_1,t_2 thoả mãn $0<t_1<t_2<4$

Có $(2): t^2-(3m+2)t+3m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3m+1\end{array}\right.$.

Suy ra $\begin{cases}0<3m+1<4\\3m+1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<1\\m\neq 0\end{cases}$.

Vậy $m\in\left(-\dfrac{1}{3};1\right)\setminus\{0\}$.

Câu 41: Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+(4m-1)x+2m^2-3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm của AC?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$y=x^3+3x^2+(4m-1)x+2m^2-3$

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x+4m-1$;

$y''=6x+6$; $y''=0\Leftrightarrow x=-1$.

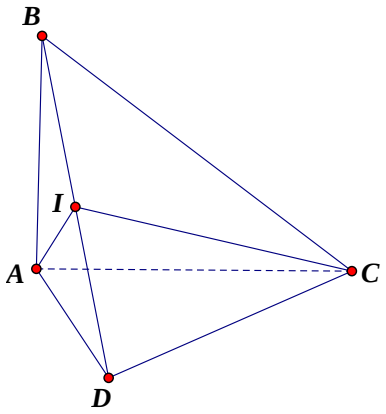
$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ y\ -1\ = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m>0 \\ 2m^2-4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m=0 \\ m=2 \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(1;0;1)$, $B(4;0;5)$, $C(1;-12;1)$, $D(5;0;-2)$. Tứ diện $ABCD$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB=5=AD$, $BC=CD=13$, $BD=5\sqrt{2}$, $AC=12$

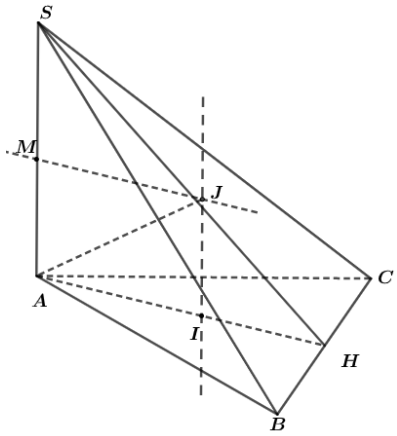
Vậy tam giác ABD cân tại A, tam giác CBD cân tại C. Gọi I là trung điểm của BD, ta có tứ diện chỉ có một mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng (IAC)..

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Nếu ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$ thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{43}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{43}}{8}$. **C.** $\frac{a\sqrt{43}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{43}}{6}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại H

$\Rightarrow \left((SAB),(ABC)\right) = SHA = 60°$

$AH = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow SA = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$

Gọi I là tâm của $\triangle ABC$

Dựng Δ đi qua $I, \Delta // SA$

Dựng Δ' là trung trực của SA

Gọi $J = \Delta \cap \Delta'$

Vì $J \in \Delta \Rightarrow JA = JB = JC$

$J \in \Delta' \Rightarrow JS = JA$

$\Rightarrow JA = JB = JC = JS$

$\Rightarrow J$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $SABC$

Bán kính mặt cầu $R = JA$

Gọi M là trung điểm SA

Khi đó: $JA = \sqrt{MA^2 + MJ^2}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AI^2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{43}}{4}.$$

Câu 44: Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của 1 cạnh góc vuông và cạnh huyền luôn bằng hằng số dương s?

A. $\dfrac{2s^2}{9}$. **B.** $\dfrac{s^2}{9}$. **C.** $\dfrac{s^2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{s^2\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi tam giác cần tìm là tam giác ABC vuông ở A.

Đặt $AB = x\left(0 < x < \dfrac{s}{2}\right)$

$CB = s - x; AC = \sqrt{(s-x)^2 - x^2} = \sqrt{s^2 - 2sx}$.

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}x.\sqrt{s^2 - 2sx} = f(x)$.

$$f'(x)=\frac{s^2-3sx}{2\sqrt{s^2-2sx}}$$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{s}{3}$		$\frac{s}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{s^2\sqrt{3}}{18}$	↘	

Vậy diện tích tam giác ABC lớn nhất là $\frac{s^2\sqrt{3}}{18}$.

Câu 45: Biết có hai giá trị của tham số m là m_1, m_2 để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$. Tính $k=m_1^2+m_2^2$.

A. $k=13$. **B.** $k=4$. **C.** $k=9$. **D.** $k=3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=6x^2-6(m+1)x+6m$.

Hơn nữa $y'=0\Leftrightarrow 6x^2-6(m+1)x+6m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số có hai điểm cực trị khi $m\neq 1$.

Với $x=1$ ta có $y=2.1^3-3(m+1).1^2+6m.1=3m-1$ hay $A(1;3m-1)$.

Với $x=m$ ta có $y=2.m^3-3(m+1).m^2+6m^2=-m^3+3m^2$ hay $B(m;3m^2-m^3)$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB là $y=-(m-1)^2x+m^2+m$.

Mặt khác đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ nên $-(m-1)^2.1=-1$ suy ra $\left[\begin{array}{l}m-1=-1\\m-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=2\end{array}\right.$.

Do vậy $m_1^2+m_2^2=4$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)\left[f^2(x)+3f(x)+7\right]=8x^3+8x-5, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính.

A. 2. **B.** $\frac{25}{32}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

$f(x)\left[f^2(x)+3f(x)+7\right]=8x^3+8x-5 \Leftrightarrow f^3(x)+3f^2(x)+7f(x)=8x^3+8x-5$

$\Leftrightarrow f^3(x)+3f^2(x)+3f(x)+1+4\left(f(x)+1\right)=8x^3+8x$

$\Leftrightarrow \left(\left(f(x)+1\right)\right)^2+4\left(f(x)+1\right)=8x^3+8x.$

Xét hàm số $g(t)=t^3+4t$ có $g'(t)=3t^2+4>0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $g\left(\left(f(x)+1\right)\right)=g(2x) \Leftrightarrow f(x)+1=2x \Leftrightarrow f(x)=2x-1.$

Suy ra $\int_0^1\left(3x^2+1\right)f(x)dx=\int_0^1\left(3x^2+1\right)(2x-1)dx=\frac{1}{2}.$

Câu 47: Biết bất phương trình $\log_{\sqrt[4]{2}}(x+3)+x^2+12x<\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}+4\log_2\frac{3x+1}{x}$ có tập nghiệm là $S=(a;b)\cup(c;d)$ với a,b,c,d là các số thực. Tính $S=a+b+c+d$.

A. $S=-6$. **B.** $S=3-2\sqrt{2}$. **C.** $S=-3-2\sqrt{2}$. **D.** $S=-3$.

Chọn D

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt[4]{2}}(x+3)+x^2+12x<\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}+4\log_2\frac{3x+1}{x}\ (1)$

Bất phương trình (1) xác định khi: $\begin{cases}x+3>0\\ \frac{3x+1}{x}>0\end{cases}\Rightarrow x\in\left(-3;\frac{1}{3}\right)\cup(0;+\infty)(*)$

$(1)\Leftrightarrow 4\log_2(x+3)+x^2+12x<\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}+4\log_2\left(\frac{1}{x}+3\right)\ (2)$

Xét hàm số $f(t)=4\log(t+3)+t^2+12t\ \ \forall t>-3$

$\Rightarrow f'(t)=4\frac{1}{(t+3)\ln 2}+2t+12\ \ \forall t>-3\Rightarrow f(t)$ đồng biến $\forall t>-3.$

Từ $(2)\Rightarrow f(x)<f\left(\frac{1}{x}\right)\Rightarrow x<\frac{1}{x}\Leftrightarrow\frac{x^2-1}{x}<0\Rightarrow x\in(-\infty;1)\cup(0;1),$

So với điều kiện $(*)$ ta được tập nghiệm của bất phương trình (1) là: $S=(-3;-1)\cup(0;1).$

Khi đó: $S=a+b+c+d=-3.$

Câu 48: Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2+e^x-mx-2+\ln\left(x+\sqrt{e^2+x^2}\right)\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Khi đó T là tập hợp con của tập hợp:

A. $F=(-6;-3)$. **B.** $P=(-3;0)$. **C.** $E=(3;6)$. **D.** $K=(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x)=x^2+e^x-mx-2+\ln\left(x+\sqrt{e^2+x^2}\right)\Rightarrow f'(x)=2x+e^x-m+\frac{1}{\sqrt{e^2+x^2}}$

Khi đó: $f(0)=0$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$ và $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy $f(x)\ge 0$ đúng với $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

$$\Rightarrow f'(0)=0\Rightarrow 1-m+\frac{1}{e}=0\Rightarrow m=1+\frac{1}{e}$$

Thử lại ta có:

$$f(x)=x^2+e^x-\left(1+\frac{1}{e}\right)x-2+\ln\left(x+\sqrt{e^2+x^2}\right)\Rightarrow f'(x)=2x+e^x-\left(1+\frac{1}{e}\right)+\frac{1}{\sqrt{e^2+x^2}}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy $m=1+\frac{1}{e}$ thỏa ycbt. $\Rightarrow T=\left\{1+\frac{1}{e}\right\}$.

Câu 49: Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên $\overline{abcdef}$ có 6 chữ số đôi một khác nhau mà mỗi số đều thỏa mãn d + e + f – a – b – c = 1?

A. 60. **B.** 84. **C.** 96. **D.** 108.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

Vì số tự nhiên cần tìm được lập thành từ 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 nên:

a + b + c + d + e + f = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.

Khi đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}(a+b+c)+(d+e+f)=15\\(d+e+f)-(a+b+c)=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=7\\d+e+f=8\end{cases}$$

Ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1: (a;b;c) là hoán vị của bộ số (0;2;5), hoặc (a;b;c) là hoán vị của bộ số (0;3;4)

Có tất cả 2.2.2.3! = 48 số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 1.

Trường hợp 2: (a;b;c) là hoán vị của bộ số (1;2;4)

Có tất cả 3!.3! = 36 số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 2.

Như vậy, có tất cả 48 + 36 = 84 số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^3(x^4-1)\le m^2(x^3-x^2-x+1)+6m(x^2-2x-3)$ đúng ∀x ∈ R. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. 2. **B.** 0. **C.** - 1. **D.** - 3.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có :

$$m^3(x^4-1)\le m^2(x^3-x^2-x+1)+6m(x^2-2x-3)$$
$$\Leftrightarrow m^3(x^2-1)(x^2+1)\le m^2(x-1)^2(x+1)+6m(x+1)(x-3)$$
$$\Leftrightarrow m^2(x-1)^2(x+1)+6m(x+1)(x-3)-m^3(x-1)(x+1)(x^2+1)\ge 0$$
$$\Leftrightarrow (x+1)\left[m^2(x-1)^2+6m(x-3)-m^3(x-1)(x^2+1)\right]\ge 0$$

Bất phương trình đã cho đúng với mọi x thuộc R khi phương trình $m^2(x-1)^2+6m(x-3)-m^3(x-1)(x^2+1)=0$ nhận $x=-1$ là nghiệm.

Khi đó ta có:

$$m^2(-1-1)^2+6m(-1-3)-m^3(-1-1)(1+1)=0$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-24m+4m^3=0$$
$$\Leftrightarrow m^3+m^2-6m=0$$
$$\Leftrightarrow m(m^2+m-6)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\\ m=2\\ m=-3\end{array}\right.$$

*) Với m = 0, bài toán đã cho luôn đúng $\forall\ x\in R$

*) Với m = 2 bất phương trình trở thành:

$$(x+1)\left[4(x-1)^2+12(x-3)-8(x-1)(x^2+1)\right]\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow (x+1)\left[4(x^2-2x+1)+12x-36-8(x^3+x-x^2-1)\right]\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow (x+1)\left[-8x^3+12x^2-4x-24\right]\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow 4(x+1)(x+1)(-2x^2+5x-6)\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2(-2x^2+5x-6)\ge 0\forall x\in R$$

Vô lý vì $-2x^2+5x-6<0\forall x\in R$

Vậy m = 2 không thỏa mãn bài toán.

*) Với $m=-3$ bất phương trình trở thành:

$$(x+1)\left[9(x-1)^2-18(x-3)+27(x-1)(x^2+1)\right]\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow (x+1)\left[9x^2-18x+9-18x+54+27x^3+27x-27x^2-27\right]\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow (x+1)\left[27x^3-18x^2-9x+36\right]\ge 0\forall x\in R$$
$$\Leftrightarrow (x+1)^2\left[3x^2-5x+4\right]\ge 0\forall x\in R$$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Luôn đúng vì $3x^2-5x+4>0\forall x\in R$

Như vậy, tập S bao gồm 2 phần tử là m = 0 và m = -3.

Tổng các phần tử trong tập S bằng -3.

Chọn đáp án **D.**

---------- HẾT ----------

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC