PHÒNG GD&ĐT BÌNH XUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9-LẦN 4
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2024-2025

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm 02 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 *điểm*)

Từ câu 1 đến câu 8, em hãy viết vào tờ giấy thi chữ cái (A, B, C hoặc D) trước đáp án mà em cho là đúng.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $P(x)=\dfrac{2026}{x-2025}$ là

A. $x>2025$. **B.** $x<2025$. **C.** $x\neq 2025$. **D.** $x=2025$.

Câu 2. Cặp $(x;y)=(1;-3)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2x+y=-1$. **B.** $2x+y=1$. **C.** $2x-y=-1$. **D.** $2x-y=1$.

Câu 3. Tích các nghiệm của phương trình $2x^2-7x+4=0$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\dfrac{-7}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 4. Độ dài cung $120°$ của đường tròn bán kính $9cm$ bằng

A. $18\pi\,cm$. **B.** $12\pi\,cm$. **C.** $6\pi\,cm$. **D.** $9\pi\,cm$.

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=1\\x+3y=11\end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x;y)=(1;1)$. **B.** $(x;y)=(-2;-3)$. **C.** $(x;y)=(-1;2)$. **D.** $(x;y)=(2;3)$.

Câu 6. Phương trình $x^2-2x+a=0$ có một nghiệm $x=-1$. Nghiệm còn lại của phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Câu 7. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), có $\widehat{ABC}=40°,\widehat{ACB}=80°$. Góc BOC có số đo bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $40°$. **D.** $80°$.

Câu 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6\,cm, BC=8\,cm$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng

A. $5\,cm$. **B.** $10\,cm$. **C.** $6\,cm$. **D.** $8\,cm$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 *điểm*)

Câu 1 (1,0 điểm). Giải phương trình $\dfrac{x}{x+3}-\dfrac{2}{x-3}=\dfrac{-2x-6}{x^2-9}$.

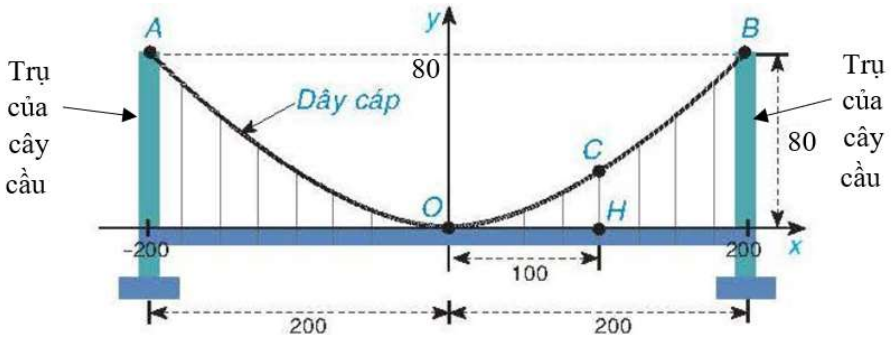
Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\ (x\geq 0,\ x\neq 4)$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

thuvientoanhoc.com

Câu 3 (1,0 điểm). Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao $80\,m$ so với mặt của cây cầu và cách nhau $400\,m.$ Các dây cáp có dạng đồ thị của parabol $(P): y = ax^2\,(a \neq 0)$ và được treo trên các đỉnh tháp (*hình vẽ*). Một người đứng tại điểm H cách tâm O của cây cầu $100\,m.$ Chiều cao CH là khoảng cách từ chân người đó đến dây cáp. Tính CH.



Câu 4 (1,0 điểm). Hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Nếu mỗi bạn làm một mình thì bạn An cần ít thời gian hơn bạn Bình là 9 ngày. Hỏi nếu bạn An làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì Bình hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu?

Câu 5 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là đường tròn K. Đường thẳng KF cắt đường đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I. Gọi N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh rằng $CF^2 = CN.CI$.

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{1+b^2}+\frac{b}{1+c^2}+\frac{c}{1+a^2}\geq\frac{3}{2}.$$

——— Hết ———

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh:……

thuvientoanhoc.com

PHÒNG GD&ĐT BÌNH XUYÊN

HDC ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN: TOÁN – LỚP 9
(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

Lưu ý:
- Hướng dẫn chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải, nếu HS có cách giải khác và đúng vẫn cho điểm theo thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Trong một bài, thí sinh giải đúng đến đâu cho điểm đến đó.
- Bài hình học nếu không vẽ hình thì không cho điểm, nếu vẽ hình sai thì không cho điểm ứng với phần vẽ hình sai.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 *điểm*): Mỗi câu đúng được **0,25 điểm.**

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Đáp án	**C**	**A**	**B**	**C**	**D**	**D**	**B**	**A**

II. TỰ LUẬN (8,0 *điểm*).

Câu 1 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{x}{x+3}-\frac{2}{x-3}=\frac{-2x-6}{x^2-9}$.

Nội dung	**Điểm**
Điều kiện xác định: $x\neq 3,\ x\neq -3$.	0.25
Quy đồng mẫu hai vế của phương trình ta được: $\frac{x(x-3)-2(x+3)}{(x+3)(x-3)}=\frac{-2x-6}{x^2-9}$ $\frac{x^2-5x-6}{x^2-9}=\frac{-2x-6}{x^2-9}$	0.25
Suy ra: $x^2-5x-6=-2x-6$ hay $x^2-3x=0(1)$ Giải phương trình (1) ta được nghiệm: $x=0,\ x=3$.	0.25
Đối chiếu điều kiện xác định, ta được nghiệm $x=0$ thoả mãn. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=0$.	0.25

Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A=\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{3}{\sqrt{x}+1}\ (x\geq 0,\ x\neq 4)$.

a) Rút gọn biểu thức A.

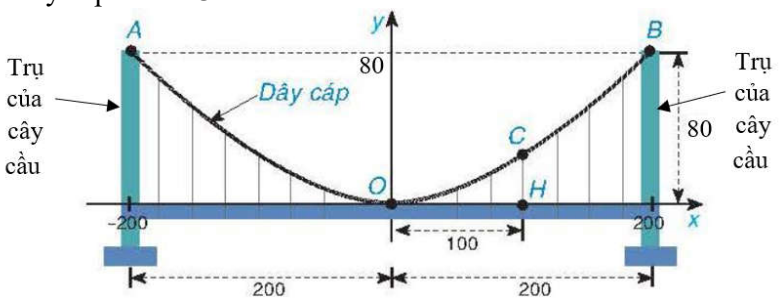
Nội dung	**Điểm**
$A=\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{3}{\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}$	0.25
$=\frac{x-1-x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}=\frac{3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$.	0.25

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Nội dung	**Điểm**
Ta có: $A=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ A nhận giá trị nguyên khi $\sqrt{x}-2$ là ước của 1. Khi đó: $\sqrt{x}-2\in\{1;-1\}$	0.25
Suy ra: $\sqrt{x}\in\{3;\ 1\}$, từ đó ta có: $x\in\{9;\ 1\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của x cần tìm là: $x=9,\ x=1$.	0.25

thuvientoanhoc.com

Câu 3 (1,0 điểm). Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao $80\,m$ so với mặt của cây cầu và cách nhau $400\,m$. Các dây cáp có dạng đồ thị của parabol $(P): y = ax^2\,(a \neq 0)$ và được treo trên các đỉnh tháp (*hình vẽ*). Một người đứng tại điểm H cách tâm O của cây cầu $100\,m$. Chiều cao CH là khoảng cách từ chân người đó đến dây cáp. Tính CH.



Nội dung	Điểm
Dây cáp có hình dạng là parabol $(P): y = ax^2$. Vì (P) đi qua điểm $(200;80)$ nên ta có: $80 = 200^2 a$	0.25
Suy ra $a = \dfrac{80}{200^2} = \dfrac{1}{500}$. Khi đó: $y = \dfrac{1}{500}x^2$	0.25
Gọi điểm $C(100; y)$, ta có: $y = \dfrac{1}{500}100^2 = 20$	0,25
Chiều cao $CH = y = 20$. Vậy, khoảng cách từ chân người đó đến dây cáp là $CH = 20\,m$.	0.25

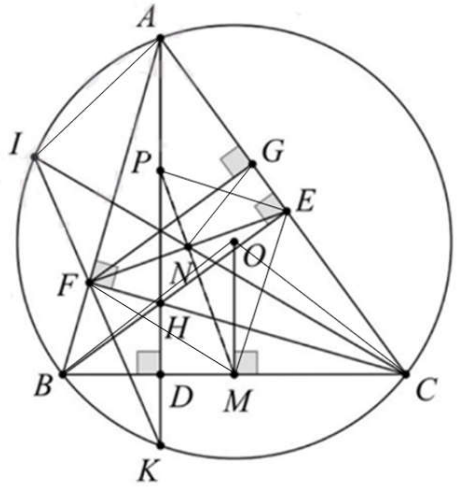
Câu 4 (1,0 điểm). Hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Nếu mỗi bạn làm một mình thì bạn An cần ít thời gian hơn bạn Bình là 9 ngày. Hỏi nếu bạn An làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì Bình hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu?

Nội dung	Điểm
Gọi thời gian 2 bạn An và Bình làm riêng xong công việc lần lượt là x và y (ngày) $(x, y \in \mathbb{N}^*)$. Vì làm một mình thì bạn An cần ít thời gian hơn bạn Bình là 9 ngày, nên ta có: $y - x = 9$ suy ra $y = x + 9$	0.25
Mỗi ngày: Bạn An làm một mình được $\dfrac{1}{x}$ (công việc). Bạn Bình làm một mình được $\dfrac{1}{y}$ (công việc). Cả hai bạn làm được $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ (công việc).	0.25
Vì hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày, nên ta có: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{6}$ suy ra $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+9} = \dfrac{1}{6}$, biến đổi ta được: $x^2 - 3x - 54 = 0\,(*)$. Giải phương trình (*) ta được $x = 9$ (thoả mãn) và $x = -6$ (không thoả mãn). Với $x = 9$ ta tìm được: $y = 18$ (thoả mãn).	0,25
Một ngày An làm riêng được $\dfrac{1}{9}$ công việc nên trong 3 ngày An làm được $\dfrac{1}{3}$ công việc. Còn lại: $1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$ (công việc) Một ngày Bình làm riêng được $\dfrac{1}{18}$ công việc nên $\dfrac{2}{3}$ công việc còn lại Bình làm xong trong số ngày là: $\dfrac{2}{3} : \dfrac{1}{18} = 12$ (ngày).	0.25

thuvientoanhoc.com

Câu 5 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc một đường tròn.



Nội dung	Điểm
Tam giác BFH vuông tại F. Suy ra ΔBFH nội tiếp đường tròn đường kính BH.	0.25
Tam giác BDH vuông tại D. Suy ra ΔBDH nội tiếp đường tròn đường kính BH.	0.25
Suy ra ΔBFH và ΔBDH cùng nội tiếp đường tròn đường kính BH.	0,25
Vậy bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc một đường tròn đường kính BH.	0.25

b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là đường tròn K. Đường thẳng KF cắt đường đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I. Gọi N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh rằng $CF^2 = CN.CI$.

Nội dung	Điểm
Tam giác AEH vuông tại E. Suy ra ΔAEH nội tiếp đường tròn đường kính AH. Tam giác AFH vuông tại F. Suy ra ΔAFH nội tiếp đường tròn đường kính AH. Suy ra, tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH.	0.25
Trong đường tròn ngoại tiếp $AEHF$, ta có: $\widehat{NFC} = \widehat{KAC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{HE}$. Trong đường tròn (O), ta có: $\widehat{FIC} = \widehat{KAC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{KC}$. Suy ra: $\widehat{NFC} = \widehat{FIC}$. Xét ΔNFC và ΔFIC có: $\widehat{NFC} = \widehat{FIC}$ và $\widehat{FCI}$ chung Suy ra ΔNFC và ΔFIC đồng dạng	0.5
Suy ra $\frac{CF}{CN} = \frac{CI}{CF}$, từ đó ta có: $CF^2 = CN.CI$.	0,25

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Nội dung	Điểm
Ta có tam giác OBC cân tại O $(OB = OC)$, OM là đường cao đồng thời là trung tuyến của tam giác OBC, suy ra M là trung điểm của BC. Tam giác BFC vuông tại F, suy ra $FM = \frac{1}{2}BC$ Tam giác BEC vuông tại E, suy ra $EM = \frac{1}{2}BC$ Từ đó suy ra $EM = FM$, hay M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng EF $(*)$	0.25

thuvientoanhoc.com

Vì P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF nên $PE = PF$, hay P nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng EF $(**)$ Kẻ FG vuông góc với AC tại G. Trong tam giác vuông AFC, ta có $CF^2 = CG.CA$ Lại có $CF^2 = CN.CI$ Suy ra: $CG.CA = CN.CI$, suy ra $\frac{CG}{CI} = \frac{CN}{CA}$, suy ra ΔCGN đồng dạng ΔCIA Từ đó suy ra $\widehat{NGE} = \widehat{CIA}$.	0.25
Ta lại có: $\widehat{CIA} = \widehat{ABC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AC}$. Ta có $ME = MF = MB = MC = \frac{1}{2}BC$ nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp. Từ đó suy ra: $\widehat{ABC} = \widehat{NEG}$ (cùng bù với $\widehat{FEC}$). Suy ra: $\widehat{NGE} = \widehat{NEG}$, suy ra tam giác NEG cân đỉnh N. Suy ra $NE = NG$.	0,25
Ta có: $\widehat{NGE} + \widehat{FGN} = \widehat{NEG} + \widehat{GFN} = 90°$ suy ra: $\widehat{FGN} = \widehat{GFN}$, suy ra tam giác NFG cân đỉnh N. Suy ra $NF = NG$. Từ đó ta có: $NE = NF$ hay N là trung điểm của EF $(***)$. Từ $(*),(**),(***)$ suy ra: ba điểm M, N, P thẳng hàng.	0.25

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{1+b^2}+\frac{b}{1+c^2}+\frac{c}{1+a^2}\geq\frac{3}{2}.$$

Nội dung	**Điểm**
Ta có: $1+b^2\geq 2b$, đẳng thức xảy ra khi $b=1$. Xét $\frac{a}{1+b^2}=\frac{a(1+b^2)-ab^2}{1+b^2}=a-\frac{ab^2}{1+b^2}\geq a-\frac{ab^2}{2b}=a-\frac{ab}{2}$ (1). Đẳng thức xảy ra khi $b=1$.	0,25
Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{b}{1+c^2}=\frac{b(1+c^2)-bc^2}{1+c^2}=b-\frac{bc^2}{1+c^2}\geq a-\frac{bc^2}{2c}=b-\frac{bc}{2}$ (2). Đẳng thức xảy ra khi $c=1$. $\frac{c}{1+a^2}=\frac{c(1+a^2)-ca^2}{1+a^2}=c-\frac{ca^2}{1+a^2}\geq c-\frac{ca^2}{2a}=c-\frac{ca}{2}$ (3). Đẳng thức xảy ra khi $a=1$.	0,25
Cộng (1), (2), (3) vế với vế ta được: $\frac{a}{1+b^2}+\frac{b}{1+c^2}+\frac{c}{1+a^2}\geq a+b+c-\frac{ab+bc+ca}{2}=3-\frac{ab+bc+ca}{2}$.	0,25
Ta lại có: $ab+bc+ca\leq\frac{(a+b+c)^2}{3}=3$. Do đó: $\frac{a}{1+b^2}+\frac{b}{1+c^2}+\frac{c}{1+a^2}\geq 3-\frac{ab+bc+ca}{2}\geq 3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$. đpcm.	0,25

---HẾT---

thuvientoanhoc.com